



Chapitre 5: crues et inondations

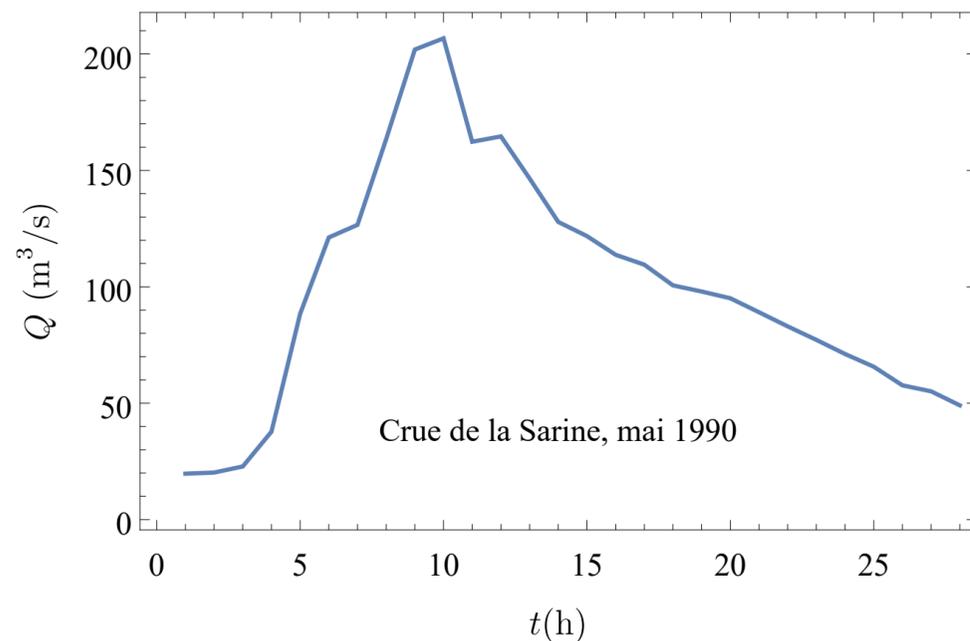
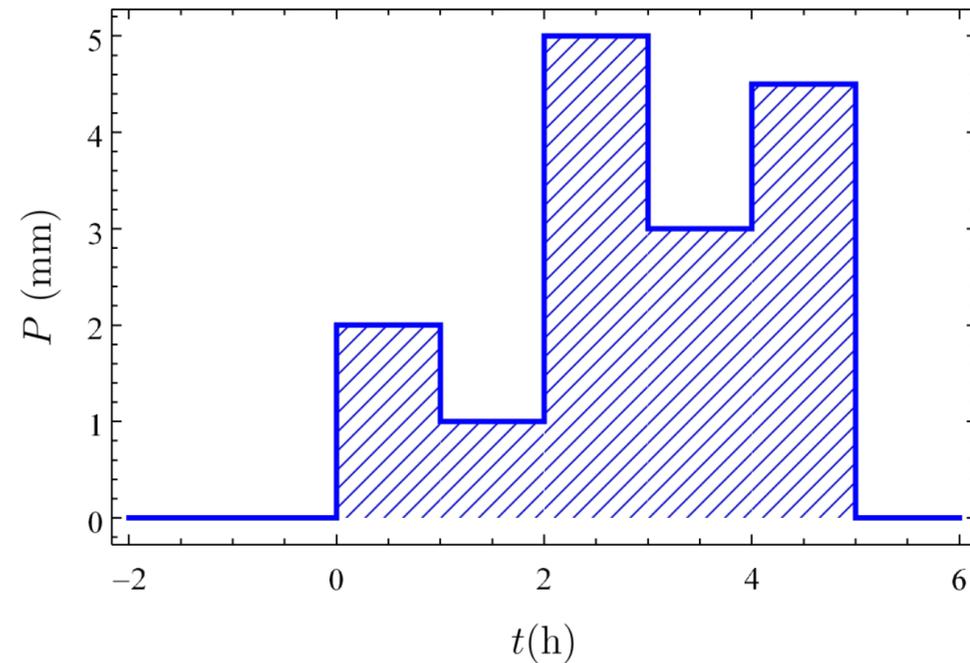
Risques hydrologiques et aménagement du territoire

Christophe Ancey

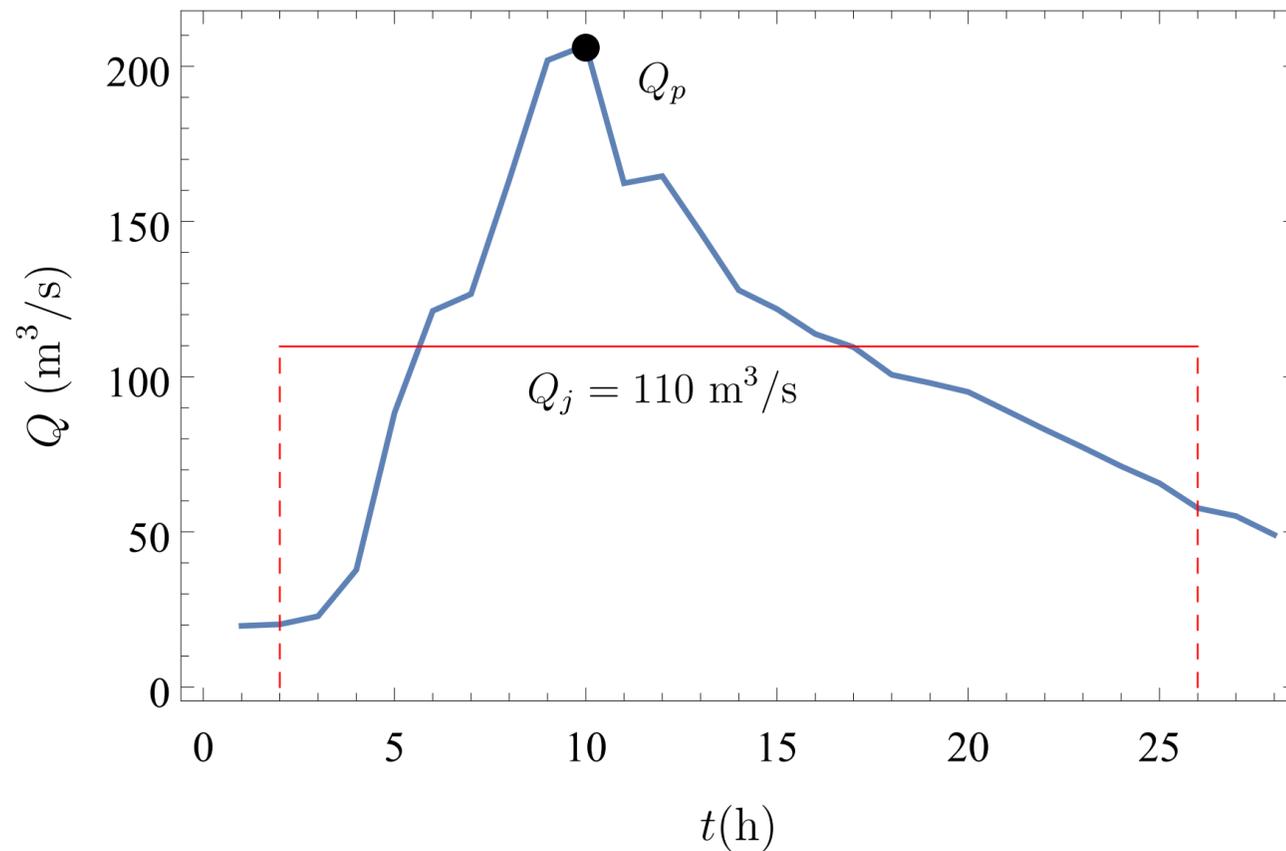
Chapitre 5: crues et inondations



- Définitions
- Formules empiriques utiles
- Origine des crues
- Méthodes par corrélation statistique
- Méthodes statistiques de type Gradex
- Modèles de transformation pluie-débit



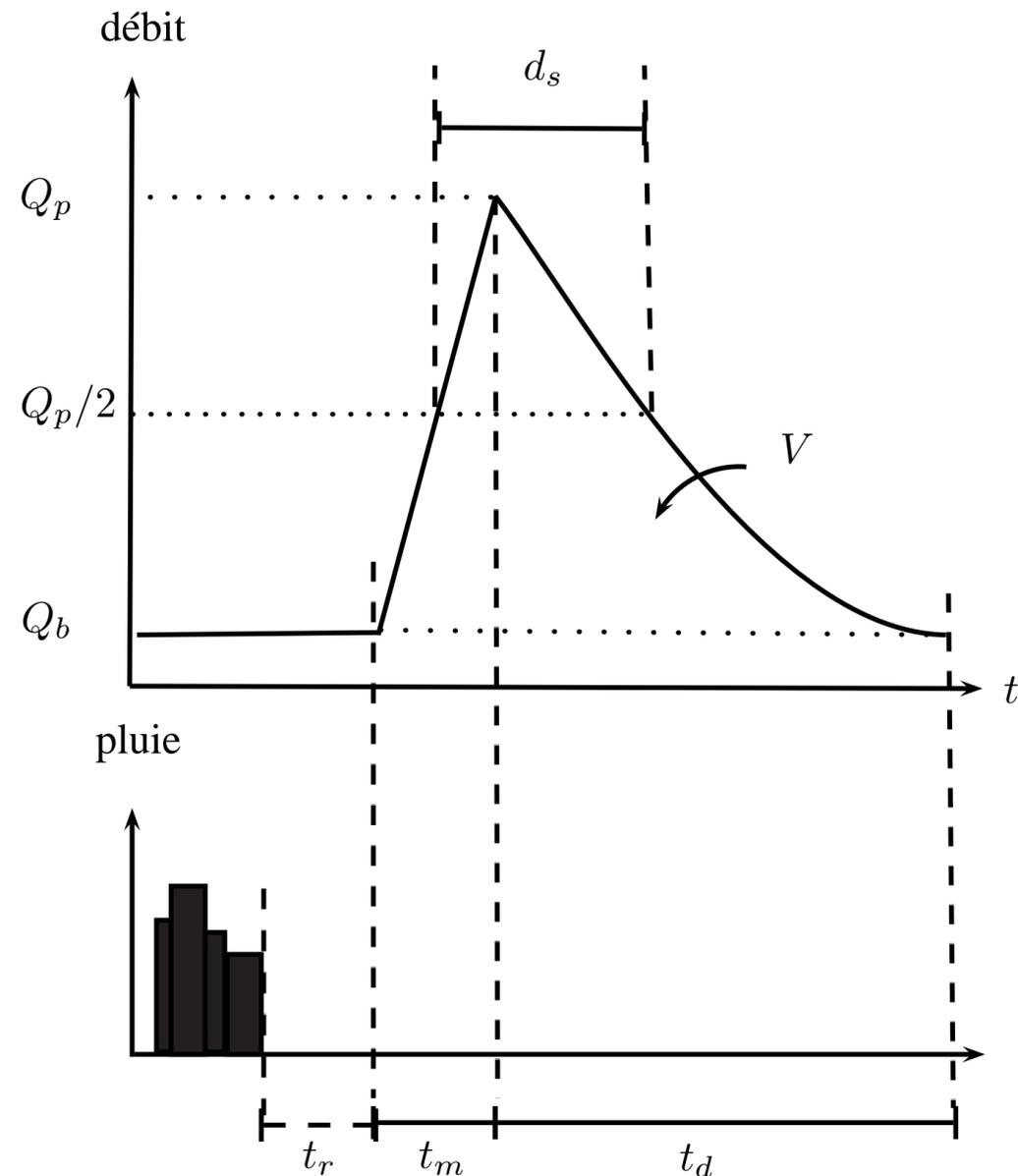
- Hyetogramme : représentation de l'intensité de la pluie tombée en fonction du temps sous forme d'histogramme
- Hydrogramme : représentation du débit sur un pas de temps donné (10 min, 1 h, 24 h). La donnée brute (histogramme) est souvent représentée sous la forme d'une courbe continue



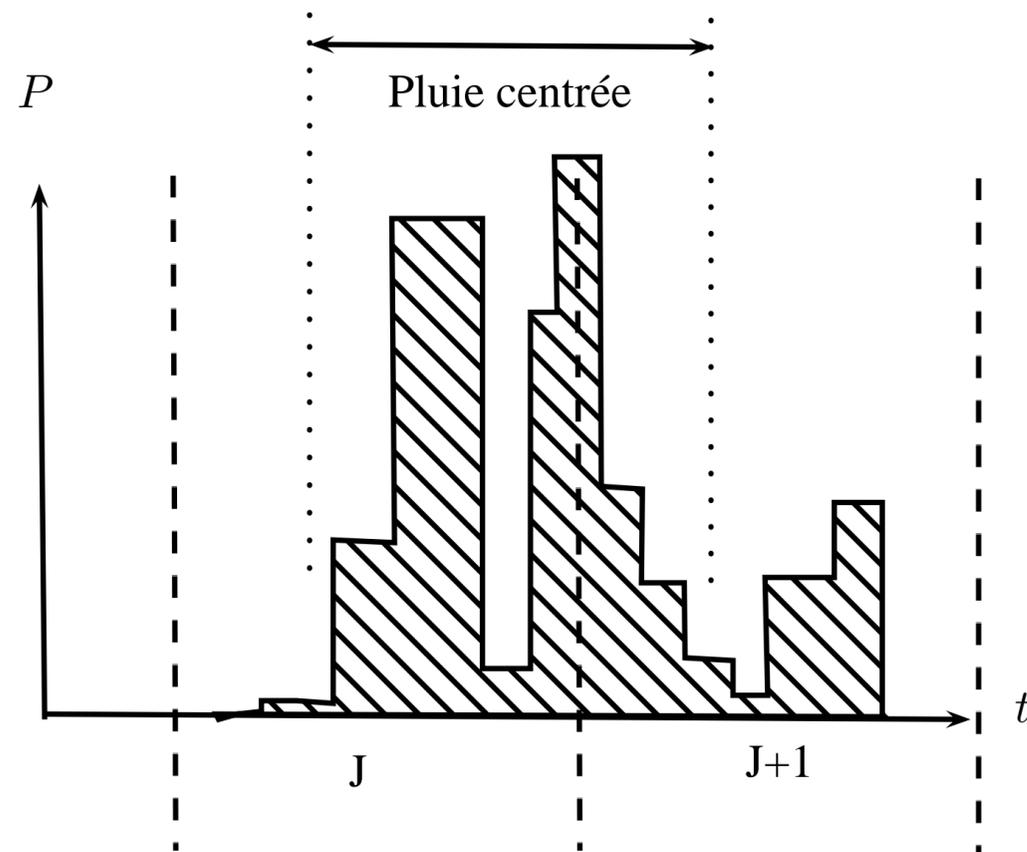
- Débit de pointe : valeur maximale du débit. Le débit de pointe est un débit instantané, qui est difficile à estimer si l'on dispose de chroniques de débits avec des pas de journaliers. Il est parfois possible de déterminer le débit de pointe instantané Q_p à partir du débit moyen journalier Q_j à l'aide du *coefficient de pointe* :

$$Q_p = rQ_j \text{ avec } r = 1 + \left(\frac{2,66}{S}\right)^{0,3}$$

Définitions (3)



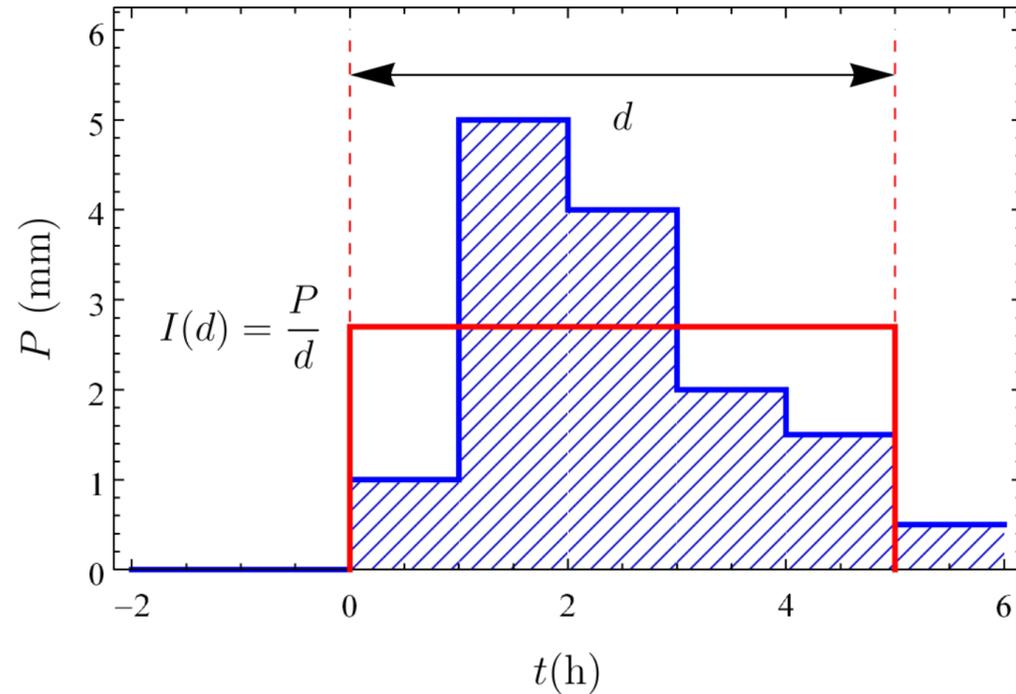
- *Temps de montée*: temps entre le débit avant la crue (débit de base) et le débit de pointe.
- *Temps de réponse*: temps entre la fin de la pluie et le débit de pointe.
- *Temps de concentration*: temps que mettrait une goutte entre le moment où elle tombe et le moment où elle franchit les limites du bassin-versant après avoir rejoint le cours d'eau.
- *Durée spécifique d_s* : temps durant lequel le débit instantané est supérieur à un seuil $s = \frac{1}{2}Q_p$.



