Chapitre 1 : propriétés physiques des fluides

Mécanique des fluides

Christophe Ancey

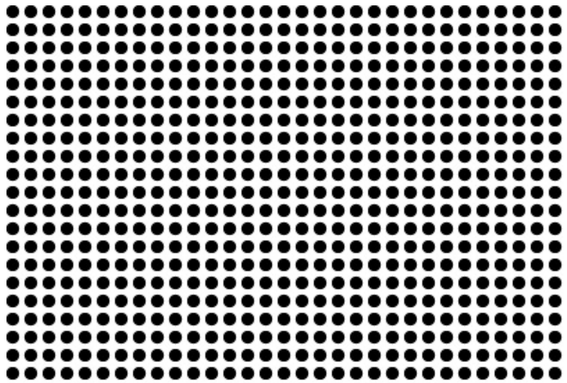
Chapitre 1 : propriétés physiques des fluides

- Définition physique d'un fluide
- Définition rhéologique d'un fluide
- Propriétés remarquables :
  - viscosité
  - tension de surface

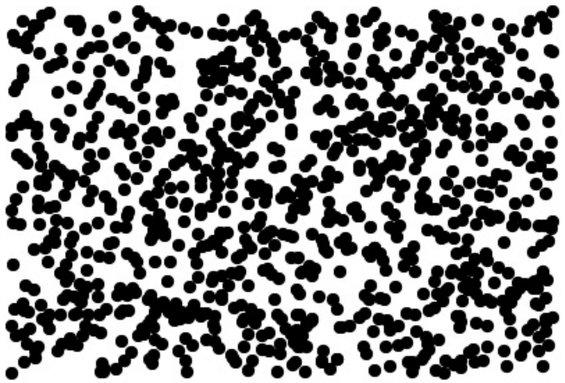
Un petit quiz pour s'échauffer

1. On dit qu'un fluide est visqueux quand
   - comme le miel, il colle aux ustensiles quand on veut l'étaler ?
   - on veut décrire la facilité avec laquelle on peut le faire couler ?
2. Quand on mesure une température, que fait mesure-t-on à l'échelle moléculaire
   - la conduction de chaleur ?
   - l'agitation thermique des molécules ?
3. Quelle est la forme d'une goutte de pluie
   - une sphère ?
   - un ellipsoïde ?

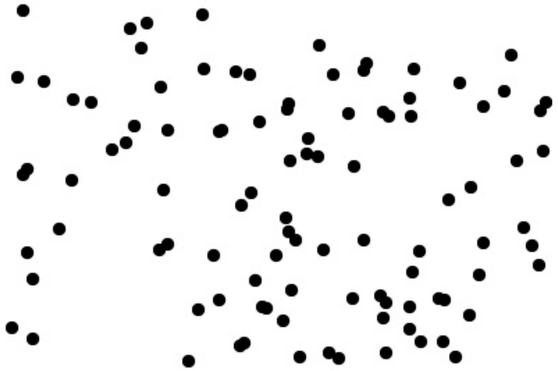
États de la matière



(a)



(b)



(c)

Pour un corps simple, il y a trois états :

(a) *solide* : matériau à faible température ;

(b) *liquide* : matériau à faible température et pression élevée ;

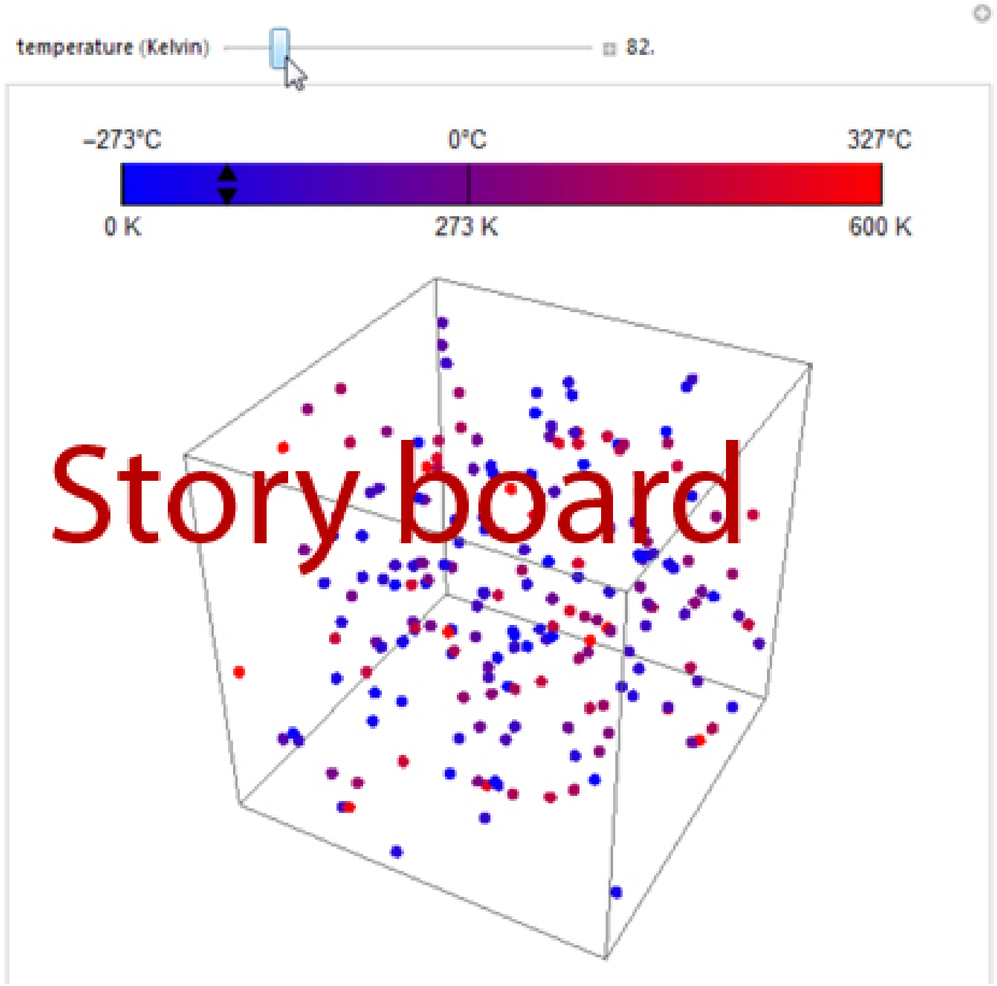
(c) *gazeux* : matériau à température suffisamment élevée et pression faible.

États de la matière

Quelques idées derrière la théorie cinétique des gaz

- La matière : faite de particules indivisibles ($\alpha\tau o\mu o\varsigma$, atomes) et de vide... une théorie dont les prémices remontent aux penseurs grecs (Leucippe, Démocrite, etc.).
- Idée reprise au $\mathrm{XIX}^{\mathrm{e}}$ s. par des chimistes et des physiciens, dont James Clerk Maxwell (1859) et Ludwig Boltzmann (1880).
- Hypothèses de base :
  - particules : objets ponctuels de masse m,
  - interactions par collision (choc élastique entre deux particules ou contre une paroi),
  - agitation aléatoire et isotrope (chaos moléculaire).

Agitation des molécules au sein d'un gaz



Vitesse d'agitation

Décomposition de la vitesse des particules :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}',$$

avec $\bar{\mathbf{u}} = \langle \mathbf{u} \rangle$ (moyenne dans le temps de la vitesse) et $\langle \mathbf{u}' \rangle = 0$.

On calcule la vitesse quadratique

$$\mathbf{u}^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = (\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}')^2 = \bar{\mathbf{u}}^2 + 2\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}' + \mathbf{u}'^2,$$

et on prend la valeur moyenne :

$$\langle \mathbf{u}^2 \rangle = \bar{\mathbf{u}}^2 + \underbrace{2\bar{\mathbf{u}} \cdot \langle \mathbf{u}' \rangle}_{0} + \langle \mathbf{u}'^2 \rangle$$

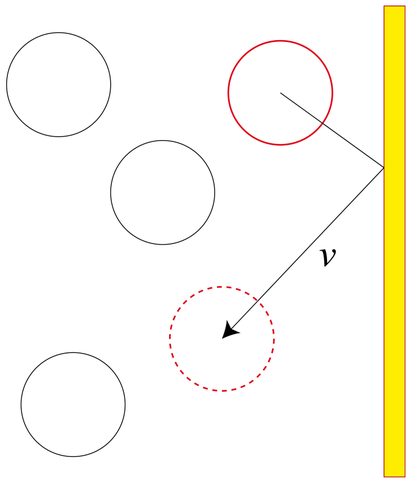
$v = \sqrt{\langle \mathbf{u}'^2 \rangle}$ est appelée la vitesse d'agitation (ou *vitesse quadratique moyenne*).

