Conditions d'examen

Professeur responsable : Christophe ANCEY (3 3287)

Documentation autorisée : toute documentation sauf problème 1

Matériel autorisé : tout matériel sauf appareil de transmission (téléphone, email, etc.)

Durée de l'examen : 4 h (14h15–18h00)

Date et lieu : 17 juillet 2007, salle CESPO

Code : A.

Barème :

- Problème 1 (2,0/6) : (a) 0,25 ; (b) 0,25 ; (c) 0,25 ; (d) 0,25 ; (e) 0,25 ; (f) 0,25 ; (g) 0,25 ; (h) 0,25.
- Problème 2 (2,0/6) : (a) 0,50 ; (b) 0,50 ; (c) 0,50 ; (d) 0,25 ; (e) 0,25 ; (f)† 1,00.
- Problème 3 (2,0/6) : (a) 0,25 ; (b) 0,50 ; (c) 0,25 ; (d) 0,25 ; (e) 0,25 ; (f) 0,25 ; (g) 0,25 ; (h)† 0,50.

† : question bonus (non obligatoire)

1. Lisez bien les données, tout ce dont vous avez besoin pour résoudre les exercices y figure !
2. Commencez chaque exercice sur une nouvelle feuille A4.
3. Écrivez vos noms et prénom(s) sur chaque nouvelle feuille ainsi que le code figurant sur cette feuille.
4. L'examen comporte 3 exercices. **Aucun support (livre, aide-mémoire) n'est autorisé pour le premier exercice.**
5. Le premier exercice se déroule de 14:15 à 15:00. Les deux suivants de 15:05 à 18:00.
6. **Le résultat des calculs devra être porté sur la feuille récapitulative. Les calculs seront éventuellement joints en annexe sur des feuilles au propre.** Les feuilles mal écrites ou écrites avec un crayon papier seront

considérées comme des brouillons et ne seront pas prises en compte. Pour les applications numériques, ne pas oublier les unités.

Problème 1 Un barrage est muni d'une vanne de fond. Il alimente un canal en terre de largeur très grande devant la hauteur d'eau. La pente du canal est $i = 0{,}05$ %. L'effet de la rugosité est calculé à l'aide de la formule de Manning-Strikler. On prendra $K = 40$ m$^{1/3}$/s.

Un lâcher d'eau provoque une onde de crue, qui peut être modélisée à l'aide de la méthode de l'*onde cinématique*. Rappelons que cette méthode consiste à supposer que la vitesse moyenne s'adapte instantanément à toute variation de la hauteur d'eau.

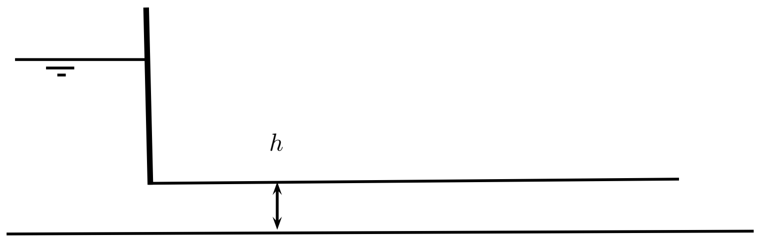

Figure 1 : vanne de fond alimentant un canal en pente douce.

(a) Que vaut la vitesse moyenne $\bar{u}$ dans le canal en fonction de la hauteur d'eau h en régime permanent uniforme ?

(b) Donner une valeur numérique lorsque $h = 1$ m.

(c) Comment s'écrit l'équation de l'onde cinématique (on se servira de l'équation de conservation de la masse et de l'hypothèse formulée plus haut sur la vitesse) ?

(d) Mettre l'équation sous une forme caractéristique.

(e) Calculer la vitesse de propagation c d'une onde. Faire une application numérique avec $h = h_0 = 1$ m.

(f) Est-elle plus grande que la vitesse de propagation en eau peu profonde ? Qu'en déduisez-vous sur le régime d'écoulement ?

(g) Calculer la vitesse v de propagation d'un mascaret (onde de choc), toujours dans l'hypothèse où l'onde cinématique est une approximation valable. On appellera h_0 la hauteur aval et h_1 la hauteur amont. Faire un application numérique avec $h_1 = 1{,}5$ et $h_0 = 1$ m.

(h) Lorsqu'on ouvre la vanne, un mascaret se forme et descend le long du canal. Calculer le temps qu'il faut pour qu'un observateur situé à 1 km à l'aval du barrage voit le niveau de l'eau monter sachant que le niveau initial dans le canal est $h_0 = 1$ m et que l'ouverture de la vanne permet de monter l'eau à un niveau $h_1 = 1{,}5$ m.