- *Pluie non centrée* : les mesures sont réalisées à pas de temps fixe.
- *Pluie centrée* : mesure sur une durée « glissante » de durée d .
- Les pluies centrées sont supérieures aux pluies non centrées . Relation linéaire stable entre les pluies de n jours centrées et celles non centrées :

$$P_c = \alpha_n P_{nc},$$

avec $\alpha_n = (1 - 1/(8n))^{-1}$ le *coefficient de Weiss* (pour $n = 1$, $\alpha_1 = 1,14$).



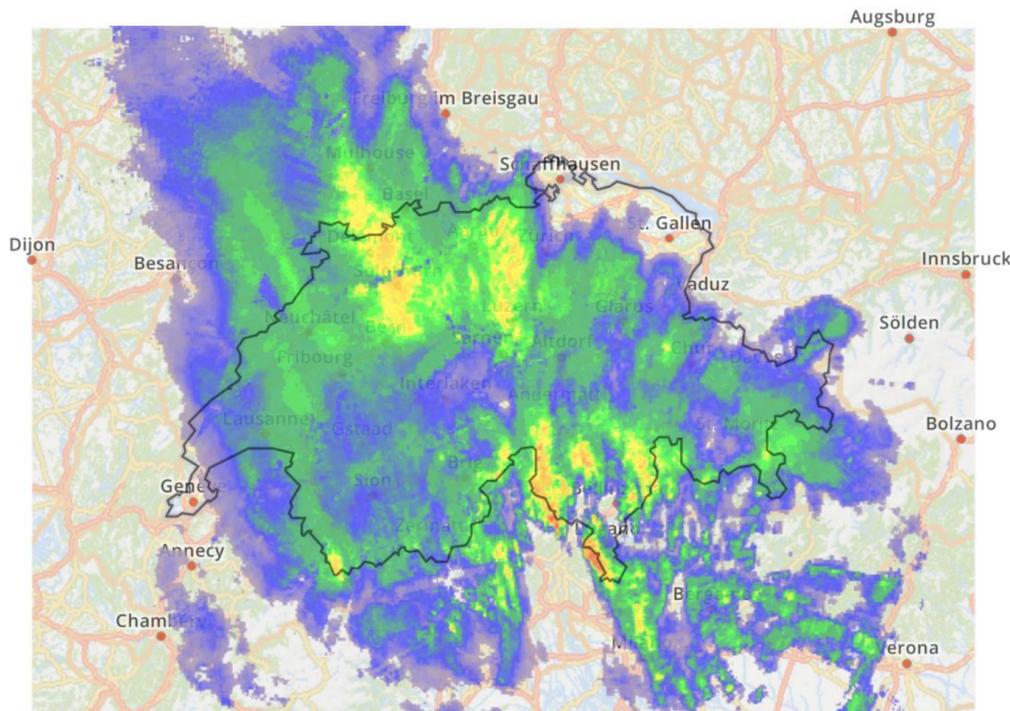
- Intensité de la pluie : valeur moyenne de la pluie P tombée sur une durée d

$$I(d) = \frac{P}{d}$$

Elle est exprimée usuellement en mm/h.

- dans des modèles théoriques, on peut employer une pluie instantanée

$$I(t) = \frac{dP}{dt}$$



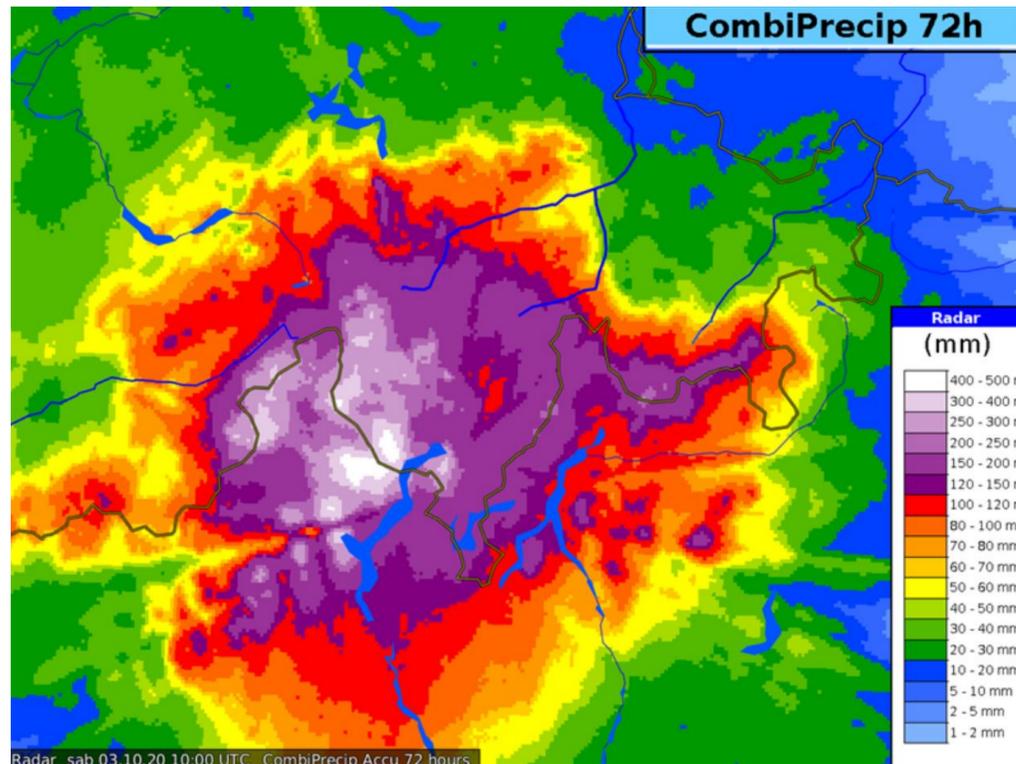
- *Coefficient d'abattement*: rapport k_a entre la lame d'eau précipitée P_{BV} sur tout un bassin-versant et la mesure locale de la pluie P

$$k_a = \frac{P_{BV}}{P}.$$

En général :

- $k_a \sim 0,8 - 1$ pour $S < 5 \text{ km}^2$ ($k_a > 1$ parfois pour les tout petits BV)
- $k_a < 0,5$ pour $S > 100 \text{ km}^2$.
- Formule Socose (S en km^2 et d en h)

$$k_a = \left(1 + \frac{\sqrt{S}}{30\sqrt[3]{d}} \right)^{-1},$$



- *Coefficient d'épicentrage*: rapport k_e entre la pluie maximale en un point (épicentre) P_{ep} et un point du BV P à une distance r

$$k_e(r) = \frac{P_{ep}}{P}.$$

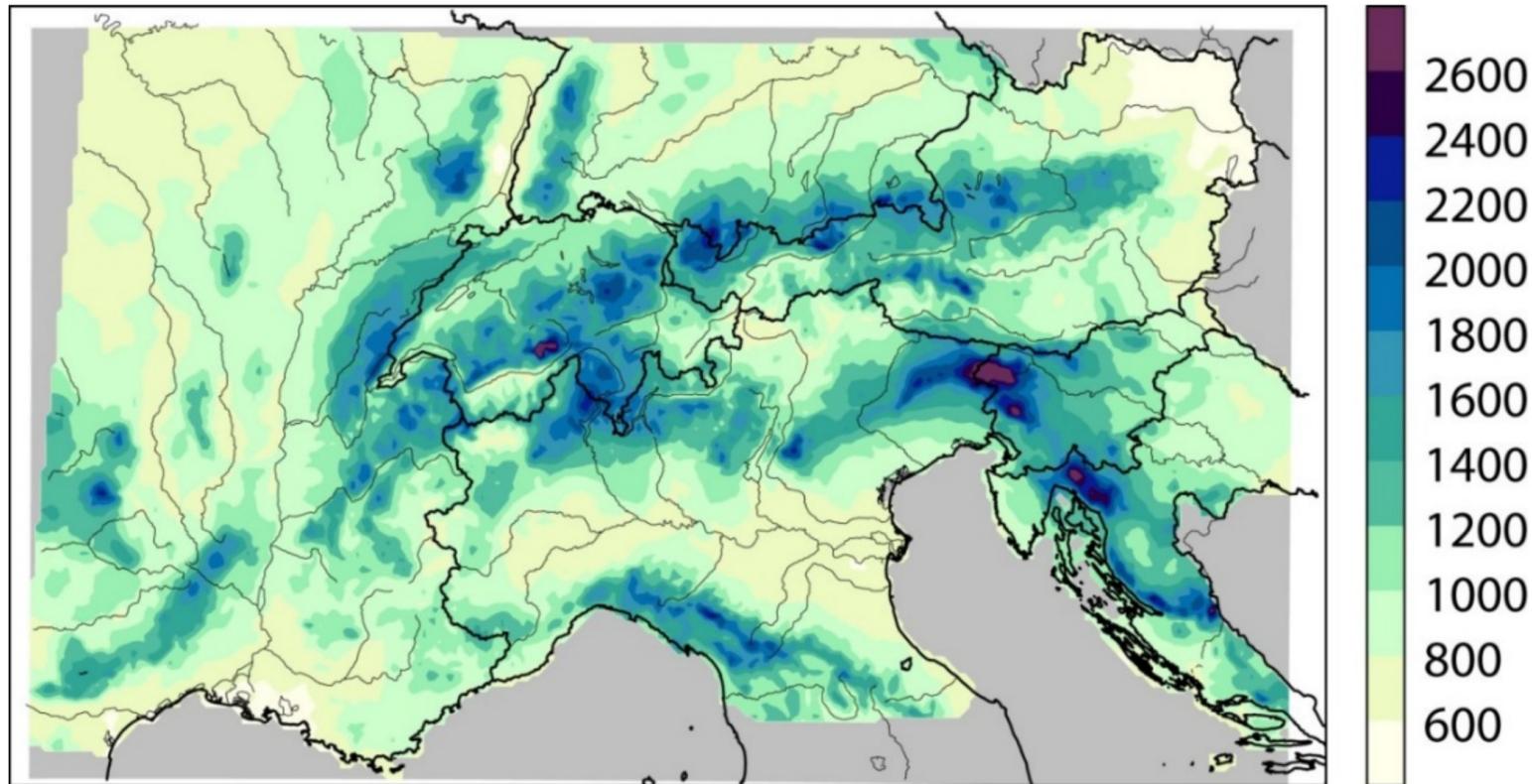
- Formule empirique pour la région parisienne

$$k_e = 1 + \left(0,03 + 0,026 \ln T + 0,32e^{d/20} \right) \ln(1 + S),$$

avec d la durée de la pluie en h , S la surface du bassin-versant en km^2 , et T la période de retour en années.

Effet de l'altitude sur la pluie

Cumul annuel de précipitation

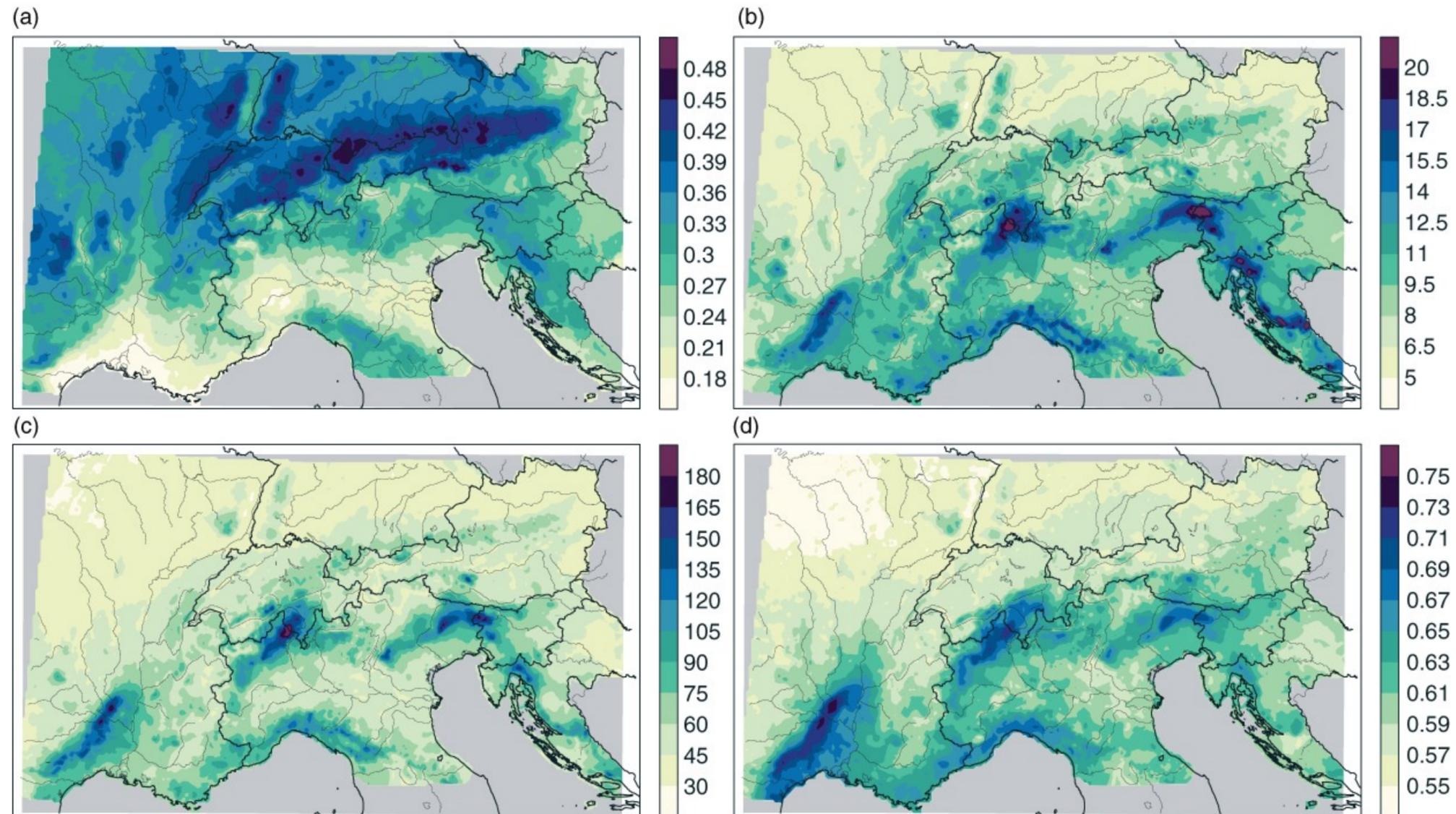


Il y a plus de précipitations sur les zones d'altitude, le relief et la proximité avec la mer Méditerranéenne jouent un rôle primordial.

Facteurs influents :

- la position du relief par rapport aux océans et leur orientation générale par rapport aux flux
- les conditions météorologiques à l'échelle synoptique
- les conditions météorologiques à une échelle locale

Effet de l'altitude sur la pluie (2)



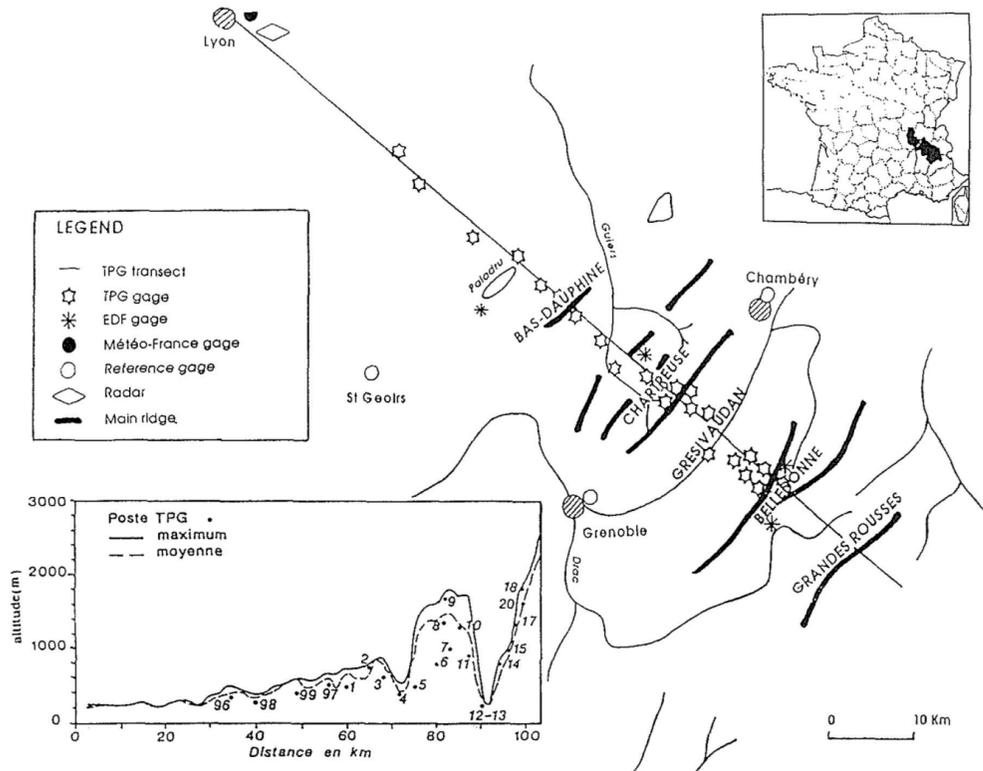
(a) proportion de journées humides (en %), (b) précipitation moyenne en mm les jours humides, (c) moyenne en mm du maximum annuel de la pluie journalière, (d) fraction de précipitations entre modérées et fortes intensités.