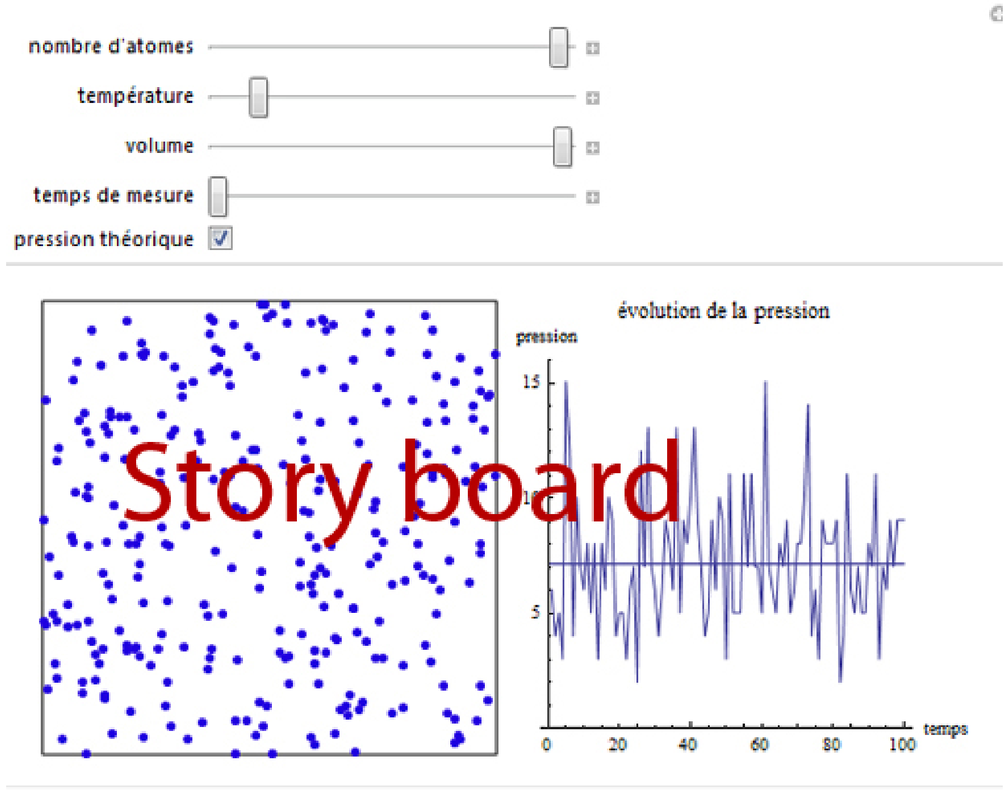
Pression cinétique

La théorie cinétique montre que

$$p = \frac{1}{3} n m v^2,$$

avec n nombre de molécules par unité de volume, m masse des molécules, v vitesse d'agitation.





Approche expérimentale du comportement des gaz

- Expérience de Robert Boyle (1662) : $pV = cste$ (Edme Mariotte en 1676).
- Expérience de Guillaume Amontons (1702) : $pV = cste$ valable à T constante.
- Expérience de Jacques Charles (loi des volumes, 1787) : $p/T = f(V)$.
- Loi de Joseph Gay-Lussac (loi des pressions, 1809) : $V/T = g(p)$.
- Loi d'Amedeo Avogadro en 1811 : le volume d'un gaz est proportionnel au nombre de particules n pour une température et une pression données.

Synthèse :

$$\frac{pV}{nT} = \text{cste}.$$

Pression cinétique

Théorie cinétique (échelle moléculaire) :

$$p = \frac{1}{3} n m v^2,$$

avec n nombre de molécules par unité de volume, m masse des molécules, et v vitesse d'agitation.

Loi des gaz parfaits (échelle macroscopique) :

$$pV = xRT$$

(Boyle-Mariotte, 1662–1676), avec

- $x = nV/N_A$ nombre de moles ($N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} nombre d'Avogadro),
- $R = k_B N_A = 8{,}31$ J·K^{-1} mol^{-1} constante des gaz parfaits (k_B constante de Boltzmann).

Pression cinétique

La pression est définie aux deux échelles micro- et macroscopique :

$$p = \frac{1}{3} n m v^2 \text{ et } pV = xRT.$$

Donc

$$p = \frac{xRT}{V} = \frac{1}{3} n m v^2,$$

et de là on déduit la *vitesse d'agitation* :

$$v = \sqrt{3 \frac{k_B T}{m}}.$$

Application numérique

Considérons :

- un gaz de masse molaire 14 g/mol,
- à la pression atmosphérique et à température ordinaire ($T = 20$ °C $= 293$ K),

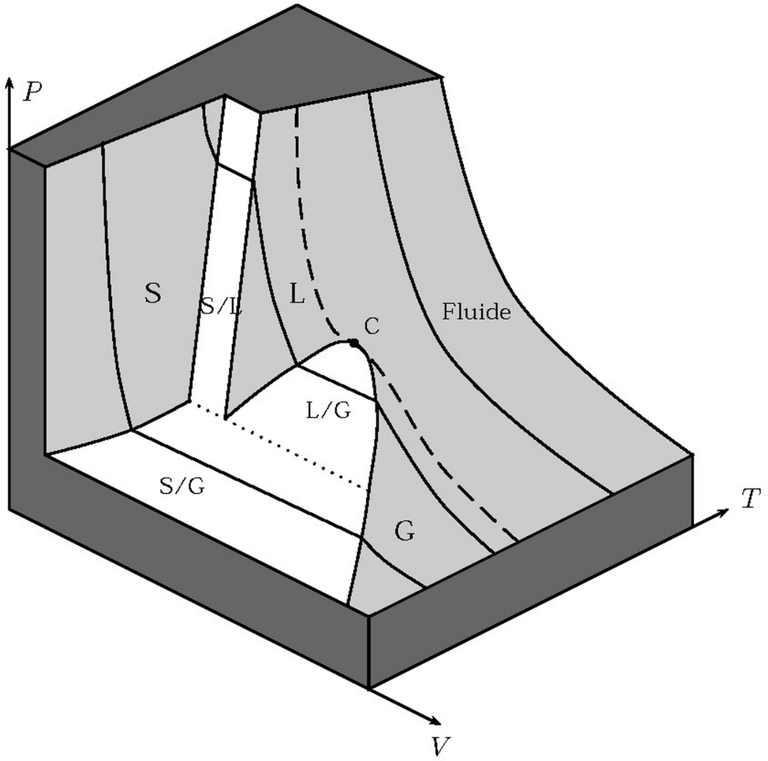
la densité particulaire n vaut

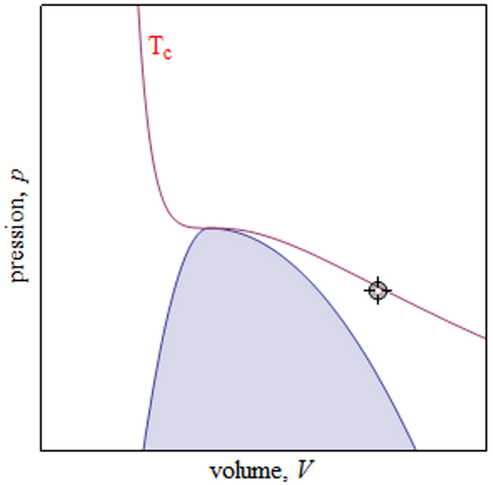
$$n = \frac{p}{k_B T} = 10^5/293/(1{,}38 \times 10^{-23}) = 2{,}47 \times 10^{25} \text{ atomes/m}^3.$$

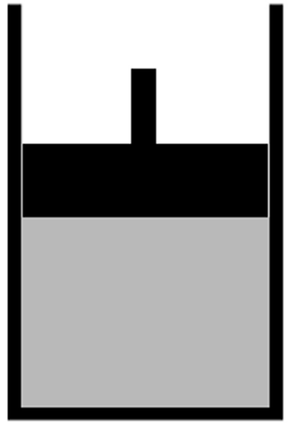
La vitesse d'agitation est :

$$v = \sqrt{3\frac{k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1{,}38 \times 293 \times 6{,}02}{14 \times 10^{-3}}} \approx 720 \text{ m/s !}$$

Changement d'état







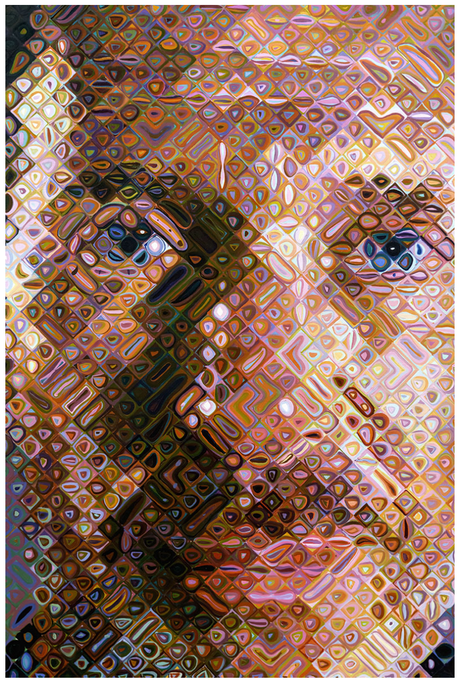
Story board

Matière divisée

Beaucoup de fluides sont des mélanges :

- *dispersions* : particules fines dans un solvant (p. ex. argiles),
- *suspensions* : particules grossières dans un liquide (p. ex. sol saturé),
- *émulsions* : gouttes dans un liquide (p. ex. vinaigrette),
- *mousses* : bulles dans un liquide (p. ex. mousse à raser).

