# Mémoire de DEA :

# Etude expérimentale des mécanismes de transport solide par charriage torrentiel

Magali JODEAU CEMAGREF Grenoble, division ETNA

Février-Septembre 2004

# Résumé

Les mécanismes de transport solide par charriage ont été étudiés d'un point de vue expérimental. Le dispositif d'étude permet de modéliser le transport solide en torrent. Nous avons utilisé un canal inclinable et étroit, les particules sont représentées par des billes de 6 mm de diamètre, elles sont entraînées par un flux liquide rapide, turbulent et supercritique. A chaque fois, les débits liquide et solide ont été ajustés pour être à l'équilibre, c'est à dire qu'il n'y a ni érosion ni dépôt sur des intervalles de temps suffisamment longs. Quatorze séries d'expériences ont été faites à différents débits liquides et pentes. L'objectif est de déterminer l'influence des variables d'écoulement sur le transport solide. Des séquences d'une minute ont été filmées pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement comme les positions et vitesses des particules, leur état de mouvement et la hauteur d'eau. En parallèle, nous avons développé une simulation des trajectoires. La confrontation des résultats numériques et expérimentaux a souligné l'effet de la surface libre sur les trajectoires des particules. Le modèle prédit une augmentation de la longueur des sauts avec la pente alors que les expériences montrent le contraire à cause de la diminution de la hauteur d'eau. Les trajectoires numériques et expérimentales présentent une augmentation de la longueur des sauts avec la vitesse du fluide alors que les hauteurs de sauts restent quasiment constantes. Malgré la difficulté d'extraire des tendances claires, les résultats numériques ont été étudiés en détail. Les relations expérimentales entre débit liquide et débit solide ont été comparées avec des formules de transport empiriques, les spécificités de ce canal étroit sont évidentes. L'effet de la pente a été examiné, on remarque surtout que la part de transport solide par saltation par rapport au roulement diminue lorsque la pente augmente.

**Mots Clef :** Torrents, Transport solide, Charriage, Saltation, Canal expérimental, Traitement numérique, Simulation des trajectoires.

# Abstract

An experimental study was carried out to modelize the physics of bed load transport in torrential context. We used a two-dimensional inclined channel with a mobile bed, particles were represented by 6 mm glass beads and entrained by a rapid, turbulent, supercritical water flow. Solid and liquid discharge were adjusted to obtain bed load equilibrium, that is, neither bed erosion nor deposition over long time intervals. Fourteen series of experiments were conducted at different solid discharges and slopes. Our goal was to highlight the main effects of these control parameters on the transport. One minute sequences were filmed in order to determine the flow characteristics such as particle positions and velocities, state of motion and flow depth. Additionally, we performed numerical simulations of particle trajectories. The confrontation of numerical and experimental results underlined the effect of the water free surface on particle trajectories. The model predicted an increase of the length of saltation leaps with the slope whereas experimental results showed the contrary due to the water depth. Experimental and numerical trajectories displayed an increase of leap length with flow velocity while leap height seems constant. Experimental results were analyzed accurately, even if it was difficult to extract obvious tendencies from the data. The link between liquid and solid discharge was compared with empirical formulae, it underlined the specificity of this laboratory narrow flume. As well, we investigated the slope effect on bed load transport. One main result concerns the part of transport in the rolling or the saltating phase, it was found that the contribution of the rolling particles increases with the channel slope.

**Key Words :** Mountain stream, Bedload tranport, Rolling and saltation, Experimental flume, Trajectory simulation.

# Remerciements

- \* Philippe Frey pour ce stage de DEA.
- \* Tobias Böhm pour tout le travail préliminaire qui a été fait sur le sujet, pour sa grande disponibilité et pour son aide indispensable au bon déroulement de ce stage.
- \* Fred et Christian pour leurs conseils et leur aide précieuse dans la mise en place du dispositif expérimental.
- \* Sylvain, Benjamin, Céline, Carole et tous les autres stagiaires et doctorants des unités ETNA, EPM pour les pauses cafés et leur conseils avisés sur la forme et le contenu des soutenances et des mémoires de stages.
- \* Les nombreuses personnes qui ont participé à la relecture de ce mémoire.
- \* Tous les grimpeurs avec qui j'ai pu terminer les journées au pied des falaises grenobloises ou à la salle d'escalade quand le temps était capricieux.

# Sommaire

R	ésum	né	<b>2</b>
Α	bstra	act	<b>2</b>
N	otati	ons	6
1	Cor	nprendre le charriage torrentiel	8
	1.1	Généralités sur le transport solide torrentiel	8
		1.1.1 Le transport solide en torrent, introduction	8
		1.1.2 Mécanique du transport solide	9
	1.2	Formules de transport solide, études empiriques	12
		1.2.1 Hypothèse de Bagnold	12
		1.2.2 Quelques formules de transport solide	13
	1.3	Modélisation du transport solide, études "microstructurelles"	14
		1.3.1 Approche probabiliste de H.A. Einstein (1950)	14
		1.3.2 Modèle de calcul du transport solide de sédiments	
		(Wiberg & Smith, 1985 & 1989)	14
		1.3.3 Modèle numérique utilisant une condition aux limites dynamique et locale	
		(Schmeeckle & Nelson, 2003)	15
<b>2</b>	Le	dispositif expérimental : un canal étroit à pente variable	17
	2.1	Présentation du canal expérimental	17
	2.2	Méthode de traitement des données	18
	2.3	Travaux et résultats préliminaires sur ce canal	20
		2.3.1 Etude du mouvement d'une particule dans un courant d'eau sur forte pente .	20
		2.3.2 Etude du débit solide, fluctuations du débit solide	21
	2.4	Objectif du stage	24
3	Etu	lde du charriage expérimental avec un système modèle	<b>25</b>
	3.1	Conditions d'écoulement	25
	3.2	Protocole expérimental	26
	3.3	Difficultés expérimentales	27
	3.4	Synthèse des conditions d'écoulement testées	28
	3.5	Caractérisation de la rugosité du fond du canal et d'un lit mobile	29
4	Mo	délisation de la trajectoire d'une bille lors d'un saut	<b>32</b>
	4.1	Equation du mouvement simplifiée et conditions initiales	32
	4.2	Résolution et paramètres de calage	33
	4.3	Résultats et comparaison avec les trajectoires expérimentales	34
<ol> <li>1.3.3 Modèle numérique utilisant une co (Schmeeckle &amp; Nelson, 2003)</li> <li>2 Le dispositif expérimental : un canal étro 2.1 Présentation du canal expérimental 2.2 Méthode de traitement des données 2.3 Travaux et résultats préliminaires sur ce o 2.3.1 Etude du mouvement d'une partic 2.3.2 Etude du débit solide, fluctuations 2.4 Objectif du stage</li></ol>	Synthèse	38	
5	Rés	sultats expérimentaux sur les caractéristiques du transport solide par char-	a -
	riag	ge en canal étroit	39
	5.1	Etude détaillée à 10%, quelques valeurs caractéristiques	39
Abstr Notat 1 Co 1.1 1.2 1.3 2 Le 2.1 2.2 2.3 2.4 3 Etu 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 4 Mc 4.1 4.2 4.3 4.4 5 Rés rias 5.1 5.2 5.3	5.2	Remarques sur les variations générales	40
	5.3	Relation Débit solide - Débit liquide, Concentration	40

5.4	Composition du débit solide, saltation et roulement	41
5.5	Répartition verticale du débit solide	43
5.6	Synthèse des résultats expérimentaux	45
Conclu	sion	46
Annex	es	<b>49</b>

NT	1	· · ·		
$1\mathbf{N}$	ot	atı	on	S

a	Bayon de la particule	(m)
A	Section de la particule dans une direction $x$	$(m^2)$
C	Coefficient de masse ajoutée	(m)
$C_m$	Coefficients de noussée et de traînée	
$c_P, c_T$	Concentration en particules solide dans l'écoulement	
$c_s$	Diamètre des particules	(m)
a d	Diamètre moyen des particules	(m)
$a_m$	Diamètre d'un grain tal que $x^{\%}$ en poids soit inférieur à d	(m)
$u_x$ Fr	Nombre de Froude	(m)
1 <sup>-1</sup>	Crovitá	$(me^{-2})$
y h	Hautour d'oau	(ms)
h h	Hauteur meyenne d'écoulement	(m)
$h_m$	Hauteur moyenne des sauts	(m)
$n_s$	Pointe du concluir ten $(\theta)$	(m)
I V	Fence du canal $I = tan(b)$	$(m_1/3/2)$
	Coefficient de Manning Stickler	$(m^{-/3}/s)$
$k_s$	Coefficient de rugosite du lit	$(m^{1/3}/s)$
$\kappa_r$	Coefficient de rugosité du grain	$(m^{1/5}/s)$
m	Masse de la particule	(kg)
$m_f$	Masse du fluide qui remplirait l'enveloppe de la particule	(kg)
n N	Débit solide	(Billes/s)
$N_{Sh}$	Nombre de Shields	
P	Pression	(Pa)
Q	Débit liquide	$(m^{3}/s)$
q	Débit liquide par unité de largeur du lit	$(m^2/s)$
$Q_e$	Débit liquide concourant au charriage	$(m^3/s)$
$Q_s$	Débit solide	$(m^{3}/s)$
$q_s$	Débit solide par unité de largeur du lit	$(m^2/s)$
$R_e$	Nombre de Reynolds	
$R_h$	Rayon hydraulique	(m)
s	Densité du sédiment $s = \rho_s / \rho$	
$\overrightarrow{u_{f}}$	Vitesse du fluide	(m/s)
$\overrightarrow{u_f}$	Vitesse de la particule	(m/s)
$\overrightarrow{u_{\Delta}}$	Vitesse relative de la particule $\overrightarrow{u_{\Delta}} = \overrightarrow{u_f} - \overrightarrow{u_p}$	(m/s)
V	Volume d'une particule	$(m^{3})$
w	Largeur du canal	(m)
x	Direction de l'écoulement	
z	Direction perpendiculaire à la direction de l'écoulement	
$\alpha$	Angle de la pente	
eta	Angle de frottement interne du matériaux	
ν	Viscosité cinématique du fluide	$(m^2/s)$
$\theta$	Angle de la pente	
$\mu$	Viscosité	(Poi)
$ ho_f$	Masse volumique du fluide	$(kg/m^3)$
$ ho_p$	Masse volumique de la particule	$(kg/m^3)$
au	Contrainte de cisaillement	(Pa)
au*	Contrainte de cisaillement adimensionnelle $\tau * = N_{Sh}$	

# Introduction

Les torrents de montagne sont connus pour leurs crues violentes et soudaines et pour les dégâts qui en résultent. Pour évaluer les risques torrentiels et tenter de les contrôler, il faut connaître à la fois les propriétés de l'écoulement liquide mais aussi celles de la phase solide. Il existe de nombreuses formules de prédiction de la quantité de solide transporté par un flux liquide dans un torrent, mais la compréhension réelle du transport solide au-delà de la simple description pose de nombreuses difficultés. Les formules semi-empiriques permettent d'avoir une approche rapide et globale qui est souvent approximative. La compréhension des mécanismes physiques est indispensable pour la conception d'aménagements de protection et pour l'étude de leurs conséquences sur la morphologie des torrents. Une façon de compléter et d'approfondir les connaissance dans le domaine du transport solide est de s'intéresser à un système modèle expérimental.

Ce mémoire présente un travail de DEA réalisé entre février et septembre 2004 au Cemagref de Grenoble dans l'unité ETNA (Erosion Torrentielle, Neige et Avalanche) et s'inscrit dans l'étude des mécanismes de charriage torrentiel. L'étude porte sur un système modèle composé d'un canal étroit, de dispositifs de contrôle des débits liquide et solide. L'écoulement biphasique est filmé et analysé numériquement.

Le premier chapitre de ce mémoire propose une rapide synthèse bibliographique dont l'objectif est de situer le contexte d'étude et de présenter quelques travaux récents de modélisation du transport solide par charriage. Le deuxième et le troisième chapitres présentent en détails le dispositif expérimental, les travaux et les résultats obtenus auparavant grâce à ce canal, et le protocole d'étude propre au travail présenté ici. Le quatrième chapitre est consacré à la présentation d'un modèle numérique simple des trajectoires des particules développé au cours de ce stage. Les résultats des simulations numériques sont comparés aux observations expérimentales. Enfin, le dernier chapitre présente les principales conclusions de l'étude détaillée des données expérimentales acquises au cours de ce stage.



FIG. 1 – Écoulement torrentiel naturel. Torrent en aval du lac de Crupillouse (Hautes-Alpes), août 2004.

# 1 Comprendre le charriage torrentiel

#### 1.1 Généralités sur le transport solide torrentiel

#### 1.1.1 Le transport solide en torrent, introduction

Il existe différents modes de transport solide dans les cours d'eau, ils dépendent essentiellement de la morphologie du cours d'eau et des terrains traversés. Cette partie présente quelques caractéristiques physiques des torrents, certains résultats de mécanique des solides et de mécanique des fluides, plusieurs formules de transport solide seront citées pour illustrer les travaux existant sur l'évaluation des quantités de solide transporté.

#### Le torrent, un cours d'eau de montagne

Selon sa définition<sup>1</sup>, le torrent est un *Cours d'eau à forte pente des régions montagneuses ou* accidentées, à débit très irrégulier, à crues subites et violentes. Par forte pente, les hydrauliciens spécialisés en torrents entendent des pentes supérieures à 6 % [7]. Sur ces terrains, différents types d'écoulements peuvent être observés. La plupart du temps le débit d'un torrent est faible et le transport solide est très limité. Pour des débits moyens l'écoulement liquide se charge en particules fines de façon plus ou moins importante en fonction de l'apport d'eau et de l'état de végétalisation du bassin versant. Puis pour des débits plus importants les particules plus grossières (sables, graviers, cailloux) sont transportées. Lors d'événements exceptionnels, des blocs de grande taille peuvent être déplacés.

#### Les différents modes de transport solide

Sous l'effet d'un flux liquide, les éléments constitutifs du lit sont susceptibles d'être mis en mouvement. Dans les cours d'eau fluviaux, et par extension dans les torrents, on définit deux modes de transport des sédiments : la suspension et le charriage (Fig. 2).

La suspension concerne des particules fines, donc légères, qui sont maintenues dans le corps de l'écoulement, sans contact fréquent avec le lit, sous l'effet des fluctuations verticales turbulentes de la vitesse du liquide.