Isotta *et al.*, The climate of daily precipitation in the Alps: development and analysis of a high-resolution grid dataset from pan-Alpine rain-gauge data, *International Journal of Climatology*, 34 (5), 1657-1675, 2014.

Quelques tendances sur la relation entre pluie et altitude :

- pour les longs pas de temps ($d > 1$ j), les précipitations augmentent avec l'altitude. Le gradient hypsométrique est généralement dans la fourchette 23–60 mm/100 m (moyenne autour des 30 mm/100 m) ;
- dans des régions de collines ou des montagnes à faible pente, les pluies peuvent diminuer avec l'altitude surtout aux petits pas de temps. Il y a alors souvent une altitude limite au-dessus de laquelle les précipitations diminuent ;
- pour les petits pas de temps (pluie de quelques heures), le gradient hypsométrique est faible quand il existe ($\pm 0,5 - 5$ mm par tranche d'altitude de 100 m pour la pluie horaire). Il est alors possible d'utiliser un poste en fond de vallée pour estimer les pluies de faible durée en altitude.

Effet de l'altitude sur la pluie (4)



station	altitude m	mode μ mm/h ^{b-1}	gradex σ mm/h ^{b-1}	coefficient de Montana b	P mm
<i>Bas Dauphiné</i>					
Ruy	395	16,84	4,74	0,567	85
Cessieu	320	24,45	7,34	0,662	93
Paladru	494	21,31	5,87	0,651	82
Panissage	395	18,75	5,06	0,619	80
Massieu	470	21,71	6,36	0,677	78
La Boutière	750	21,98	5,88	0,635	89
Les Vernays	600	20,46	5,54	0,613	89
Saint-Laurent-du-Pont	410	27,63	7,91	0,746	80
<i>Chartreuse</i>					
Orcière	500	23,81	5,77	0,580	112
La Diat	800	22,59	5,41	0,545	119
Les Essarts	1350	19,89	4,67	0,567	97
Perquelin	1000	20,56	5,25	0,581	98
La Scia	1700	20,71	5,57	0,627	86
Saint-Michel-du-Touvét	1300	23,63	6,06	0,621	99
Saint-Bernard-du-Touvét	910	19,54	5,00	0,582	93
<i>Grésivaudan</i>					
Lumbin	230	16,95	4,58	0,617	73
Frogès	230	19,63	5,21	0,610	86
<i>Belledonne</i>					
Goncelin	780	21,3	5,88	0,685	74
Les Bertès	940	20,59	5,53	0,622	87
Pipay	1350	21,98	5,64	0,618	93
Praoutel	1580	18,13	6,01	0,628	79
Haut de Pipay	1820	22,36	6,10	0,595	103
Chalet des Fanges	1270	28,5	7,13	0,635	114

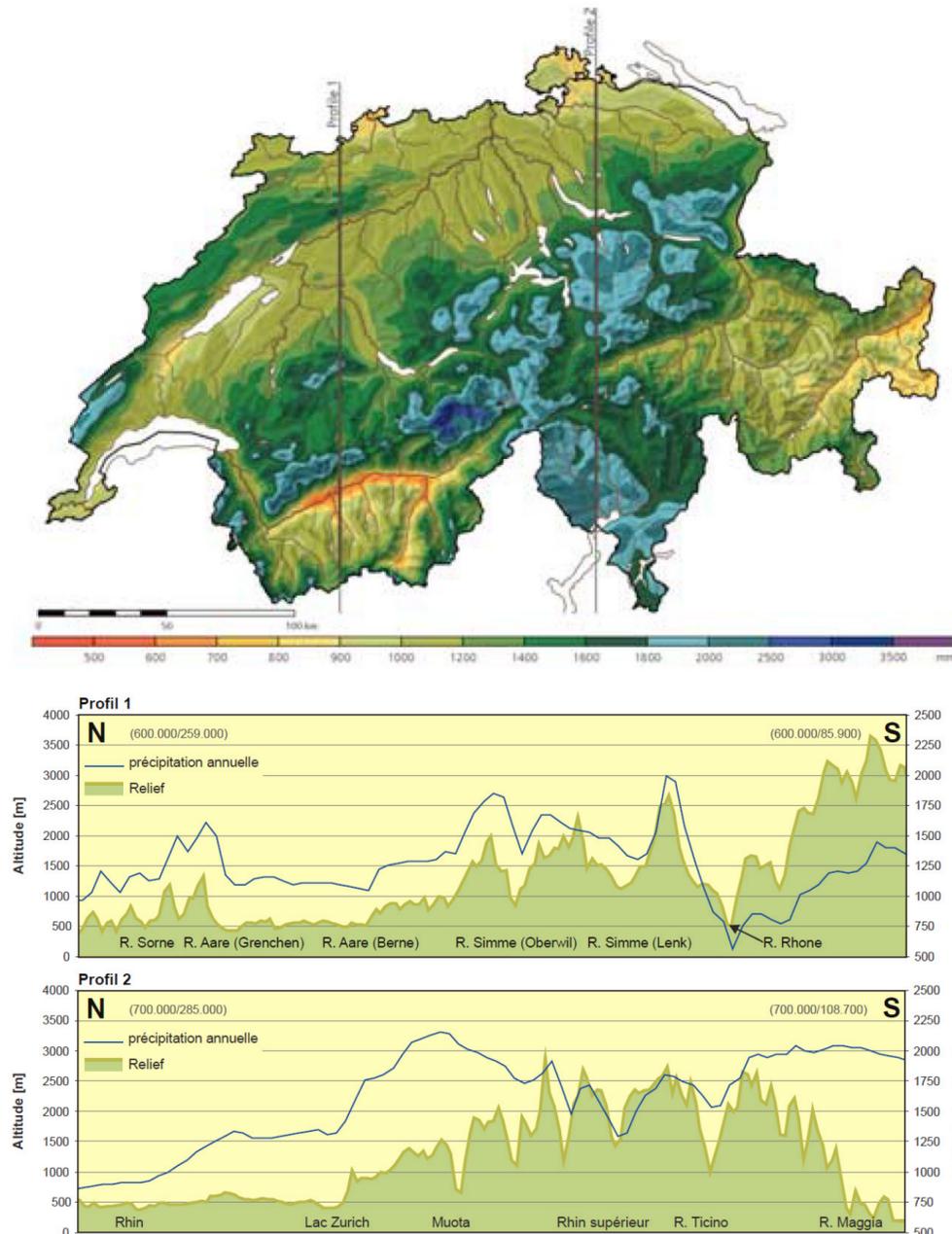
Expérience dite TPG (transect de pluviographes pour l'analyse et la modélisation des gradients d'intensité en altitude) : série de 23 pluviographes entre le Lyonnais et le Grésivaudan sur une distance d'environ 60 km

Effet de l'altitude sur la pluie (5)

Variation du cumul annuel de précipitations avec l'altitude selon le transect nord-sud

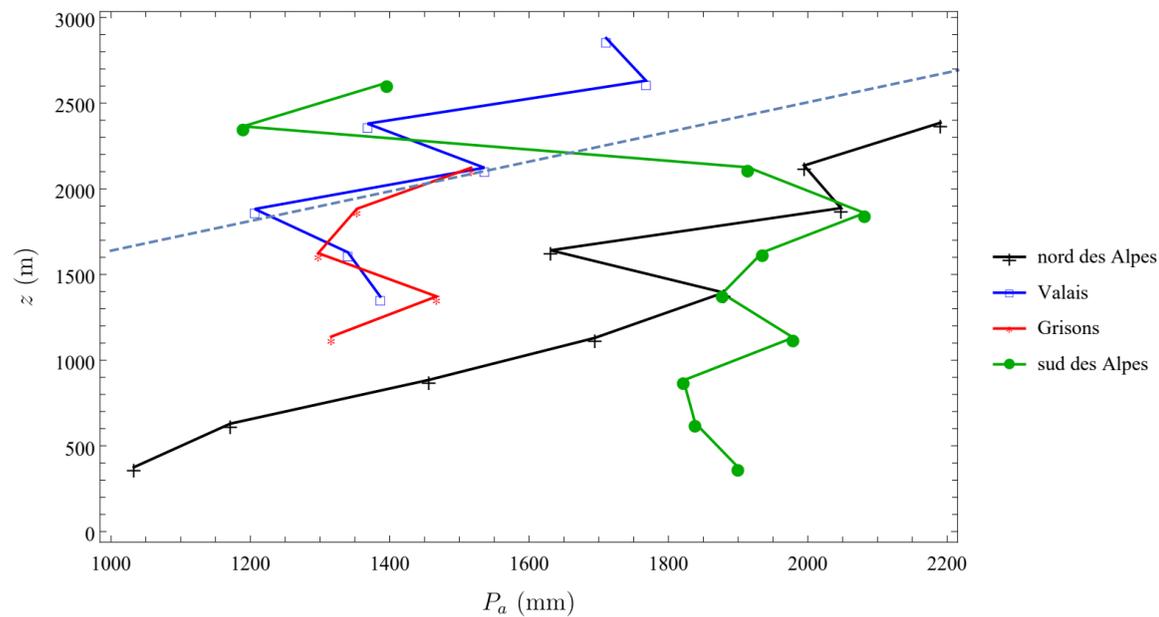
Corrélation entre cumuls annuels de précipitations et l'altitude en Suisse :

- Suisse orientale : $P_a = 1,57z + 415$ mm
- Suisse occidentale et septentrionale :
 $P_a = 0,866z + 773$ mm
- Tessin : $P_a = 0,226z + 1711$ mm



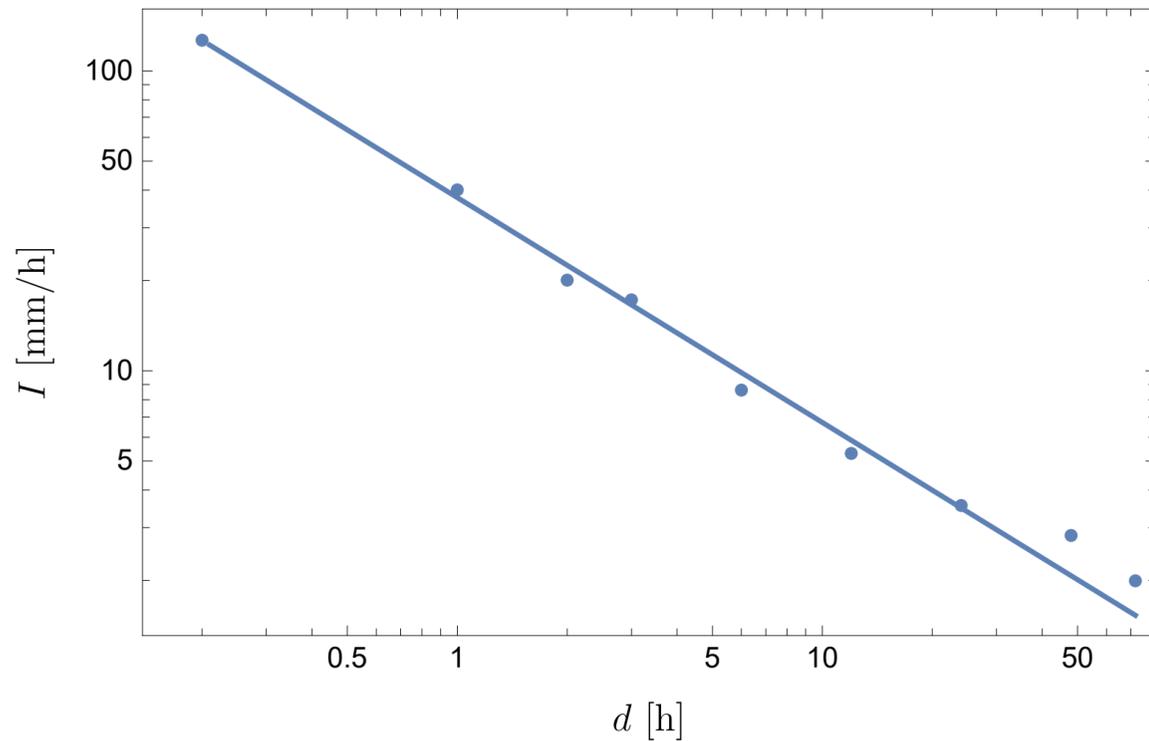
Effet de l'altitude sur la pluie (6)

Variation du cumul annuel de pluie avec l'altitude pour quatre zones climatiques en Suisse. La courbe tiretée est la tendance $P_a = 0,866z + 773$ mm pour la Suisse occidentale



Pour la Suisse :

- dans les massifs internes (Valais, Engadine) : bien moins de précipitations que les zones externes. Variabilité interannuelle peu prononcée, pas de corrélation entre cumul annuel de précipitations et altitude
- Zone externe : plus humide, forte corrélation entre précipitations et altitude. Variabilité interannuelle significative (de l'ordre de ± 15 % pour les cumuls annuels d'une année à l'autre).

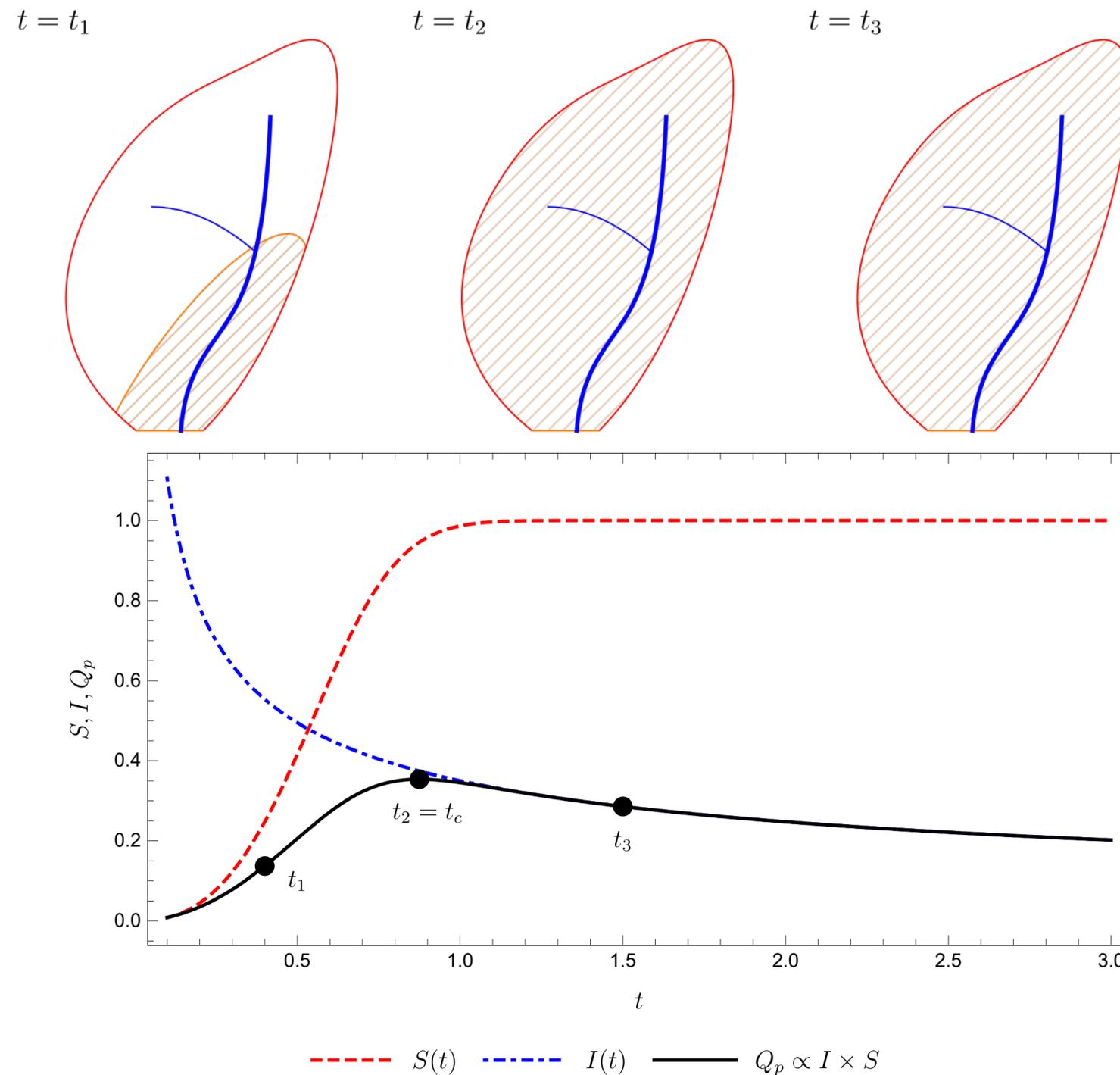


Relation entre pluie (cumul ou intensité moyenne) et durée d :

$$P(T, d) = ad^{1-b} \text{ ou } I(T, d) = \frac{P}{d} = ad^{-b}$$

- P : pluie de durée d (en s, mn, h, ou j) pour une période de retour T donnée (en années)
- I : intensité de la pluie de durée d
- a et b : premier et second coefficients de Montana (dépendant des unités choisies) qui sont fonctions de T