Milieux continus

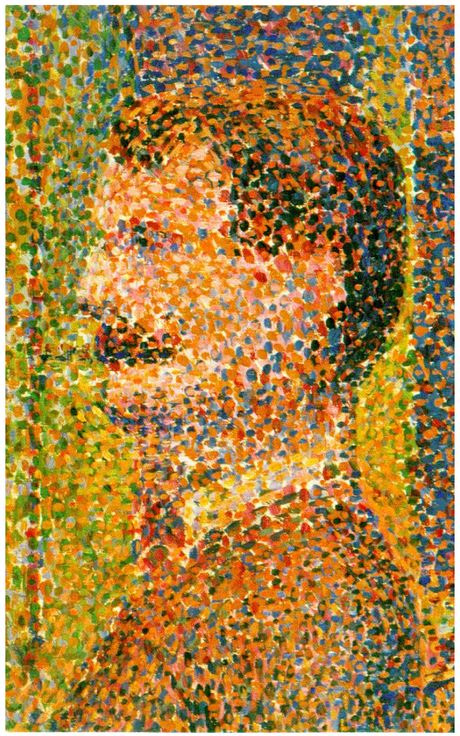


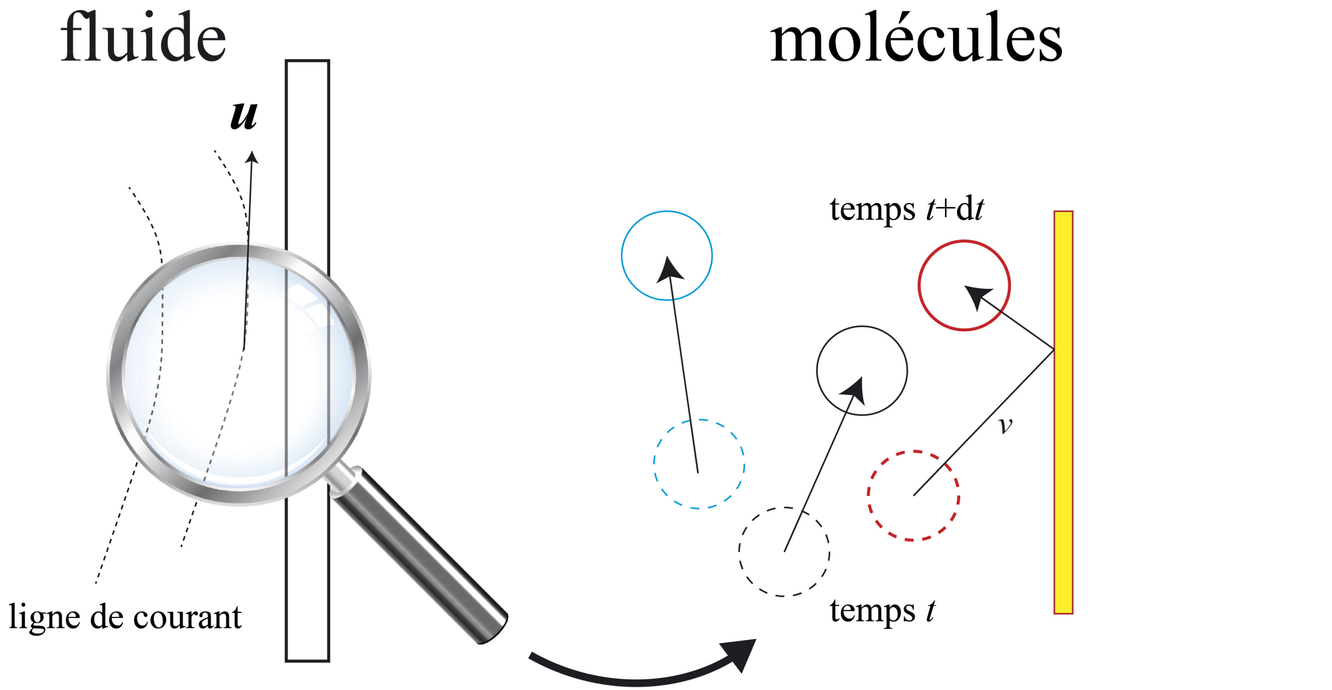
Chuck Close

Les fluides comme des milieux continus :

- matière discrète à l'échelle moléculaire, mais
- milieu continu à l'échelle macroscopique.

Milieux continus



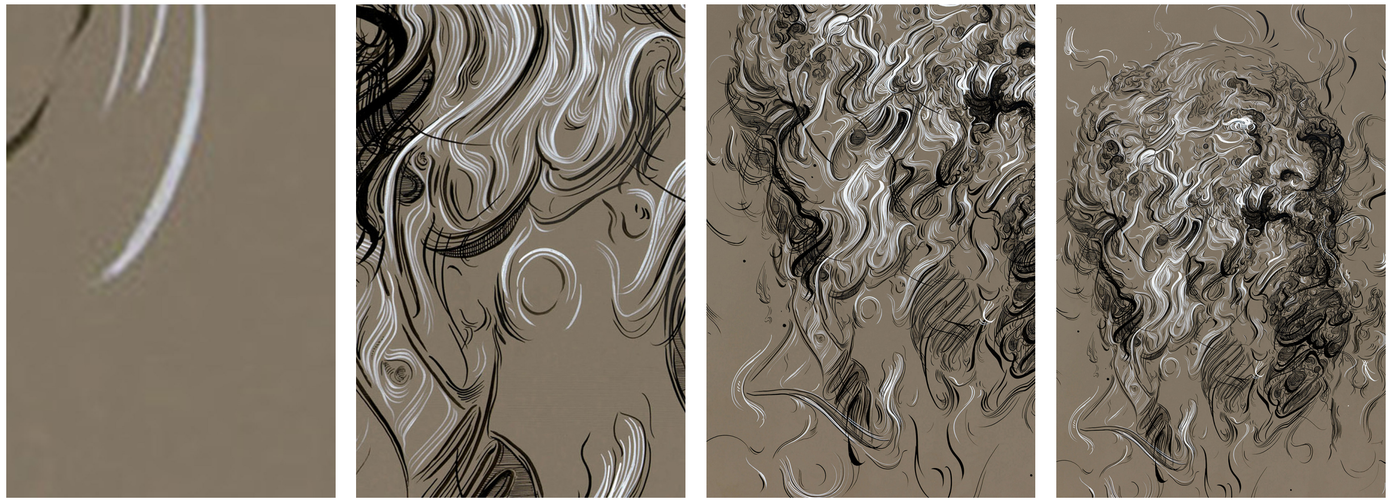


échelle continue
(macroscopique)

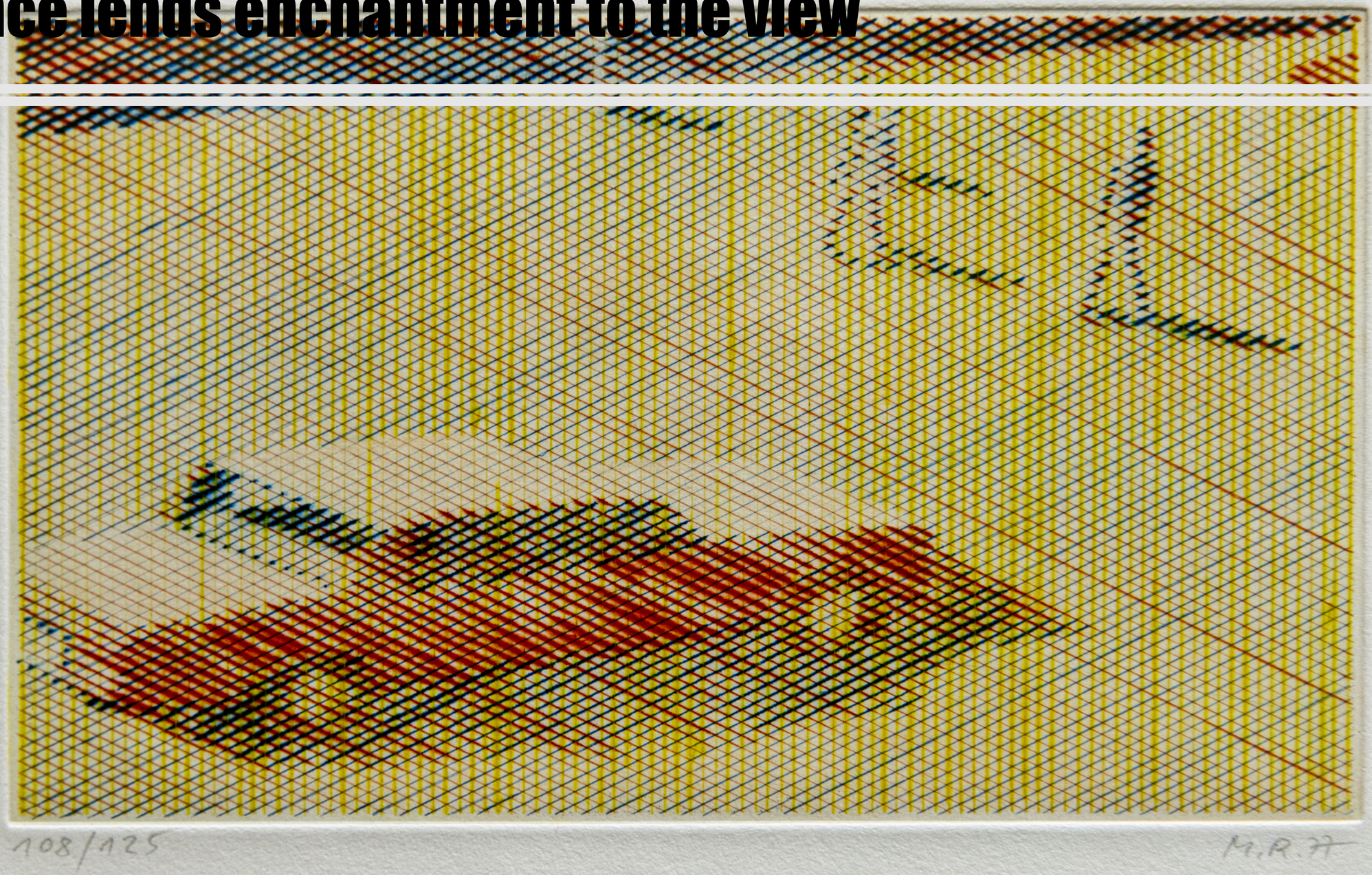
échelle moléculaire
(microscopique)

Échelles

La réponse et le comportement mécanique dépendent des échelles d'observation (de temps et d'espace)



distance lends enchantment to the view



Rhéologie = science de la matière en écoulement

Rhéologie : $\pi\alpha\nu\tau\alpha\ \rho\epsilon\iota$ ou ń tout s'écoule ż

Nombre de Déborah

$$De = \frac{t_r}{t_e},$$

avec :

- t_e durée d'observation,
- t_r temps de relaxation.

