Écoulements à surface libre

Exercice 1

On s'intéresse au débit Q s'écoulant dans une conduite circulaire de diamètre $d = 1000$ mm. La conduite est en béton et le coefficient de Manning-Strickler vaut $K = 80\ \mathrm{m}^{1/3}\mathrm{s}^{-1}$. La pente vaut $i = 0,1$ %. Le tirant d'eau (c.-à-d. la profondeur d'eau maximale) observé est $h_{max} = 80$ cm.

1. Dessiner une coupe en travers de la conduite et indiquer le tirant d'eau h_{max}, la largeur au miroir B, le périmètre mouillé χ ainsi que la section mouillée S.
2. L'écoulement est-il *à surface libre* ou *en charge* ? Rappeler la force motrice de l'écoulement dans chacun des cas.
3. Calculer le périmètre mouillé χ, la section mouillée S et le rayon hydraulique R_H.
4. Exprimer Q en fonction de S, R_H, i et K selon la loi de Manning-Strickler. Rappeler dans quel régime la loi de Manning-Strickler est-elle valide. Est-ce le cas ici ?
5. Calculer Q selon la loi de Manning-Strickler.

Exercice 2

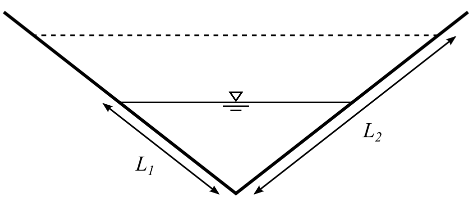

Figure 1 : coupe en travers du canal.

Soit un débit Q s'écoulant dans un canal de section triangulaire. A l'état neuf, le niveau d'eau correspondait à la marque $L_1 = 2$ m sur la paroi du canal (voir figure 1). Après plusieurs années d'utilisation, la rugosité du canal a augmentée et le coefficient de Manning-Strickler K a diminué de moitié. Calculer la valeur de la nouvelle marque L_2 sur la paroi du canal.

Exercice 3

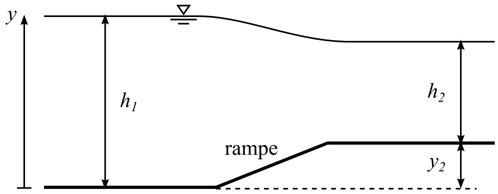

Figure 2 : profil en long de la rampe.

Soit un canal rectangulaire de largeur constante où s'écoule de l'eau à un débit par unité de largeur $q = 0,52\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. La hauteur d'eau à l'amont d'une rampe de 15 cm est $h_1 = 69$ cm (voir figure 2).

1. Rappeler la définition de la hauteur critique h_c, l'exprimer en fonction de q (partir de la formule du nombre de Froude) et la calculer.
2. Calculer la hauteur d'eau à l'aval de la rampe h_2 en utilisant le diagramme de la charge spécifique adimensionelle donné en cours (commencer par écrire la charge totale et la charge spécifique à l'amont et à l'aval de la rampe). On négligera les effets visqueux.

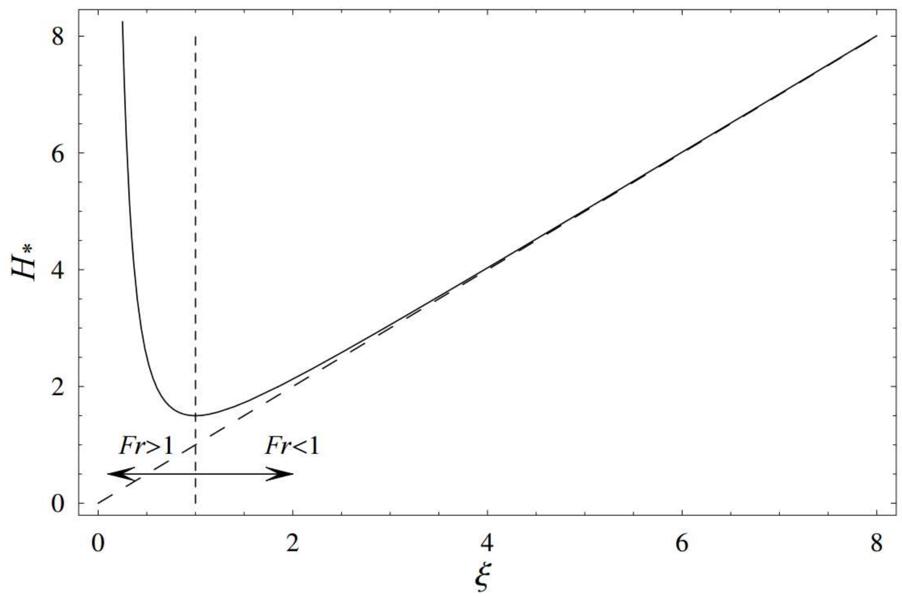

Figure 3 : variation de la charge spécifique, $H_* = H_s/h_c$ et $\chi = h/h_c$.

