

Conditions d'examen

Professeur responsable : Christophe ANCEY (3 3287)

Documentation autorisée : toute documentation

Matériel autorisé : tout matériel sauf appareil de transmission (téléphone, email, etc.)

Durée de l'examen : 3 h (14h15–17h15)

Date et lieu : 8 mars 2006, salle CE1

Barème :

- Problème 1 (2,0/6) : (a) 1,50 ; (b) 0,50.
 - Problème 2 (2,0/6) : (a) 0,25 ; (b) 0,75 ; (c) 0,75 ; (d) 0,25.
 - Problème 3 (2,0/6) : (a) 1,25 ; (b) 0,75.
1. Lisez bien les données, tout ce dont vous avez besoin pour résoudre les exercices y figure !
 2. Précisez les hypothèses que vous faites au départ.
 3. Dans les simplifications de vos équations, précisez quelles hypothèses ou équations vous permettent de faire disparaître des termes.
 4. Commencez chaque exercice sur une nouvelle feuille A4.
 5. Ecrivez vos noms et prénom(s) sur chaque nouvelle feuille.
 6. L'examen comporte 3 exercices. **Aucun support (livre, calculatrice, aide-mémoire) n'est autorisé pour le premier exercice.**
 7. Le premier exercice se déroule de 14:15 à 14:45. Les deux suivants de 14:55 à 17:15.

Problème 1 Un jet d'eau de vitesse v_1 issu d'une tuyère fixe frappe une vanne orientable montée sur un wagon. La vanne dirige le jet dans la direction θ .

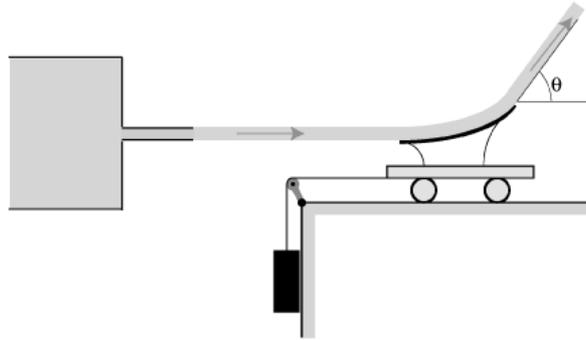


Figure 1 : vanne orientable montée sur un wagon

- (a) Déterminer la valeur de la force F nécessaire pour garder le wagon fixe. La surface du jet est S_1 .
- (b) Si θ pouvait varier, déterminer F en fonction de θ pour $0^\circ < \theta < 180^\circ$ afin que le wagon reste immobile.

Problème 2 Cette question se rapproche des observations simples faites lorsqu'un jet d'eau rencontre un obstacle. Pour simplifier, considérons un jet d'un fluide ; ce jet est bidimensionnel et a la forme d'une lame d'épaisseur h et de largeur unité dans la direction orthogonale au plan de la figure. La vitesse U ¹ du fluide est supposée uniforme à travers la section. Ce jet se divise en arrivant sur le plan en deux lames d'épaisseurs h_1 et h_2 et de vitesses U_1 et U_2 , supposées constantes loin du point d'impact.

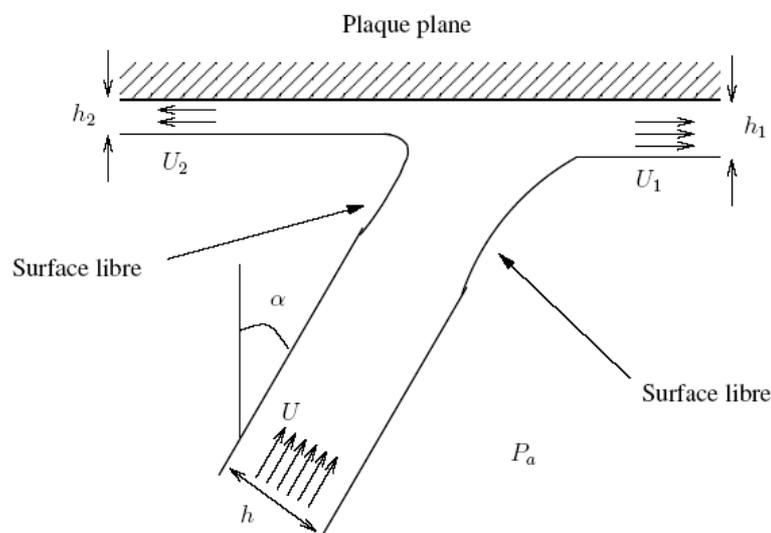


Figure 2 : jet à **surface libre** arrivant sur une plaque plane

On négligera les effets de la viscosité en supposant le fluide parfait. Les épaisseurs des lames de liquide étant faibles, on négligera aussi les effets de la pesanteur.

- Préciser les hypothèses que vous faites.
- Déterminer la vitesse loin du point d'impact, lorsque l'écoulement redevient laminaire. En déduire une relation entre les épaisseurs.
- Calculer la force exercée par le jet sur la plaque.
- Exprimez h_1 et h_2 en fonction de h et α .

1. U est la norme de la vitesse

Problème 3 Le fond d'un récipient cylindrique, de rayon R et hauteur $2h$, est percée à la base d'un trou circulaire de rayon r ($R \sim h \gg r$). Initialement, le récipient est à moitié plein (voir Fig. 3).

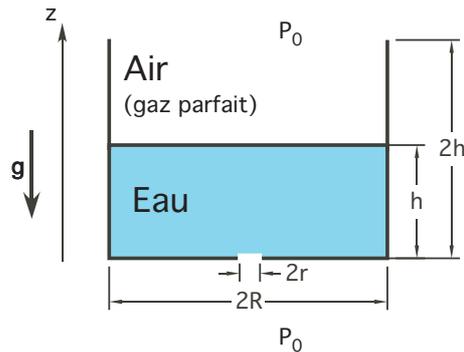


Figure 3 : trou au fond d'un récipient

- Calculer le temps nécessaire pour le vider, en formulant les hypothèses convenables.
- Supposons maintenant que la face supérieure du cylindre soit fermée au départ.

Que se passe-t-il lorsque le liquide s'écoule? En particulier, quand s'arrêtera-t-il de couler?

Hypothèses :

- l'eau s'écoule tant que la pression à l'orifice est plus grande que la pression atmosphérique p_0 ,
- l'air est un gaz parfait isotherme: $p(z)V(z) = cte$

Application numérique :

$$h = 10 \text{ cm}, R = 5 \text{ cm}, r = 5 \text{ mm}, \rho = 1 \text{ g/cm}^3, p_0 = 10^5 \text{ Pa}$$