Conditions d'examen

Professeur responsable : Christophe ANCEY

Documentation autorisée : aucune documentation sauf formulaire A4

Matériel autorisé : aucun matériel électronique (laptop, téléphone, email, etc.) sauf calculatrice

Durée de l'examen : 2 h 45 (12 h 15–15 h 00)

Date et lieu : 29 juin 2010 salle CESPO

---

1. Lisez bien les données, tout ce dont vous avez besoin pour résoudre les exercices y figure !
2. **Écrivez vos noms et prénom(s) en lettres capitales.**
3. L'examen comporte 6 exercices. **Aucun document n'est autorisé, à l'exception d'un formulaire recto-verso au format maximal A4.**
4. **Le résultat des calculs devra être encadré et écrit de façon très lisible. Les calculs seront éventuellement joints sur des feuilles au propre.** Les feuilles mal écrites ou écrites avec un crayon papier seront considérées comme des brouillons et ne seront pas prises en compte. Pour les applications numériques, ne pas oublier les unités.

Problème 1 Considérons une rivière dont le lit est composé de gravier de diamètre $d_{90} = 4$ mm ; sa pente est de 5 cm/km. La section est rectangulaire et la largeur est de 70 m. En régime permanent uniforme, le débit est de 15 m^3/s. On demande de calculer :

(a) la hauteur critique
(b) le coefficient de Manning-Stricker ;
(c) la hauteur normale ;
(d) le rayon hydraulique ;
(e) le nombre de Froude et le type de régime ;
(f) la contrainte au fond ;
(g) la pression au fond.

Formulaire
Formule de Jäggi: $K = 23{,}2/d_{90}^{1/6}$

Problème 2 Pour protéger les riverains d'une rivière en crue, on constitue une digue en forme de dièdre (voir fig. 1). Elle est constituée en éléments préfabriqués, rigides (béton armé) de hauteur H et base B ; on négligera le poids de ces éléments par rapport à la poussée de l'eau. Calculez la longueur de base B qu'il faut prévoir pour qu'un élément soit auto-stable (on négligera le frottement du sol ainsi que tout effort résultant des sous-pressions sous la base). Faire une application numérique pour $H = 1$ m.

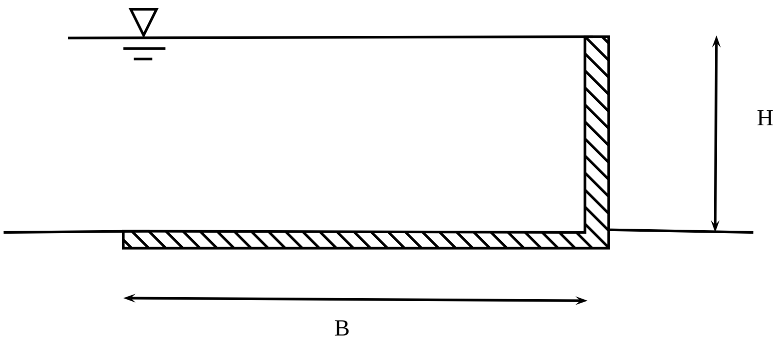

Figure 1 : digue en L.

Problème 3 Une bille sphérique de rayon R et de masse M obstrue un orifice circulaire dans laquelle elle s'enfonce de h (voir fig. 2). La hauteur d'eau est H. La bille est totalement immergée (sauf sa calotte inférieure, qui est à l'air libre). Calculez la force de pression qui s'exerce sur cette bille.

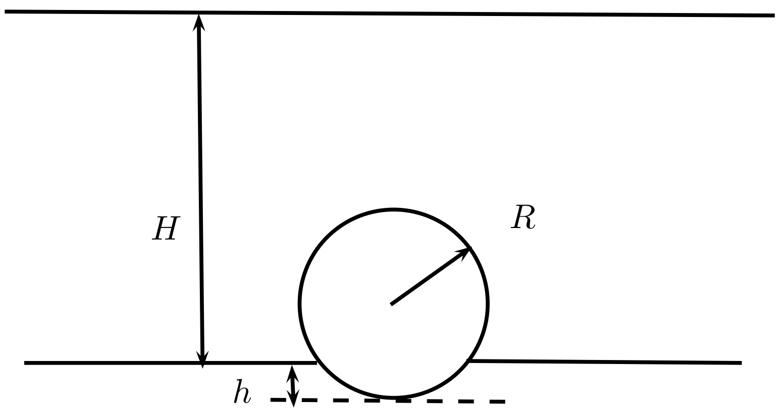

Figure 2 : clapet à bille.