Le charriage désigne le transport sur le fond d'éléments non cohésifs. L'effet des forces hydrodynamiques exercées par l'écoulement d'eau se traduit sur les particules par un mouvement de roulement, de glissement, ou de saltation (petits sauts successifs). Le transport solide par charriage concerne plutôt les particules grossières, typiquement de diamètre supérieure à 0.5 mm. Dans le cas de la suspension on peut distinguer clairement le lit de l'écoulement, pour le charriage il y a constamment des échanges entre le lit et l'écoulement. La distinction entre charriage et suspension pour un même écoulement liquide dépend de la taille des particules, mais cette distinction n'est pas toujours facile.

En fonction de la nature des matériaux et de leur concentration dans l'écoulement liquide les propriétés de l'écoulement biphasique varient sensiblement. Au même titre que les laves torrentielles ou que les glissement de terrain, le charriage torrentiel fait partie des phénomènes physiques impliquant un mélange eau-sédiments. Au cours de cette étude nous ferons donc appel à des résultats d'hydraulique, de mécanique des fluides et de mécanique du solide.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Le Trésor de la Langue Française Informatisé, http://atilf.atilf.fr/tlfv3.htm



FIG. 2 – Modes de transport solide, d'après Graf et Altinakar [32].

#### Transport solide et morphologie

Le transport solide résulte d'interactions entre la phase liquide et la phase solide. Il faut voir ces interactions comme des actions constantes de l'écoulement sur la morphologie des cours d'eau et, réciproquement, de l'action du flux solide sur la nature de l'écoulement. Par exemple Smart et Jaeggi ont montré qu'à partir d'une pente de 7%, pour un débit liquide fixé s'écoulant sur un lit affouillable, la hauteur d'eau est significativement supérieure à ce qu'elle serait en l'absence de particules solides. Concernant le risque torrentiel, les situations de risque peuvent résulter d'un excès d'apport de solide par rapport à la capacité d'un tronçon à les évacuer. Il est important d'être capable d'estimer la capacité de transport solide d'un cours d'eau et l'apport effectif de sédiments pour prévoir les catastrophes naturelles. Il est aussi essentiel de pouvoir évaluer l'évolution de la morphologie du cours d'eau en fonction des apports réels de sédiments.

#### 1.1.2 Mécanique du transport solide

Nous rappelons dans cette partie quelques résultats généraux concernant les propriétés d'un écoulement d'eau dans un canal, d'un écoulement sur un lit de particules et du mouvement d'une particule dans un écoulement liquide.

#### Caractérisation d'un écoulement d'eau claire

Les équations qui régissent le mouvement d'un fluide incompressible sont l'équation de conservation de la masse et l'équation de Navier Stockes. Pour la composante i de la vitesse du fluide,  $u_{fi}$ , elles s'écrivent<sup>2</sup> :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u_{fj}}{\partial x_j} = 0 \text{ et } \frac{\partial u_{fi}}{\partial t} + u_{fj} \frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_{fi}}{\partial x_j^2}$$

D'après le principe de l'analyse dimensionnelle, on définit à partir de ces équations deux nombres adimensionnels qui nous permettront ultérieurement de caractériser l'écoulement liquide :

- <u>Le nombre de Reynolds</u> :  $R_e = \frac{u_f h}{\nu}$  ou  $\nu = \mu/\rho_f$  est la viscosité cinématique du fluide. Ce nombre représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses, il caractérise

 $<sup>^2 {\</sup>rm Toutes}$  les notations sont regroupées au début de ce mémoire 6

la turbulence de l'écoulement. Si  $R_e < 500$  l'écoulement est dit laminaire, si  $R_e > 2000$  il est turbulent, le domaine  $500 < R_e < 2000$  correspond à un régime transitoire. Si l'écoulement a lieu dans un canal de largeur finie, des paramètres caractéristiques de la géométrie sont à prendre en compte, on définit alors le rayon hydraulique  $R_h = \frac{surface}{perimetremouille}$  et  $R_e = \frac{u_f 4Rh}{\nu}$  et les bornes de domaines laminaire/turbulent sont à multiplier par deux. - <u>Le nombre de Froude</u> : Fr =  $\frac{u_f}{\sqrt{gh\cos(\theta)}}$ . Ce nombre est le rapport entre la vitesse d'écoulement

du fluide et la vitesse caractéristique de propagation des ondes de gravité dans l'eau. Pour Fr < 1 l'écoulement est dit fluvial ou subcritique la propagation des ondes de gravité se fait vers l'amont et vers l'aval. Pour Fr > 1 l'écoulement est torrentiel ou supercritique, la propagation des ondes de gravité se fait uniquement vers l'aval.

#### Mouvement d'une particule en saltation dans un écoulement liquide

Dans un courant d'eau à forte pente, une particule est soumise à des forces de la part du liquide, à la gravité, à des forces de contact avec le lit. Les forces hydrodynamiques sont les résultantes des forces de pression et de contrainte agissant à la surface de la particule. L'expression de ces forces est relativement complexe et les forces prises en compte dans les modèles diffèrent légèrement d'un auteur à l'autre, l'écriture des forces dépend des propriétés de l'écoulement biphasique et de la valeur du nombre de Reynolds des particules (défini dans le tableau 3).



FIG. 3 – Schéma de définition des paramètres de l'écoulement et de la particule. On définit  $u_f$  la vitesse du fluide,  $u_p$  la vitesse de la particule et  $u_{\Delta} = (u_f - u_p)$ .

D'après Ninõ & Garcia [25], les forces qui s'exercent sur une sphère de rayon a sont :

- Le poids de la particule et la poussée d'Archimède :  $\overrightarrow{F} = (\rho_p \rho_f) \frac{4}{3} \pi a^3 \overrightarrow{g}$  Une force due à la "masse ajoutée" à la particule :  $\overrightarrow{F_m} = \rho_f \frac{4}{3} \pi a^3 C_m \frac{\partial \overrightarrow{u_A}}{\partial t}$ , cette force traduit l'effet de la masse de fluide qui est entraînée par la bille dans son mouvement.
- Une force dite de Basset qui indique que la résistance de la particule au mouvement au temps t dépend de ce qui s'est passé aux temps antérieurs.

Elle s'écrit  $\overrightarrow{F_{Basset}} = \frac{3}{2}d^2\rho_f\sqrt{\pi\nu}\int_{-\infty}^t \frac{1}{d\tau}(\overrightarrow{u_f} - \overrightarrow{u_p})\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}$ 

- Une force de traînée  $\overrightarrow{F_T} = -\frac{1}{2}\rho_f \pi a^2 C_T |\overrightarrow{u_p} \overrightarrow{u_f}| (\overrightarrow{u_p} \overrightarrow{u_f}), C_T$  est le coefficient de traînée, pour les particules à grand nombre de Reynolds et pour des écoulements confinés  $C_T \simeq 1$
- Une force de portance, pour laquelle Wiberg et Smith ([34]) ont proposé une relation empirique :  $\overrightarrow{F_P} = -\frac{1}{2}\rho_f \pi a^2 C_P (u_{\Delta T}^2 - u_{\Delta B}^2) \overrightarrow{u_z}$ ,  $C_P$  est un coefficient de portance, les indices T et B indiquent respectivement le dessus et le dessous de la particule et  $\overrightarrow{u_z}$  est un vecteur unitaire normal à la direction moyenne du lit. Pour les grands nombres de Reynolds  $C_P$  est pris égal

à0.5

- Une force dite de Magnus due à la rotation de la particule :
  - $\overrightarrow{F_{Magnus}} = \rho_p | \overrightarrow{u_f} \overrightarrow{u_p} | (\Omega \frac{1}{2} \frac{\partial \overrightarrow{u_f}}{\partial z}) \overrightarrow{u_z} \text{ où } \Omega \text{ est la vitesse angulaire de la particule.}$
- Une force due à l'accélération du fluide :  $\overrightarrow{F_{af}} = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_f \frac{D\overrightarrow{u_f}}{Dt}$  où  $\frac{D}{Dt}$  est la dérivée particulaire de la vitesse du fluide.

La Fig. 4 donne un exemple de trajectoires simulées et expérimentale d'une particule en saltation, elle souligne aussi l'importance des forces verticales. Une équation du mouvement qui ne tient pas compte des forces de Magnus, de Basset et de la force de portance ne permet pas d'expliquer la forme des trajectoires expérimentales.



FIG. 4 – Comparaison entre des trajectoires calculées (traits) et une observation vidéo. Ces trajectoires sont tracées pour d = 31mm,  $\tau * = 0.104$ ,  $R_{ep} = 21900$ , I = 7%. -MT,-BT,-LT signifient respectivement trajectoire calculée sans le terme de Magnus, sans le terme de Basset, sans le terme de portance (Lift Force en anglais). D'après [25].

Les forces de contact à prendre en compte sont les forces de frottement et les chocs entre particules, dans les modèles numériques récents ces effets sont décrits par des paramètres stochastiques. Ces modèles tiennent aussi compte des effets de la turbulence du fluide lorsqu'une particule se rapproche de ces voisines.

#### Écoulement sur un lit de particules et contrainte de cisaillement

On considère un courant d'eau, toujours en régime permanent uniforme, en écoulement sur un lit de particules de diamètre d. L'écoulement d'eau exerce sur un élément de surface du fond la contrainte de cisaillement  $\tau_0 = \rho_f g R_h \sin(\theta) \simeq \rho_f g R_h I$ . Un grain du lit est soumis à une force d'entraînement  $\tau_0 \alpha_1 d^2$  où  $\alpha_1$  désigne un coefficient de forme du grain. Ce grain oppose une force à son mouvement :  $C_f(\rho_p - \rho_f)g\alpha_2 d^3$  où  $C_f$  est le coefficient de frottement du grain sur les grains voisins, $\alpha_2$  désigne un deuxième coefficient de forme du grain. L'entraînement du grain est fonction du rapport de ces deux forces et donc pour  $C_f = 1$  et  $\alpha_1 = \alpha_2$  du rapport sans dimension :

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho)gd} = \frac{\rho R_h I}{(\rho_p - \rho_f)d} \tag{1}$$

ce nombre est appelé contrainte adimensionnelle de cisaillement ou paramètre de Shields<sup>3</sup>, il permet de caractériser assez facilement le début de mouvement des particules du fond pour des conditions d'écoulement données.

#### Quelques nombres adimensionnels utiles

Nombre de Reynolds <sup>0</sup>	$R_e = \frac{u_f h}{\nu}$ ou $\nu = \mu / \rho_f$	si $R_e < 500$ écoulement laminaire
		si $R_e > 2000$ écoulement turbulent
Nombre de Froude	$\operatorname{Fr} = rac{u_f}{\sqrt{gh\cos( heta)}}$	si $Fr < 1$ écoulement fluvial
		si $Fr > 1$ écoulement torrentiel
Nombre de Reynolds des particules	$\operatorname{Re}_{p} = \frac{ u_{f} - u_{p} d}{\nu}$	
Nombre de Shields	$N_{Sh} = \tau_* = \frac{\tau_0}{(\rho_p - \rho_f)gd}$	Indicateur de début de mouvement
Nombre de Stokes	$\mathrm{St} = \frac{8mu_f}{\rho_f  u_f - u_p  \pi a^2}$	Indicateur du couplage entre
		phase liquide et phase discrète
Diamètre adimensionnel	$D = d\sqrt[3]{(s-1)g/\nu^2}$	Taille de la particule par rapport
		à l'échelle de turbulence
Débit solide adimensionnel	$\phi_s = \frac{q_s}{[(s-1)gd^3]^{1/2}}$	

le tableau 1 reprend les nombres adimensionnels qui seront souvent utilisés dans cette étude.

TAB. 1 – Quelques nombres adimensionnels permettant de caractériser l'écoulement biphasique.

#### 1.2 Formules de transport solide, études empiriques

#### 1.2.1 Hypothèse de Bagnold

Devant la difficulté d'étudier analytiquement les propriétés des flux biphasiques, de nombreuses hypothèses simplificatrices ont été proposées pour l'élaboration de modèles. Une des hypothèses les plus utilisées est celle proposée par Bagnold (1948). Cette hypothèse suppose un équilibre dynamique entre le flux liquide et le flux solide. Bagnold affirme que le flux solide est directement proportionnel à la différence entre la contrainte de cisaillement sur le lit,  $\tau$ , et la contrainte critique  $\tau_c$ . Le flux solide s'écrit alors sous la forme  $q_s \sim (\tau - \tau_c)^{3/2}$ .

Cette hypothèse a été remise en cause par Seminara et al. [32], ils ont montré que cette formule n'est plus valable pour des pentes au-dessus d'une valeur qui est bien au-dessous de la valeur de l'angle de repos des particules. Ils ont, en particulier, souligné que dans ces conditions aucune concentration solide dans l'écoulement n'est suffisante pour réduire la contrainte de cisaillement du fluide sur le lit ( $\tau_0$ ) à la valeur critique. Ils proposent une hypothèse alternative selon laquelle l'équilibre dynamique est maintenu par un équilibre entre l'entraînement des grains et leur dépôt. Cette formulation rappelle celle de H.A. Einstein décrite plus loin(§1.3.1). Le taux d'entraînement des grains est une fonction croissante de la différence ( $\tau - \tau_c$ ). Cette nouvelle formulation valable pour les pentes de 0 à 22 % donne un bon modèle. L'essentiel des formules utilisées pour évaluer le

 $<sup>^3</sup>$ Il sera noté  $m N_{Sh}$  ou  $au_*$ 

<sup>&</sup>lt;sup>0</sup>Une autre définition du nombre de Reynolds est aussi utilisée  $R_e = \frac{u_f R_h}{\nu}$  et dans ce cas l'écoulement est laminaire pour  $R_e < 1000$  et turbulent pour  $R_e > 4000$ .

transport solide sont basées sur l'hypothèse de Bagnold, plusieurs modèles numériques entraînent des commentaires sur cette hypothèse (Wiberg & Smith (1989), Ninõ & Garcia (1994)), c'est pourquoi il était essentiel de rappeler cette hypothèse.

#### 1.2.2 Quelques formules de transport solide

L'expérience montre que le débit solide dépend

- du débit liquide
- de la nature des particules (taille, masse, répartition granulométrique, forme)
- de la hauteur d'eau
- de la pente

Il existe de nombreuses formules permettant de quantifier le transport solide en fonction de ces paramètres, ces formules sont en général établies à partir de données expérimentales en régime permanent, pour des canaux uniformes et contraints latéralement, à la capacité maximale de transport<sup>4</sup>. Elles sont généralement basées sur une analyse dimensionnelle.

#### Formule de Meyer-Peter (1948)

Elle s'écrit :

$$q_s = 8(\tau_* - 0.047)^{3/2} \sqrt{(s-1)gd^3}$$
<sup>(2)</sup>

avec

$$\tau_* = \left(\frac{k_s}{k_r}\right)^{3/2} \frac{Q_e}{Q} \frac{hI}{(s-1)d} \tag{3}$$

Les conditions expérimentales qui ont permis l'établissement de cette formule ne correspondent pas au cas des écoulement torrentiels. Les pentes utilisées ne faisaient que 2.2% au maximum, avec des sédiments de granulométrie uniforme. Cette formule établie pour le transport solide fluvial n'est donc pas directement applicable pour le transport solide torrentiel, mais il nous a paru utile de rappeler cette formule très utilisée dans le domaine du transport solide.