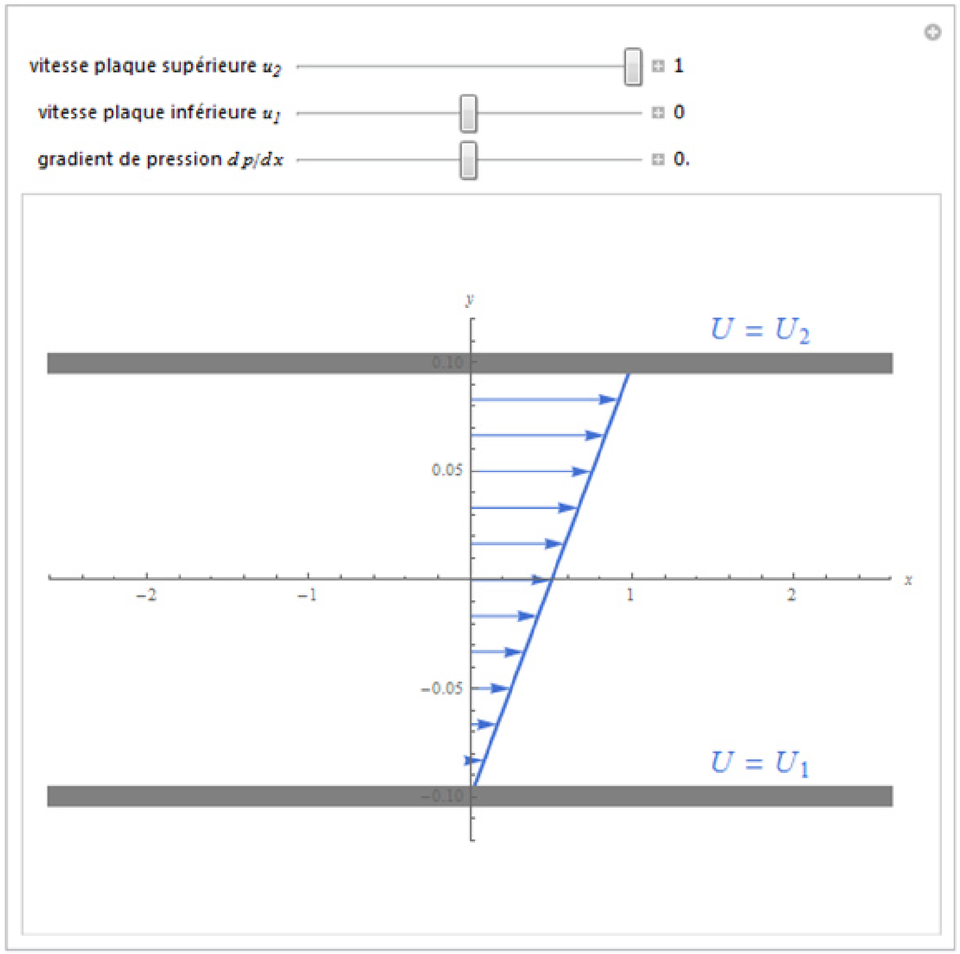
$\rightsquigarrow$ Deux comportements asymptotiques :

- $De \ll 1$ le matériau s'écoule comme un fluide,
- $De \gg 1$ le matériau se comporte comme un solide.

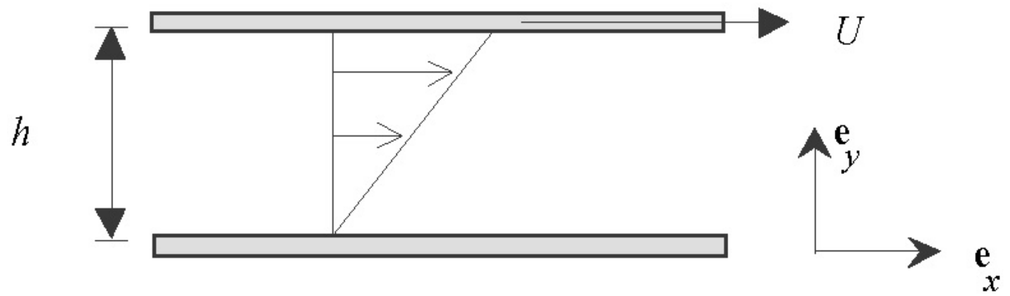
Story board

Expérience de Newton

Expérience de Newton (1687) avec de la mélasse



Loi des fluides newtoniens



Avec son expérience (1687), Newton observe deux choses :

- il se produit une force de résistance du fluide contre cette action de cisaillement ;
- cette force est proportionnelle au taux de cisaillement, ici U/h [1/s].

La contrainte de cisaillement s'écrit

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = \mu \dot{\gamma},$$

avec $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement (ici $\dot{\gamma} = U/h = \mathrm{d}u/\mathrm{d}y$)

Viscosité newtonienne

À retenir que l'unité de la viscosité dynamique est le Pa·s. Auparavant on employait le poiseuille (1 Po = 1 Pa·s) ou le poise (le plus souvent le centipoise) : 1 Pa·s = 10 Po = 100 cPo. Pour la viscosité cinématique $\nu = \mu/\varrho$, on emploie le m^2/s ; certains ont recours au stokes (St) 1 St = 1 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{s} = 10^{-4}$ m^2/s et 1 cSt = 1 $\mathrm{mm}^2/\mathrm{s} = 10^{-6}$ m^2/s.

Quelques valeurs de viscosité à $T = 20 - 30$ °C :

	ϱ	μ	ν
	$\mathrm{kg/m^3}$	Pa·s	$\mathrm{m^2/s}$
eau	1000	10^{-3}	10^{-6}
air	$1{,}17$	2×10^{-5}	$1{,}6 \times 10^{-5}$

Valeurs usuelles de viscosité

Quelques valeurs de viscosité de matériaux familiers à température ordinaire :

	μ (Pa·s)
air	2×10^{-5}
eau	10^{-3}
huile d'olive	$0{,}1$
miel	$1 - 10$
sirop d'érable	100
bitume, poix	$10^{6} - 10^{8}$

Expérience de Parnell

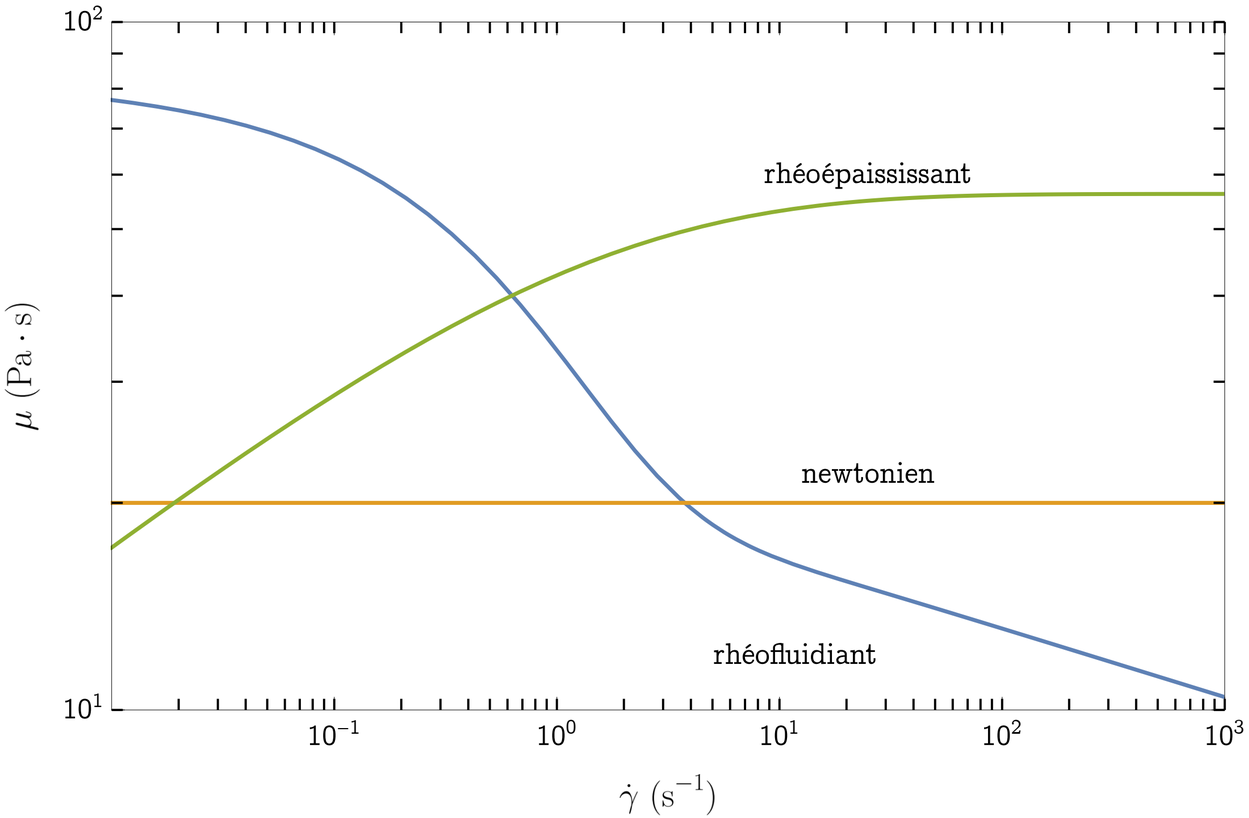
Expérience commencée en 1927 par l'Australien Thomas Parnell avec de la poix. Première goutte observée en 1938, l neuvième en 2014 !

