

Examen partiel du 4 mai 2015

1 Exercice 1

Après les inondations de la Nouvelle-Orléans vous avez été mandaté pour vérifier le dimensionnement des nouvelles digues. Ces nouvelles digues se présentent sous la forme d'un barrage-poids en terre, dont la masse volumique est égale à ρ_t . Lors d'une crue, l'eau de masse volumique ρ_e atteint le sommet de la structure. La section du barrage est triangulaire, avec des angles α et β tels que représentés sur la figure 1. Attention, on prendra l'axe des z (profondeur d'eau) orienté vers le bas (figure 1) et l'axe des x (abscisse horizontale) vers la droite. La cote $z = 0$ correspond au niveau de la surface libre, qui est affleurante au sommet du barrage. On considère un vecteur normal \mathbf{n} à la surface du barrage, orienté de l'intérieur du barrage vers l'extérieur (eau du barrage). On veut calculer les deux composantes de la force de pression due à l'eau, appliquée au parement du barrage.

Données : $\rho_e = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $h = 30 \text{ m}$, $\alpha = 65^\circ$, $\beta = 45^\circ$, gravité $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. On suppose que la pression atmosphérique est nulle. Les calculs de force se feront en supposant une largeur unitaire (c.-à-d. que la largeur du barrage et du lac d'accumulation est prise égale à 1 m). L'axe y normal au plan de la figure est négligé dans les calculs vectoriels.

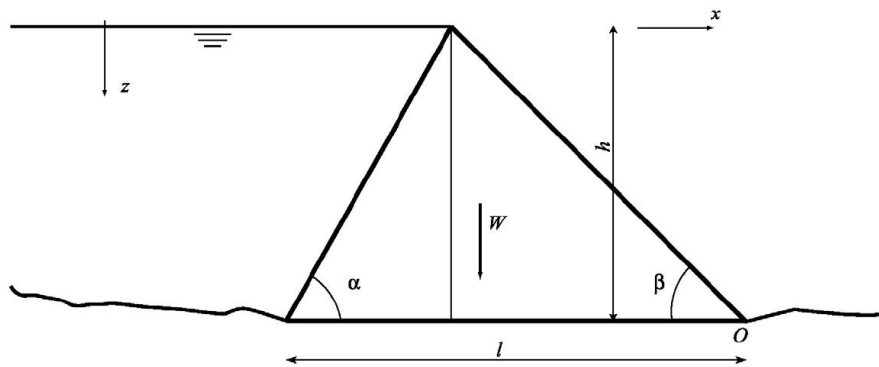


Figure 1 : barrage-poids en béton.

Question 1 [1] Déterminez le champ de pression hydrostatique $p(z)$.

A $p = \rho_e g (h - z)$

B $p = \rho_e g (z - h)$

C $p = \rho_e g z$

Question 2 [1] On écrit que la résultante des forces de pression (par unité de largeur) vaut $\mathbf{F} = \int_0^h -p \mathbf{n} dS$, avec \mathbf{n} la normale orientée à dS et dS l'élément infinitésimal de la paroi de gauche sur laquelle s'applique la pression $p(z)$. Que valent les composantes de \mathbf{n} ?

A $\mathbf{n} = (-\sin(\pi/2 + \alpha), \cos \alpha)$

B $\mathbf{n} = (-\sin \alpha, -\cos \alpha)$

C $\mathbf{n} = (-\sin \alpha, \cos \alpha)$

D $\mathbf{n} = (-\sin \beta, \cos \beta)$

Question 3 [1] Exprimez dS en fonction de dz

- A $dS = dz / \tan \alpha$
 B $dS = -dz / \sin \alpha$
 C $dS = dz / \cos \alpha$
 D $dS = -dz / \cos \alpha$
 E $dS = dz / \sin \alpha$

Question 4 [2] Les composantes de la résultante des forces de pression sont écrites $\mathbf{F} = (F_x, F_z)$. Que valent ces composantes?