#### Formule de Rickenmann (1990)

La formule proposée par Rickenmann à partir de ses données expérimentales et de celles de Meyer-Peter et Smart et Jaeggi ne fait plus appel à un excès de contrainte mais à un débit critique  $q_{cr}$ :

$$q_s = 12.6 \left(\frac{d_{90}}{d_{30}}\right)^{0.2} \frac{I^2}{(s-1)^{1.6}} (q-q_{cr}) \tag{4}$$

avec

$$q_{cr} = 0.065(s-1)^{1.67} \sqrt{g} d_{50}^{1.5} I^{-1.12}$$
(5)

Cette formule est valable pour des pentes comprises entre 0.2 et 20%.

 $<sup>^{4}</sup>$ l'alimentation solide amont de ce essais était réglée au maximum de ce que pouvait évacuer vers l'aval le bief modélisé, compte tenu de sa pente et du débit liquide

#### Formule simple

Il existe quelques formules simples qui permettent une évaluation rapide du débit solide lorsque le débit liquide de début de mouvement est négligeable devant le débit liquide total.

– Formule de Meunier :  $Q_s/Q = 6.3I^2$ 

Toutes ces formules prennent en compte le caractère global du mélange eau+sédiments. Une analyse plus fine est nécessaire pour une meilleure compréhension de la physique des phénomènes physiques qui entrent en jeu.

#### 1.3 Modélisation du transport solide, études "microstructurelles"

#### 1.3.1 Approche probabiliste de H.A. Einstein (1950)

H.A. Einstein<sup>5</sup> a développé dans les années 50 une approche alternative à l'hypothèse de Bagnold. Le flux de transport solide n'est pas calculé à partir d'une équation d'équilibre des moments entre phase liquide et solide, mais cette formulation fait appel à une approche probabiliste. Einstein définit un taux d'entraînement des particules  $(r_E)$  et un taux de dépôt  $(r_D)$ , ces taux sont fonction des propriétés du fluide et de la géométrie du lit. Cela revient à écrire que, sur un intervalle  $\delta x$ , la variation de transport solide est  $\delta q_s = (r_E - r_D)\delta x$ . A l'équilibre, le débit solide peut être obtenu par résolution de l'équation  $r_E = r_D$ , mais la réelle difficulté est d'établir la relation entre ces taux et les propriétés de l'écoulement. Cette approche nécessite des données expérimentales pour caler le modèle.

#### 1.3.2 Modèle de calcul du transport solide de sédiments (Wiberg & Smith, 1985 & 1989)

Ce modèle est un exemple des premiers modèles qui utilisent l'hypothèse de Bagnold. Quand une particule quitte le lit elle est accélérée par le fluide, il y a alors transfert d'énergie du liquide vers la phase solide réduisant ainsi localement la contrainte de cisaillement du fluide. Ce modèle ne fait plus référence à des données expérimentales contrairement aux modèles le précédant, il opte pour un point de vue mécanique. Il se base sur le modèle de saltation développé par les mêmes auteurs en 1985 [34]. Le débit solide est écrit  $q_s = \int_{\eta}^{h_s} c_s u_s dz$  où  $\eta$  est la hauteur du lit,  $h_s$  la hauteur maximale des sauts,  $c_s$  la concentration en particules dans le fluide,  $u_s$  la vitesse selon la direction de la pente. Selon Wiberg & Smith [35], la concentration à une hauteur z est liée à la probabilité de trouver une particule à cette profondeur :  $c_s(z) = (\frac{dt}{dz})_d$  où l'indice d indique que la particule a un diamètre d.

Si on somme les fonctions  $(\frac{dt}{dz})_d$  pour un grand nombre de sauts (~ 100) et pour une position en x, on peut obtenir le profil de concentration à x,  $c * (z) = \gamma \sum_{i=1}^{n_{sauts}} (\frac{dt}{dz})_d$ , où  $\gamma$  est un coefficient de normalisation, on a alors  $c_s = \langle c \rangle c^*$ , où  $\langle c \rangle$  est la valeur moyenne de la concentration à x fixé. Pour évaluer cette concentration, il est nécessaire de connaître la quantité de grains qui peuvent être transportés par le fluide. Wiberg & Smith applique l'hypothèse de Bagnold, selon laquelle l'équilibre s'établit lorsque les particules qui entrent en mouvement extraient suffisamment d'énergie au fluide pour que la contrainte de cisaillement du fluide soit égale à une valeur critique  $\tau_f = \tau_c$ . La contrainte de cisaillement totale est décomposée en deux termes :  $\tau_{total} = \tau_{f,fluide \to fluide} + \tau_{s,sediments \to fluide}$ , si l'épaisseur de la couche de transport solide est largement inférieure à la hauteur d'eau on peut

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Fils du célèbre Albert



FIG. 5 – Flux solide adimensionnel en fonction du nombre de Shields et comparaison de plusieurs formules de transport solides avec la courbe calculée par Wiberg & Smith pour D = 0.5mm (calculated curve).

approximer  $\tau_{total}$  à la valeur de la contrainte de cisaillement du fluide juste au-dessus de  $h_s$ ,  $\tau_b$ . Le transfert d'énergie du fluide vers le solide se fait principalement à travers la composante horizontale de la force de traînée,  $F_T = \frac{\rho}{2}C_T A_T |\vec{u}_{\Delta}| u_{\Delta}$ . Par définition  $\tau_s(z) = \frac{F_D(z)}{l(z)d}$  où l(z) est la distance entre deux grains.  $\frac{V_{particule}}{c_s}$  donne le volume moyen entre deux grains et  $l(z) = \frac{V_{particule}}{d^2c_s}$  la distance moyenne entre deux particules solides selon l'axe x. On en déduit  $\tau_s(z) = \frac{F_T(z)}{l(z)d} = \frac{F_T/A_T}{V/A_T d}c_s = \frac{F_T \alpha_T}{A_T} < c_s > c^*$ , où  $\alpha_T$  est un facteur géométrique qui vaut 1.5 pour une sphère. A la surface du lit de particules immobiles  $\tau_{total} = \tau_b = \tau_f(\eta) + \tau_s(\eta)$ . Si  $\tau_f = \tau_c$ ,

$$\langle c_s \rangle = \frac{\tau_b - \tau_{cr}}{c * (\eta) \frac{F_T(\eta)\alpha_T}{A_T}} \tag{6}$$

Dans l'équation 6, tous les paramètres peuvent être évalués à partir du modèle de saltation de Wiberg & Smith, le graphique de la Fig. 5 représente la fonction calculée par Wiberg & Smith et les formules établies précédemment pour des particules de diamètres 0.5 mm.

#### 1.3.3 Modèle numérique utilisant une condition aux limites dynamique et locale (Schmeeckle & Nelson, 2003)

Schmeeckle et Nelson [31] ont proposé un modèle numérique de simulation de transport solide qui prend en compte la variabilité temporelle et spatiale des trajectoires des particules. Cette variabilité est une conséquence des forces, dues à la géométrie du lit, qui s'opposent au mouvement de la particule vers l'aval, de l'effet de la composante turbulente de la vitesse du fluide au voisinage du lit de particules et de la modification du champ de vitesse du fluide par les grains du lit plus élevés que la hauteur moyenne du lit.

Pour évaluer ces sources de variabilité, ce modèle a nécessité la mesure du champ de vitesse de l'eau autour des grains protubérants (vélocimétrie Doppler), la mesure de la vitesse du fluide au voisinage du lit pour évaluer la composante turbulente et l'étude des angles de friction entre une particule et ses voisines dans les "poches" du lit. Ce travail tient compte de la non validité de l'hypothèse de Bagnold pour des taux de transport faibles ( $\frac{\tau}{\tau_*} < 3$ ). Il intègre l'équation du

mouvement de chaque particule en prenant en compte la géométrie du lit. L'équation du mouvement utilisée par Schmeeckle et Nelson s'écrit :

$$(m + C_m m_f) \frac{d\vec{u_p}}{dt} - m_f (1 + C_m) \frac{D\vec{u_f}}{Dt} = (m_f - m)\vec{g} + \vec{F_T} + \vec{F_P}$$
(7)

 $\frac{D\overline{U}}{Dt}$  est la dérivée particulaire de la vitesse du fluide, elle donne la résultante des fluctuation du gradient de pression. Cette force est difficile à mesurer, elle est considérée comme négligeable devant les autres forces, la force de portance  $F_P$  est également négligée,  $F_T$  est la force de traînée. L'algorithme de calcul est relativement complexe à décrire, à chaque pas de temps, le mouvement de chaque particule est décrit en fonction de ses contacts avec les particules voisines, des collisions et des rebonds éventuels. Le graphique de Fig. 6 donne le transport total de plusieurs simulations comparé avec la formule de transport solide de Fernandez-Luque & van Beek ( $\phi_s = \frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd^3}} = 5.7(\tau_* - \tau_{c*})^{3/2}$ avec  $\tau_{*c} = 0.06$ ). Une animation intéressante du transport solide pour un mélange à granulométrie non uniforme est disponible sur http://www.blackwellpublishing.com/products/journals/

suppmat/SED/SED555/SED555sm.htm



FIG. 6 – Taux de transport simulés par Schmeeckle et Nelson [31] en fonction du nombre de Shields noté ici  $\tau$ \*, la fonction de transport solide de Fernandez-Luque & van Beek est aussi tracée avec  $\tau_{*c} = 0.06$ . D'après [31].

# 2 Le dispositif expérimental : un canal étroit à pente variable

Ce stage de DEA s'est composé en grande partie d'un travail expérimental sur un canal étroit. Ce canal a été créé au Cemagref de Grenoble dans le cadre de la thèse de F. Bigillon en 1998-2001 sur l'étude du mouvement bidimensionnel d'une particule dans un courant d'eau sur forte pente. Il permet d'étudier le transport solide en s'intéressant à un système modèle. Depuis, de nombreuses modifications ont été apportées, l'objectif de cette partie est de présenter le canal expérimental, les travaux et les résultats obtenus à partir de ce dispositif.

#### 2.1 Présentation du canal expérimental

Le canal expérimental dans son état actuel est représenté sur la photo de la Fig. 7, le schéma permet de distinguer les différents éléments qui composent ce dispositif.



FIG. 7 – Photo et schéma du dispositif expérimental de modélisation du transport solide par charriage.

Le support : Le dispositif est constitué d'un canal étroit inclinable de pente comprise entre 0 et 20 %. Le fond du canal est interchangeable, les fonds existants sont plus ou moins réguliers. La longueur du canal est de 2 m, sa largeur est modifiable mais dans le cadre de cette étude elle est fixée à 6,5 mm. Les parois du canal sont en verre, elles font 20 cm de haut. Une butée (10 à 25 mm) est généralement placée à la sortie du canal pour éviter l'érosion totale du lit.

L'alimentation en eau : Un circuit fermé fournit l'écoulement d'eau dans le canal, une colonne d'eau est utilisée pour assurer la stabilité du débit liquide. Ce débit est contrôlé par un débitmètre électromagnétique (Krohne). Dans la configuration actuelle (hauteur de la colonne d'eau, diamètres des tubes, largeur du canal) les débits qui peuvent être imposés sont compris entre  $10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s et  $1.6 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s, la précision sur la mesure du débit est alors de  $\pm 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s. L'utilisation de débits liquides supérieurs à  $1.6 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s nécessite des modifications du système d'alimentation liquide.

L'apport solide : Les particules solides sont modélisées par des billes de verre de masse volumique  $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  et de diamètre 6 mm. Un distributeur automatique à roue crantée permet d'imposer un débit solide constant à l'entrée du canal, le flux solide peut être compris entre 5 et 20 billes/s, à  $\pm 0.1$  billes/s près. La mesure du débit solide peut se faire sur le distributeur, en comptant le nombre de tours de la roue à encoches sur un temps donné, ou à la sortie du canal en comptant le nombre de billes qui sortent pour un temps fixé.

L'observation : L'écoulement biphasique peut être observé à l'oeil dans tout le canal, on s'intéressera pour la suite à une fenêtre d'observation de  $25 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$  située au milieu du canal, i.e. à 0.8 m de la sortie, pour s'affranchir des effets hydrauliques dûs à l'entrée d'eau dans le canal et ceux dûs à la sortie. Cette zone est filmée grâce à une caméra vidéo (Pulnix progressive scan TM-6705AN) placée à environ 115 cm du canal et inclinée du même angle que celui-ci. La résolution de la caméra est de 640\*192 pixels et la fréquence d'acquisition est de 130 images/s. On filme des séquences de 8000 images, c'est à dire environ 1 min. La taille des images des séquences est réduites pour faciliter le stockage des données et limiter les temps de traitement informatique ultérieurs, on extrait la zone d'intérêt (souvent autour de 640\*150 pixels). L'image de la Fig. 8 est une image obtenue dans ces conditions.



FIG. 8 – Image typique de l'écoulement biphasique observé dans le canal expérimental étroit, cette image a pour dimensions originales 640\*149 pixels.

#### 2.2 Méthode de traitement des données

Les algorithmes de traitements des séquences d'images utilisés au cours de ce stage sont ceux développés par T. Böhm dans le cadre de sa thèse. Les images sont analysées grâce au logiciel WIMA fourni par le laboratoire TSI (Traitement du Signal et Instrumentation) de Saint-Etienne. Ces algorithmes donnent les positions des centres de gravité des billes et la position de la surface libre.

Ces données sont ensuite analysées pour déterminer les trajectoires des billes, leur état de mouvement et des variables caractéristiques de l'écoulement : hauteur d'eau, débit solide, vitesse des billes en saltation ou en roulement, caractéristiques des sauts, statistiques sur les changements d'état...

#### Détection des billes et de la surface libre

Les positions des centres de gravité des billes sont détectées grâce à un algorithme utilisant une combinaison d'opérations sur les images. Cet algorithme compare les images filmées avec l'image d'une bille modèle et détecte les maxima des fonctions de corrélation pour trouver les positions des billes. Le traitement des 8000 images d'une séquence représente environ trois heures de temps de calcul informatique.

