Conditions d'examen

Professeur responsable : Christophe ANCEY

Documentation autorisée : aucune documentation sauf formulaire A4

Matériel autorisé : calculatrice scientifique simple

Durée de l'examen : 2 h 30

Date et lieu : 2 juillet 2013 salles CE1515 et CE4, 12 h 30 à 15 h 00

---

1. Lisez bien les données, tout ce dont vous avez besoin pour résoudre les exercices y figure !
2. **Écrivez vos noms et prénom(s) en lettres capitales sur les feuilles d'examen et notez vos résultats, si possible, sur le recto et verso de chaque exercice. Il est inutile de fournir des explications abondantes**. Vous pouvez si vous le souhaitez ajouter des feuilles – en pensant à les numéroter –, mais cela reste déconseillé (forcez-vous à répondre de façon précise aux questions et à faire un effort de présentation). **Bonus de 1 pt** pour ceux qui respectent les consignes de présentation.
3. L'examen comporte 5 exercices. **Aucun document n'est autorisé, à l'exception d'un formulaire recto-verso au format maximal A4.**
4. **Le résultat des calculs devra être encadré et écrit de façon très lisible. Les calculs seront éventuellement joints sur des feuilles au propre.** Les feuilles mal écrites ou écrites avec un crayon papier seront considérées comme des brouillons et ne seront pas prises en compte. Pour les applications numériques, ne pas oublier les unités.
5. Le barème de chaque question est indiqué au début de chaque question. Choisissez bien vos questions pour optimiser vos points.
6. Il n'y pas de pièges, mais il faut aller vite...

Problème 1 Un lac de retenue est constitué derrière un barrage en terre de hauteur h. Les pentes de talus sont $\phi = 30°$ par rapport à l'horizontale. Ce barrage est percé par une buse de vidange de diamètre D sur toute sa largeur comme le montre la coupe ci-dessous. La hauteur de plein bord est notée également h. Lorsque la retenue est pleine, une vanne vidange le lac par l'intermédiaire de la buse. L'eau est déversée dans un canal de pente i, de largeur ℓ, et de longueur L. Au bout du canal se trouve un seuil dont la pelle est p. Le canal est en gravier. Pour simplifier les calculs, on négligera l'effet de la largeur dans le calcul du rayon hydraulique (on supposera donc que la largeur est bien plus grande que la hauteur d'eau même si ce n'est pas le cas numériquement).

(a) [0,25] Calculer le débit à la sortie de la buse en vous servant de la formule de Torricelli. En déduire le débit par unité de largeur dans le canal.

(b) [0,25] Calculer la hauteur normale dans le canal en considérant une loi de Manning-Strikler pour la résistance du lit.

(c) [0,25] Calculer la hauteur critique dans le canal.

(d) [0,25] Calculer la hauteur juste à l'amont du seuil.

(e) [0,50] Tracer qualitativement la ligne d'eau (courbe de remous) en la plaçant correctement par rapport aux grandeurs caractéristiques. Commenter le graphique avec les caractéristiques essentielles de la ligne d'eau.

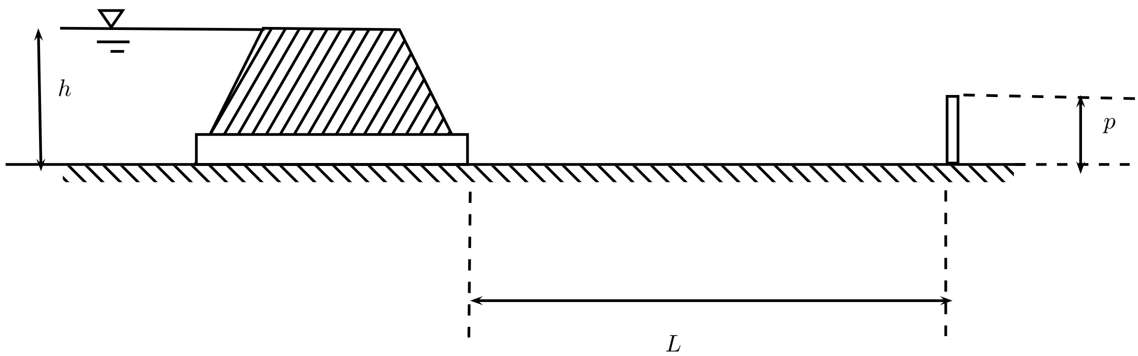

Figure 1 : schéma de l'aménagement étudié.

Données numériques :

– la hauteur du barrage vaut $h = 10$ m ;

- pour le gravier du canal, le diamètre d_{90} vaut 20 mm ;
- le diamètre de la buse est $D = 0{,}5$ m ;
- la longueur et largeur du canal sont $L = 1000$ m et $\ell = 5$ m ;
- la pelle vaut $p = 1$ m et le seuil est dénoyé ;
- la pente du canal est $i = 0{,}1$ %.