Lois empiriques: temps de concentration



Temps de concentration t_c : temps maximal pour qu'une goutte parcoure tout le bassin-versant entre l'endroit où elle tombe et l'exutoire de ce bassin. C'est une grandeur conceptuelle importante. Il est censé donner le débit de pointe maximal:

- $t < t_c$, tout le BV ne participe pas
- $t > t_c$, tout le BV participe, mais l'intensité de la pluie diminue

$$(I \propto t^{-b})$$

Lois empiriques: temps de concentration (2)



Beaucoup de formules empiriques. Par exemple la formule de Turraza :

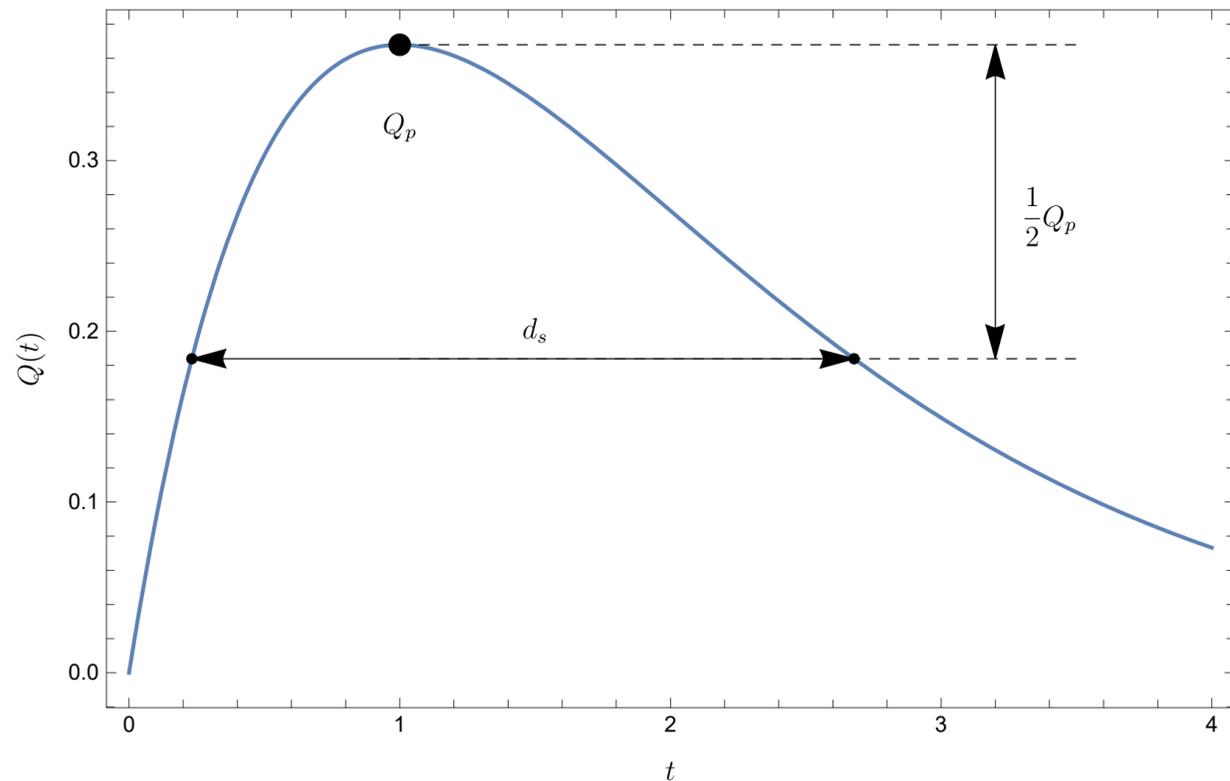
$$t_c = 0,108 \frac{\sqrt[3]{SL}}{\sqrt{i_m}}$$

- t_c : temps de concentration en h
- S : surface du bassin-versant en km^2
- L : longueur du chemin hydraulique le plus long en km
- i_m : pente moyenne pondérée le long du thalweg en % définie comme

$$\frac{1}{\sqrt{i_m}} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^n \frac{\ell_k}{\sqrt{i_k}}$$

avec ℓ_k la longueur du k tronçon du thalweg, de pente i_k

Lois empiriques: durée spécifique

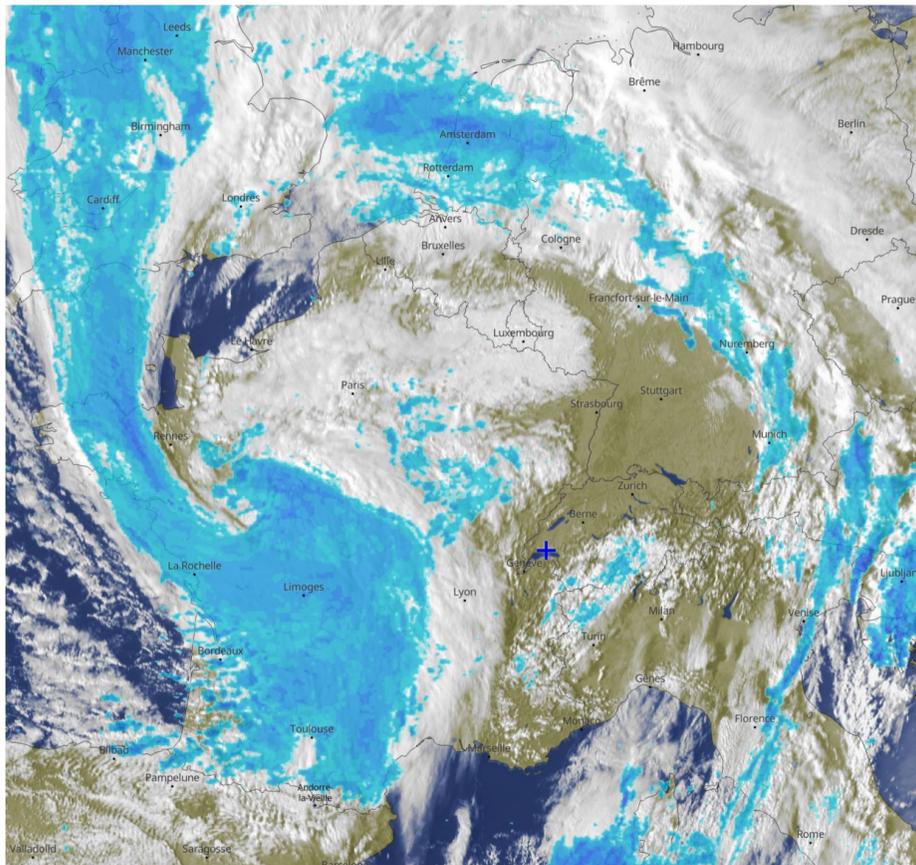


Durée spécifique d_s : pendant laquelle le débit est supérieur ou égal à la moitié du débit de pointe. Elle peut se calculer avec des formules empiriques, par exemple pour les petits BV :

$$\ln d_s = 0,375 \ln S + 3,729$$

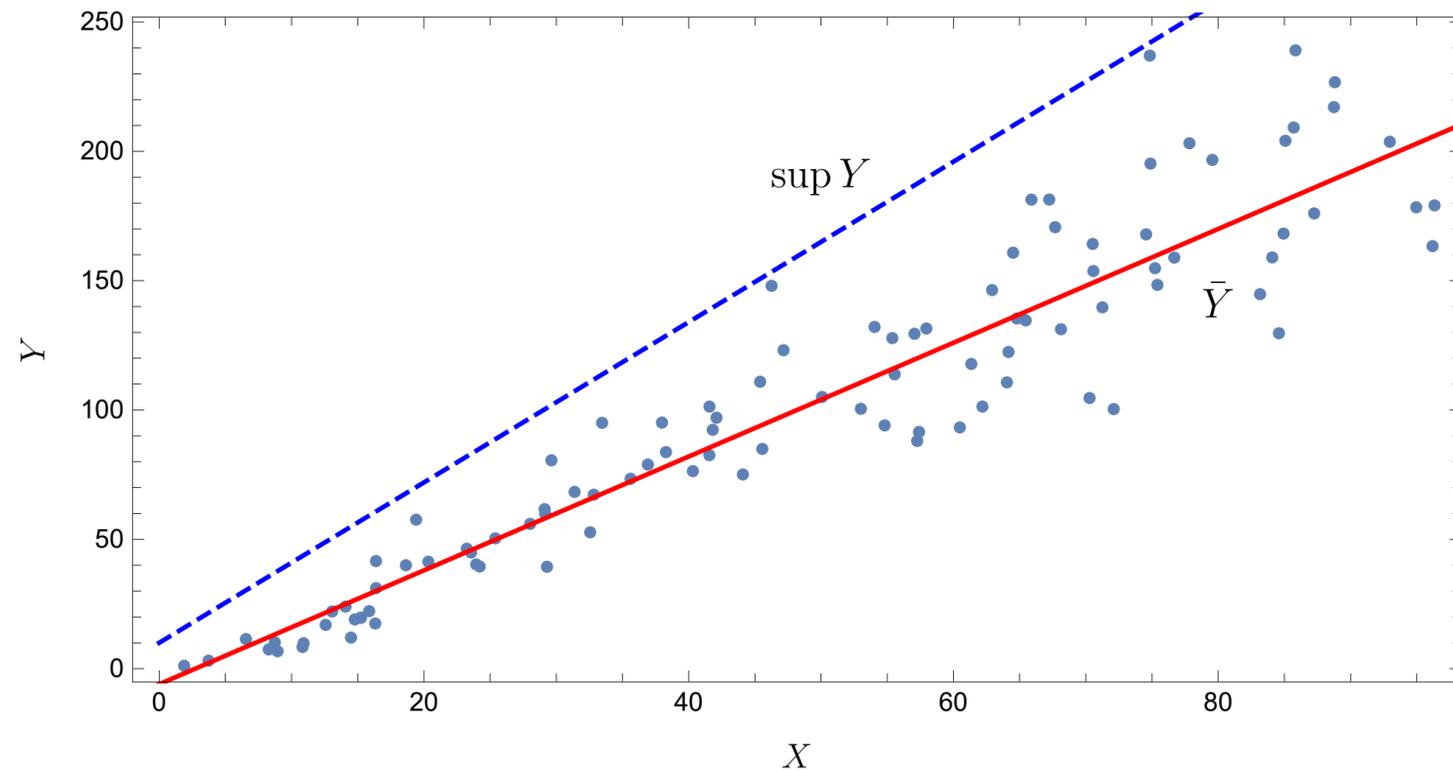
- d_s : durée caractéristique en mn (valable pour $4 \leq d_s \leq 300$ mn) ;
- S : surface du bassin-versant en km^2 (valable pour $10^{-2} < S < 15 \text{ km}^2$).

Tempête Alex du 2–3 octobre 2020



Pas classification générale de l'origine des crues. Pour les Alpes, trois scénarios majeurs :

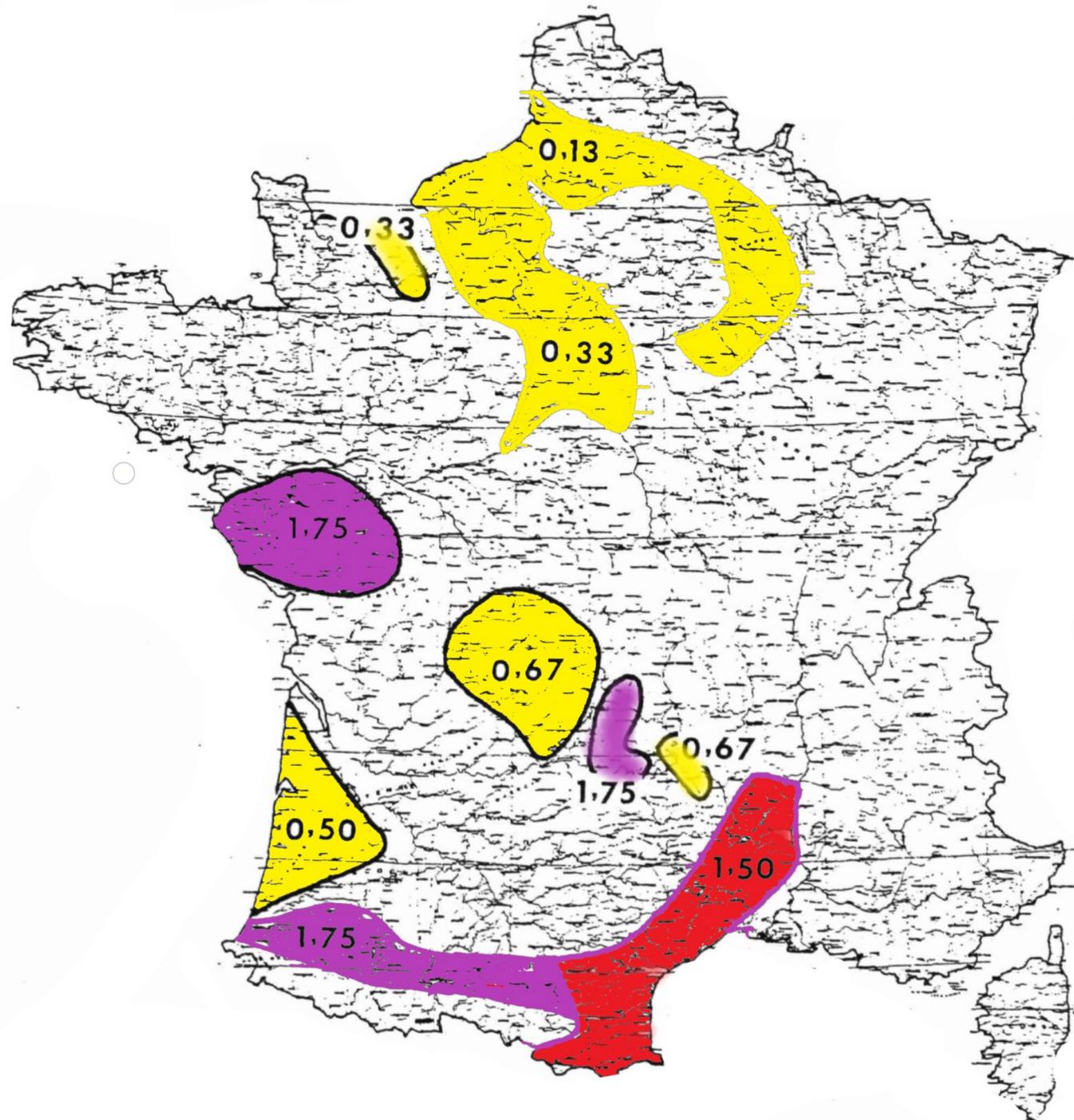
- pluies brèves et intenses : p. ex. des orages de fin d'après-midi l'été quand il fait chaud et humide. Débits spécifiques $Q_s = 1\text{--}10 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$, $C_r = 0,3 - 0,8$
- pluies soutenues sur de longues périodes : crues lentes, de plusieurs jours, touchant une vaste région, $Q_s = 1\text{--}2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$, $C_r = 0,6 - 1$
- fonte des neiges ou redoux durant l'hiver : crues lentes et étalées sur plusieurs jours à semaines, $Q_s < 1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ pour $T = 10$ ans.



- Deux approches pour l'étude de $Y(X)$:
- on cherche à décrire le comportement moyen : $\bar{Y}(X)$. Par exemple, calage par la méthode des moindres carrés
 - on cherche à fournir la borne supérieure comportement moyen : $\text{sup } Y(X)$ (courbe enveloppe)

Méthode par corrélation statistique: Crupédix

Valeurs de R en France



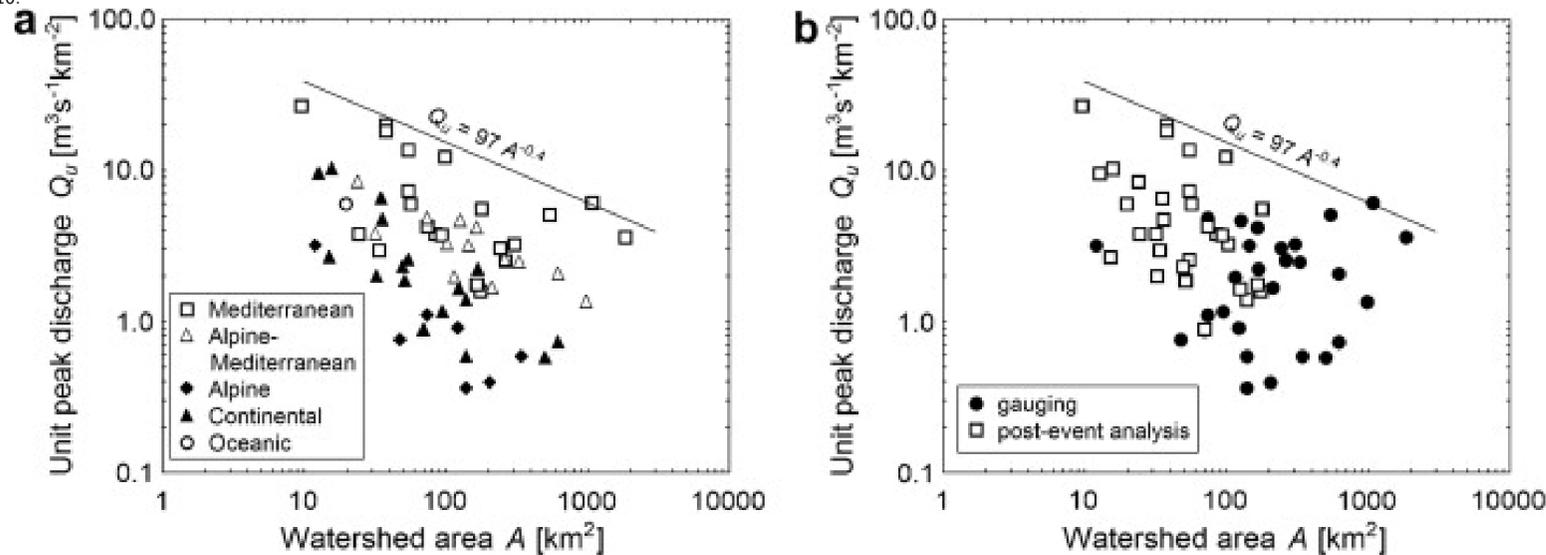
Méthode Crupédix: débit de pointe pour $T = 10$ ans. Formule a été obtenue à partir de 630 bassins-versants avec $S = 1,4 - 52 \times 10^3$ km²:

$$Q_{crup.} = \hat{Q}_{p,10} = RS^{0,8} \left(\frac{P_{j,10}}{80} \right)^2 \quad [\text{m}^3/\text{s}],$$

S surface du BV en km², $P_{j,10}$ pluie journalière décennale (en mm), et R un coefficient régional qui vaut $R = 1$ partout en France sauf mention contraire.