La surface libre apparaît sur les images filmées comme une ligne. Le canal étant très étroit on

considère que la hauteur de la surface libre dans la direction perpendiculaire aux parois (direction y) est quasiment constante et d'après nos observations on estime que la ligne qui apparaît sur les images correspond à la surface libre moyennée dans la direction y. On admettra que la ligne d'eau visible correspond au bas du ménisque et donc que les effets de remontée capillaire le long des parois ne sont pas pris en compte. On parlera par la suite de ligne d'eau. Cette ligne d'eau est détectée en utilisant sa forme, elle apparaît beaucoup plus fine que les billes, les portions manquantes sont interpolées ou extrapolées. Cette étape nécessite environ 30 min de calcul informatique. La position de la surface libre moyennée dans la direction y est alors connue comme une fonction de x et du temps.

L'incertitude sur la position des billes et sur la position de la ligne d'eau est, avec cette méthode, moins d'un pixel soit 0.38 mm.

#### Trajectoires des billes

Un algorithme de suivi des particules a été intégré au logiciel WIMA. Cet algorithme compare les positions des billes sur deux images consécutives pour déterminer la trajectoire de chaque bille pas à pas. Comme les déplacements des billes sont quasiment bidimensionnels (largeur du canal 6.5 mm pour des billes de 6 mm de diamètre) et comme le déplacement d'une image à l'autre est toujours inférieur à leur diamètre, les trajectoires peuvent être calculées sans erreur significative. Des risques de confusions de billes existent à l'entrée et à la sortie de la fenêtre, les trajectoires sont donc calculées sur une fenêtre de 580 pixels de large.



FIG. 9 – Trajectoire d'une bille (notée 1 sur l'image) en charriage superposée à l'image de début de trajectoire.

#### Détermination de l'état de mouvement des billes

Trois états de mouvement sont définis pour les particules, elles peuvent être au repos, en roulement ou en saltation. Pour définir de tels états, des critères sur la distance aux particules voisines et sur la vitesse des particules sont imposés.

- Les particules au repos forment le lit, elles sont en contact permanent avec les particules voisines et elles sont quasiment immobiles, ou plus précisément leur vitesse est inférieure à une vitesse seuil  $u_t$ , i.e.  $u_p < u_t$  où  $u_p$  est la vitesse de la particule moyennée sur 5 images consécutives.
- Les particules en roulement sont situées au-dessus des billes au repos, elles restent cependant en contact avec le lit et leur vitesse n'est plus négligeable. Cela se traduit informatiquement par deux critères :  $u_p \ge u_t$  et  $d_n/d \le \varepsilon$  où  $d_n$  est la distance à la bille la plus proche moyennée sur 5 images consécutives et  $\varepsilon$  une distance seuil.
- Les particules en saltation effectuent des petits sauts au-dessus des autres billes, elles n'ont pas de voisins proches sauf au moment des collisions, ces billes satisfont les deux critères :

 $u_p \geq u_t \text{ et } d_n/d > \varepsilon.$ 

Les valeurs des paramètres  $u_t$  et  $\varepsilon$  ont été ajustées pas à pas en minimisant l'erreur entre l'état évalué à l'oeil et celui déterminé par l'algorithme :  $u_t=0.025$  m/s et  $\varepsilon = 1.07$ .



FIG. 10 – Définition des états de mouvement des particules filmées.

A partir de ces données sur les positions des billes, leurs trajectoires, leurs états, un programme écrit en C permet de connaître des grandeurs moyennes caractéristiques de l'écoulement (débits, vitesses des billes pour chaque état, caractéristiques des sauts, fréquences de changement d'états, compacité du lit). Les fluctuations du débit solide dans le temps, la répartition du débit solide dans l'espace sont également des données de sortie de ces algorithmes.

#### 2.3 Travaux et résultats préliminaires sur ce canal

#### 2.3.1 Etude du mouvement d'une particule dans un courant d'eau sur forte pente

La thèse de F. Bigillon [4] propose une approche microstructurelle des mécanismes de transport solide par charriage sur forte pente. Le but de cette étude était de rendre compte du comportement de l'écoulement biphasique à partir d'expériences et d'analyses à l'échelle de la particule individuelle. Le système étudié est, a priori, très simple, il s'agit d'une particule en mouvement bidimensionnel dans un canal inclinable<sup>6</sup>, à fond fixe, rugueux et soumise à un courant d'eau. Le comportement de plusieurs particules est supposé statistiquement identique à celui de la particule étudiée. Il a été montré que l'essentiel du transport solide se fait par saltation. L'analyse du mouvement moyen d'une particule en saltation a permis de préciser que la vitesse moyenne est essentiellement imposée par la vitesse de l'eau et la hauteur d'immersion. L'influence de la hauteur d'eau sur le mouvement de la particule est une spécificité du contexte torrentiel, elle est due à l'importance des interactions de la bille avec la surface libre et le fond. Il a été établi des corrélations entre les caractéristiques du mouvement de la particule et les paramètres de contrôle (pente, débit liquide...) mais des fluctuations importantes autour des valeurs moyennes ont aussi été mises en évidence.

Ces analyses expérimentales ont été accompagnées de mises en équations théoriques qui sont présentées dans deux articles [2] et [3]. Une première approche consiste à appliquer le théorème de variation de l'énergie cinétique à l'échelle d'une particule pour trouver l'intervalle de débit liquide qui correspond au mouvement de roulement. L'équation du mouvement à la base de ce travail est très similaire à l'équation (7), elle fait intervenir un terme historique de Basset et des forces de

 $<sup>^{6}\</sup>mathrm{Le}$  canal utilisé dans ces expériences est le canal exploité au cours de ce stage de DEA

contact, le terme de Basset et les forces inertielles sont négligés devant les autres termes. En régime permanent l'équation résolue s'écrit, avec  $F_C$  force de contact et  $F_D$  force de traînée :

$$0 = mg\sin(\theta)\overline{u_p} - \rho_f Vg\sin(\theta)\overline{u_p} + \frac{1}{t}\int_0^t (\overrightarrow{F_D} + \overrightarrow{F_C})\overrightarrow{u_p}dt$$
(8)

Il s'agit d'une équation du second degré en  $\overline{u_p}$  qui peut être résolue et qui donne des valeurs de  $\overline{u_p}$  pour des sous-domaines dépendants de l'importance de l'action de l'écoulement liquide sur la particule par rapport à l'effet de la gravité. D'autre part il donne, en fonction d'un paramètre proche du nombre de Shields, le domaine pour lequel il y a roulement de la particule, ce domaine est finalement très étroit.

Il s'agit d'un modèle relativement simplifié qui ne s'intéresse qu'au mouvement moyen de la particule. Or les détails du mouvement peuvent être importants notamment pour des régimes d'écoulement non-stationnaires, et la nature stochastique du mouvement des particules est évoquée dans de multiples expériences (cf §1.3.3). Cet aspect stochastique résulte d'une combinaison de plusieurs facteurs : les fluctuations de la vitesse du liquide dues à la turbulence, la géométrie du lit variable dans l'espace, l'effet des particules sur le champ de vitesse du fluide. Ancey et al. [2] proposent de regarder le mouvement de la particule comme une succession de phases de repos, roulement, saltation. Ils utilisent pour cela une formulation en chaîne de Markov où les trois états précédents sont respectivement notés 1,2,3. Par exemple la Fig. 11 donne la probabilité calculée de trouver une bille de verre en saltation en fonction du nombre de Shields N\* et compare ces valeurs avec les données expérimentales.



FIG. 11 – Probabilité de trouver une bille de verre de 6mm de rayon en saltation en fonction du nombre N<sup>\*</sup>, la courbe continue représente  $\pi_3$  (probabilité que la particule soit en saltation quelque soit son état initial) avec ( $\sigma = 0.15\overline{u_f}$  et R=1), les courbes en pointillés sont tracées pour ( $\sigma = 0.2\overline{u_f}$ ,R=2) et ( $\sigma = 0.1\overline{u_f}$ ,R=0.5).  $\sigma^2$  est la variance de la vitesse du fluide et R est le rapport entre le moment résistant et le moment échangé au cours d'une collision, R=1 donne la transition entre les régimes roulement-saltation.

#### 2.3.2 Etude du débit solide, fluctuations du débit solide

Suite aux travaux sur l'étude du mouvement bidimensionnel d'une bille immergée dans un canal incliné rugueux, il s'est révélé intéressant d'étudier dans le même canal le comportement d'un ensemble de particules. Les premiers résultats de ce travail de thèse sont présentés dans l'article [5]. Il s'agit d'expliquer les fluctuations temporelles observées sur le débit solide. Des fluctuations du débit solide sont naturelles pour des particules fines soumises à la turbulence, pour des particules de taille importante ces fluctuations sont, a priori, dues à la variation naturelle du stock de sédiments et aux conditions hydrauliques. Le canal utilisé (Fig. 7) est identique à celui des travaux précédents, un distributeur automatique de billes a été rajouté.

Quatre expériences ont été menées pour étudier différentes conditions d'écoulement, pour deux d'entre elles le fond du canal est fixe, lisse (Exp.A) ou rugueux (Exp.B). Un lit mobile, constitué de particule susceptibles d'entrer en mouvement, a aussi été utilisé (Exp.C et Exp.D). La Fig. 12 donne des images des quatre configurations. Pour les Exp.C et Exp.D le protocole expérimental est identique : le débit liquide,  $q_w$  et le débit solide  $q_s$  sont ajustés de façon à établir un équilibre entre le dépôt et l'entraînement des billes pour une pente donnée.



FIG. 12 – Images des fenêtres filmées pour les expériences A, B, C, D.

Pour l'analyse, le taux de transport est défini par  $\dot{n} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N} u_i$  en (billes/s), où L est la largeur de la fenêtre d'observation, N le nombre de particules dans la fenêtre d'observation, et  $u_i$  la composante de la vitesse d'une particule dans la direction x. La Fig. 13 représente les fluctuations du débit solide pour les quatre expériences.



FIG. 13 – Variations du débit solide en fonction du temps pour les quatres expériences.

Les expériences A et B permettent de montrer que les fluctuations de débit solide résultent de la taille finie de la fenêtre d'observation ainsi que des variations lors du fonctionnement du distributeur de billes. Les expériences C et D permettent d'étudier l'effet d'un lit mobile.



FIG. 14 – a et b, Débit solide en fonction de la hauteur, expérience C à gauche et D à droite, chaque courbe correspond à un état de mouvement. La superposition de toutes les images de la séquence constitue l'arrière plan.

Le fond de l'expérience C est régulier, il conduit à un arrangement ordonné des billes du lit. On observe des mouvements de couches où des groupes de billes se déplacent en groupe par roulement. La Fig. 14a montre qu'effectivement le transport solide se fait en grande partie par roulement (46.6%) et suivant des couches espacées du diamètre d'une bille. Le fond du canal pour l'expérience D est constitué d'une succession de cylindres de hauteurs aléatoires, ce fond ne permet pas les mouvements en couches observés pour l'expérience C. Cette configuration montre que l'arrangement des billes du lit change significativement les caractéristiques du transport. La hauteur et la longueur moyennes des sauts des particules mesurées pour D sont plus importantes que pour C, en fonction du diamètre d des particules les hauteurs et longueurs des sauts sont  $h_D=0.50$  d,  $l_D=4.4$  d et  $h_C=0.37$  d,  $l_D=3.7$  d. Les zones parcourues par les particules en roulement ou en saltation sont plus larges (Fig. 14b), et pour D,le transport solide se fait essentiellement par saltation alors qu'en C le roulement était prédominant. Cela souligne une relation très forte entre le débit liquide, l'arrangement du lit et le transport solide. Cette expérience D a aussi montré des fluctuations du débit solide moins importantes que pour l'expérience C(Fig. 13).

Sur le diagramme (x,t) de la Fig. 17, chaque trait correspond à la trajectoire d'une bille, ce diagramme permet de suivre les particules individuellement. On peut observer un certain nombre d'événements remarquables. Les déplacements des billes en saltation sont quasiment de la longueur de la taille de la fenêtre d'observation alors que les billes en roulement se déplacent sur des distances plus faibles. On observe des passages fréquents de la saltation vers le roulement et inversement, alors que les transitions *arret*  $\leftrightarrow$  *saltation* sont très rares. L'arrêt des particules et leur mise en mouvement se fait dans des zones particulières de la fenêtre d'observation (par exemple la zone 10 mm < x < 40 mm pour le départ et 150 mm < x < 170 mm pour l'arrêt des particules), cela montre l'influence de la forme du lit sur le mouvement des particules.



FIG. 15 – Mouvement de quelques particules dans le plan(x,t) pendant 4 s, pour l'expérience D. la pente des courbes donne l'inverse de la vitesse des particules, plus la pente est faible plus la particule est rapide.

## 2.4 Objectif du stage

Ce stage de DEA se situe dans le cadre général de la thèse de T. Böhm sur l'étude du mouvement bidimensionnel d'un ensemble de particules. Le dispositif expérimental utilisé est celui de la Fig. 7, les outils d'exploitation des séquences d'images sont ceux mis au point par l'équipe du Cemagref de Grenoble et du laboratoire TSI (§2.2).

L'objectif du stage est d'établir des relations entre les conditions d'écoulement et les grandeurs caractéristiques du transport solide. Pour remplir cet objectif nous avons fait varier le débit solide pour couvrir la plus grande gamme possible avec le dispositif actuel, moyennant quelques modifications. L'effet de la pente est aussi étudié.

## 3 Etude du charriage expérimental avec un système modèle

Le dispositif expérimental a été décrit dans la partie précédente (§2.1). Nous disposons donc d'un canal étroit qui permet d'observer le mouvement bidimensionnel de billes de verre dans un écoulement d'eau. L'étude de ce système modèle expérimental devrait aider à compléter les connaissance sur le transport solide en contexte torrentiel. Les conditions d'écoulement explorées avec ce système sont celles de l'écoulement torrentiel, on s'intéressera donc aux fortes pentes (7 à 15%) et aux écoulements avec une concentration en solides comprise entre 1 et 12%. L'objectif est d'établir les caractéristiques du transport solide en fonction des paramètres imposés.

#### 3.1 Conditions d'écoulement

Les variables qui permettent de décrire l'écoulement biphasique dans le canal sont la pente, la vitesse du fluide, le débit liquide, la hauteur d'eau, le débit solide, la vitesse des particules, la rugosité du fond et des parois, la viscosité et la densité du fluide<sup>7</sup>, la nature des particules... Ces variables ne sont pas toutes indépendantes, par exemple à largeur du canal fixée la hauteur d'eau dépend du débit liquide imposé, et en pratique elles sont plus ou moins faciles à mesurer et donc à contrôler, il est par exemple difficile d'évaluer avec précision la hauteur d'eau dans le canal au cours de l'expérience. Suivant ces critères d'indépendance des variables et de commodité, nous avons choisi d'imposer deux paramètres et de travailler à l'équilibre débit liquide-débit solide, les paragraphes suivants détaillent les paramètres de contrôle et le protocole expérimental.