Exercice 4

Soit un écoulement d'eau en régime permanent uniforme dans un canal trapézoidal de base $b = 5$ m. La pente des berges est de 45°(voir figure 4). La hauteur d'eau observée est $h = 4$ m. Le coefficient de Manning-Strickler, qui décrit la rugosité du lit, vaut $K = 40\ \mathrm{m}^{1/3}\mathrm{s}^{-1}$.

1. Calculer la largeur au miroir B, le périmètre mouillé χ, la section mouillée S et le rayon hydraulique R_H.
2. Sachant que le débit vaut $Q = 100\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, calculer la pente i du canal.
3. Donner la hauteur normale h_n. La formule $h_n = (q/(K\sqrt{i}))^{3/5}$, dérivée de la loi de Manning-Strickler, est-elle valide ici (avec q le débit par unité de largeur) ? Justifier votre réponse.
4. Calculer le nombre de Froude. Le régime est-il subcritique (fluvial) ou supercritique (torrentiel) ?
5. Calculer la hauteur critique h_c puis la comparer avec h. Faire le lien avec la question précédente.

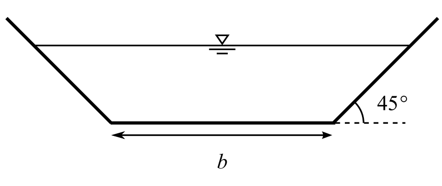

Figure 4 : coupe en travers du canal.

Exercice 5

Le long d'un canal de section rectangulaire, la hauteur d'eau h entre une section amont et une section aval est diminuée de moitié. Le nombre de Froude passe d'une valeur subcritique $\mathrm{Fr}_1 = 0,5$ à une valeur supercritique $\mathrm{Fr}_2 = 3$. Sachant que la largeur de la section amont est $B_1 = 4$ m, déterminer la largeur B_2 de la section aval .

Exercice 6

Un canal rectangulaire de largeur $B = 5$ m et de longueur $l = 1000$ m a une pente $i = 10^{-3}$. Le débit vaut $Q = 10$ m^3/s et la hauteur d'eau est de $h_0 = 3,1$ m dans la partie du bief où la hauteur est uniforme. Ce canal débouche ensuite sur deux canaux secondaires de même section et de pente $i_s = 1$ % (voir figure 5).

1. En supposant que la résistance du lit peut être décrite à l'aide de la loi généralisée de Keulegan, déterminer la rugosité k_s du lit. On prendra $\kappa = 0,41$ pour la constante de von Kàrmàn. Discuter la validité de cette formule dans notre cas.
2. Répondre à la même question en prenant la loi de Manning-Strickler : que vaut le coefficient de Manning-Strickler K ?
3. Quel est le débit Q_1 correspondant à une hauteur d'eau $h_1 = 4,5$ m dans le canal principal ? On répondra en utilisant les lois de Keulegan et de Manning-Strickler.
4. Calculer le nombre de Froude Fr et le nombre de Reynolds Re pour le canal principal lorsque le débit vaut Q_1. On utilisera le débit trouvé avec loi de Manning-Strickler. Caractériser le régime d'écoulement. *Rappel : pour les écoulements à surface libre, on utilise le rayon hydraulique R_H comme dimension caractéristique dans la définition du nombre de Reynolds. On utilise souvent Re $= 4R_H\bar{U}/\nu$, avec ν la viscosité cinématique du fluide et $\bar{U}$ la vitesse moyenne de l'écoulement.*
5. Quelle est la hauteur d'eau h_2 dans les canaux secondaires pour un régime permanent uniforme lorsque la hauteur vaut h_1 dans le canal principal ? On négligera le coefficient de perte de charge singulière au niveau de l'embranchement et on se servira de la loi de Manning-Strikler.
6. Que vaut la hauteur critique h_c dans les canaux secondaires ?
7. Quelle est la forme de la surface libre ? La tracer qualitativement en plaçant les éléments remarquables.
8. On remplace les canaux secondaires par des canaux à section trapézoïdale de base $b = 3$ m. Le fruit des berges est 1 :3. Calculer la hauteur d'eau pour un canal secondaire en régime permanent uniforme lorsque le débit vaut Q_1. Calculer le nombre de Froude.

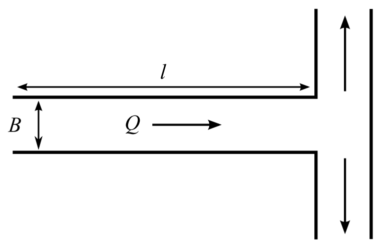

Figure 5 : vue en plan du canal principal se scindant en deux canaux secondaires.