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe

Marchi, L., M. Borga, E. Preciso, and E. Gaume, Characterisation of selected extreme flash floods in Europe and implications for flood risk management, Journal of Hydrology, 394, 118-133, 2010.



Borne supérieure sous forme de loi-puissance

$$Q_p = aS^b$$

(Q_p débit de pointe en m^3/s , S superficie en km^2 , a et b deux paramètres qui dépendent du contexte hydrologique). Généralisation possible, comme p. ex. :

$$Q_p = \frac{3009,2}{(S + 41,31)^{0,78}} S,$$

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe (2)



Valeurs des coefficients a et b selon le contexte météorologique

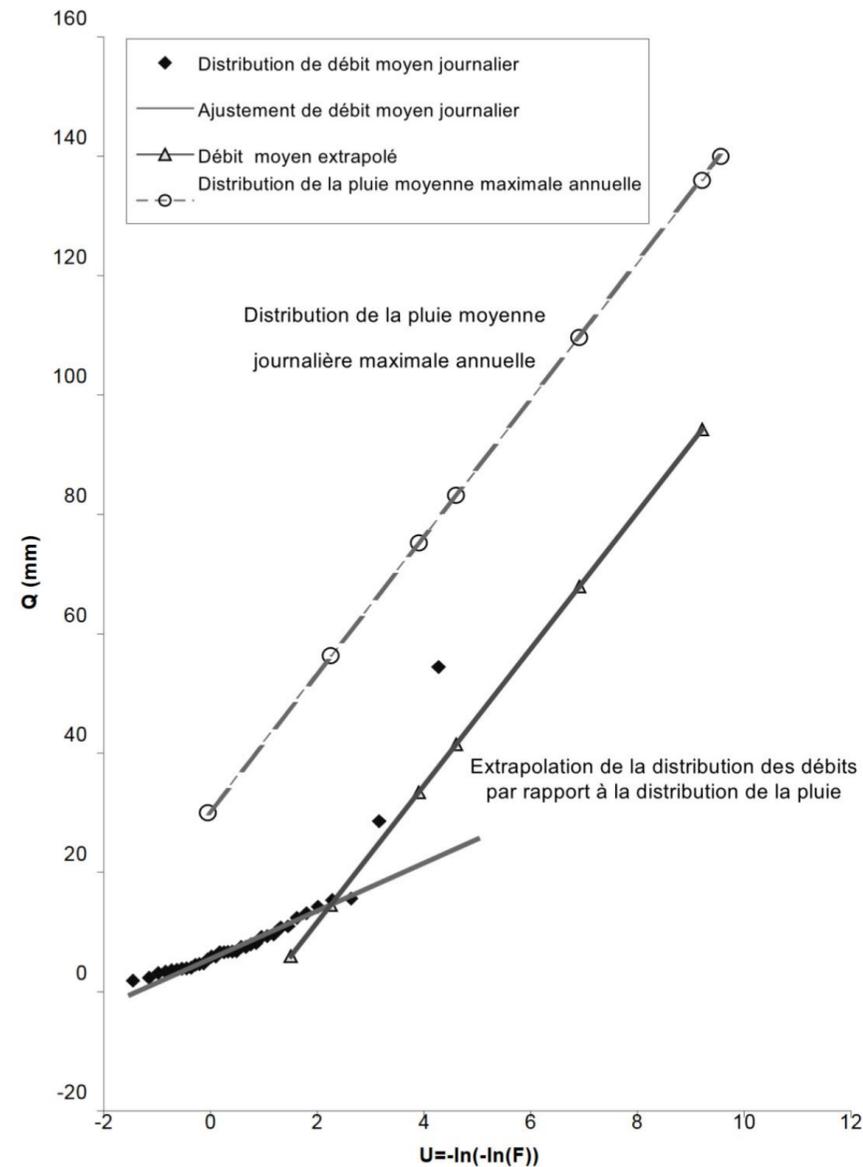
Zone géographique	a	b	S	T
Gard	30	0,75	20 à 400 km ²	$T = 100$
Monde	350	0,6	$S \leq 10^4$ km ²	rare
Méditerranée	97	0,6	1 à 10 ⁴ km ²	rare
Europe	230	0,43	1 à 10 ⁴ km ²	rare
Monde	850	0,357	$S \geq 100$ km ²	extrême
Zone océanique	4,05	0,72	1 à 10 ⁴ km ²	$T \sim 1000$ ans
Zone de piedmont	7,4	0,72	1 à 10 ⁴ km ²	$T \sim 1000$ ans
Zone méditerranéenne	16,4	0,72	1 à 10 ⁴ km ²	$T \sim 1000$ ans
Suisse	7,2	0,566	1 à 10 ⁴ km ²	$T = 100$ ans

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe (3)



Valeurs des coefficients a et b pour $Q_{p,10}$ pour quelques régions en Suisse

Région	a	b
Jura, Neuchâtel	1,44	0,73
Jura bernois	5,98	0,59
Saint Gall, Thurgovie	2,65	0,61
Zürich	7,86	0,58
Argovie, Bâle	0,68	0,79
Alpes vaudoises	7,18	0,60
Berne	17,66	0,54
Valais central	1,3	0,74
Oberland oriental	1,4	0,78
Tessin occidental	12,41	0,69



Guillot & Duband (1967). Trois hypothèses :

- Distribution exponentielle (approx. de Gumbel) des pluies

$$P_2 - P_1 = G_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

avec $G_p > 0$ le *gradex* des pluies (mm)

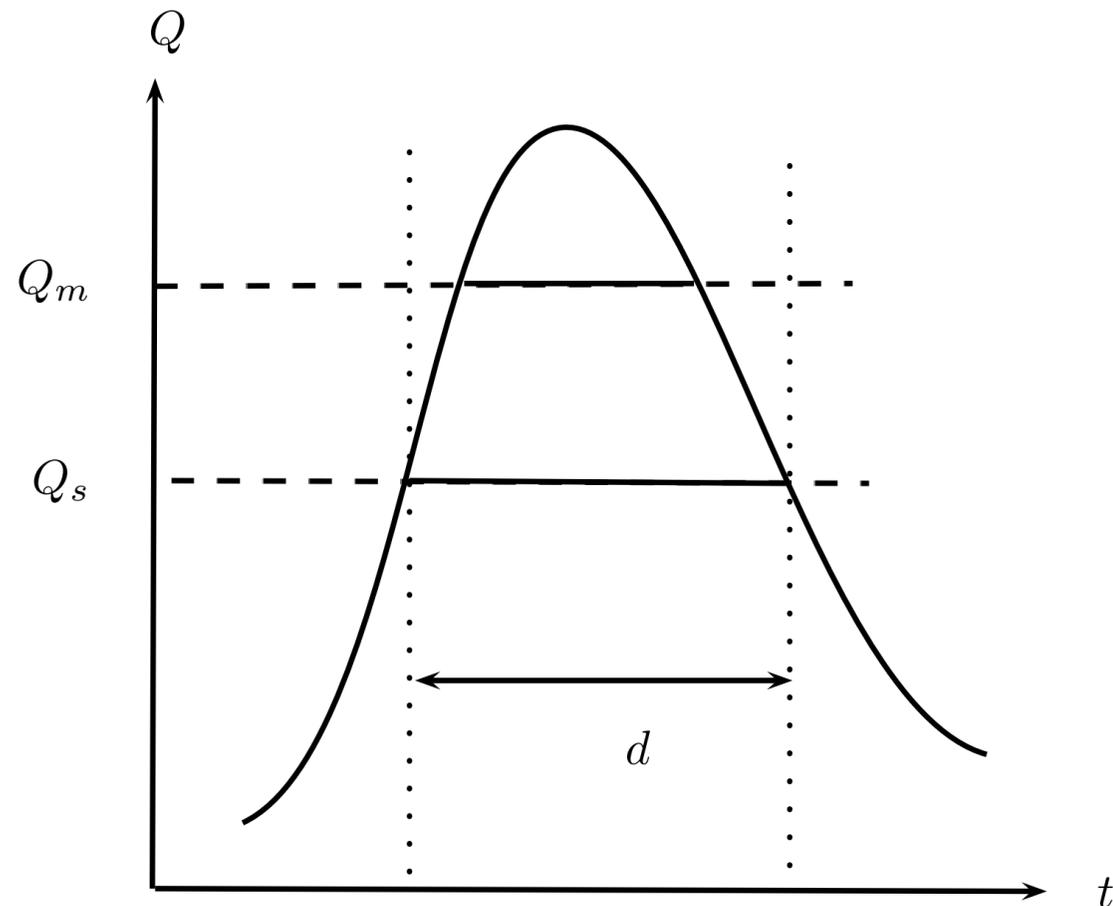
- L'eau précipitée ruisselle sur le sol
- Surcroît de débit sur une durée à peu près égale à t_c . Conservation du volume :

$$G_q = \frac{S}{3,6t_c} G_p$$

Modèle de Prudhomme, Galéa, & Javelle. Hypothèses :

1. QdF : existence d'une relation durée-intensité-fréquence pour les débits
2. Extrapolation des quantiles de débit de type gradex : $Q(T)$ varie parallèlement à la courbe des pluies $P(T)$ pour $T \gg 1$
3. Existence de « loi-maîtresse » régionale qui permet de représenter la réponse hydrologique. Deux échelles (durée et débit) D_* et Q_* , permettent de relier la réponse d'un bassin-versant (BV) sans observation à celle d'un bassin-versant de référence :

$$\left(\frac{Q(T, d)}{Q_*} \right)_{\text{BV de réf.}} = \left(\frac{Q(T, d)}{Q_*} \right)_{\text{BV non obs.}} \quad \text{et} \quad \left(\frac{d}{D_*} \right)_{\text{BV de réf.}} = \left(\frac{d}{D_*} \right)_{\text{BV non obs.}}$$



Pour un hydrogramme « mono fréquence »

- le débit seuil $Q_s(d)$ de durée d est la plus grande valeur de débit qui est systématiquement dépassée au cours d'une durée d de la crue. La relation $Q_s(d)$ est unique et continue ;
- le débit moyen $Q_m(d)$ de durée d est la valeur moyenne du débit sur une durée d .

On peut définir $D_* = d_s$ (durée spécifique) ; *temps adimensionnel* : $\eta = d/d_s$. On prend $Q_* = Q_{10}$ (à estimer par une méthode tierce).

Méthode de type Gradex: modèle QdF (3)



Comme pour le gradex, la conservation du volume d'eau précipitée donne

$$G_q = \frac{S}{3,6t_c} G_p$$

avec S la surface du bassin-versant exprimée en km^2 et d la durée de la pluie en h (\hat{G}_p est donc aussi le gradex des débits de durée d). Loi débit-fréquence :

$$\frac{Q(T, d)}{Q_*} = A(\eta) \ln T + B(\eta) \quad \text{pour } 0,5 \leq T \leq 20 \text{ ans,}$$

$$\frac{Q(T, d) - Q(10, d)}{Q_*} = C(\eta) \ln \left(1 + \frac{A(\eta)T - 10}{C(\eta)10} \right) \quad \text{pour } 20 \leq T \leq 1000 \text{ ans,}$$

Les fonctions A , B , et C sont de la forme $f(\eta)$ avec

$$f(\eta) = \frac{1}{\alpha_1 \eta + \alpha_2} + \alpha_3.$$

Méthode de type Gradex: modèle QdF (4)



Valeurs des coefficients α_i pour les fonctions A , B , et C lorsqu'on cherche à calculer le débit seuil sur une période d

Modèle	A			B			C		
	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
Soyans	2,57	4,86	0	2,10	2,10	0,050	1,49	0,660	0,017
Florac	3,05	3,53	0	2,13	2,96	0,010	2,78	1,77	0,040
Vandenesse	3,970	6,48	0,010	1,910	1,910	0,097	3,674	1,774	0,013

Roubion à Soyans



Mimente à Florac



Les réponses hydrologiques

- type « Soyans » (Drôme provençale) : caractéristique des bassins-versants avec des écoulements rapides et un faible stockage (climat méditerranéen). Crues éclair sans continuité avec les crues ordinaires
- type « Florac » (Cévennes, Lozère). Crues rapides, mais avec un stockage ; une partie de l'eau stockée est restituée durant la crue, ce qui allonge la durée de la crue et augmente son volume, sans toutefois accroître le débit de pointe

Méthode de type Gradex: modèle QdF [6]

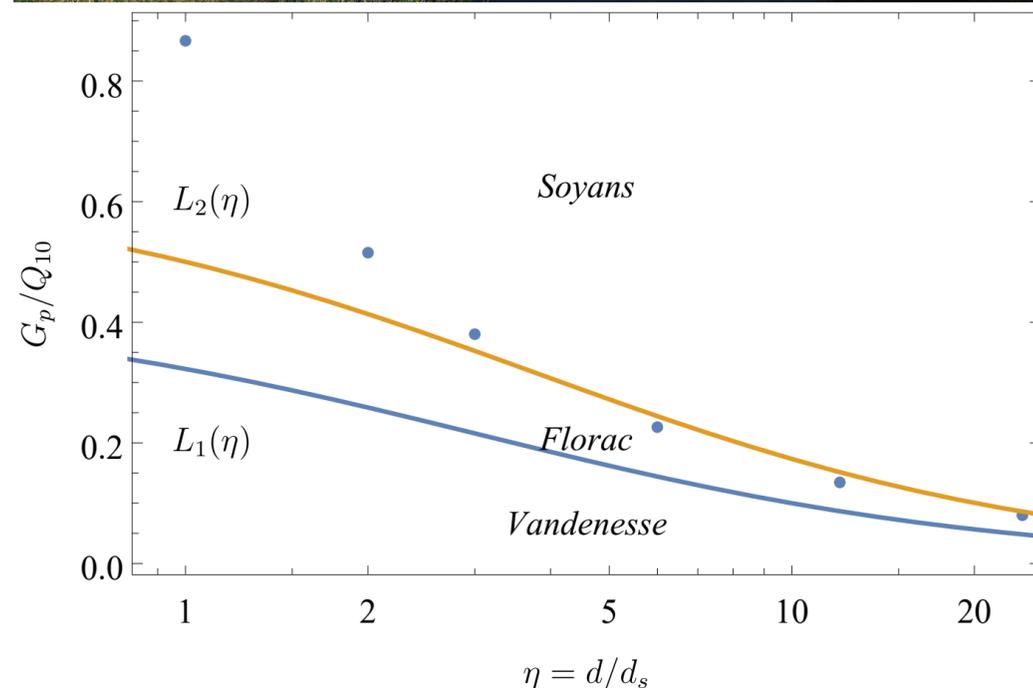
Dragne à Vandenesse



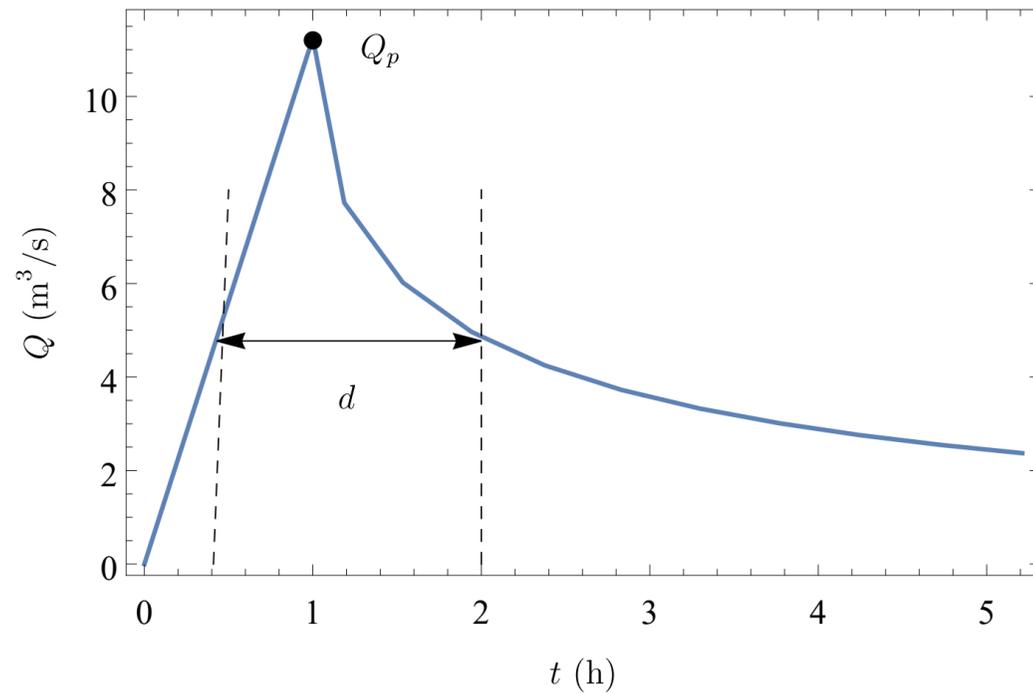
- type « Vandenesse » (Nièvre, Bourgogne) : des crues volumineuses qui s'étalent sur des durées longues comme c'est souvent le cas pour les régions à dominante océanique.