#### La largeur du canal

La largeur du canal (6.5 mm) est légèrement supérieure au diamètre des billes (6 mm) pour les contraindre à un mouvement bidimensionnel.

#### La pente

C'est ce paramètre qu'un cours d'eau impose naturellement face à des modification de débit liquide (étiage ou crue) ou face à des modifications du stock de matériaux solides. Nous avons choisi d'explorer plus particulièrement les effets de la pente sur le transport solide. La pente du canal est facilement modifiable. L'estimation de la pente du canal se fait par la mesure en deux points de la hauteur du canal, de cette manière l'inclinaison du canal est connue avec une précision de  $\pm 0.2\%$ . Nous avons travaillé avec 4 pentes : 7.5%, 10%, 12.5%, 15%.

#### Le fond du canal et la nature du lit

La nature du fond du canal a d'importantes conséquences sur les propriétés du débit solide, le paragraphe 2.3.2 montrait qu'avec un fond régulier les billes avaient tendance à se déplacer en couches superposées. Toutes les expériences décrites ici ont été réalisées avec un fond constitué de demi cylindres (de rayon 3 mm) dont les axes sont placé à différentes hauteurs. Ces hauteurs sont comprises entre 0 et 5.5 mm avec un incrément de 0.5 mm, elles sont générées en utilisant une série de nombres aléatoires d'une distribution uniforme. Cette construction permet d'éviter le glissement de couches entières et ne favorise pas un arrangement ordonné du lit. La photo de la Fig. 16 est une

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>On néglige l'effet des variations de température sur la masse volumique et la viscosité de l'eau

vue en coupe du fond du canal dans la fenêtre d'observation.



FIG. 16 - a et b, Photos du fond du canal et d'un exemple de lit.

Pour se situer au plus près des conditions naturelles, les expériences sont faites avec un lit mobile, c'est à dire que les particules du lit sont susceptibles d'être érodées, et simultanément des particules dans l'écoulement peuvent être déposées. Pour éviter l'érosion totale du lit on place une butée à la sortie du canal. Le nombre de couches de lit dépend de la hauteur de la butée et de l'intensité du débit liquide. La hauteur de la butée est comprise entre 10 et 30 mm, elle peut être modifiée par pas de 2.5 mm.

#### Le débit solide et le débit liquide

Si la pente est imposée, les formules de transport solide qui s'écrivent sous la forme  $q_S(I,q_L)$ montrent que le débit liquide et le débit solide sont deux variables dépendantes. Nous avons choisi d'imposer le débit solide et de travailler avec le débit liquide d'équilibre (voir le paragraphe suivant). Le circuit d'eau existant permet de travailler avec des débits liquides jusqu'à 0.16 l/s (1.6  $10^4 \text{ m}^3/\text{s}$ ) et le distributeur de billes donne des débits solides jusqu'à 20 billes/s, l'incertitude sur la mesure du débit liquide et celle sur la mesure au distributeur du débit solide sont de 1%.

#### 3.2 Protocole expérimental

Pour cibler les paramètres qui régissent le transport solide dans ce canal, nous avons fait des expériences à plusieurs pentes et à chaque pente nous avons choisi d'imposer jusqu'à 5 débits solide différents. On cherche à connaître les propriétés du transport solide en régime permanent. Le débit liquide imposé est celui qui correspond à un équilibre entre le débit liquide, le débit solide, l'inclinaison du lit et la pente du canal. On estime que l'équilibre est atteint lorsque, d'une part, les débits solides à l'entrée du canal et à la sortie sont égaux (pas de dépôt ni d'érosion généralisés du lit sur des durées supérieures à 10 s) et, d'autre part, les débits liquides d'entrée et de sortie sont égaux. On vérifie simultanément que la surface du lit et donc la surface libre sont en moyenne parallèles à la surface du fond. Pour chaque pente et chaque débit solide, on peut estimer au préalable le débit liquide d'équilibre grâce aux formules empiriques, par exemple grâce à celle de Rickenmann (équation 4, page 13). La mise en place de cet équilibre se fait en plusieurs étapes :

1. On fixe la pente du canal.

- 2. On règle l'alimentation liquide sur la valeur estimée au préalable et on place une butée à la sortie du canal.
- 3. On règle le moteur du distributeur de billes de façon à avoir le débit solide choisi.
- 4. On attend quelques minutes pour qu'il y ait plusieurs couches de billes dans le canal.
- 5. On contrôle le parallélisme de la surface libre avec le fond. Pour cela quatre mires sont collées le long du canal. Elles permettent de contrôler la pente du lit de billes. Si l'inclinaison de la surface libre est plus grande que celle du canal, cela signifie que le débit liquide est insuffisant pour évacuer une partie des billes, il y a eu dépôt des billes dans la partie amont du canal, il faut augmenter le débit liquide pour se rapprocher de l'équilibre. Et inversement si la pente de la surface libre est inférieure à celle du fond du canal, cela signifie que le débit solide est insuffisant par rapport au debit liquide imposé, il y a eu une érosion locale du lit, il faut diminuer le débit liquide pour se rapprocher de l'équilibre.
- 6. On diminue ou on augmente le débit liquide pour se rapprocher de l'équilibre en fonction des observations précédentes. On attend quelques minutes.
- 7. On réitère les étapes 5 et 6 jusqu'à ce que l'inclinaison de la surface libre soit égale à celle du fond du canal.
- 8. On compte le nombre de billes qui sortent du canal pendant un intervalle de temps (supérieur à 1 min), et on vérifie que le débit solide en sortie du canal est égal au débit solide imposé à l'entrée du canal.
- 9. On note les valeurs du débit solide et du débit liquide.

Une fois que les valeurs des débits sont fixées on peut faire des acquisitions de séquences d'images. On filme la fenêtre d'observation pendant 1 min environ (8000 images), et on acquiert entre 2 et 4 séquences par couple (débit solide, débit liquide). Cela nous permet de vérifier que les valeurs qui sont déduites de l'analyse des séquences de 1 minute sont représentative de l'écoulement, c'est à dire que l'écoulement est bien en régime permanent. Lors de la mise en pratique de ce protocole expérimental nous avons rencontré quelques difficultés qu'il est important de souligner puis de prendre en compte dans l'analyse des données.

## 3.3 Difficultés expérimentales

Les difficultés expérimentales rencontrées sont dues autant à des problèmes techniques, mais nous nous avons aussi été confrontés à des difficultés dues au protocole expérimentale et au choix du mode d'observation. Les problèmes rencontrés nous ont souvent contraints à adapter le dispositif expérimental ou à nous limiter à des plages de débits plus réduites.

**Contraintes sur le débit liquide :** La formule de Rickenmann (équation 4, page 13) montre que, à débit solide fixé, le débit liquide d'équilibre dépend de la pente (I) sous la forme  $q_S \cdot q_L \propto 1/I^2$ . Ainsi, toujours à débit solide fixé, le débit liquide d'équilibre à 7.5% est 4 fois supérieur à celui à 15%. Le circuit d'eau avec le débitmètre permet d'obtenir un débit maximal de 0.16 l/s, cette limite est imposée par la hauteur de la colonne d'eau mais surtout par le diamètre des tuyaux du circuit. Ce débit de 0.16 l/s n'était pas suffisant pour travailler à 7.5% avec des débits solides supérieurs à 9 billes/s. Pour faire une expérience à 11 billes/s nous avons démonté le débitmètre dans lequel le diamètre de la conduite était beaucoup plus faible que pour le reste du circuit d'eau, nous avons également fait usiner une tuyère pour optimiser l'arrivée d'eau dans le canal (très étroit). De cette façon le débit a pu être augmenté à 0.2 l/s. L'absence de débitmètre sur ce circuit d'eau alternatif nous a contraint à une mesure du débit moins précise, elle se faisait alors en sortie de canal en pesant un volume d'eau écoulé pendant un temps donné, la précision sur cette mesure de débit est estimée à 5%.

**Contraintes sur le débit solide :** Les débits solides des essais sont compris entre 5 et 20 billes/s, la valeurs maximale est imposée par le distributeur de billes et la valeur minimale par le mode d'observation. Le distributeur de billes, dans sa configuration actuelle, permet d'atteindre un débit solide maximal de 20 billes/s. La conception du distributeur de billes ayant été assez laborieuse, nous n'avons pas envisagé d'autres modifications sur le distributeur pour qu'il puisse fournir des débits solides supérieurs.

**Établissement de l'équilibre**  $q_L - q_S$ : Aux pentes importantes (15%) et pour les débits solides inférieurs à 10%, il nous a paru difficile d'obtenir des situations d'équilibres débit solide-débit liquide stables sur des durées supérieures à 10 minutes environ. Nous avons trouvé des couples ( $q_L,q_S$ ) qui conduisaient à un équilibre vis à vis du transport solide (ni érosion, ni dépôt et pente du lit parallèle à la pente du fond), mais cet équilibre était instable, après un temps non identique d'un essai à l'autre une perturbation conduisait à un dépôt très rapide des billes à l'entrée du canal jusqu'à obstruction totale de la sortie.

Aux pentes faibles (7.5%) nous avons rencontré un autre problème, il s'est avéré que pour un débit solide imposé (en pratique 5.7 et 7.7 billes/s) une plage de débits liquides assez large (0.07 à 0.09 l/s pour 7.7 billes/s) conduisait à un équilibre tel que décrit précédemment. La question s'est alors posée de savoir pourquoi ce phénomène était observé et surtout comment exploiter les données résultant de ces essais.

**Observation de l'écoulement :** La hauteur de la fenêtre d'observation limitée à 192 pixels (environs 7.3 cm) nous a contraint dans le cas des pentes faibles à nous limiter à des débits liquides inférieurs à 0.17 l/s et à diminuer autant que possible le nombre de couches de billes du lit pour pouvoir observer toute la hauteur de l'écoulement biphasique avec la caméra.

Un système idéal d'observation de l'écoulement biphasique serait tel que (i) la longueur de la fenêtre d'observation (L=640 pixels=24.3 cm) soit supérieure à la distance ( $\lambda$ ) entre deux particules en mouvement et (ii) la fréquence d'acquisition des images (f=130 images/s) soit beaucoup plus grande que l'inverse du temps caractéristique des particules en mouvement ( $t_c$ ), choisit égal au temps mis par les particules pour traverser la fenêtre d'observation. La condition (ii) est remplie (1/f = $7.710^{-3} \ll t_c = L/u_p = 0.8$  s) alors que la condition (i) n'est pas vérifiée ( $\lambda = u_p/n_0 = 38$  mm= 7L). Il résulte de la taille finie de la fenêtre d'observation des fluctuations artificielles sur la mesure du débit solide à partir des séquences d'images, ces fluctuations sont analysées dans [5].

#### 3.4 Synthèse des conditions d'écoulement testées

Les conditions expérimentales des essais réalisés sont synthétisées dans le tableau suivant. Au total 15 conditions d'écoulement différentes ont été testées. Chaque expérience représentait une à deux demi-journées d'expérimentation et plusieurs heures de traitement informatique automatique réparties sur plusieurs jours. Les conditions expérimentales explorées devraient permettre de tirer des conclusions sur l'effet de la pente ou des autres paramètres d'écoulement sur les propriétés du transport solide.

Débit solide (billes/s) Pente (%)	5.5	7	8	9	11	15.5	20
7.5	v		$\mathbf{v}$	$\mathbf{v}$	v	+	+
10	v	v	v	v		v	v
12.5	*	*	*	v		v	v
15	*	*	*	*	#	v	v

TAB. 2 – Tableau synthétique des conditions d'écoulement imposées.

 $\mathbf{v}$ : expérience faite et exploitée

# : observation d'un équilibre instable(voir §3.3)

 $\ast$  : instabilité de l'équilibre supposée

+ : débit liquide du système insuffisant

n (billes/s) I (%)	5.5	7	8	9	11	15.5	20
7.5							
10	¥.						
12.5						******	
15						( in the second	

FIG. 17 – Tableau récapitulatif des expériences réalisées. Pour chaque expérience on a extrait d'une image une zone de 150 pixels de large au centre de l'image et de hauteur des séquences traitées numériquement, ce qui explique que les images n'aient pas toute la même hauteur, on a essayé de réduire autant que possible les temps de traitement informatique.

#### 3.5 Caractérisation de la rugosité du fond du canal et d'un lit mobile

Les difficultés rencontrées lors de la mise en place du protocole expérimental nous ont conduit à nous interroger sur les spécificités du canal utilisé. Il est très étroit, et donc pour des hauteurs d'eau importantes l'effet du frottement des parois n'est pas négligeable. Pour évaluer cet effet, nous avons essayé d'estimer la rugosité du fond du canal et des parois.

L'idée est de mesurer le débit liquide  $(Q_L)$  et la hauteur d'eau (h) dans le canal à une pente fixée, puis de comparer ces données avec la formule de Manning-Strickler et en déduire un coefficient de rugosité. Cette formule établit une relation entre la vitesse (U), le rayon hydraulique  $(R_h)$  et la pente :  $U = KI^{1/2}R_h^{2/3}$  soit  $Q_L = whKI^{1/2}R_h^{2/3}$  où K est un coefficient de rugosité $(m^{1/3}s^{-1})$ , w la largeur du canal et h la hauteur d'eau, cette formule est valable pour des écoulements turbulents à fonds rugueux.

Nous disposons également de données du couple  $(Q_L, h)$  pour le canal avec un fond régulier et composé de cylindres identiques<sup>8</sup>. Nous avons comparé, dans la mesure du possible, ces données avec nos données pour le fond composé de cylindres de hauteurs aléatoires. Les deux types de fonds sont représe

l'écoulement liquie



FIG. 18 - (a): Photo du fond composé de cylindres réguliers. (b) : Photo du fond composé de cylindres de hauteurs aléatoires.

**Méthode :** Nous avons fixé la pente à 10% en supposant que les résultats seraient comparables pour des pentes différentes. Une série de mesures a été faite pour 9 débits liquides différents, pour chaque débit liquide 3 images sont prises avec un intervalle de 30 s entre 2 images. Les images sont ensuite traitées numériquement pour connaître la hauteur de la ligne d'eau moyennée dans le temps et sur la longueur de la fenêtre. Les couples  $(Q_L, h)$  obtenus sont représentés en carrés sur le graphique suivant (Fig. 19), les couples  $(Q_L, h)$  pour le fond cylindrique régulier sont aussi représentés sur ce graphe (ronds).



FIG. 19 – Mesures du débit en fonction de la hauteur d'eau pour différentes conditions d'écoulement dans le canal expérimental. Les courbes correspondent à des formules de Manning Stickler ajustées aux données expérimentales.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Ces mesures ont été effectuées lors d'un stage précédent.

On ajuste à ces données des courbes de Manning Strickler, l'ajustement se fait par itération, le critère choisi est

$$A = \sum_i \frac{|Q^i_{Lexp} - Q^i_{LMS}|}{Q^i_{Lexp}}$$
 .