Formulaire :

- Formule de Manning Strickler : $\tau_p = \rho g \bar{u}^2/(K^2 R_H^{1/3})$
- Formule de Jäggi : $K = 23{,}2/d_{90}^{1/6}$
- $R_H = S/\chi$ avec S section mouillée et χ périmètre mouillé

Problème 2 Considérons une rivière dont le lit est composé de gravier de diamètre $d_{90} =$ 20 mm ; sa pente est de 1 cm/km. La section est rectangulaire et la largeur est de $W = 100$ m. En régime permanent uniforme, le débit est de 25 m^3/s. On demande de calculer :

(a) [0,2] la hauteur critique (canal infiniment large) ;

(b) [0,2] le coefficient de Manning-Stricker ;

(c) [0,3] la hauteur normale en faisant l'hypothèse d'un canal infiniment large, puis de largeur W ;

(d) [0,2] le rayon hydraulique ;

(e) [0,2] le nombre de Froude et le type de régime ;

(f) [0,2] la contrainte de cisaillement au fond ;

(g) [0,2] la pression au fond.

Formulaire :

(a) Formule de Jäggi : $K = 23{,}2/d_{90}^{1/6}$

(b) Formule de Manning Strickler : $\tau_p = \rho g \bar{u}^2/(K^2 R_H^{1/3})$

Problème 3 Dans un mur, une vanne de forme carré et de côté $2a$ permet de vidanger un réservoir d'eau. Cette vanne est mobile : elle est articulée autour d'un axe horizontal passant par son centre de masse G (qui est aussi le centre géométrique, la vanne étant composée d'un bloc homogène). La profondeur d'eau est comptée à partir de G et vaut h (voir fig. 2). On demande de :

(a) [0,25] calculer la distribution de pression sur la vanne ;

(b) [0,25] calculer la force totale de pression exercée par l'eau sur la vanne ;

(c) [0,25] calculer le point d'application ;

(d) [0,25] montrer que le couple nécessaire pour maintenir la vanne fermée est constant (c'est-à-dire qu'il est indépendant de h).

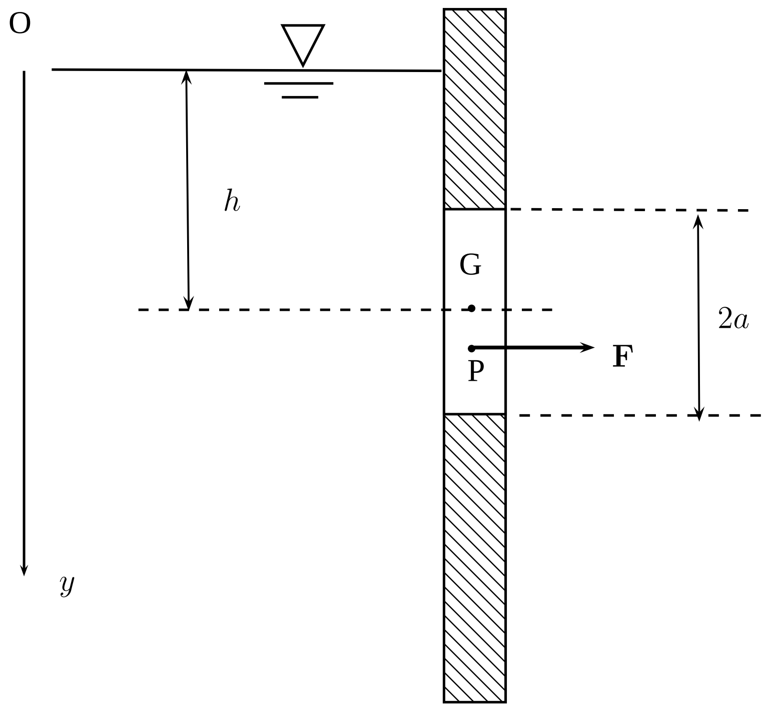

Figure 2 : vanne.

Problème 4 Un barrage de hauteur h voit arriver une forte crue. Le surplus de hauteur d'eau est H comme cela est illustré sur la figure 3 et ce courant est animé d'une vitesse u_c, qui est supposée connue, (on suppose que l'eau dans le barrage entre les cotes 0 et h reste au repos). La crête du barrage est large et elle se comporte donc comme un *seuil épais*, ce qui implique notamment que la ligne d'eau est à peu près parallèle à la ligne de crête. La vitesse de l'eau sur la crête a un profil uniforme et vaut u_0. On raisonne ici par unité de largeur (problème purement bidimensionnel).

(a) [0,50] En appliquant le théorème de Bernoulli et en supposant que la différence de cotes y et la vitesse de la crue u_c soient connues, calculer le débit q.

(b) [0,25] Pour quelle valeur de y ce débit q est-il maximal ?

(c) [0,25] Que vaut ce débit si la vitesse de la crue u_c est négligeable ?