Modèles délimités par le comportement du gradex des pluies adimensionnels

$$L_1(\eta) = \frac{1}{0,768\eta + 2,332} \text{ et } L_2(\eta) = \frac{1}{0,419\eta + 1,580}$$



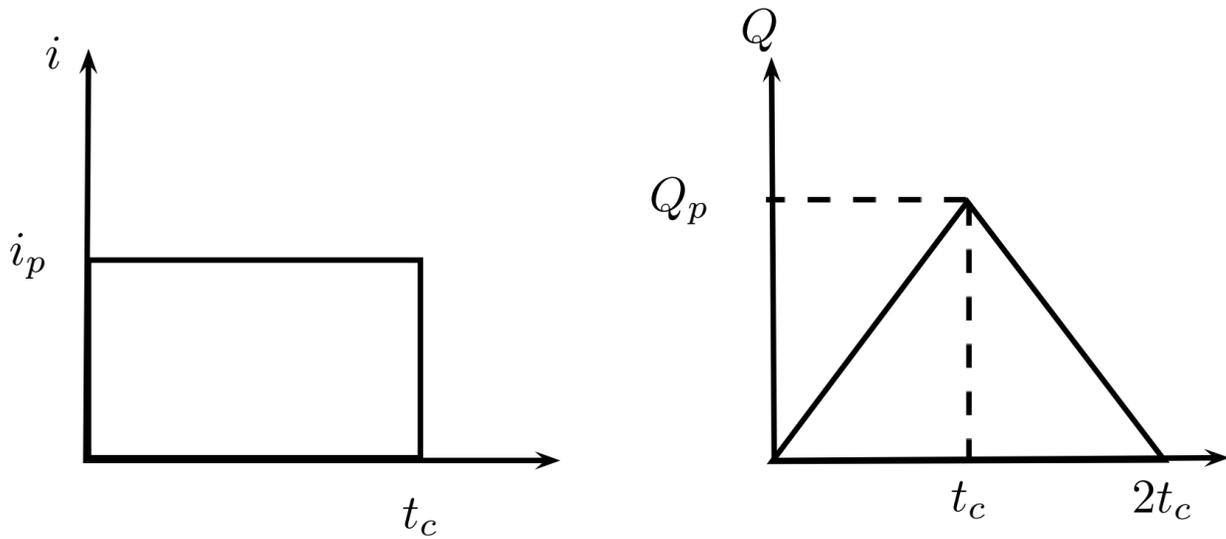
Méthode de type Gradex: modèle QdF (7)



Hydrogramme de période de retour T :

- $t < d_s$, une courbe (droite) de montée : $Q = Q_m t / d_s$.
Il y a une augmentation linéaire du débit Q jusqu'au temps $t = d_s$ où $Q = Q_p$
- $t = d_s$, un débit de pointe : $Q_p = Q_m(T, d_p)$. C'est le débit moyen instantané, donc un débit observé sur une durée $d_p = 1 \text{ s} = 0,0003 \text{ h}$
- $t > d_s$, une courbe de décrue : $Q = Q_s(T, d)$. Le débit à l'instant t se calcule à partir du débit seuil dépassé sur une durée $d = t - d_s Q / d_m$

Transformation pluie-débit: méthode rationnelle



Réponse : hydrogramme triangulaire, de durée $2t_c$ et de débit de pointe Q_p . Conservation du volume de crue

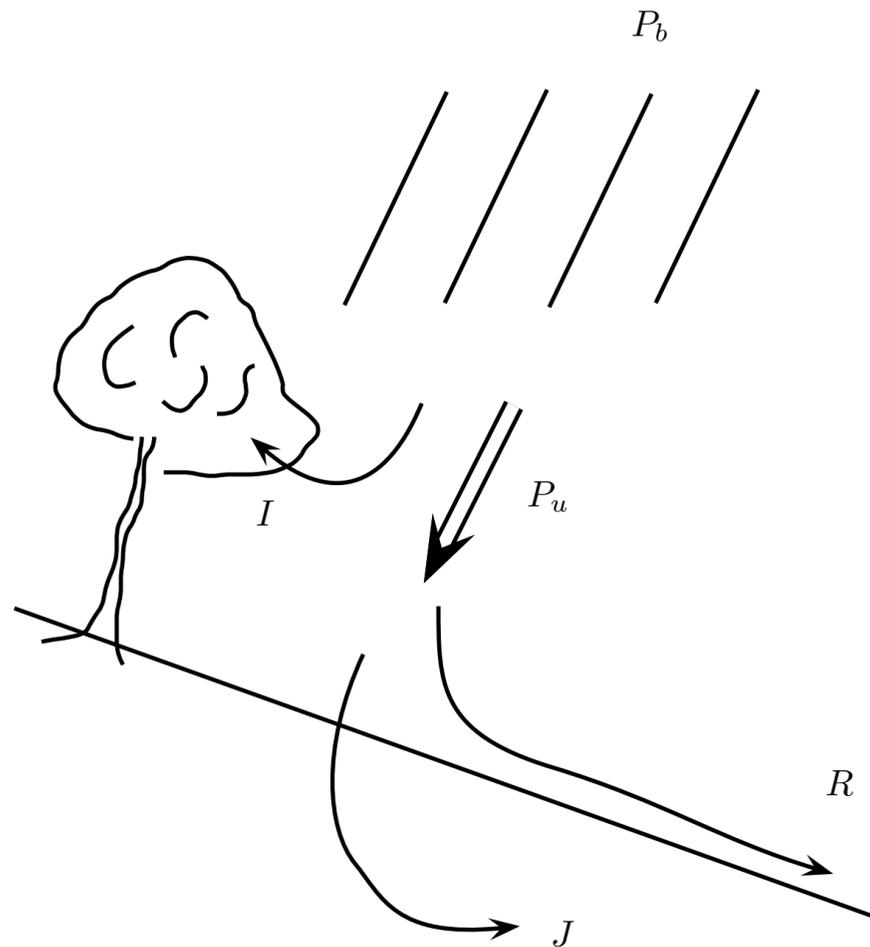
$$V_c = 2 \times \frac{1}{2} Q_p t_c,$$

et du volume de pluie (pondéré d'une perte due à l'infiltration)

$$V_p = C i_p t_c S.$$

où i_p est exprimé en mm/h, Q_p en m^3/s , et où C ($0 < C \leq 1$) est le coefficient de ruissellement de pointe. On trouve

$$Q_p = \frac{C i_p S}{3,6} \quad [m^3/s]$$



Quatre hypothèses :

1. une partie est interceptée par la végétation (I , en mm)

$$P_u = P_b - I$$

2. la pluie participe au ruissellement $R(t)$ et à l'infiltration $J(t)$

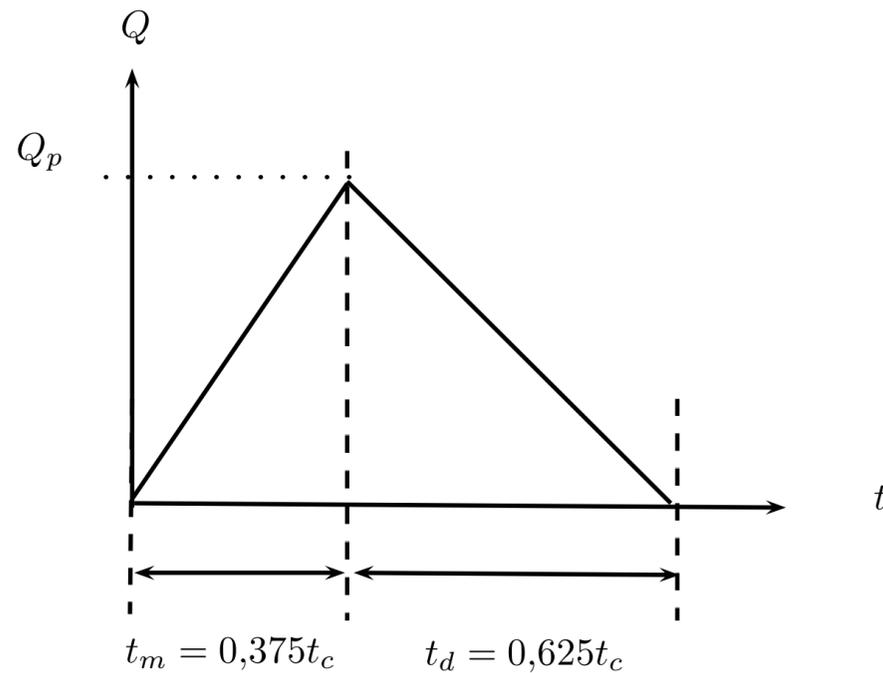
$$P_u = R + J$$

3. Rapport entre eaux ruisselée (R) et précipitée (P_u) lié aux volumes $J(t)$ infiltrée et maximale d'eau J_∞

$$\frac{R(t)}{P_u} = \frac{J(t)}{J_\infty}$$

4. interception par la végétation indépendante de la pluie utile, mais reliée à J_∞ : $I = 0,2J_\infty$.

Hydrogramme de crue



On déduit la relation

$$\frac{R}{P_u} = \frac{P_u}{P_u + J_\infty}.$$

De là, on déduit que la quantité d'eau ruisselée vaut

$$R = \frac{P_u^2}{P_u + J_\infty} = \frac{(P_b - 0,2J_\infty)^2}{P_b + 0,8J_\infty}.$$

Le volume de crue étant R , on déduit que si t_c est le temps de concentration, t_m le temps de montée (estimé ici à $t_m = 0,375t_c$), on déduit

$$Q_p = 2 \frac{SR}{3,6t_c} \approx 0,2 \frac{SR}{t_m} \quad [\text{m}^3/\text{s}],$$

Transformation pluie-débit: méthode SCS (3)



L'interception moyenne du bassin-versant est alors calculée par une moyenne pondérée

$$\frac{J_{\infty}}{S} = \sum_i \frac{J_i}{S_i}$$

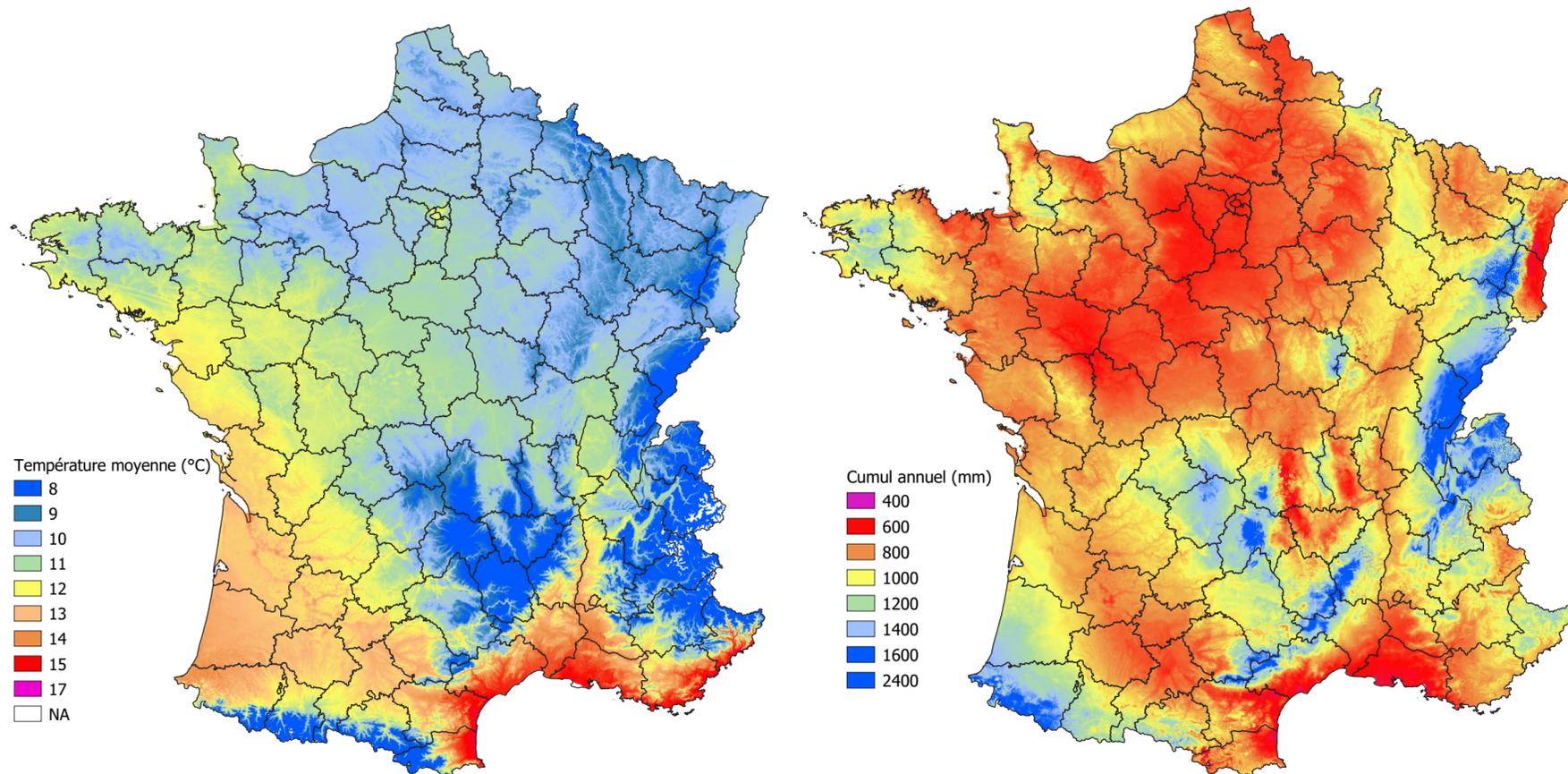
Chaque valeur de J_i est évaluée à partir du coefficient de ruissellement C_n

$$J_i = 25,4 \left(\frac{1000}{C_n} - 10 \right)$$

Quelques valeurs guides de C_n selon le type de sol et la densité de la végétation. Sol A : sol sablonneux (très perméable), sol B : sol sableux ou limoneux (perméable), sol C : sol argileux à limoneux, sol D : sol argileux (très peu perméable).

culture	végétation	sol A	sol B	sol C	sol D
jachère		77	86	91	94
céréales	lâche	63	74	82	85
	dense	61	73	81	84
légumineuse	lâche	64	75	83	85
	dense	55	69	78	83
prairie		30	58	71	78
bois	lâche	45	66	77	83
	dense	25	55	70	77
pistes, routes		72	82	87	89

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe



Paramètre de rétention J et la durée spécifique d_s

$$\ln d_s = -0,69 + 0,32 \ln S + 2,2 \sqrt{\frac{P_a}{P_{10} t_a}},$$

$$J = 260 + 21 \ln \frac{S}{L} - 54 \sqrt{\frac{P_a}{P_{10}}},$$

avec J exprimée en mm, d_s en h, P_a le cumul annuel moyen de précipitations (en mm), P_{10} la pluie maximale journalière décennale (en mm), t_a la température moyenne annuelle réduite au niveau de la mer (en °C), L le chemin hydraulique le plus long jusqu'à l'exutoire, S la surface en km^2

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe (2)



Le débit de pointe décennal est

$$Q_{10} = \xi \frac{kS}{(1,25d_s)^b} \frac{\rho^2}{15 - 12\rho} \quad [\text{m}^3/\text{s}].$$

avec k l'indice pluviométrique

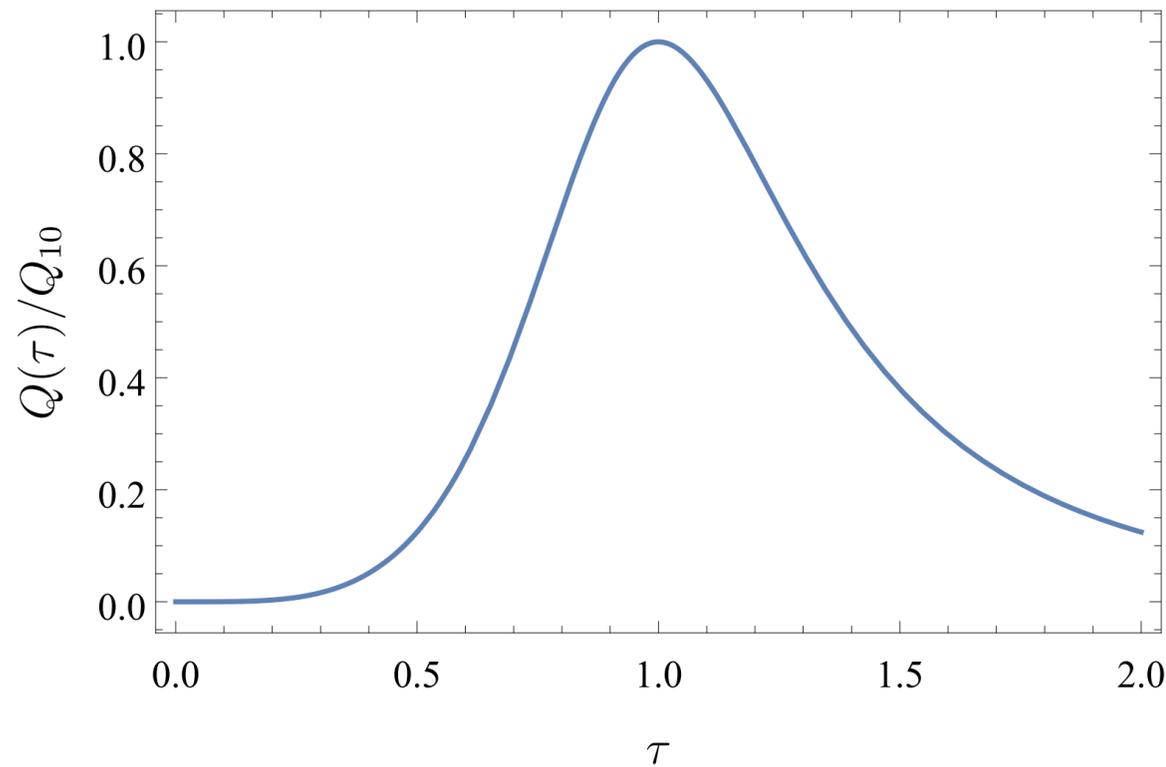
$$k = \frac{24^b}{21} \frac{P_{10}}{1 + \frac{\sqrt{S}}{30\sqrt[3]{d_s}}},$$

avec b le coefficient de Montana. La méthode Socose définit également deux paramètres

$$\rho = 1 - 0,2 \frac{J}{k(1,25d_s)^{1-b}}$$

et ξ est un paramètre proche de 1.