On cherche la valeur du coefficient de rugosité qui conduit au critère minimal. Pour le fond aléatoire on trouve, avec cette méthode, K=90 m<sup>1/3</sup>/s (A=2.57), comme l'ajustement ne nous a pas paru satisfaisant la courbe n'est pas représentée sur le graphique. Nous avons alors introduit une rugosité composée (voir [12], page 81) en distinguant le fond, des parois latérales. On écrit alors

K=1/n où 
$$n=\left\lceil \frac{2hK_{parois}^{-3/2}+wK_{fond}^{-3/2}}{2h+w}\right\rceil ^{2/3}$$

Et de la même façon on minimise le critère A en modifiant alternativement les coefficients  $K_{fond}$  et  $K_{parois}$ . Cette méthode conduit à A=0.78 avec  $K_{fond}$ =33 m<sup>1/3</sup>/s et  $K_{parois}$ =208 m<sup>1/3</sup>/s, la courbe ajustée est représentée sur la figure 19. Selon la même méthode une courbe a été ajustée aux données sur le fond composé de cylindres réguliers, la formule de Manning Strickler simple avec K=123 m<sup>1/3</sup>/s donne A=0.67, la courbe ajustée est représenté sur la figure 19, cet ajustement nous a semblé satisfaisant.

**Rugosité du fond du canal** Des tables donnent les valeurs des coefficient de rugosité pour différents matériaux [12]. A titre indicatif, la rugosité du verre vaut environ 100 m<sup>1/3</sup>/s et celle des canaux naturels en galets ou graviers est comprise entre 20 et 30 m<sup>1/3</sup>/s. Lorsque les parois sont composées de granulats non cohésifs de diamètre d=6 mm la formule de Strickler donne  $K = \frac{21.1}{d^{1/6}} = 49 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ . Les valeurs de rugosités déduites des ajustements des formules de Manning Strickler montrent que le fond composé de cylindres de hauteurs aléatoires est plus rugueux que celui composé de cylindres du fond aléatoire est aussi supérieure à celle d'un fond composé de billes de verre du même diamètre.

Nous avons aussi mesuré le couple  $(Q_L, h)$  pour un fond composé du fond aléatoire surmonté de 3 couches de billes, les mesures ont été effectuées en augmentant le débit liquide à partir de 0 et jusqu'à ce que le débit liquide conduise à un réarrangement du lit, les données sont en triangles sur le graphique (Fig 19). Ces points se situent au-dessus de ceux obtenu pour le même fond mais seul, cela montre que la rugosité vue par l'écoulement est inférieure lorsque le fond est surmonté de plusieurs couches de billes.

## 4 Modélisation de la trajectoire d'une bille lors d'un saut

L'observation des particules en mouvement dans un flux liquide indique que certaines particules se déplacent par roulement alors que d'autres effectuent des petits sauts. Les détails du mouvement des billes en saltation font penser à des trajectoires balistiques. Le chapitre suivant présente un modèle simple des trajectoires des billes sur un saut. De nombreux modèles existent déjà (cf §1.3), mais ils sont en général complexes et difficiles à reproduire, le premier avantage du modèle développé ici est sa simplicité et le petits nombres de paramètres d'entrée. Il devrait conduire à une meilleure compréhension de la trajectoire des billes en saltation et permettre d'interpréter les variations des variables caractéristiques du transport solide en fonction des paramètres d'écoulement.

#### 4.1 Equation du mouvement simplifiée et conditions initiales

#### Equation du mouvement d'une particule et approximations

On a vu au paragraphe 1.1.2 que les forces qui s'appliquent sur une particule en mouvement dans un écoulement liquide résultent essentiellement de la gravité, et de l'effet du fluide sur la particule. On choisit de résoudre la même équation du mouvement que Schmeeckle & Nelson (équation 7, page 13). Comme eux, on néglige le terme de dérivée particulaire de la vitesse du fluide, ils montrent que ce terme est négligeable devant les autres forces et il est aussi très difficile à évaluer. On est amené à résoudre l'équation<sup>9</sup> :

$$(m + C_m m_f) \frac{d\vec{u_p}}{dt} = (m_f - m) \vec{g} + \vec{F_T} + \vec{F_P}$$
(9)

On prendra comme expression de la force de traînée celle proposé par P. Wiberg, qui se décompose :

$$F_{Tx} = \frac{1}{2}\rho_f \pi a^2 C_{Tx}(u_{fx} - u_{px})|u_{fx} - u_{px}|$$
  
$$F_{Ty} = \frac{1}{2}\rho_f \pi a^2 C_{Tx}(u_{fy} - u_{py})|u_{fy} - u_{py}| \text{ avec } u_{fy} = 0.$$

On supposera la force de portance constante, cette force dépend en effet de la différence des vitesses sous et au-dessus de la bille, ces vitesses ne sont pas mesurables et on verra par la suite que cette approximation ne conduit pas à des résultats absurdes. Les équations qui seront résolues en x et y s'écrivent :

$$(m + C_m * m_f) * u'_{py} = (m_f - m)Vg_y - \rho_f A * C_{Ty} * u^2_{py} + Fp \text{ où } g_y = -g \cos(\arctan(I))$$
  
$$(m + C_m * m_f) * u'_{px} = (m_f - m)Vg_x + \rho_f A * C_{Tx} * (u_f - u_{px})^2 \text{ où } g_x = g \sin(\arctan(I))$$

D'après [34]  $C_m \sim 0.5$  on gardera cette valeur constante et on cale le modèle grâce aux paramètres  $C_{Tx}$ ,  $C_{Ty}$  et  $F_P$ , on vérifiera que ces valeurs sont proches de celles proposées dans les modèles existants. Toutes les autres variables peuvent être déduites des séquences d'images filmées et des mesures expérimentales.

#### **Conditions initiales**

Pour être résolues numériquement les deux équations précédentes nécessitent la donnée de conditions initiales. Comme on s'intéresse à des sauts indépendants on prend la position (0,0) comme position de départ. Pour les vitesses initiales, on essaye de reproduire les vitesses de début de saut

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>toutes les notations sont introduites en page 6.

observées expérimentalement. Les sauts sont détectés grâce à l'algorithme développé par T Böhm, un saut est défini entre deux rebonds, et les vitesses initiales sont estimées à partir des positions de la bille sur les deux images suivant un rebond. Les graphiques a et b de la figure 20 donnent les histogrammes de répartition des vitesses pour une des expériences réalisées. Le graphique c montre aussi que les vitesses de départ suivant x et y sont peu corrélées.



FIG. 20 – (a) et (b) : Distributions des vitesses initiales de tous les sauts repérés pour une des expériences réalisées (I=10% et n=5.7 billes/s) respectivement suivant la direction x et la direction y, figurent aussi sur ces graphiques les courbes  $f(v0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(\frac{v0-\mu}{\sigma})^2}$  où  $\mu$  et  $\sigma$  sont respectivement la moyenne et l'écart type des échantillons v0x et v0y.

(c) : Ce graphe donne la répartition des couples (v0x,v0y) associés à chaque nouveau saut dans le plan (v0x,v0y).

Les vitesses initiales suivant x et y seront donc tirées aléatoirement dans une série de vitesses de distribution gaussienne de variance et d'écart type égaux aux grandeurs mesurées pendant l'expérience associée.

A ce stade nous disposons d'une équation du mouvement bidimensionnelle simplifiée et de conditions initiales déduites des observations expérimentales.

#### 4.2 Résolution et paramètres de calage

#### **Résolution numérique**

Pour résoudre les équations du paragraphe précédent nous avons utilisé le logiciel Mathematica qui permet de résoudre formellement des équations différentielles. Le programme commence par résoudre les équations différentielles des vitesses, puis les fonctions solutions sont intégrées pour obtenir les coordonnées des trajectoires en fonction du temps. Nous avons ensuite obtenu la hauteur et la longueur des sauts grâce aux équations des trajectoires.

Les données d'entrée du programme sont séparées en deux catégories, la première catégorie comprend les paramètres imposés lors des expériences (la pente, les propriétés du fluide et des particules) et les données qui peuvent être déduites des observations (vitesse moyenne du fluide,les moyennes et les écart types des échantillons de vitesses de début de saut mesurées). La seconde catégorie comprend les paramètres qui ne peuvent pas être mesurés ou observés expérimentalement (le coefficient de masse ajoutée, les coefficients de traînée, la force de portance). Le code du modèle est donné en annexe 1.

#### Paramètres de calage du modèle

Les paramètres de calage du modèle sont choisis parmi les paramètres qui ne sont pas mesurables. D'après P. Wiberg [34], pour les sphères  $C_m \sim 0.5$ , on gardera cette valeur constante et on cale le modèle grâce aux paramètres  $C_{Tx}$ ,  $C_{Ty}$  et  $F_P$ .

Pour effectuer ce calage, on utilise les données d'une des expériences réalisées. On cherche les valeurs de ces paramètres qui conduisent à des caractéristiques moyennes des sauts modélisés proches de celles des sauts expérimentaux.

Si le calage se fait sur les données de l'expérience à 10% de pente et 5.75 billes/s, les valeurs trouvées sont  $C_{Tx}=0.35$ ,  $C_{Ty}=0.65$  et  $F_P = 8.4 \times 10^{-4}$  N, elles conduisent à

$$\Delta_h = \frac{|h_{sautsExp} - h_{sautsMod}|}{h_{sautsExp}} = 0.05 \text{ et } \Delta_l = \frac{|l_{sautsExp} - l_{sautsMod}|}{l_{sautsExp}} = 0.006$$

Ces écarts sont jugées acceptables. On vérifie que les valeurs des paramètres  $C_{Tx}$ ,  $C_{Ty}$  et  $F_P$  sont proches de celles proposées dans les modèles plus complexes existants ( $C_T \sim 1$  et  $F_P \sim 10^{-3}$ N).

#### Limites du modèle et remarques

Le modèle présenté ci-dessus est relativement simple, il donne la trajectoire de particules sphériques isolées soumises à un écoulement unidirectionnel et infini. Il faut souligner qu'il ne prend pas en compte la présence d'autres particules à proximité de la billes d'étude et surtout il fait abstraction de l'effet de la surface libre sur le mouvement des particules. D'après les observations expérimentales, il semble que la hauteur d'eau ait un effet non négligeable sur les caractéristiques du transport solide, ce modèle est justement un moyen d'observer l'effet isolé de certains paramètres (pente, vitesse moyenne du fluide) sur les trajectoires des particules.

Pour l'écriture de ce modèle nous nous sommes limités à des sauts isolés, il était difficile de traiter les chocs avec un lit mobile, ce sujet aurait pu faire l'objet d'une étude approfondie mais nous avons préféré traiter un modèle simple et acquérir simultanément des données expérimentales, d'autant plus que ce travail a déjà été mené [31].

Sur le plan technique, pour chaque saut, le programme décrit résout 2 équations différentielles pour l'équation du mouvement, il traite 2 intégrations, et 2 équations à 1 inconnue chacune sont résolues pour avoir la hauteur et la longueur du saut. Au total cela fait 6 opérations par saut. Les temps de calcul générés sont assez longs. Ce mode de calcul présente néanmoins l'avantage de sortir des trajectoires définies de façon continue et non pas discrète.

#### 4.3 Résultats et comparaison avec les trajectoires expérimentales

L'écriture du programme avec Mathematica nous a permis de générer des sauts de particules soumises à un flux liquide, la partie suivante présente une analyse des caractéristiques de ces sauts théoriques et propose une comparaison avec les résultats expérimentaux.

#### Caractéristiques des sauts modélisés et comparaison avec les résultats expérimentaux

L'objectif de ce modèle est de modéliser au mieux les trajectoires des billes en mouvement tout en restant relativement simple. Comme nous le rappelions ci-dessus, cette modélisation n'intègre pas certains effets. Dans un premier temps, avant toute analyse plus avancée, il faut comparer les saut générés par le modèle aux sauts expérimentaux.

Les graphiques suivants (Fig.21) représentent plusieurs sauts expérimentaux et modélisés pour les mêmes conditions d'écoulement. Il est important de noter que ces graphiques ne sont pas orthonormés. Ces figures amènent plusieurs remarques.

les sauts expérimentaux se distinguent des sauts théoriques sur plusieurs points :

- Les positions initiales et finales ne sont pas des constantes car les irrégularités du lit imposent les positions de début et de fin de sauts. Cela devrait avoir pour effet d'élargir l'intervalle des valeurs des longueurs des sauts.
- Les trajectoires sont affectées par les chocs entre particules.
- La présence de la surface libre à quelques diamètres du fond modifie les trajectoires.



FIG. 21 – Graphiques (non orthonormés) représentant quelques trajectoires expérimentales (a) et modélisées (b).

#### Distributions statistiques des longueurs caractéristiques

Pour les sauts observés et pour les sauts modélisés, les distributions statistiques des longueurs et hauteurs des sauts ont été tracées. Lors de l'analyse des séquence d'images on dénombre environ 1000 sauts et on demande au modèle de traiter 800 sauts<sup>10</sup>, des nombres suffisants pour faire un traitement statistique. Les répartitions des hauteurs et longueurs des sauts modélisés (Fig.22) diffèrent des distributions expérimentales. Le calage du modèle se fait uniquement sur les moyennes des hauteurs et des longueurs des sauts, il n'est donc pas étonnant que les distributions se distinguent.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>On évite ainsi les temps de calculs trop longs.



FIG. 22 - Distribution de la longueur des sauts (a) et de la hauteur des sauts (b) pour l'expérience sur laquelle le modèle est calé. Les courbes pleines représentent les fonctions de distribution expérimentales et les courbes en pointillés les fonctions de distribution des longueurs caractéristiques des sauts générés par le modèle.

Sur les hauteurs des sauts expérimentaux, on constate une "bosse" pour les hauteurs inférieures à 5 mm environ, cela correspond à nombre important de sauts de hauteur inférieure à 5 mm. Pour cette expérience, la hauteur d'eau moyenne était de  $h_{eau}=10.2$  mm, toutes les billes restent dans l'écoulement liquide, le mouvement de leur centre de gravité est donc contraint dans une zone de  $h_{eau}$ -d~4 mm en moyenne. On observe ici directement la contrainte de la surface libre sur les trajectoires.