Problème 4 Une conduite de vidange est alimentée en eau par un réservoir de hauteur $h_1 = 10$ m. Le diamètre de la conduite est 8 cm. La dénivellation entre le point de sortie et la surface libre est $h_2 = 30$ m (voir fig. 3). L'eau forme, à sa sortie de la conduite, un jet. On pose les questions suivantes :

(a) quelle est la vitesse à la sortie de la conduite ?

(b) quel est le débit dans la conduite ?

(c) quelle est la hauteur maximale du jet ?

Remarque : on néglige les pertes de charge.

Problème 5 De l'eau de pluie qui tombe sur une chaussée de pente 1 % s'écoule sous la forme d'un écoulement permanent uniforme d'épaisseur 2 mm. En supposant que l'écoulement est laminaire et en résolvant les équations de Navier-Stokes, répondez aux questions suivantes :

1. quel est le profil de vitesse ?
2. quelle est la vitesse moyenne ?

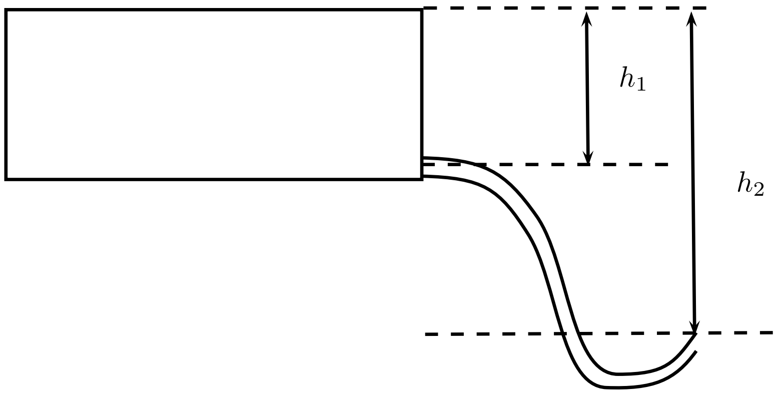

Figure 3 : vidange.

3. que vaut le débit (par unité de largeur) ?
4. comment définiriez le nombre de Reynolds ? Que vaut-il ? Qu'en déduisez-vous quant au régime ?

La viscosité de l'eau est $\mu = 10^{-3}$ Pa·s et sa volumique est $\rho = 1000$ kg/m^3. Les équations de Navier-Stokes sont en dimension 2 :

– Conservation de la masse
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
– Conservation de la quantité de mouvement
$$\varrho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \varrho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$
$$\varrho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \varrho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right),$$
avec (g_x, g_y) la projection du vecteur gravité $\mathbf{g}$ sur les axes x et y.

Problème 6 Un canal d'irrigation trapézïdal dont la section est donnée sur la figure 4 est constitué d'un revêtement en béton de coefficient de Manning-Strickler $K = 50$ m$^{1/3}$·s^{-1}. Sa pente est de 40 cm/km. Calculez le débit dans ce canal en fonction de la côte a. Faire une application numérique pour $a = 1$ m.

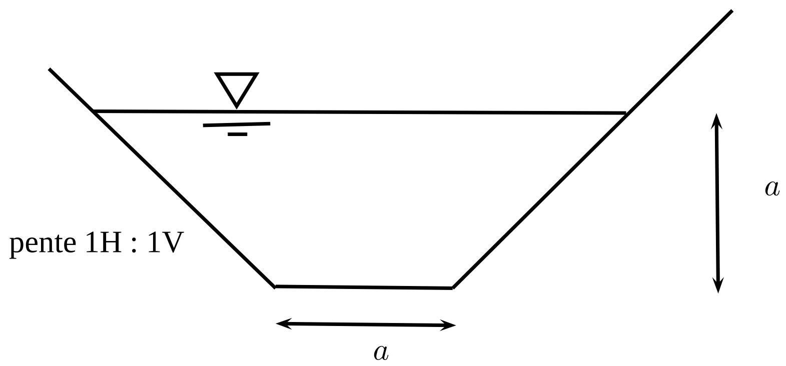

Figure 4 : canal trapézoïdal.