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe (3)



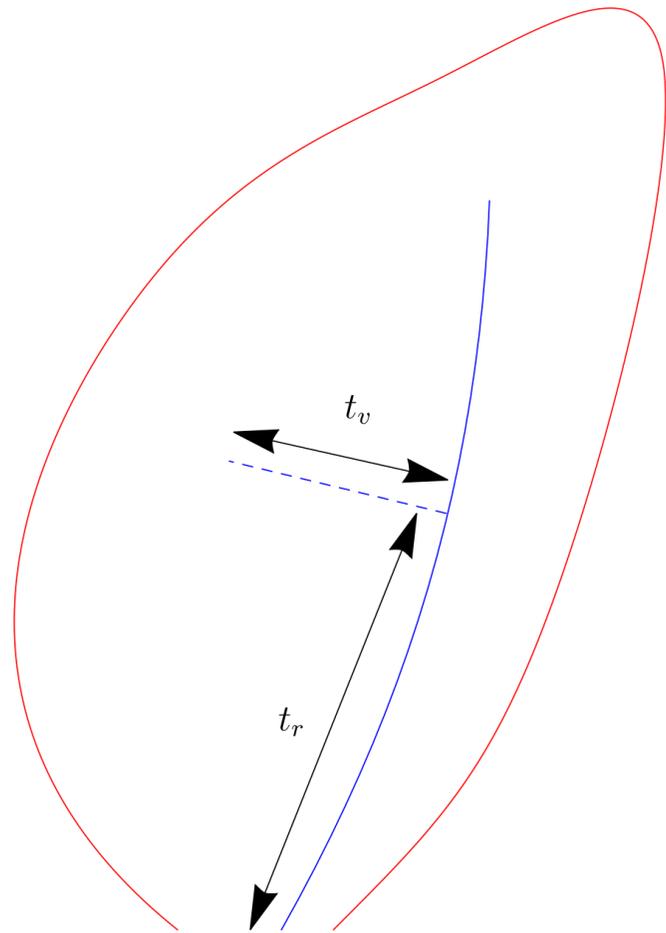
L'hydrogramme associé à cette méthode a pour équation

$$Q(\tau) = Q_{10} \frac{2\tau^4}{1 + \tau^8},$$

avec $\tau = 2t/(3d_s)$ un temps adimensionnel. La méthode propose aussi un hyétogramme de projet

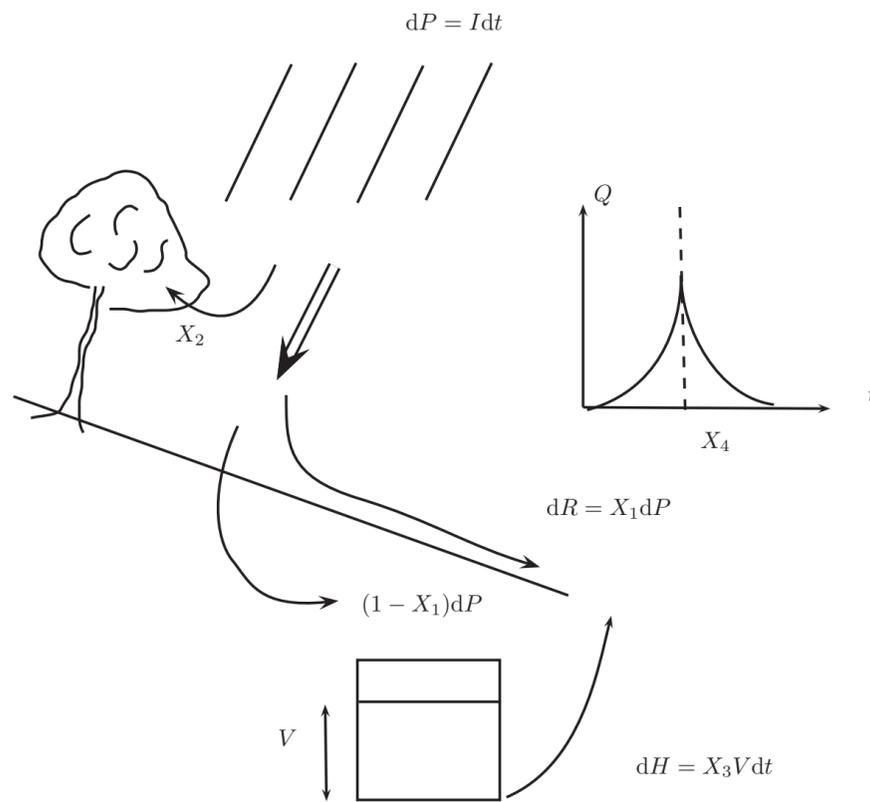
$$P(t) = a \left(\frac{t}{\left[\left(\frac{t}{d_s} \right)^2 + 2\frac{d_s}{t} - 2 \right]^{3/7}} \right)^{1-b}$$

Méthode itérative de calcul du temps de concentration (petit bassin-versant)



1. On se fixe une durée de pluie d_n . La pluie est $P_n = ad_n^{1-b}$ (Montana)
2. On calcule le temps t_v que mettrait une goutte de pluie pour ruisseler le long du versant
3. On estime le débit associé
4. On calcule le temps t_r que mettrait ce volume pour parcourir le tronçon de rivière
5. On compare $t_r + t_v$ avec la durée d_n . S'ils sont proches, alors

$$t_c = d_n = t_r + t_v$$



Hypothèses du modèle différentiel :

- Interception par la végétation X_2 (en mm)
- Une fois que la capacité d'interception est saturée, il y a ruissellement. La quantité d'eau ruisselée par unité de temps est liée à la pluie précipitée $dP = I(t)dt$

$$dR(t) = X_1 dP,$$

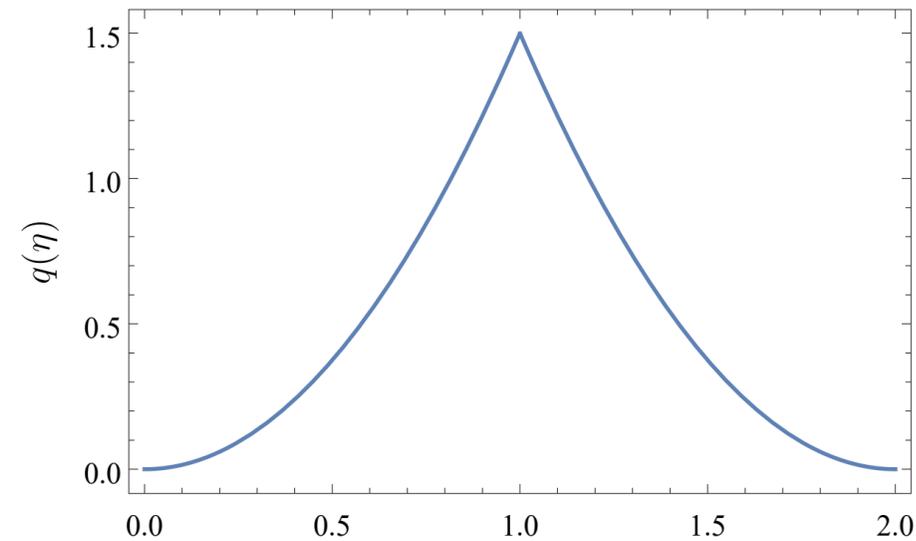
avec X_1 un coefficient sans dimension (en %)

- Une partie de l'eau $(1 - X_1)I dt$ est infiltrée et stockée dans un réservoir (volume initial nul $V(0) = 0$). V est un volume par unité de surface, il s'exprime donc en mm. Une partie du volume stocké est restituée par des écoulements hypodermiques au cours d'eau (avec X_3 un taux de vidange linéaire, en %/h)

$$dH(t) = X_3 V(t) dt$$

- le temps de montée t_m de l'hydrogramme est noté X_4 (en h). On suppose que l'hydrogramme est symétrique, donc $t_d = X_4$. La lame totale d'eau transmise au cours d'eau est $T = R + H$.

Transformation pluie-débit: modèle GR4 (2)



La *fonction de transfert* en m/(km s) permet de passer d'une pluie quelconque au débit induit par cette pluie

$$q(t) = \frac{3}{2X_4} \eta^2 \text{ pour } 0 \leq \eta \leq 1$$

$$q(t) = \frac{3}{2X_4} (2 - \eta)^2 \text{ pour } 1 \leq \eta \leq 2$$

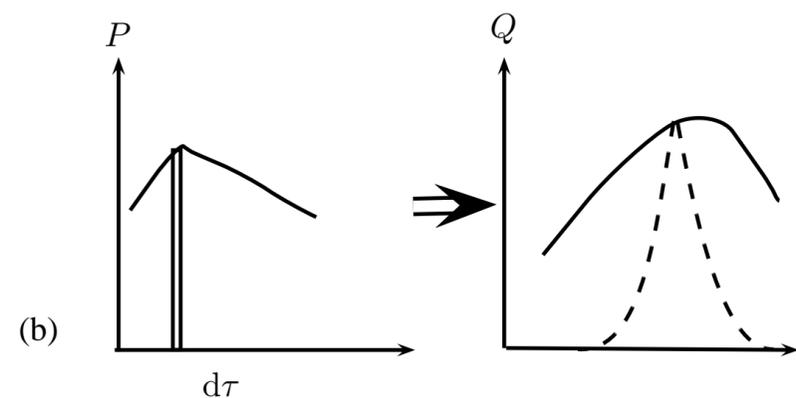
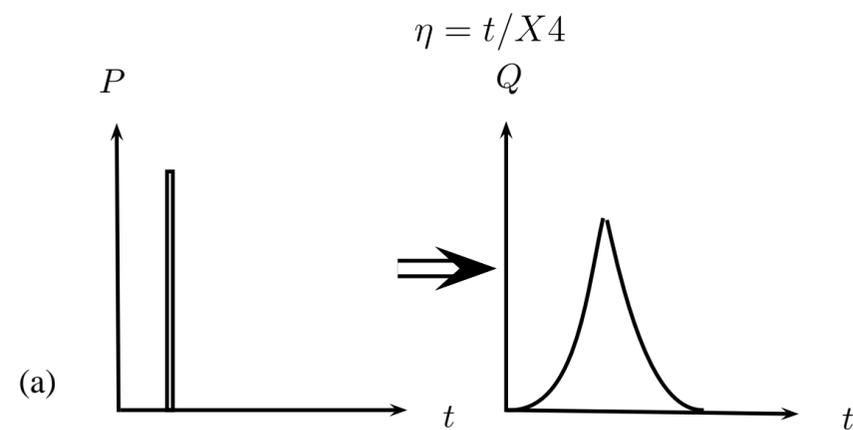
$$q(t) = 0 \text{ pour } \eta > 2$$

Toute pluie peut être décomposée en une pluie élémentaire

$$P(t) = \int I(\tau) d\tau$$

Le débit est la convolution de la pluie élémentaire et de la fonction de transfert

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t I(\tau) q(t - \tau) d\tau$$



Transformation pluie-débit: modèle GR4 (3)



Considérons une pluie d'intensité constante $I = dP/dt = I_0$ pendant une durée t_0 .
Le volume V représente l'état du saturation du sol

$$\frac{dV}{dt} = -X_3V(t) + (1 - X_1)\frac{dP}{dt}$$

Durant les premiers instants, la pluie est interceptée. Jusqu'au temps $t_1 = X_2/I_0$, il n'y a pas d'eau qui atteint le sol. On pose $t_1 < t_0$. Pour $t \geq t_1$, l'eau touche le sol, commence à ruisseler et à s'infiltrer. Le niveau du réservoir est

$$V(t) = I_0 \frac{1 - X_1}{X_3} e^{-(t-t_1)X_3} (e^{(t-t_1)X_3} - 1)$$

Le flux d'eau restituée au torrent est donc (pour $t_0 \geq t > t_1$):

$$\dot{T} = X_3V + X_1I_0 = I_0 \left((1 - X_1)e^{-(t-t_1)X_3} (e^{(t-t_1)X_3} - 1) + X_1 \right)$$

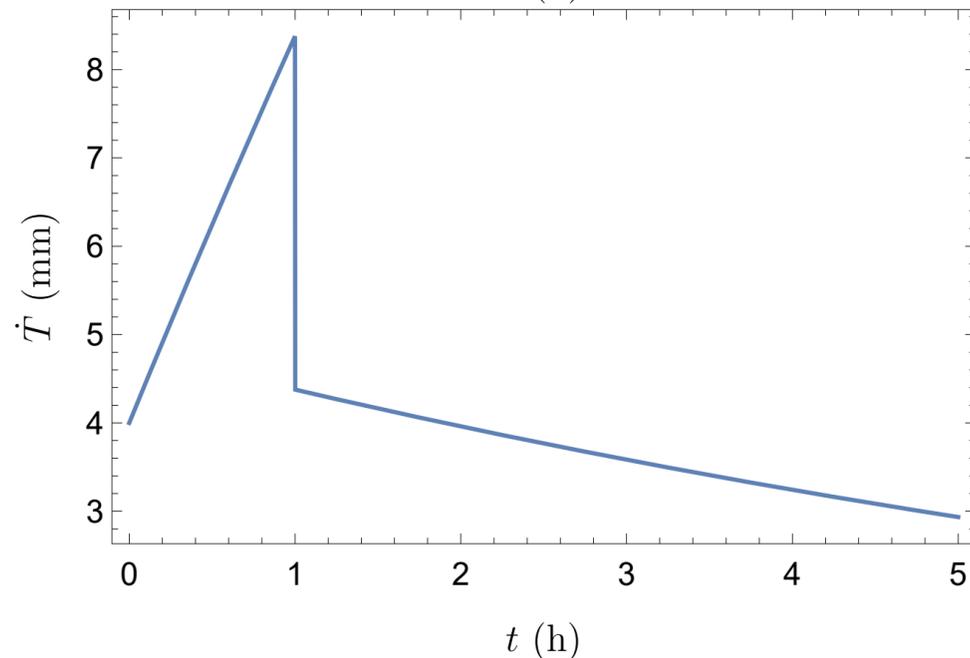
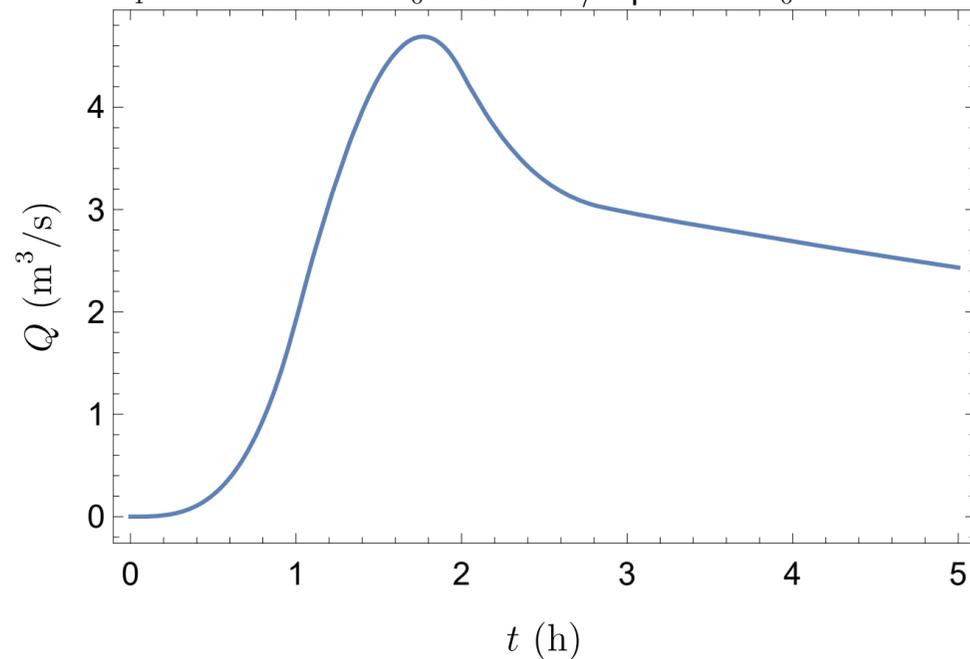
À l'instant t_0 , la pluie s'arrête. Le niveau dans le réservoir diminue

$$\frac{d}{dt}V(t) = -X_3V(t)$$

avec pour condition initiale $V(t_0) = V_0 = I_0 \frac{1 - X_1}{X_3} e^{-(t_0-t_1)X_3} (e^{(t_0-t_1)X_3} - 1)$.