- A $F_x = \frac{1}{2} \rho_e g h^2 \sin \alpha$ et $F_z = \frac{1}{2} \rho_e g h^2 \cos \alpha$
 B $F_x = -\frac{1}{2} \rho_e g h^2$ et $F_z = \frac{1}{2} \rho_e g h^2 \sin \alpha$
 C $F_x = -\frac{1}{2} \rho_e g h^2 \sin \alpha$ et $F_z = \frac{1}{2} \rho_e g h^2$
 D $F_x = \frac{1}{2} \rho_e g h^2 \tan \alpha$ et $F_z = \frac{1}{2} \rho_e g h^2$
 E $F_x = \frac{1}{2} \rho_e g h^2$ et $F_z = \frac{1}{2} \rho_e g h^2 \cot \alpha$

2 Exercice 2

Le jet d'eau de Genève de diamètre initial 100 mm s'élève verticalement à une hauteur de $h = 150$ m. En négligeant les pertes par frottement, déterminer la vitesse à la base du jet et le débit injecté. On note z l'axe des altitudes orienté vers le haut. La cote $z = 0$ correspond à la base du jet. On note $p(z)$ la pression à l'altitude z . La masse volumique de l'eau est notée ρ et sa vitesse v . La pression atmosphérique au sol est supposée nulle ($p_a = 0$). La constante de la gravité est prise égale à $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Question 5 [1] Comment faut-il exprimer le théorème de Bernoulli en tout point d'altitude z ?

- A $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = c$, avec c une constante à déterminer et $p = 0$.
 B $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = c$, avec c une constante et $p = \rho g (h - z)$.
 C $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = 0$, avec p inconnue.
 D $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = c$, avec c une constante et $p = \rho g z$.

Question 6 [1] Quelle est la vitesse de l'eau à la base du jet?

- A $v = 38 \text{ m/s}$.
 B $v = 54 \text{ m/s}$.
 C $v = 77 \text{ m/s}$.
 D $v = 45 \text{ m/s}$.
 E $v = 1715 \text{ m/s}$.

Question 7 [1] En déduire le débit injecté Q .

- A $Q = 13,5 \text{ m}^3/\text{s}$.
 B $Q = 0,7 \text{ m}^3/\text{s}$.
 C $Q = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$.
 D $Q = 0,4 \text{ m}^3/\text{s}$.
 E $Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$.

3 Exercice 3

On veut déterminer la pression qui s'exerce sur le nez d'une torpille se déplaçant sous $h = 10$ m d'eau à la vitesse de 5 m/s. La masse volumique de l'eau est notée ρ et celle de la torpille ρ_t . On prendra $\rho_t = 8600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, gravité $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. On suppose que la pression atmosphérique est nulle.

Question 8 [1] Comment procède-t-on ?

- A On applique la loi de l'hydrostatique car le fluide est stationnaire et le nez de la torpille est un point d'arrêt.
- B On applique le théorème de Bernoulli selon une verticale entre la surface libre et le nez car on connaît la distribution de pression le long de cette verticale.
- C On applique le théorème de Bernoulli dans le référentiel galiléen lié à la torpille.
- D On applique le théorème de Bernoulli dans le référentiel terrestre.

Question 9 [2] Que vaut cette pression p ?

- A $p = 194$ kPa.
- B $p = 111$ kPa.
- C $p = 12,5$ kPa.
- D $p = 98$ kPa.

4 Exercice 4

Quel est le débit s'écoulant dans une conduite industrielle circulaire de diamètre $d = 2r_1 = 1200$ mm ayant une pente $i = 0,1$ % ? La hauteur normale observée est $h_n = r_1 + h = 80$ cm (voir figure 2). On utilisera la loi de Manning-Strickler $Q = SR_h^{2/3} \sqrt{i} K$, avec $R_h = S/\chi$ le rayon hydraulique, S la section mouillée, χ le périmètre mouillé, et $K = 80 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$ le coefficient de Manning-Strickler.

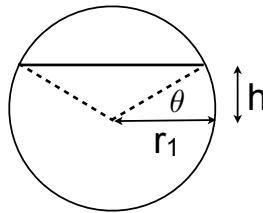


Figure 2 : section de la conduite.

Question 10 [1] À quel matériau correspond un coefficient de Manning-Strickler $K = 80 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$?

- A fonte brute
- B matière plastique lisse telle que du PEHD
- C béton lisse
- D béton brut

Question 11 [1] Que vaut l'angle θ ?

- A $\theta = 0,30$ rad
- B $\theta = 30,9^\circ$
- C $\theta = 19,5^\circ$
- D $\theta = 23,1^\circ$

Question 12 [1] Que vaut la section mouillée ?

- A $S = 6,7 \text{ m}^2$
- B $S = 0,80 \text{ m}^2$
- C $S = 1,34 \text{ m}^2$
- D $S = 0,71 \text{ m}^2$

Question 13 [1] Que vaut le rayon hydraulique ?

- A $R_h = 100$ cm
- B $R_h = 0,50$ m
- C $R_h = 35$ cm
- D $R_h = 67$ cm

CORRECTION

Question 14 [1] Que vaut le débit ?

- $Q = 1,00 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
- $Q = 1,25 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
- $Q = 0,97 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
- $Q = 0,67 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$