Source : thetenthwatch.com (vidéo en direct)

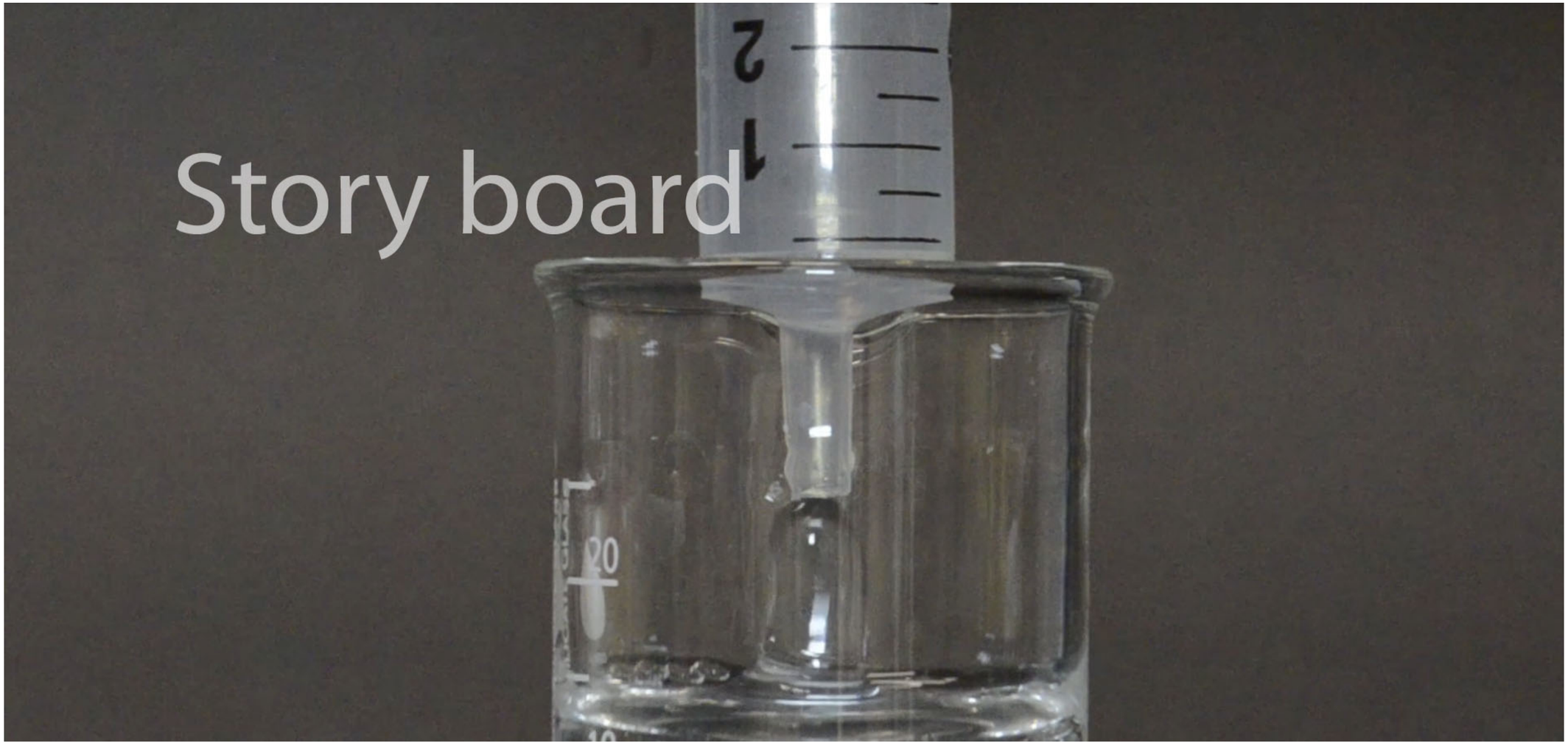
Edgeworth *et al.*, The pitch drop experiment, *European Journal of Physics*, **5**, 198-200, 1984.

Story board

Rhéogramme : loi contrainte-gradient de vitesse



- fluide newtonien : viscosité constante ;
- fluide non newtonien : viscosité non constante.


Story board

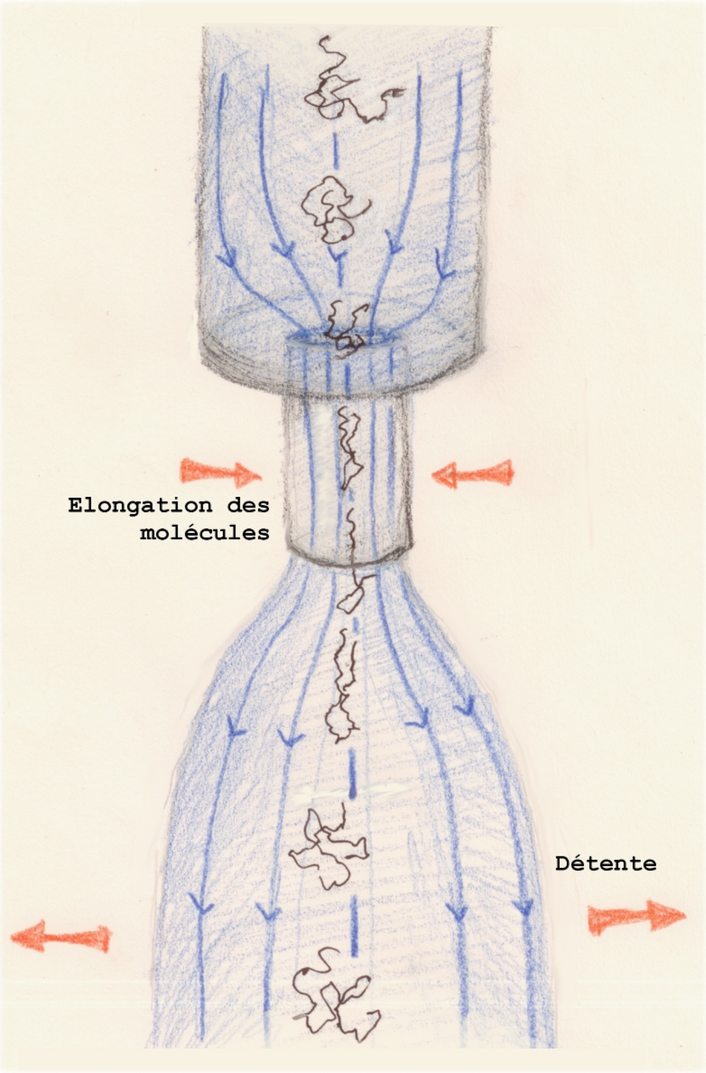
Story board

Comportement newtonien: Glycérol
Comportement non-newtonien: Carbopol sol.
Story board

Story board

Newtonien
Non-Newtonien
Story board

Explication



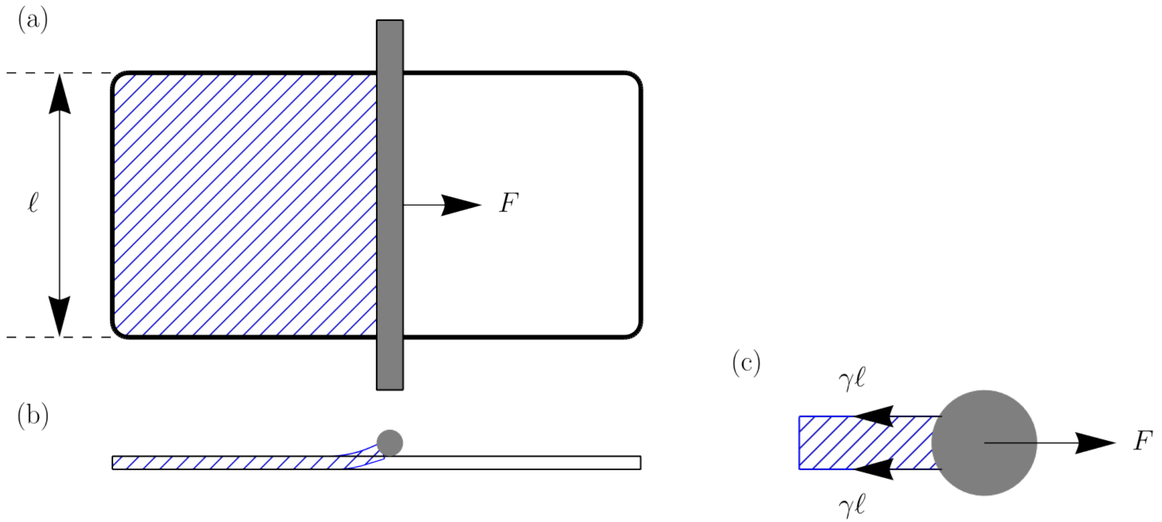
Tension de surface

Les liquides ont des caractéristiques remarquables

- ils ont une *surface libre* nette ;
- ils forment un volume bien défini comme si une force de cohésion maintenait les molécules entre elles.

À l'interface entre deux fluides, il existe des interactions moléculaires en général de répulsion : les milieux n'étant pas miscibles, il existe une force à la surface de contact qui permet de séparer les deux fluides et éviter leur imbrication ou leur mélange. On appelle *tension de surface* ou *tension capillaire* cette force surfacique permettant de maintenir deux fluides en contact le long d'une interface commune. On la note γ ; γ a la dimension [Pa·m]. On l'exprime parfois aussi comme une énergie par unité de surface [$\mathrm{J/m^2}$].