Quant à la longueur des sauts, la distribution modélisée est plus large que la distribution expérimentale, mais l'allure des deux distributions reste comparable. Pour expliquer cet écart entre les deux courbes plusieurs hypothèses sont envisagées, sur les grandes longueurs de sauts on pense à l'effet de la surface libre qui irait dans le sens d'une diminution des longueurs caractéristiques des sauts, sur les petites longueurs de sauts on pense à l'effet du lit ou à la façon dont les sauts sont détectés par l'algorithme, il est très probable que les petits sauts soient détectés comme partie du roulement et non pas de la saltation. Le critère de saltation impose en effet  $d_n/d > \varepsilon$  avec  $\varepsilon = 1.07$ et d la distance au centre de gravité du plus proche voisin, soit d~6.42 mm, cela impose que pour des billes en saltation la distance entre deux billes voisines soit supérieure à 0.42 mm.

#### Effet de la pente et de la hauteur d'eau

D'après les observations expérimentales, l'effet de la pente sur les caractéristiques des sauts (Fig. 23a et b) n'est pas négligeable. On note sur ce graphique une nette diminution de la longueur des sauts (a) lorsque la pente augmente, cette tendance suit l'évolution de la hauteur d'eau moyenne (croix). La hauteur des sauts expérimentaux diminue également (b). D'après le modèle développé, la hauteur des sauts ne dépend pas de manière significative de la pente alors que la longueurs des sauts augmente avec la pente. Les fonctions de distributions théoriques et expérimentales des longueurs caractéristiques des sauts ne sont pas affectées significativement par les changements de pente.

Ces derniers graphiques montrent clairement que la pente détermine les caractéristiques des sauts des billes en imposant la hauteur d'eau. La hauteur d'eau dans le canal semble influencer plus



FIG. 23 – Longueurs et hauteurs moyennes des sauts en fonction de la pente, d'après les expériences réalisées (a) et selon le modèle informatique (b).

nettement la nature des sauts des billes en saltation.

#### Effet de la vitesse du fluide sur les trajectoires modélisées

Parmi les paramètres expérimentaux qui sont facilement modifiables, la vitesse du fluide est, a priori, susceptible d'agir sur les caractéristiques des trajectoires des particules. Nous avons étudié l'effet de ce paramètre du point de vue théorique. On se place à une pente choisie (10%) et on fait varier la vitesse du fluide autour de la valeur utilisée pour le calage ( $u_f=0.4 \text{ m/s}$ ). On s'attend à voir la longueur des sauts croître avec  $u_f$  et la hauteur des sauts rester quasiment constante, qu'en est il après plusieurs simulations?



FIG. 24 - Longueurs (a) et hauteurs (b) moyennes des sauts en fonction de la vitesse du fluide, d'après les expériences réalisées (ronds bleus) et selon le modèle informatique (carrés verts).

Les figures 24 a et b donnent l'évolution des longueurs et hauteurs moyennes des sauts en fonction de la vitesse du fluide. D'après le modèle, la longueur des sauts augmente avec  $u_f$  alors que la hauteur des sauts varient autour d'une valeur moyenne (2.5 mm). L'interprétation des données

expérimentales est plus délicate car la gamme des vitesses de fluide est assez étroite et on ne contrôle pas l'effet de la surface libre, on remarque cependant une augmentation de la longueur des sauts avec  $u_f$  plus rapide que celle prédite par le modèle et les données de hauteurs expérimentales ne montrent pas de tendance claire comme les résultats numériques.

#### 4.4 Synthèse

Un programme simple a été écrit avec le logiciel de calcul Mathematica, il permet de modéliser les trajectoires des billes sur des sauts indépendants. Les conditions initiales de chaque sauts sont générées de façon aléatoire et d'après les vitesses initiales empiriques pour s'approcher au mieux des conditions expérimentales. Ce modèle présente quelques limites, la principale étant qu'il ne tient pas compte de l'effet de la surface libre sur les particules en mouvement. On utilise justement ce modèle pour quantifier les effets de la surface libre, de la pente ou encore de la vitesse du fluide sur les trajectoires. Les trajectoires modélisées par le programme sont comparés aux données expérimentales, les résultats soulignent l'effet de la surface libre sur les trajectoires, elle contraint les billes dans un espace donné et semble être le paramètre le plus influent sur les trajectoires. Le modèle prédit une augmentation de la longueur des sauts avec la pente alors que les expériences montrent le contraire à cause de la diminution de la hauteur d'eau. Nous avons aussi étudié l'effet de la vitesse du fluide sur les caractéristiques des sauts des particules. Lorsque la vitesse du fluide augmente, on note une augmentation des longueurs des sauts autant sur le plan numérique qu'expérimental alors que les hauteurs de saut restent quasiment constantes.

# 5 Résultats expérimentaux sur les caractéristiques du transport solide par charriage en canal étroit

Entre les mois de février et août 2004 plusieurs séries d'expériences ont été menées dans le canal étroit à des pentes comprises entre 7.5% et 15%. Au total 15 séries de mesures ont été acquises (tableau de la Fig.2, p29). L'idée de départ était de repérer les paramètres les plus influents sur le transport solide et d'évaluer leurs effets. La tâche s'est révélée complexe, certaines variables sont liées (par exemple hauteur d'eau et débit liquide), les intervalles de valeurs explorés sont souvent étroits ne permettant pas toujours une analyse rigoureuse, de nombreuses difficultés expérimentales ont aussi été rencontrées (§3.3).

Le chapitre suivant présente les principales conclusions qui ont pu être tirées de cette collection de données expérimentales. A la différence du chapitre précédent, on s'intéresse ici aux paramètres caractéristiques de l'écoulement bidimensionnel d'un point de vue expérimental.

## 5.1 Etude détaillée à 10%, quelques valeurs caractéristiques

Dans un premier temps, nous avons conduit 6 expériences<sup>11</sup> à 10% pour étudier les propriétés du transport à pente constante. Le tableau 3 regroupe quelques valeurs caractéristiques de l'écoulement biphasique.

	symbole	unité	E10-6	E10-7	E10-8	E10-9	E10-16	E10-21
débit solide	n	billes/s	5.7	6.8	7.7	9.4	15.6	20.6
écart type	$\sigma_n$	billes/s	3.07	3.34	3.55	3.62	3.96	5.23
débit liquide								
par unité de largeur	$q_l$	$10^{-3} { m m}^2 { m /s}$	4.15	4.42	5.38	5.54	8.19	10.31
hauteur d'eau	h	mm	10.2	10.6	12.2	12.3	16.6	19.1
écart type	$\sigma_h$	mm	2.1	2.1	2.3	2.3	2.5	2.6
Nb de Reynolds	Re	/	4024	4148	4545	4635	5359	6007
Nb de Froude	Fr	/	1.42	1.40	1.38	1.40	1.28	1.30
Nb de Shields	N <sub>Sh</sub>	/	0.113	0.118	0.135	0.136	0.185	0.212
Concentration du débit								
solide	$C_S$	/	0.024	0.027	0.025	0.029	0.033	0.035
vitesse de roulement	$v_1$	m/s	0.06	0.07	0.06	0.07	0.07	0.07
vitesse de saltation	$v_2$	m/s	0.28	0.28	0.29	0.28	0.31	0.31
% de billes en roulement <sup>0</sup>	$P_1$	%	7.2	6.1	9.3	7.8	13.9	17.0
% de billes en saltation <sup>0</sup>	$P_2$	%	2.0	2.4	3.0	2.6	4.7	4.9
% de transport par saltation	$\kappa_{salt}$	%	56	61	59	57	59	56

TAB. 3 – Quelques grandeurs caractéristiques des expériences réalisées à 10%. Les notations du type E10-n désignent les expériences.

caractérisation de l'écoulement Les nombres adimensionnels nous permettent de caractériser l'écoulement fluide. L'écoulement est turbulent ( $R_e > 4000$ ) et torrentiel (Fr >1) avec des transitions

 $<sup>^{11}\</sup>mathrm{Sur}$  les six expériences, deux ont été réalisée par T Böhm avant le début du stage.

 $<sup>^{0}</sup>$ défini par rapport à l'ensemble des billes dans la fenêtre

possibles en régime fluvial. Selon le critère de Shields, on se situe au-dessus du seuil de début de mouvement ( $N_{Sh} > 0.05$ ). On observe des hauteurs d'eau comprises entre 0.7 et 1.7 diamètre de bille.

**Débit solide et concentration** Les fluctuations du débit solide caractérisées par  $\sigma_n$  augmentent avec le débit solide. On constate aussi que la concentration  $(C_S = \frac{q_S}{q_L})$  est une fonction croissante du débit liquide, elle est comprise entre 2 et 3.5% ce qui correspond à des écoulements dilués.

**Roulement et saltation** Les vitesses moyennes de roulement et saltation sont quasiment constantes, leur valeurs respectives fluctuent autour de 0.07 m/s et 0.3 m/s, les billes en saltation sont environ 4 fois plus rapides que les billes en roulement et il y a environ 3 fois plus de billes en roulement. Il en résulte que 60% environ du transport solide se fait par saltation. On remarquera aussi que le pourcentage des billes en mouvement  $(P_1 + P_2)$  augmente avec le débit liquide.

#### 5.2 Remarques sur les variations générales

Des expériences ont été faites en faisant varier la pente dans le but d'extraire les facteurs déterminant les caractéristiques du transport solide. Le tableau suivant (Tab.4) présente une sélection d'expériences à 10%, 12.5% et 15% avec des débits solides autour de 16 et 21 billes/s. La difficulté qui se présente lors de l'analyse des données se trouve dans le choix des variables, faut-il comparer les expériences à pente constante ? à débit solide constant ? à débit liquide constant ? à hauteur d'eau constante ? ou encore à nombre de Shields constant ?

Ces variables sont liées. Par exemple, une variation de le pente entraîne, à  $q_l$  constant, des variations de hauteur d'eau, on peut donc difficilement extraire l'effet de la pente sur les caractéristiques du transport solide. On essaye cependant d'extraire quelques tendances de variation. Les paragraphes suivants présentent les axes d'analyse développés au cours du stage.

	symbole	unité	E10-16	E10-21	E12-16	E12-20	E15-16	E15-21
pente	Ι	%	10	10	12.5	12.5	15	15
débit solide	n	billes/s	15.6	20.6	15.5	19.9	15.4	20.5
hauteur d'eau	h	mm	16.6	19.1	8.1	9.2	4.8	6.6
débit liquide								
par unité de largeur		$10^{-3} { m m}^2 { m /s}$	8.19	10.31	3.85	4.46	2.31	2.92
Nb de Shields	N <sub>Sh</sub>	/	0.185	0.212	0.112	0.128	0.080	0.109

TAB. 4 – Quelques grandeurs caractéristiques des expériences réalisées à 10%, 12.5% et 15% avec des débits solides autour de 16 et 21 billes/s. Les notations du type EI - n désignent les expériences.

#### 5.3 Relation Débit solide - Débit liquide, Concentration

#### Relation débit solide - débit liquide

Lors de la réalisation de chaque expérience nous avons travaillé avec le débit liquide qui conduisait à un équilibre pour un débit solide imposé, c'est à dire que l'on n'observe ni dépôt ni érosion dans le canal sur des temps suffisamment longs (i.e. > 10s). Le graphique 25a représente le débit solide d'équilibre en fonction du débit liquide pour les expériences réalisées, il synthétise ainsi les conditions d'écoulement. Sur ce graphique, figurent également les droites issues de la formule de Rickenmann appliquée dans la zone d'intérêt et pour les pentes d'étude. En raison des particularités du canal (étroitesse, faible longueur) les données expérimentales s'écartent des droites. Ces droites, ou plus précisément leurs allures nous ont été utiles pour la recherche du débit liquide d'équilibre, c'est pourquoi il nous a semblé utile de les faire figurer ici en plus de leur aspect synthétique.



FIG. 25 – a : Variation du débit solide d'équilibre en fonction du débit liquide, chaque symbole correspond à une des pentes explorée. Une expérience ne figure pas sur le graphique ( $q_L=2.6\times10^{-2}, q_S=1.9\times10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ). Les droites sont les fonctions de Rickenmann (équation 4, p13) tracées pour les pentes explorées. b : Variation de la concentration solide définie par  $C_s = q_S/q_L$  en fonction du débit solide imposé en billes/s, chaque symbole correspond à une des pentes explorée.

#### Variations de la concentration solide

On définit la concentration en matériaux solide comme le rapport entre le débit solide et le débit liquide ( $C_S = \frac{q_S}{q_L}$ ), nombre sans dimension). Pour les expériences réalisées la concentration varie entre 0.007 et 0.12, ce qui correspond à des écoulements très dilués à dilués. On notera les grandes tendances de variation de cette concentration : la concentration augmente lorsque la pente augmente et généralement la concentration est une fonction croissante du débit solide. Sur la totalité des données expérimentale, il y a un point (coordonnées (n=10.99 billes/s, $C_s = 0.0073$ )) qui ne vérifie pas cette tendance, nous ne sommes pas certains de la validité de cette donnée obtenue pour un débit solide élevé et donc sans débitmètre.

Ces observations sur les variations du débit solide et de la concentrations ne contredisent pas les observations faites sur le terrain.

#### 5.4 Composition du débit solide, saltation et roulement

Le charriage torrentiel inclut deux modes de transport solide, le roulement et la saltation. Ces deux modes se distinguent par la vitesse des particules ( $v_{saltation} \sim 0.3 \text{ m/s}$  et  $v_{roulement} \sim 0.07 \text{ m/s}$ ), et le nombre de contacts. Pour comprendre au mieux le transport solide par charriage il est donc important de connaître le mode de transport prépondérant.

#### Variation de la proportion de transport par saltation en fonction de la pente

Pour une pente de 10% on a remarqué que la proportion de transport qui se fait par saltation  $(\kappa_{salt})$  est toujours supérieure à 50% et quasiment constante. L'analyse des données expérimentales montre que cette valeur dépend de la pente, le graphique de la figure 26a donne les variations de  $\kappa_{salt}$  moyenne en fonction de la pente. On note une très nette diminution de  $\kappa_{salt}$  en fonction de la pente.



FIG. 26 – a : Variation moyenne de la part de transport solide par saltation ( $\kappa_{salt} = \frac{q_{salt}}{q_{salt}+q_{roul}}$ ) en fonction de la pente.

b : Proportion du transport par saltation ( $\kappa_{salt}$ ) en fonction de la hauteur d'eau.

On a remarqué au préalable que, à débit solide constant, pour les pentes importantes la hauteur d'eau est plus faible. Une faible hauteur d'eau favorise le transport par roulement. La diminution de la hauteur d'eau dans le canal avec la pente est-elle la seule cause de cette réduction du transport par saltation?

Le graphique de la figure 26b donne la variation de  $\kappa_{salt}$  en fonction de la hauteur d'eau. Jusqu'à 15-20 mm d'eau,  $\kappa_{salt}$  augmente quasiment linéairement avec la hauteur d'eau puis cette valeur se stabilise autour de 70%. On en déduit que  $\kappa_{salt}$  dépend fortement de la hauteur d'eau lorsqu'elle est inférieures à 3 diamètres de particule, pour des hauteurs d'eau supérieures on suppose l'existence d'une asymptote à 70%.