Formulaire

– Équations de Saint-Venant pour un canal infiniment large

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

– d'une équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = g\sin\theta - g\cos\theta\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_p}{\varrho h}. \tag{2}$$

– Loi de Manning-Strickler

$$\tau_p = \frac{\varrho g}{K^2}\frac{\bar{u}^2}{R_H^{1/3}}. \tag{3}$$

– Loi de Chézy

$$\tau_p = \frac{\varrho g}{C^2}\bar{u}^2. \tag{4}$$

– Frottement au fond pour un régime permanent uniforme et un canal infiniment large

$$\tau_p = \varrho g h \sin\theta. \tag{5}$$

– La relation de *Rankine-Hugoniot* permet de calculer la vitesse de l'onde de choc en $x = s(t)$ pour des ondes dont l'équation se met sous la forme

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0. \tag{6}$$

La vitesse de l'onde de choc $\dot{s}$ s'écrit

$$\dot{s}[\![u]\!] = [\![f(u)]\!], \tag{7}$$

où

$$[\![u]\!] = u^+ - u^- = \lim_{x\to s, x>s} u - \lim_{x\to s, x<s} u.$$

– Vitesse des ondes de surface en eau peu profonde au repos

$$c_0 = \sqrt{gh}.$$

Problème 2 Un château d'eau alimente un lotissement de 100 maisons. L'installation est assez obsolète : le tuyau d'acheminement est en fonte ductile et présente de nombreux signes de vieillissement (corrosion, fuite).

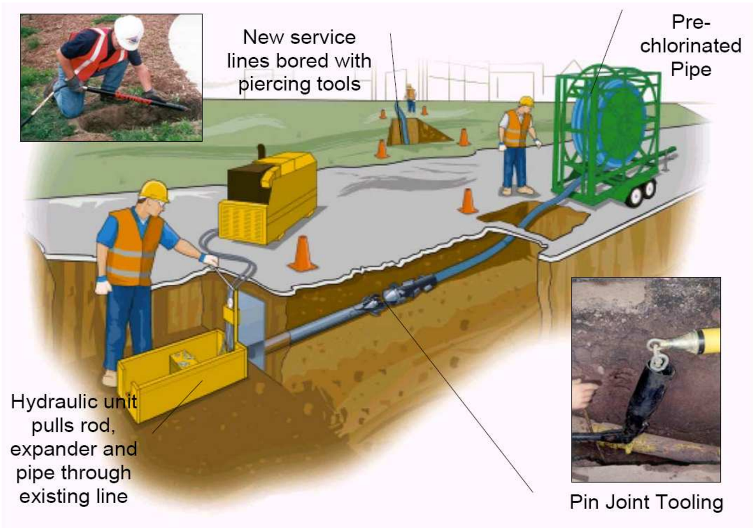

Figure 2 : remplacement d'une vieille conduite en fonte par une conduite en PEHD.

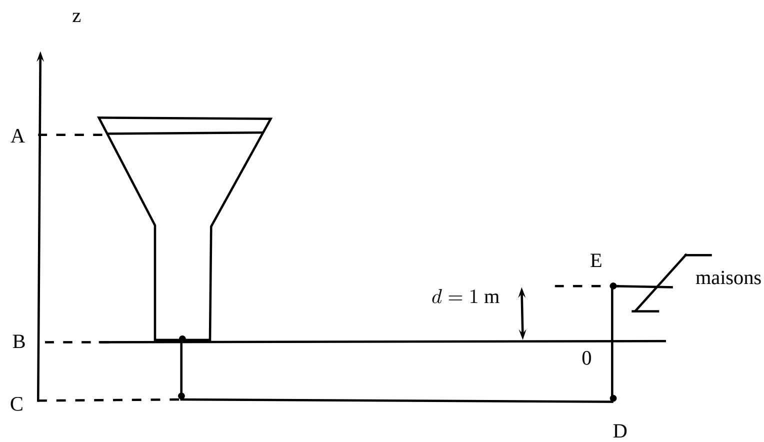

Figure 3 : principe de l'installation.

Données :

- perte de charges singulières en B, C, et D (rétrécissement ou coudes) : $\zeta_d = \zeta_c = 1{,}3$ et $\zeta_b = 0{,}5$;
- la perte de charge singulière pour chacune des maisons est $\zeta_m = 2$. On ne tient pas compte de pertes de charge en E car elles sont prises en compte dans les pertes de charge des maisons ;
- le diamètre initial de la conduite est $D_0 = 0{,}6$ m ;
- les cotes du projet sont les suivantes : $z_A = 260$, $z_B = 229$, $z_C = z_D = 228$ m, l'alimentation d'eau est à une hauteur $d = 1$ m au-dessus du niveau du sol ;
- la longueur de tuyau entre C et D est de $L = 1000$ m ;
- le débit dans la conduite principale est partagé en parts égales en $n = 100$ débits pour chacune des maisons ;
- la rugosité de la conduite en fonte $k_s = 5$ mm ;
- la rugosité de la conduite en PEHD est $k_s = 0{,}01$ mm.
- dans la conduite initiale, la perte de débit est de 20 % à cause des fuites. On supposera donc que le débit arrivant dans les maisons est 80 % du débit à la sortie du château d'eau ;
- le diamètre d'alimentation de chaque maison est $D_m = 6$ cm.