Traction d'une barre

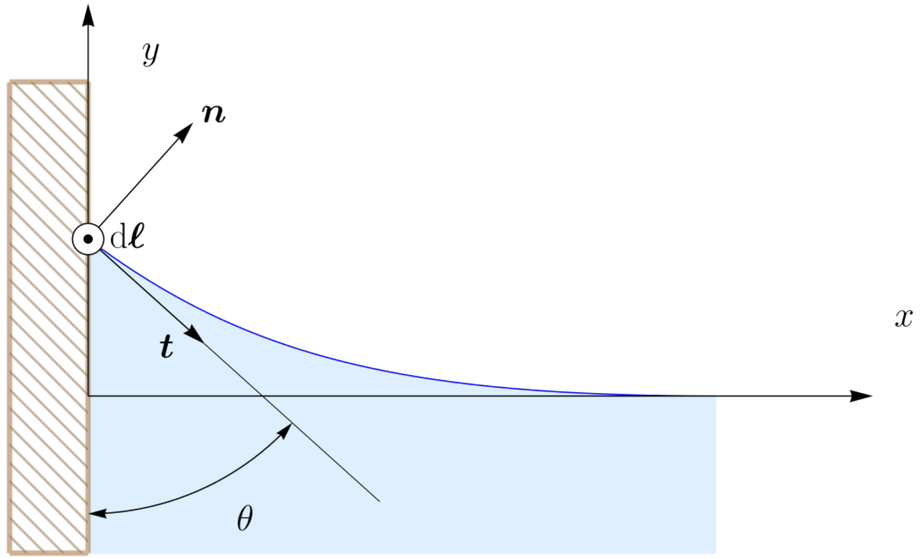


Considérons un cadre métallique surmonté d'une barre mobile. On plonge l'ensemble dans de l'eau savonneuse (la même solution qui sert à faire des bulles de savon), puis on le retire. On constate que la barre roule immédiatement vers la gauche. Il faut exercer une force

$$F = 2\gamma\ell,$$

pour immobiliser la barre. Le facteur 2 correspond aux deux interfaces liquide/air de part et d'autre du cadre.

Traction d'une barre : généralisation



La force résultant de la tension de surface sur tout élément de longueur $\mathrm{d}\boldsymbol{\ell}$ de la surface libre orientée par la normale $\boldsymbol{n}$ est

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = \gamma \boldsymbol{n} \times \mathrm{d}\boldsymbol{\ell}. \tag{1}$$

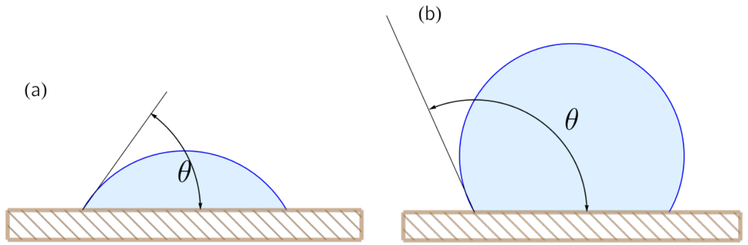
Si on prend par une surface solide en contact statique avec un liquide, on trouve

$$\boldsymbol{F} = \ell\gamma\boldsymbol{t} = \ell\gamma \begin{pmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

On appelle θ l'angle de contact.

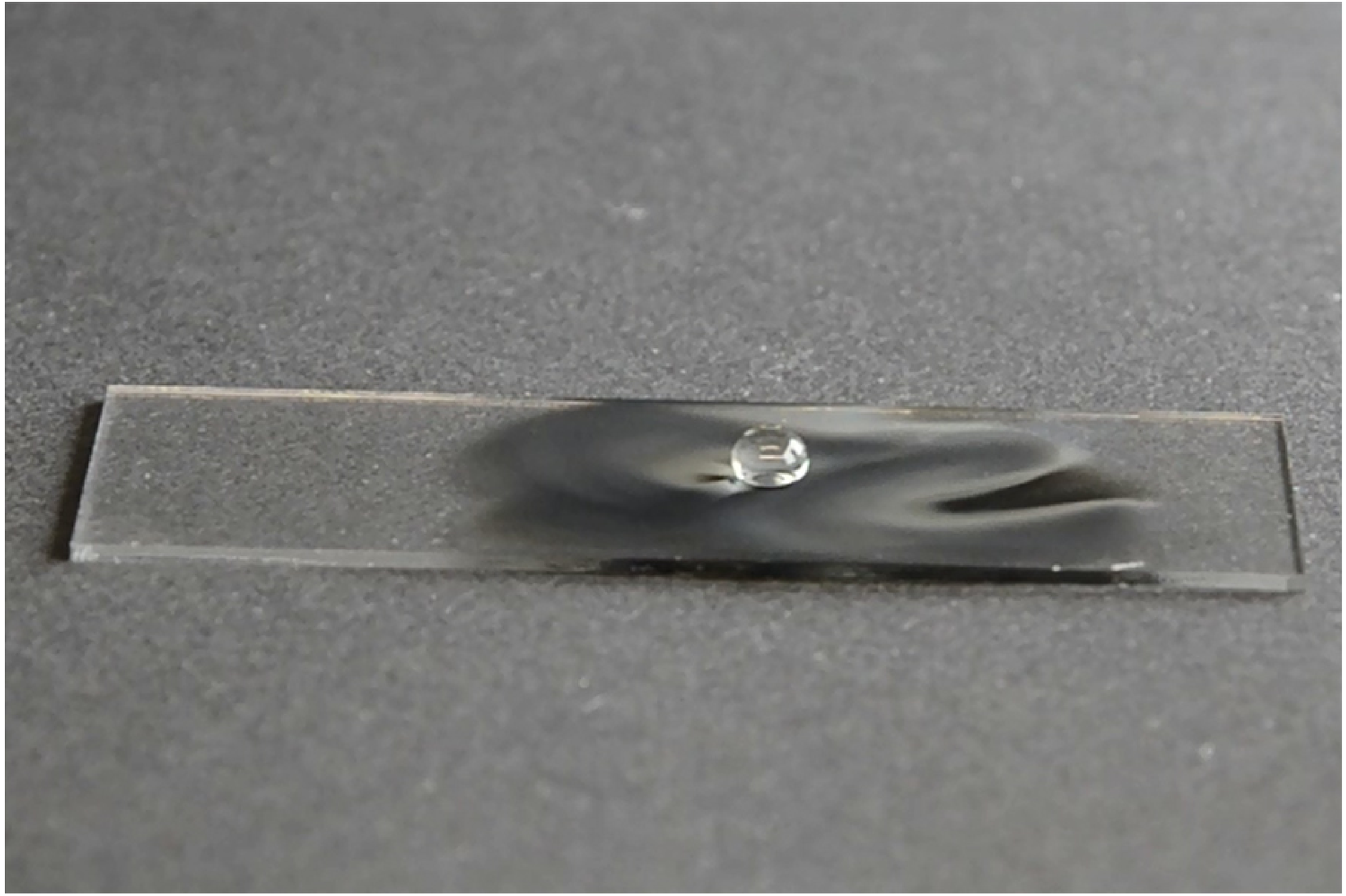
00:09
Play

Liquide mouillant

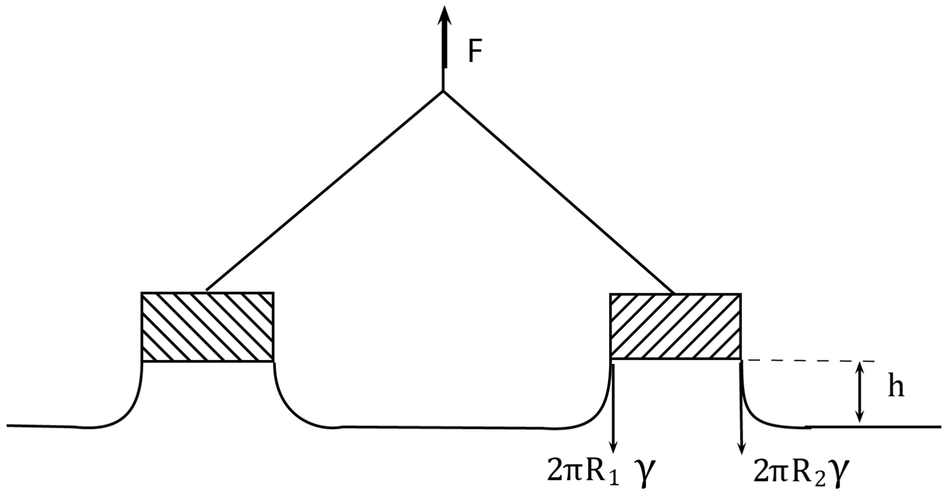


Goutte sur une surface solide dans le cas d'un fluide au repos (a) mouillant ($\theta < \pi/2$) et (b) non mouillant ($\theta > \pi/2$).

Pour un triplet (solide, liquide, gaz), l'angle de contact θ est une constante matérielle.
le fluide est *mouillant* s'il est attiré par le solide : une goutte d'eau a ainsi le plus souvent le caractère d'un fluide mouillant.