Transformation pluie-débit: modèle GR4 (2)

Paramètres du calcul: $S = 1 \text{ km}^2$, $X_1 = 8 \%$, $X_2 = 40 \text{ mm}$, $X_3 = 0,1 \text{ h}^{-1}$, et $X_4 = 1 \text{ h}$. Entrée: $I_0 = 50 \text{ mm/h}$ pendant $t_0 = 1 \text{ h}$



La solution est

$$V(t) = V_0 e^{-(t-t_0)X_3}$$

Le flux total d'eau restituée au torrent à l'instant $t > t_0$ est donc

$$\dot{T} = X_3 V = X_3 V_0 e^{-(t-t_0)X_3}$$

Le débit résultant est obtenu par le produit de convolution :

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(\tau) q(t - \tau) d\tau$$

En changeant la variable d'intégration, on obtient la relation suivante

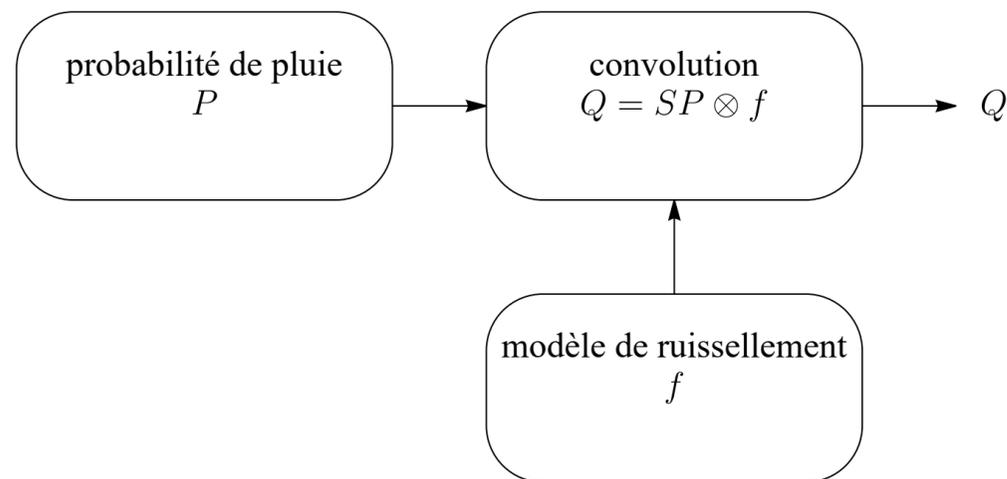
$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(t - \tau) q(\tau) d\tau$$

qui s'intègre numériquement facilement.

Transformation pluie-débit: modèle Shypre



Shypre : « simulation des hydrogrammes pour la prédétermination des crues »



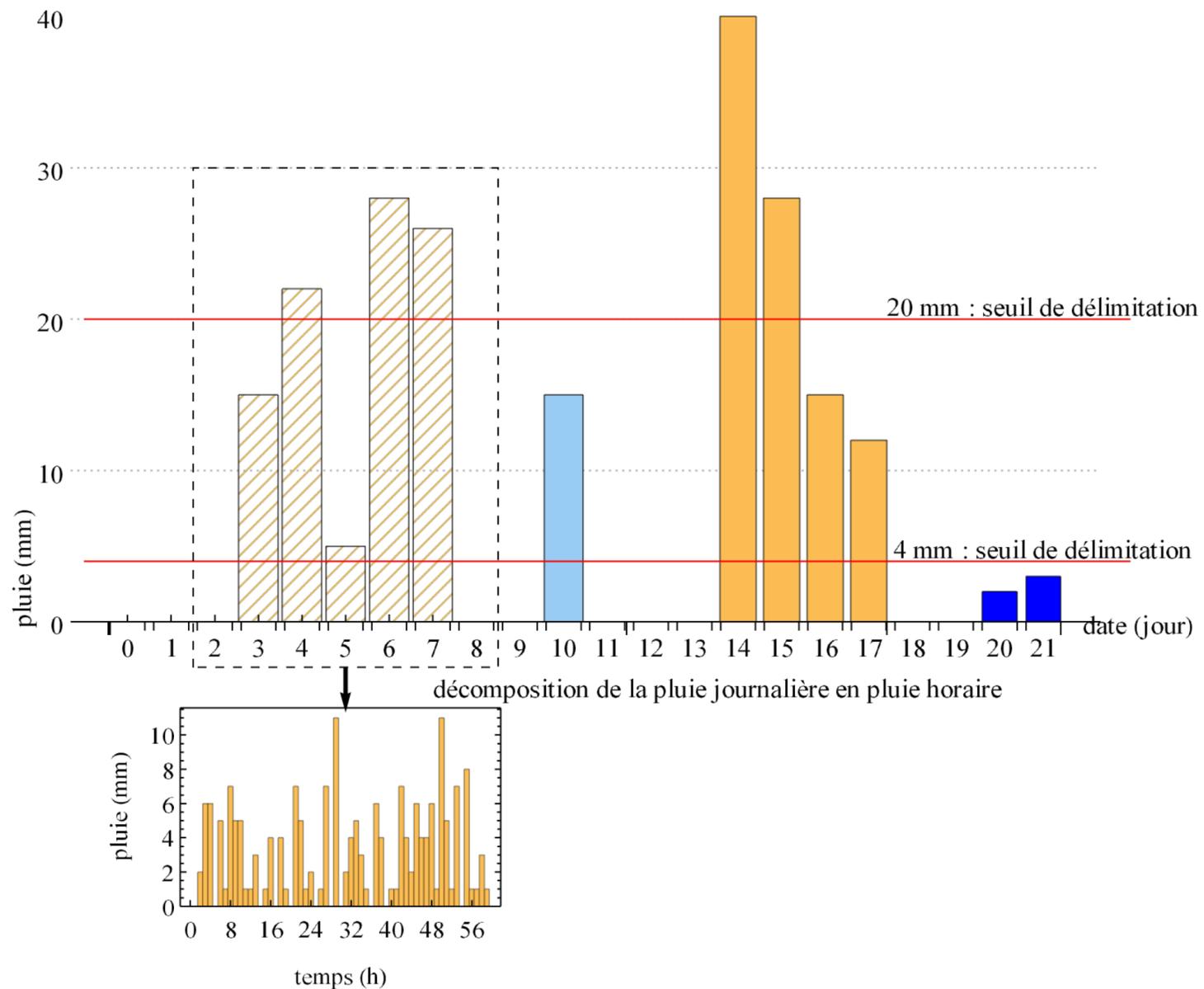
Classe de modèles reposant sur deux étapes :

- Simulateur stochastique de pluie : on génère une chronique de pluies au pas de temps horaire.
- Méthode de transfert pluie-débit (modèle Socose, GR3H, etc.) : on transforme cette chronique de pluies en chronique de débits, puis on traite statistiquement la série temporelle qui en résulte pour déterminer les quantiles qui nous intéressent (p. ex. le débit centennal).

Avantages :

- générer des chroniques de pluies sur de longues durées
- estimations plus précises des quantiles
- estimation des incertitudes de façon plus précise.
- construction flexible

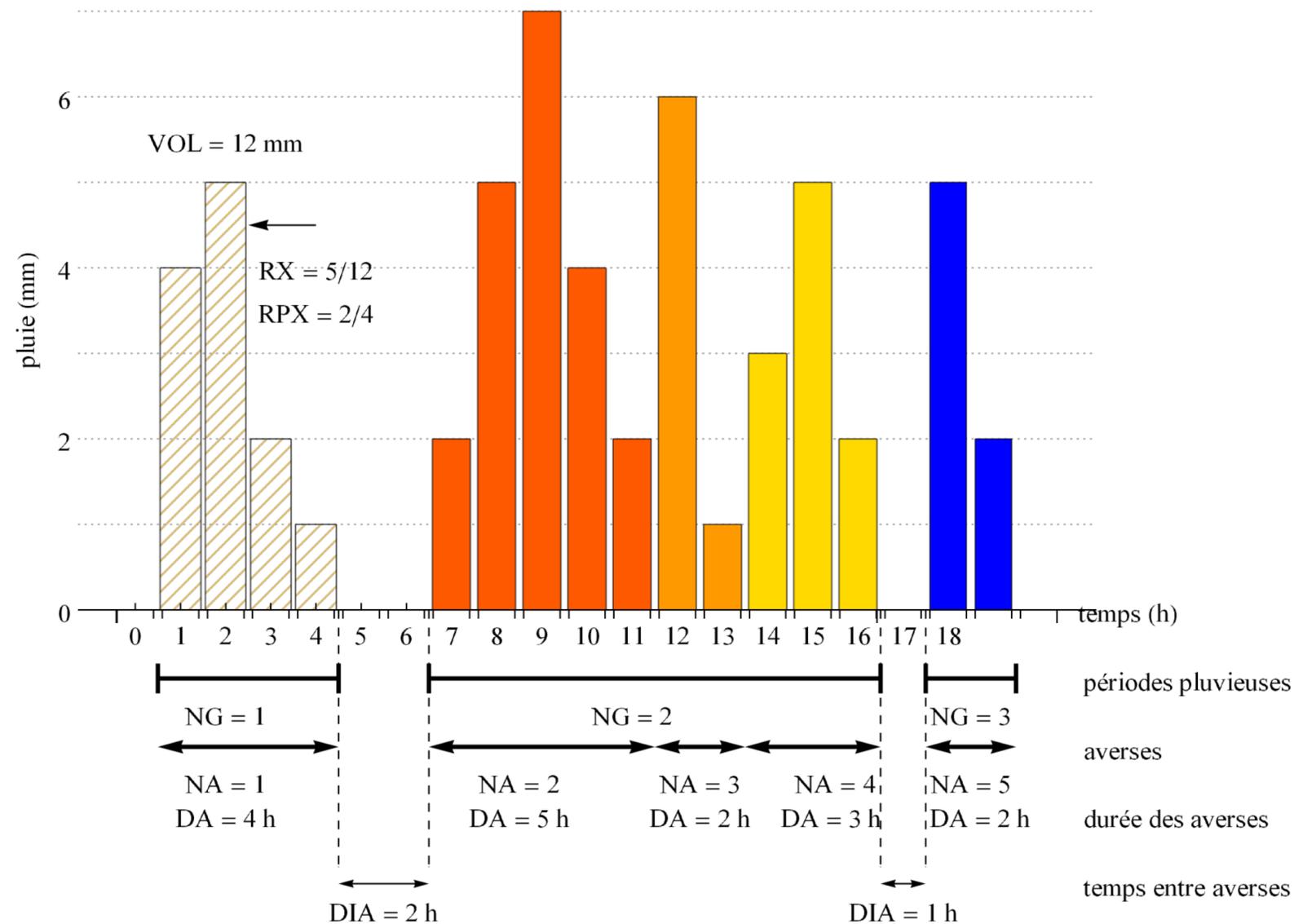
Transformation pluie-débit: modèle Shypre (2)



Série de données au pas minimal d'une heure. Les hyetogrammes sont décomposés :

- une *période sèche* est une période sans pluie ou bien avec des pluies trop faibles pour être significatives
- un *événements pluvieux* est une période de pluie soutenue délimitée par deux périodes sèches. Il existe au moins une pluie, dont le cumul journalier excède 20 mm. On considère qu'il y a NE événements par an

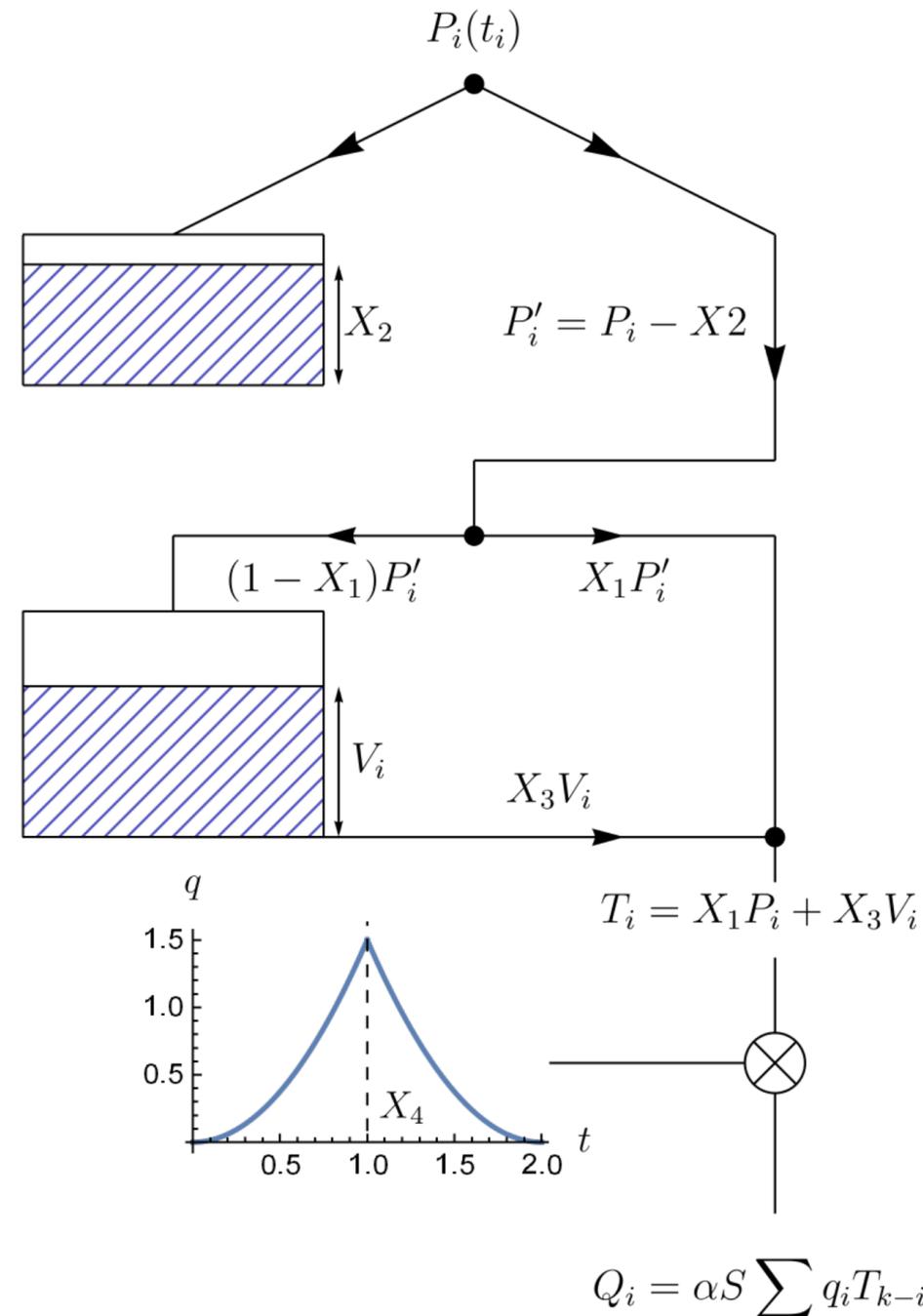
Transformation pluie-débit: modèle Shypre (3)



Ensuite on regarde sa structure à l'échelle horaire :

- une *averse* est une succession de pluies horaires présentant un seul maximum local. Chaque averse est caractérisée par sa durée (DA), son volume (VOL), le volume relatif du pic de l'averse (RX) et la position relative de ce pic (RPX)
- un *période pluvieuse* est composée d'une ou de plusieurs averses séparées par des périodes sèches. Il y a NG périodes pluvieuses par événements pluvieuses, et chaque période comprend NA averses.

Transformation pluie-débit: modèle Shypre (4)



Calcul des débits : modèle GR4H (petits bassins-versants). Discrétisation de l'équation de convolution

$$Q_i = Q(t_i) = S \int_0^{2X_4} q(\tau) I(t_i - \tau) d\tau$$

$$Q_i = S \sum_{j=0}^J q(t_j) I(t_i - t_j)$$

avec J est la partie entière du rapport $2X_4/\delta t$.
 Quand $J = 1$, le débit dépend de la pluie P_i et du niveau du réservoir V_i au temps t_i ainsi que de leur état précédent P_{i-1} et V_{i-1} :

$$Q_i = \alpha P_i + \beta V_i + \gamma P_{i-1} + \epsilon V_{i-1},$$

où β_i et γ_i des coefficients qui ont été déterminés en fonction des paramètres X_1 , X_2 , X_3 et X_4

Transformation pluie-débit: modèle Shypre (5)

Exemple de simulation sur un petit bassin-versant de 3 km²

