Correction

Exercice 1

— $[a]$: LT^{-2} ;
— $[T]$: MLT^{-2} ;
— $[P]$: $ML^{-1}T^{-2}$;
— $[\mathrm{d}F/\mathrm{d}x]$: LT^{-2} ;
— $[\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}x^3]$: $ML^{-4}T^{-2}$;
— $[\int T\mathrm{d}x]$: ML^2T^{-2} ;
— $[E]$: ML^2T^{-2}.

Exercice 2

— $[Ut/l] = [-]$: sans unités, donc faux ;
— $[\varrho VU/t] = MLT^{-2}$: homogène donc juste ;
— $[mVgz] = ML^5T^{-2}$: non homogène donc faux.

Exercice 3

— $[p/\varrho] = L^2T^{-2}$;
— $[p\varrho V] = M^2L^{-3}T^{-3}$;
— $[p/(\varrho V^2)] = [-]$.

Exercice 4

— $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$;
— $[\nu] = L^2T^{-1}$;
— $[\nu lV] = L^4T^{-2}$;
— $[lV/\nu] = [-]$;
— $[\nu V^2] = L^4T^{-3}$;
— $[V/(\nu l)] = L^{-2}$.

Exercice 5

— $[A] = T^{-1}$;
— $[B] = T^{-2}$.

Exercice 6

— $[Q] = L^3T^{-1}$, débit ;
— $[R] = L$, rayon ;
— $[\Delta p] = ML^{-1}T^{-2}$, chute de pression ;
— $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$, viscosité ;
— $[l] = L$, longueur ;
— $[\pi/8] = [-]$, rapport adimensionnel.

Cette équation est donc homogène.

Exercice 7

Les constantes K_v et K_u sont adimensionnelles. Elles sont donc valable dans n'importe quel système d'unités.

Exercice 8

Le débit volumique Q s'exprime en L^3T^{-1}. $\sqrt{2g}$ s'exprime en $L^{1/2}T^{-1}$, B en L et $(H + V^2/(2g))^{3/2}$ en $L^{3/2}$. Le produit des trois composantes s'exprime donc en L^3T^{-1}. Afin que l'équation soit homogène la constante C doit être sans unités. L'équation est donc valable dans n'importe quel système d'unités.

Exercice 9

— $4,3 \cdot 10^{-3}$ m/s ;
— $70,2$ kg ;
— $13,4$ N ;
— $22,28$ m/s^2 ;
— $1,12$ Ns/m^2.

Exercice 10

Les forces qui s'exercent sur la sphère sont son poids, la force de traînée (frottement de l'air) et la poussée d'Archimède. La poussée d'Archimède est ici négligeable et peut être simplifiée dans le bilan des forces. Lorsque la vitesse limite est atteinte, la somme des forces qui s'exercent sur la sphère est nulle, c'est-à-dire que le poids est contrebalancé par la force de traîné. On en déduit donc la vitesse limite

$$mg = F_D \Rightarrow v_l = \sqrt{\frac{\varrho_s \frac{4}{3}\pi R^3 g}{\frac{1}{2}C_D \varrho_f \pi R^2}} = \sqrt{\frac{8}{3}R\frac{\varrho_s}{\varrho_f}\frac{g}{C_D}}.$$

Pour $Re \gg 1$, C_D vaut environ 0,5 ce qui nous donne $v_l \approx 46,7$ m/s. On injecte cette valeur de la vitesse limite dans la formule du nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{\varrho u L}{\mu}$$

avec $L = R$ m, $u = v_l$ m/s, $\varrho_f = 1,2$ kg/m^3 et $\mu = 2 \times 10^{-5}$ Pa·s

$$\Rightarrow Re \approx 1,4 \times 10^5 \gg 1$$

.