(a) En supposant que l'on connaisse la vitesse u_0 dans la conduite principale, donner l'expression de la vitesse u_m dans les conduites d'alimentation de chaque maison en fonction de u_0, D_0, D_m, et n lorsqu'un régime permanent est établi.

(b) À partir de la relation donnant les pertes de charge totales ΔH entre le château d'eau et les maisons, établir l'expression théorique qui permet de calculer la vitesse dans la conduite.

(c) Déterminer le débit maximal théorique Q_{max} (tous les robinets des maisons étant supposés ouverts) transitant par la conduite en fonte en l'absence de fuite et faire une application numérique. Vous avez le choix de la méthode (pensez à l'indiquer sur la feuille).

(d) Calculer le nombre de Reynolds Re de cet écoulement. Le régime est-il laminaire ou turbulent ?

(e) Quel est le débit effectif maximal Q_0 dans la conduite initiale compte tenu des pertes en eau pour chacune des maisons ? Quel est le débit effectif maximal Q_m?

(f) On remplace entre C et D la vieille conduite en fonte par un tuyau en PEHD. Quel doit être le diamètre D_r de cette conduite pour assurer le même débit effectif dans la conduite principale ?

Problème 3 Un canal principal à section rectangulaire de largeur $B = 5$ m et de longueur $\ell = 1000$ m a une pente 1 : 1000. Le débit est de 10 m^3/s ; la hauteur d'eau est de $h_0 = 3{,}1$ m dans la partie du bief où la hauteur est uniforme. Ce canal débouche ensuite sur deux canaux secondaires de même section et de pente $i = 0{,}1$ %.

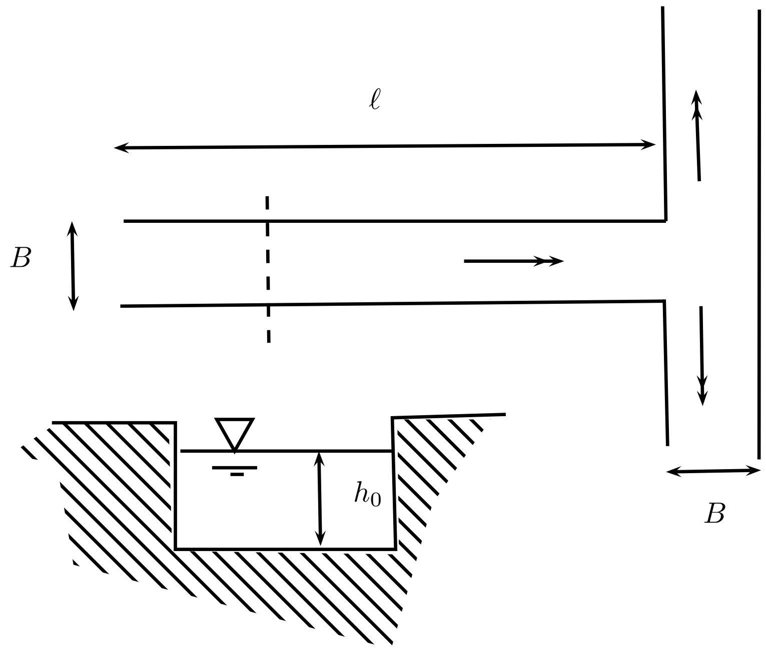

Figure 4 : canaux en T.

(a) En supposant que la résistance du lit peut être décrite à l'aide d'une formule de Keulegan, déterminer la rugosité k_s du lit. Pour les applications numériques, on prendra $\kappa = 0{,}41$. Est-ce que cette valeur vous semble plausible ?

(b) Répondre à la même question en prenant une relation de Manning-Stricker : que vaut K ?

(c) Quel est le débit Q_1 si la hauteur est montée jusqu'à un niveau de $h_1 = 4{,}5$ m ? On répondra en utilisant les formules de Keulegan et Manning-Strickler.

(d) Calculer le nombre de Froude Fr et le nombre de Reynolds pour le canal principal lorsque le débit vaut Q_1. Caractériser le régime d'écoulement. On utilisera la formule de Manning-Strickler.

(e) Quelle est la hauteur d'eau dans les canaux secondaires pour un régime permanent uniforme lorsque la hauteur vaut h_1 dans le canal principal ? On négligera le coefficient de perte de charge singulière au niveau de la séparation en T des canaux et on se servira de la formule de Manning-Strikler pour calculer la résistance.

(f) Que vaut la hauteur critique h_c dans un canal secondaire lorsque le débit est Q_1 ?

(g) Quelle est la forme de la surface libre ? La tracer qualitativement en plaçant les éléments remarquables.

(h) On remplace les canaux secondaires par des canaux à section trapézoïdale. La largeur au fond est $W = 3$ m. La pente des berges est 1V : 3H. Calculer la hauteur d'eau pour un canal secondaire en régime permanent uniforme lorsque le débit vaut Q_1. Calculer le nombre de Froude.