Mesure de la tension de surface



Principe du tensiomètre de Noüy

Un tensiomètre de Noüy sert à mesurer la tension de surface. Si le rayon intérieur est R_1, le rayon extérieur R_2, l'épaisseur de l'anneau e, cette force s'écrit

$$F = 2\pi\gamma(R_1 + R_2) + \rho g e \pi (R_2^2 - R_1^2),$$

avec le second terme correspondant au poids de l'anneau. En général ce poids est très faible et $R_2 - R_1 \ll R = \frac{1}{2}(R_2 + R_1)$ de telle sorte qu'on peut écrire :

$$F \approx 4\pi R\gamma.$$

Loi de Laplace

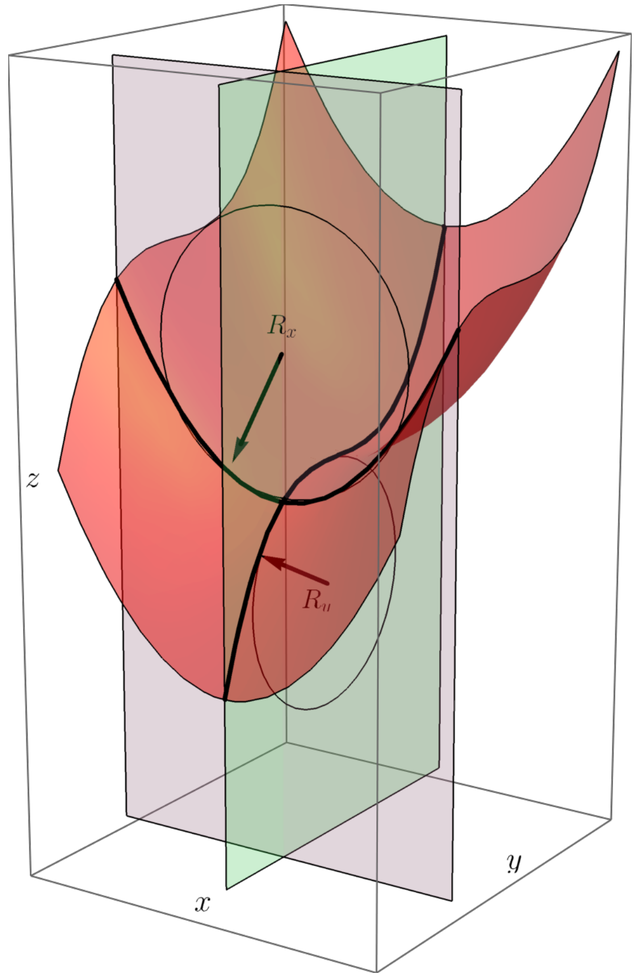
Considérons une goutte de rayon R d'un fluide au repos immergée dans un autre fluide au repos. La pression dans la goutte est p_i ; celle dans le fluide extérieur est p_e. La goutte est à l'équilibre si le travail des forces de surface est contrebalancé par le travail des forces de pression :

- travail élémentaire des forces δW_p de pression (force de volume) : pression $\times$ incrément de volume $= -\Delta p \times \mathrm{d}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$, avec $\Delta p = p_i - p_e$;
- travail élémentaire des forces W_t de tension (force de surface) : tension $\gamma \times$ incrément de surface$= \gamma \times \mathrm{d}\left(4\pi R^2\right)$.

On doit avoir $\delta W_p + \delta W_t = 0$. En différentiant, puis en simplifiant, on trouve :

$$\boxed{\Delta p = p_i - p_e = \frac{2\gamma}{R}.}$$

Loi de Laplace-Young



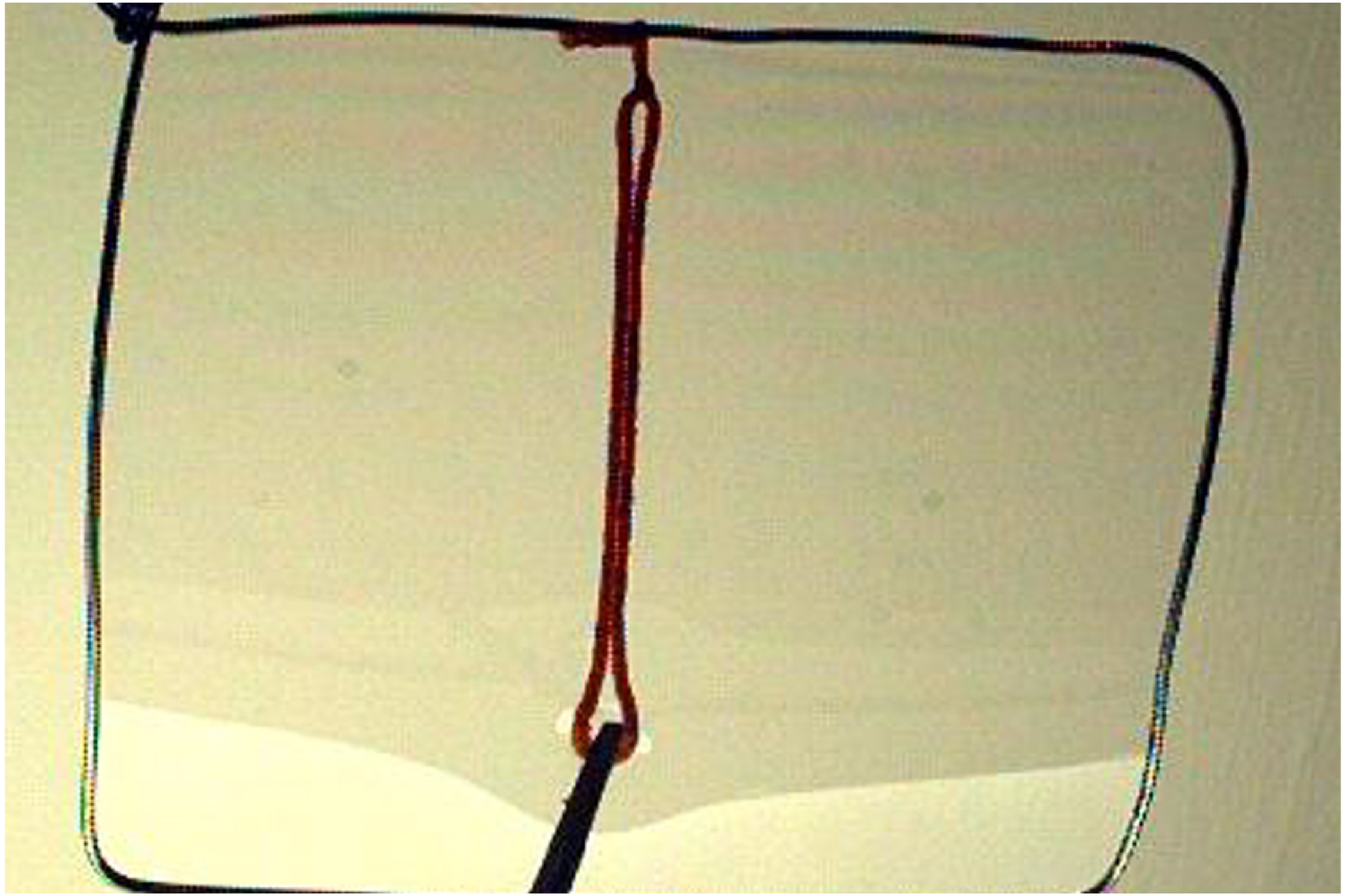
En mathématiques, définition du rayon de courbure de $z = f(x,y)$

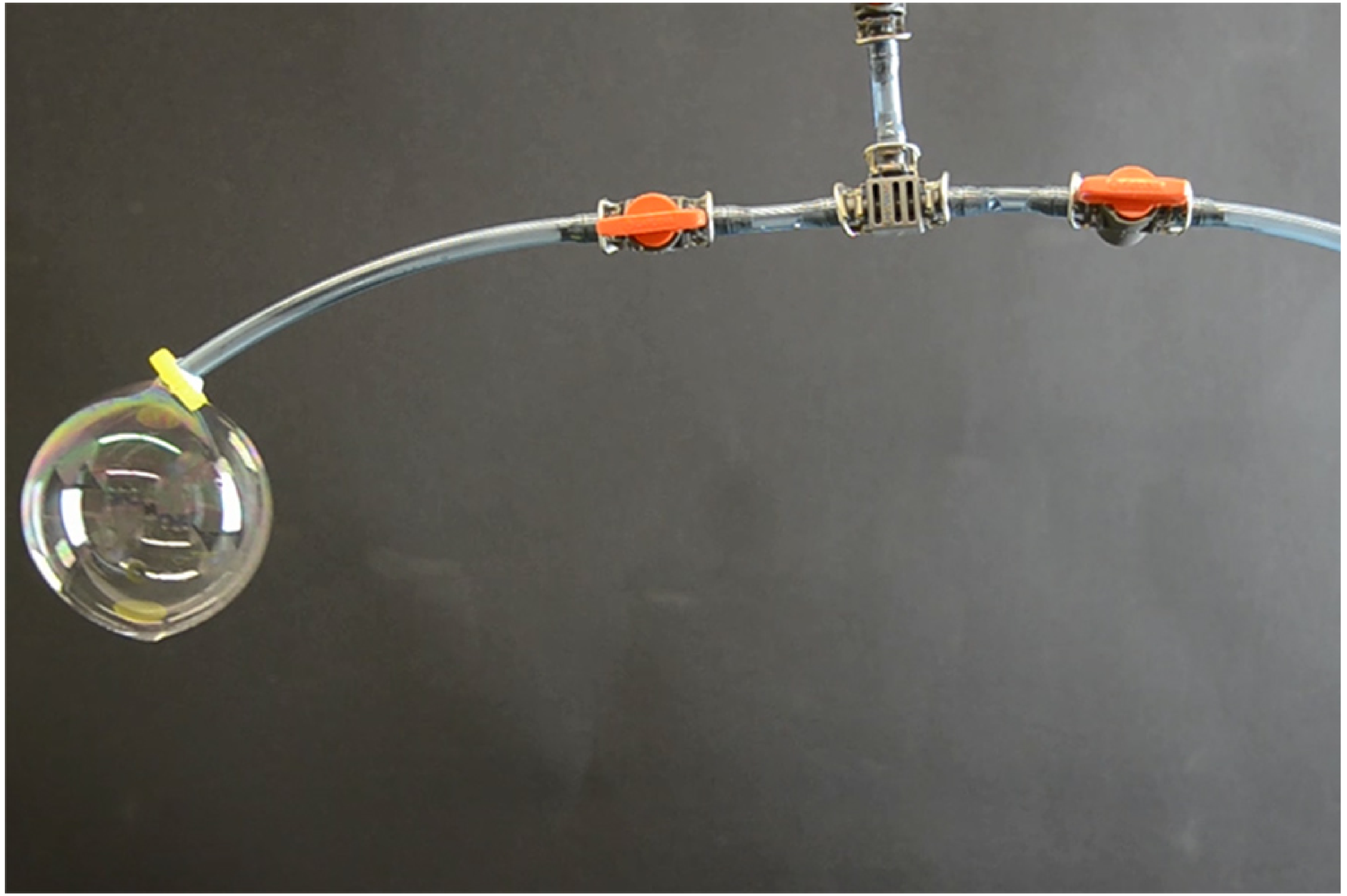
$$R_x = \frac{(1 + (\partial_x f)^2)^{3/2}}{\partial_{xx} f}.$$