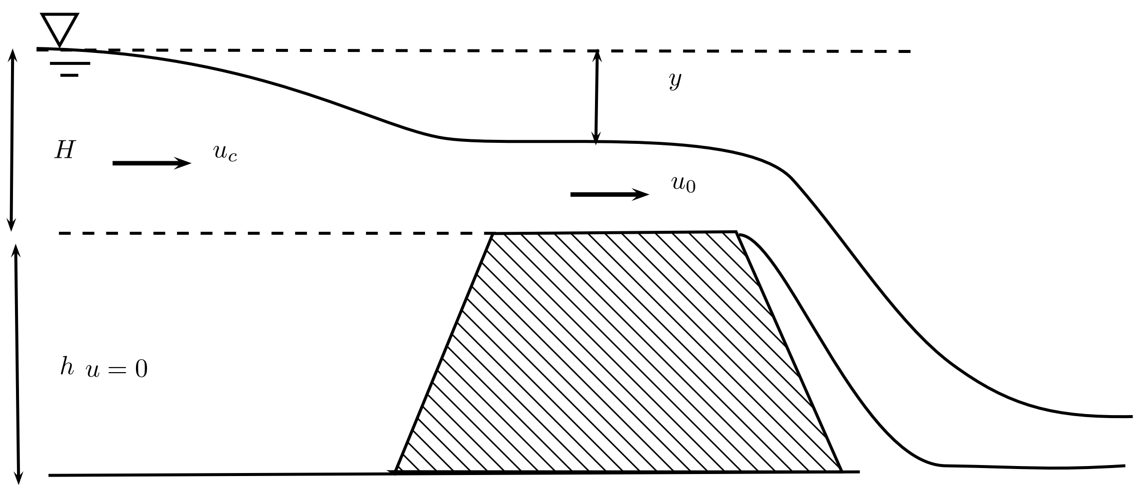

Figure 3 : surverse d'un barrage en remblai.

Problème 5 Des billes de verre sédimentent dans un fluide visqueux au repos. On suppose que la forme des grains est sphérique et qu'ils ont tous le même diamètre $d = 2a = 200$ µm. La viscosité du fluide est μ. La masse volumique du verre est $\varrho_p = 2500$ kg/m^3, celle du fluide est $\varrho_f = 1000$ kg/m^3.

(a) [0,25] Écrire le bilan des forces sachant que la force visqueuse est $F = 6\pi\mu a u$ avec u la vitesse de la particule par rapport au fluide, quand le nombre de Reynolds particulaire $\text{Re} = 2\varrho a u/\mu \to 0$;

(b) [0,25] En supposant que le régime est laminaire, calculez la viscosité en supposant que la vitesse de sédimentation u est connue.

(c) [0,50] En se servant de l'abaque de la figure 4 et en supposant que $u = 100$ µm/s, calculer la viscosité du fluide. Que vaut le nombre de Reynolds ? Le régime est-il turbulent ou laminaire ?

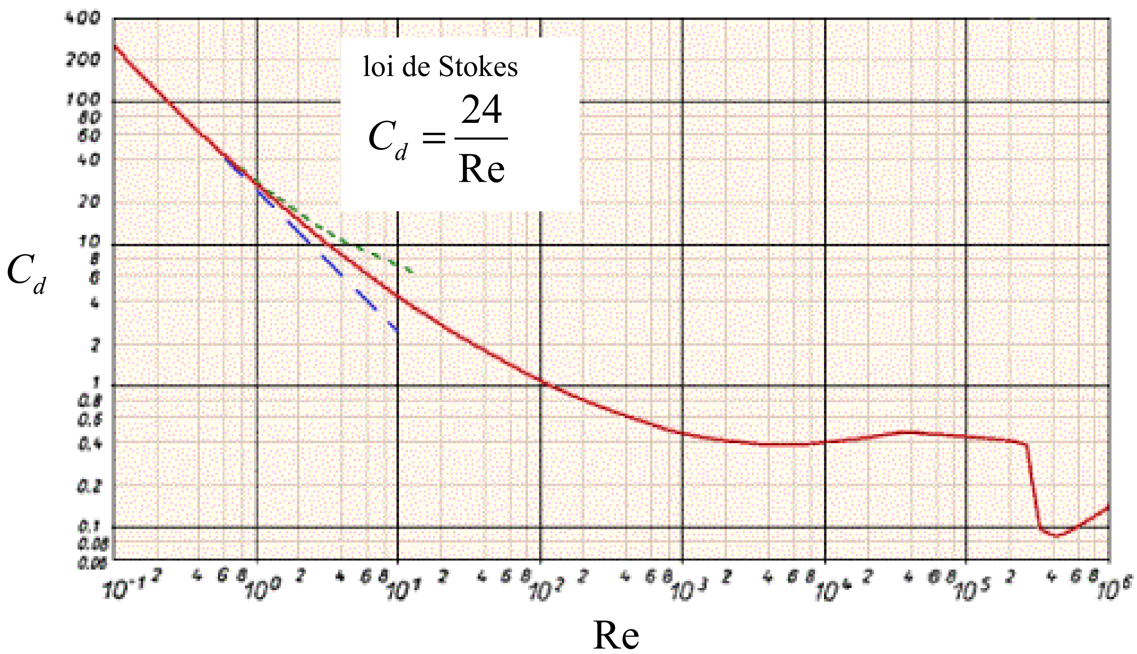

Figure 4 : variation du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds particulaire avec $C_d = \frac{F}{\frac{1}{2}\pi\varrho a^2 u^2}$ et $\text{Re} = \frac{2\varrho a u}{\mu}$.