Généralisation à des surfaces quelconques

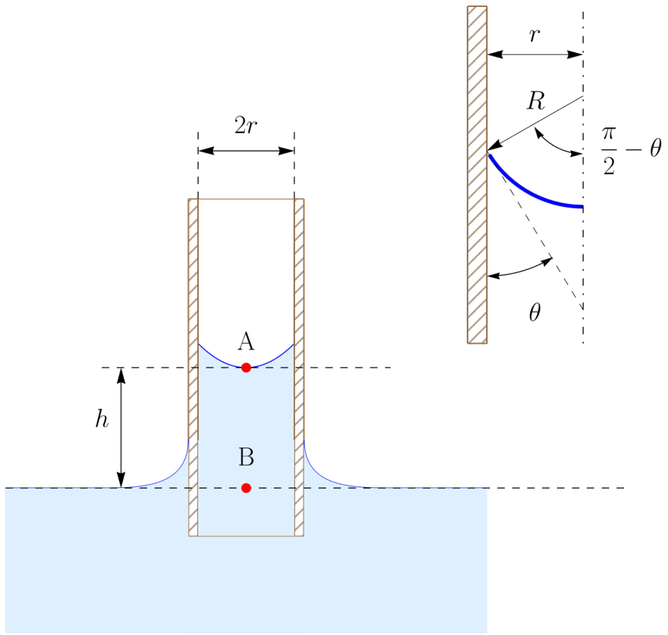
$$\Delta p = p_i - p_e = \gamma \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \right),$$

avec R_x et R_y les rayons de courbure dans les directions x et y. Attention R_x et R_y sont des grandeurs algébriques et la convexité se définit par rapport à l'espace occupé par le liquide.





Remontée capillaire



Remontée capillaire le long d'un tube cylindrique

Considérons un tube de petites dimensions (rayon $r \ll h$) plongé dans un liquide de masse volumique ϱ. La pression sous l'interface (point A) est

$$P_A = p_a - 2\frac{\gamma}{|R|},$$

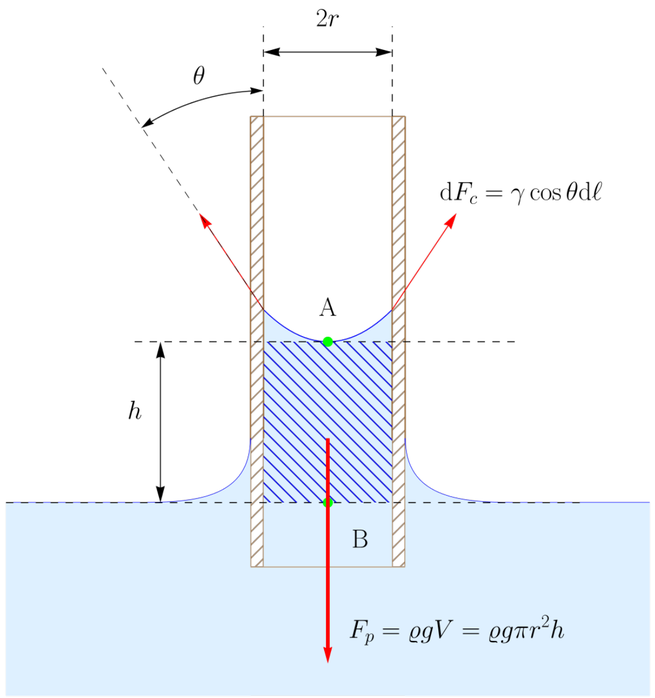
où $|R| = r/\cos\theta$ désigne le rayon de courbure de la surface libre ($R < 0$) et p_a est la pression atmosphérique. Au point B, la pression vaut donc :

$$P_B = P_A + \varrho g h,$$

On en déduit donc la remontée capillaire (*loi de Jurin*)

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\varrho g r}.$$

Remontée capillaire



Remontée capillaire le long d'un tube cylindrique

Plutôt que de démontrer le résultat à l'aide des pressions, on peut faire un bilan des forces sur un volume de contrôle V. Le principe d'action et de réaction nous dit que la force de tension de surface exercée par le verre sur le liquide est

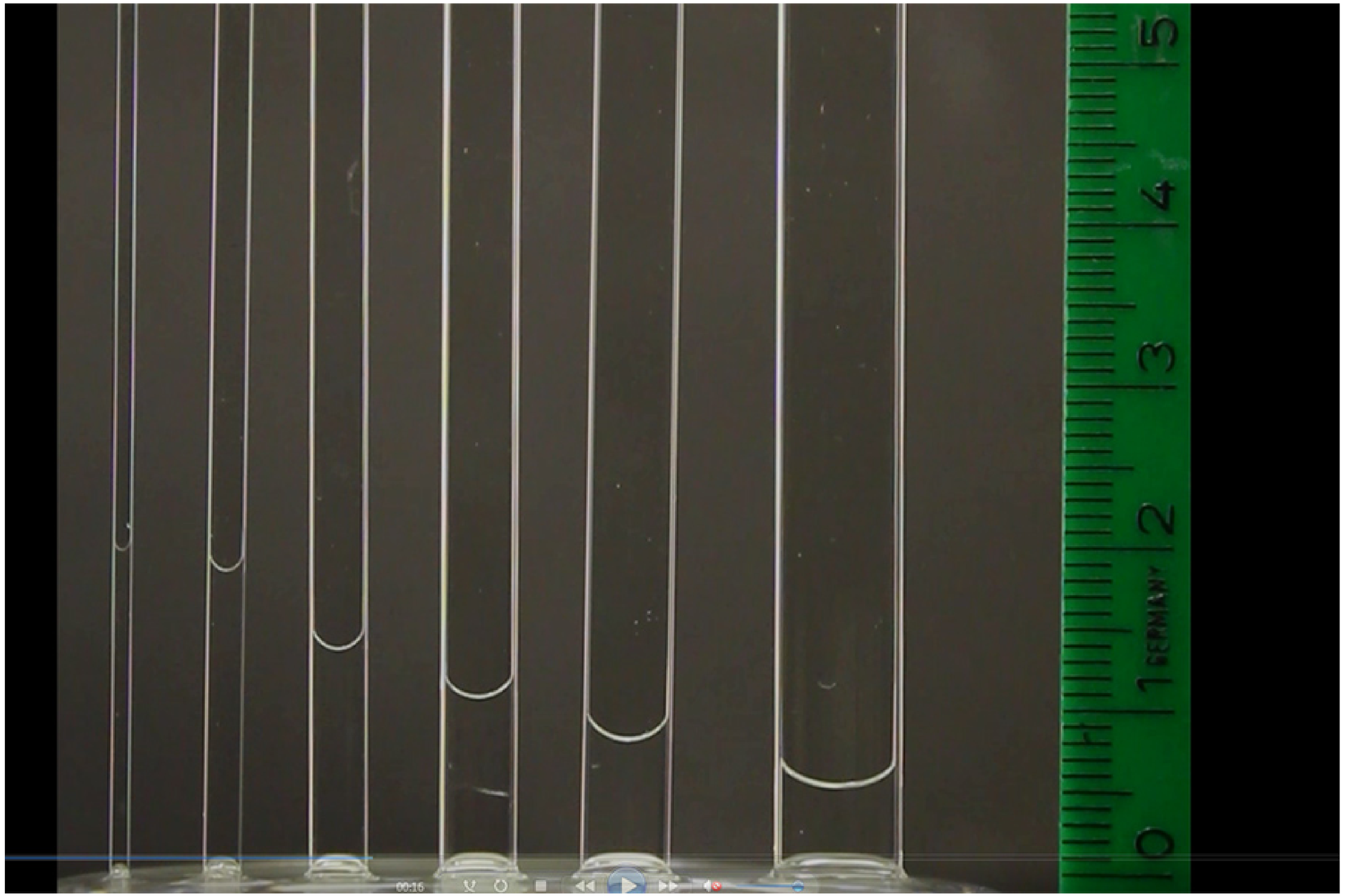
$$\mathrm{d}F_c = \gamma \cos\theta \mathrm{d}\ell \Rightarrow F_c = 2\pi r \gamma \cos\theta.$$

Cette force tire le liquide vers le haut, tandis que la pesanteur exerce une force F_p vers le bas

$$F_p = \varrho g V = \varrho g \pi r^2 h.$$

En égalant les deux forces, on retrouve loi de Jurin

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\varrho g r}.$$


00:15
GERMANY

Réponse au quiz de relaxation

1. On dit qu'un fluide est visqueux quand
   - ~~comme le miel, il colle aux ustensiles quand on veut l'étaler ?~~
   - on veut décrire la facilité avec laquelle on peut le faire couler ?
2. Quand on mesure une température, que fait mesure-t-on à l'échelle moléculaire
   - ~~la conduction de chaleur ?~~
   - l'agitation thermique des molécules ?
3. Quelle est la forme d'une goutte de pluie ?
   - une sphère ?
   - ~~un ellipsoïde ?~~