#### Débit solide et Nombre de Shields

On représente souvent le débit solide adimensionnel<sup>12</sup> en fonction du nombre de Shields <sup>13</sup>, voir par exemple Fig.5 p.15 et Fig.6 p.16. Le graphique de la figure 27a représente nos données sur ce type de graphique, les points expérimentaux sont relativement dispersés sur ce graphique. Nous avons souligné au paragraphe précédent la différence entre saltation et roulement et insisté sur les variations de la part de transport solide par saltation.

Les formules de transport tracées sur le graphique 27a rendent compte d'une loi de mouvement à seuil (nombre de Shields critique). On a extrait du transport solide la part de saltation, la fonction  $\phi_{saltation} = \frac{q_{saltation}}{[(s-1)gd^3]^{1/2}}$  est tracée sur le graphique 27b. Les points expérimentaux sont moins dispersés et on note sur ce graphique que la part de transport solide qui se fait par saltation suit

 $<sup>{}^{12}\</sup>phi_s = \frac{q_s}{[(s-1)gd^3]^{1/2}}$  ${}^{13}N_{Sh} = \frac{\rho R_h I}{(\rho_p - \rho_f)d}$ 



FIG. 27 – a : Variation du débit solide adimensionnel  $\phi_s = \frac{q_s}{[(s-1)gd^3]^{1/2}}$  en fonction du nombre de Shields<sup>15</sup> N<sub>Sh</sub>, chaque symbole correspond à une des pentes explorées.

b : Variation du débit solide par saltation a dimensionnel  $\phi_{saltation} = \frac{q_{saltation}}{[(s-1)gd^3]^{1/2}}$  en fonction du nombre de Shields N<sub>Sh</sub>, chaque couleur correspond à une des pentes explorée. Deux des courbes souvent citées dans les articles sont représentées .

approximativement une loi à seuil du type  $\phi_s = 2(\tau * -0.056)^{3/2}$ . Il y a un point de coordonnées  $(N_{Sh}=0.334, \phi_{saltation}=0.068)$  qui s'écarte sensiblement de la fonction décrite ci-dessus, ce point correspond à une expérience faite à 7.5% à fort débit et donc sans le débitmètre, nous ne sommes pas sûr de la validité de cette donnée.

#### 5.5 Répartition verticale du débit solide

Wiberg & Smith se sont intéressés (§1.3.2,p.14) à la répartition du débit solide sur la verticale pour évaluer le profil de concentration solide. L'analyse numérique des séquences d'images permet de déterminer la nature (roulement ou saltation) et la répartition du débit solide suivant l'horizontale ou la verticale. Les variations de la nature du débit solide suivant l'horizontale permettent de repérer les zones qui entraînent une érosion des billes ou un dépôt localisées. Les zones de départ sont généralement caractérisées par un relief plus prononcé que le fond moyen.



FIG. 28 – Les 8000 images d'une séquence sont superposées sur cette image. Conditions expérimentales : I = 10%, n = 15.6 billes/s,  $q_L = 8.2 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>/s.

On s'intéresse ici en détail aux variations du débit sur la verticale en fonction de son intensité et

de la pente. L'image de la figure 28 représente les 8000 images d'une séquence superposées les unes sur les autres. Les billes du fond apparaissent de façon distincte car elles sont quasiment immobiles, au-dessus les billes ont des mouvements intermittents, et dans la partie supérieure de l'image on distingue uniquement les traces floues et très claires des billes en mouvement rapide (roulement et saltation). On peut aussi deviner sur cette image la position de la surface libre. Cette image donne une idée qualitative de la répartition du débit solide sur la verticale, les graphiques de la figure 29 permettent de quantifier cette répartition. Pour quatre expériences, on a représenté le débit solide moyenné suivant x et dans le temps, pour chaque état de mouvement (repos, roulement et saltation), en fonction de z.



Ces graphiques amènent plusieurs remarques :

- Le débit associé aux billes au repos n'est pas nul, la définition de cet état n'impose pas une vitesse nulle mais un maximum, les billes au repos peuvent donc avoir un mouvement lent comparé aux autres billes. La courbe de débit pour cet état donne donc une idée de la répartition des billes dans les couches stables. Les pics de débit sont généralement espacés d'un diamètre de bille.
- Les courbes des débits associés au roulement sont composées de plusieurs maxima, cela correspond à des zones de roulement sur plusieurs niveaux dans la longueur de l'image. Au contraire, Les courbes des débits associés à la saltation n'ont qu'un seul maximum. La saltation s'effectue dans une zone continue. En superposant la photo des images superposées et les courbes de débits (non représenté ici), on peut remarquer que la zone de saltation est exactement délimitée par la hauteur d'eau.
- Ces graphiques permettent de vérifier qu'une augmentation de pente se traduit par une diminution de la contribution des billes en saltation au profit de la contribution des billes en roulement. On note également un élargissement de la zone de roulement en fonction de la pente et un rétrécissement de la zone de saltation qui s'explique par la diminution de la hauteur

d'eau avec la pente.

- Pour des augmentation de débit solide, on note une augmentation évidente de l'intensité du transport solide par roulement et par saltation. La forme des courbes est conservée, il n'y a donc pas de modification de la répartition verticale du débit solide.

L'analyse de ces courbes montre donc que, quelques soient le débit solide ou la pente, la répartition du débit solide sur la verticale garde le même type de structure, c'est à dire des phases de roulement sur plusieurs niveaux et une phase de saltation continue qui s'étend jusqu'à la surface libre. Mis à part une augmentation d'intensité, un débit solide plus important ne conduit pas à des modifications notables des profils de débit. Par contre ces graphiques viennent confirmer qu'un accroissement de la pente se traduit (voir §5.4) par une diminution de la saltation au profit du roulement.

#### 5.6 Synthèse des résultats expérimentaux

Le jeu de données expérimentales nous a permis, dans un premier temps, de comparer les résultats de la simulation numérique des sauts, mais surtout de mettre en évidence plusieurs traits caractéristiques de variations. L'étude des données obtenues à la pente de 10%, nous a permis de caractériser l'écoulement expérimental, il est turbulent, torrentiel et, selon le critère de Shields, le seuil de mouvement est dépassé. Nous avons également pu noter qu'à cette pente le transport solide se fait majoritairement par saltation. La comparaison des relations  $(q_S, q_L)$  expérimentales avec les formules empiriques, souligne les spécificités du canal (étroitesse, faible longueur). Cela nous a permis également de mettre en doute la validité d'une des expérience faite à 7.5% avec un débit solide élevé et donc réalisée sans le débitmètre. On note une augmentation de la concentration avec la pente et avec le débit solide. Nous avons remarqué que pour une augmentation de la contribution des billes en roulement. L'étude des profils de débits suivant la verticale nous a permis de confirmer la diminution de la contribution de la saltation au débit solide avec la pente, mais aussi de remarquer que ces profils ne variaient pas notablement en fonction de la pente ou du débit solide total.

# Conclusion

Les caractéristiques du transport solide dépendent de plusieurs paramètres : débit liquide, hauteur d'eau, pente, nature des particules. Le canal étroit du Cemagref de Grenoble permet d'étudier les mécanismes de transport solide par charriage torrentiel de façon modélisée. Des séries d'expériences ont été menées dans le canal expérimental dans le but de repérer les paramètres les plus influents et d'évaluer leurs effets. Quelques modifications sur le canal et les dispositifs d'alimentation en liquide et en solide ont été apportées. Les essais ont été menés en faisant varier les débits liquide et solide et en modifiant la pente, au total 14 conditions expérimentales différentes ont été analysées.

En parallèle, un modèle numérique simple a été développé pour modéliser les trajectoires des particules sur des sauts indépendants. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux a permis de souligner l'effet de la surface libre sur les particules en mouvement dans le fluide. Le modèle prédit une augmentation de la longueur des sauts avec la pente alors que les expériences montrent le contraire à cause de la diminution de la hauteur d'eau. Par ce moyen, nous avons aussi étudié l'effet de la vitesse du fluide sur les caractéristiques des sauts des particules. Lorsque la vitesse du fluide augmente, on note une augmentation des longueurs des sauts autant sur le plan numérique qu'expérimental alors que les hauteurs de saut restent quasiment constantes.

Les résultats expérimentaux ont été étudiés en détails pour permettre la mise en évidence de certaines tendances. Pour une pente fixée (10%), nous avons présenter les ordres de grandeur des variables liées au transport solide. Le calcul de nombres adimensionnels ( $R_e$ , Fr,  $N_{Sh}$ ) nous a permis de caractériser l'écoulement expérimental, il est turbulent, torrentiel et selon le critère de Shields le seuil de début de mouvement est dépassé. L'effet de la pente a été étudié. En particulier, nous avons souligné les spécificités du canal en comparant nos données expérimentales aux formules de transport empiriques. Nous avons remarqué que pour une augmentation de la pente, la contribution des billes en saltation au transport solide diminuait au profit de la contribution des billes en roulement. L'étude des profils de débits suivant la verticale nous a permis de confirmer le point précédent à propos des variations de la contribution de la saltation au débit solide, mais aussi de remarquer que ces profils ne variaient pas notablement en fonction de la pente ou du débit solide total.

Au cours de ce stage, un grand nombre de données expérimentales ont été acquises permettant d'explorer des conditions d'écoulement variées. Plusieurs résultats sur l'effet des paramètres d'écoulement ont pu être établis. Il reste encore de nombreuses interrogations. Il serait, par exemple, intéressant de comparer les données expérimentales acquises au modèle numérique complexe développé par Schmeeckle en introduisant les effets des parois et de la surface libre. L'élargissement du canal est aussi envisagée pour passer à l'étude tridimensionnelle du transport solide et pour, peut-être, lever certaines incertitudes. En élargissant le canal, les billes ne seraient plus contraintes à un mouvement bidimensionnel, l'effet des parois sur l'écoulement serait aussi diminué, on se rapprocherait ainsi des conditions d'écoulement torrentiel en milieu naturel.

# Bibliographie

- [1] C. Ancey. Vers une théorie du transport solide à forte pente, 2003.
- [2] C. Ancey, F. Bigillon, P. Frey, and R. Ducret. Rolling motion of a bead in a rapid water stream. *Physical review E*, 67, 2003.
- [3] C. Ancey, F. Bigillon, P. Frey, R. Ducret, and J. Lanier. Saltating motion of a bead in a rapid water stream. *Physical review E*, 66, 2002.
- [4] F. Bigillon. Etude du mouvement bidimensionelle d'une particule. PhD thesis, 2001.
- [5] T. Böhm, C. Ancey, P. Frey, J.L. Reboud, and C. Ducottet. Fluctuations of the solid discharge of gravity-driven particle flows in a turbulent stream. *Physical review E*, 69 :061307, 2004.
- [6] J. Combaz. Mesure par analyse d'image de la distribution granulométrique et du débit solide d'un écoulement biphasique, 1999.
- [7] G. Degoutte. Cours d'hydraulique et de morphologie fluviale, 2003.
- [8] H.A. Einstein. Formulas for the transportation of bed load. American society of civil engineers, Papers, 1941.
- [9] H.A. Einstein. The bed load function for sediment transportation in open channel flows. Technical bulletin of the United States Department of Agriculture, 1026, 1950.
- [10] P. Roussel et al. La gestion des rivières, transport solide et atterrissements, guide méthodologique, 1999.
- [11] Robert Ettema and Cornelia F. Mutel. Hans albert einstein : Innovation and compromise in formulating sediment transport by river. Journal of hydraulic engineering, 130:477-487, 2004.
- [12] Altinakar M Graf W. Hydraulique fluviale Tome 1 Ecoulement permanent uniforme et non uniforme. Presses polytechniques et universitaire romandes, 1993.
- [13] Altinakar M Graf W. Hydraulique fluviale Tome 2 Ecoulement non permanent et phénomènes de transport. Presses polytechniques et universitaire romandes, 1993.
- [14] G.E. Grant. Critical flow constrains flow hydraulics in mobile-bed streams : A new hypothesis. Water resources research, 1997.
- [15] H.J. Greenberg. A Simplified Introduction to LATEX. World Wide Web, http://www.cudenver. edu/~hgreenbe/aboutme/pubsrec.html, 1999-2003. Also available at CTAN.
- [16] E. A. El-Sami H.A. Einstein. Hydrodynamic forces on a rough wall. Reviews of modern physics, 21,3 :520-524, 1949.
- [17] C. Hu and Y. Hui. Bed-load transport. i : mechanical characteristics. Journal of hydraulic engineering, 1996.
- [18] B.B. Willetts I.K. McEwan, B.J. Jefcoate. The grain-fluid interaction as a self-stabilizing mechanism in fluvial bed load transport. *Sedimentology*, 46:407-407, 1999.
- [19] P.Y. Julien. Erosion and Sedimentation. Press Syndicate of the University of Cambridge, 1994.
- [20] V. Koulinski. Etude de la formation d'un lit torrentiel. Master's thesis, 1993.
- [21] H.Y. Lee, Y.H. Chen, J.Y. You, and Y.T. Lin. Investigations of continuous bed load saltating process. 2000, Journal of hydraulic engineering.
- [22] H.Y. Lee, J.Y. You, and Y.T. Lin. Continuous saltating process of multiple sediment particles. Journal of hydraulic engineering, 2002.

- [23] M. Meunier. Eléments d'hydraulique torrentielle. Cemagref, 1991.
- [24] J.P. Minier and E. Peirano. The pdf approach to turbulent polydispersed two-phase flows. *Physics reports*, 2001.
- [25] Y. Niño and M. Garcia. Gravel saltation, 2. modelling. Water resources research, 1994.
- [26] Y. Niño, M. Garcia, and L. Ayala. Gravel saltation, 1. experiments. Water resources research, 1994.
- [27] G. Parker, G. Seminara, and L. Solari. Bed load on arbitrarily sloping beds : Alternative entrainment formulation. *Water resources research*, 2003.
- [28] D. Richard. Transport solide par charriage torrentiel in des grands écoulements géologiques à la dynamique du tas de sable, 1997.
- [29] D. Rickenmann. Hyperconcentrated flow and sediment transport at steep slopes. Journal of hydraulic engineering, 117:1419, 1991.
- [30] D. Rickenmann. Comparison of bed load transport in torrents and gravel bed streams. *Water resources research*, 37, 2001.
- [31] M.W. Schmeeckle and J.M. Nelson. Direct numerical simulation of bedload transport using a local, dynamic boundary condition. *Sedimentology*, 50 :279–301, 2003.
- [32] G. Seminara, L. Solari, and G. Parker. Bed load on arbitrarily sloping beds : Failure of the bagnold hypothesis. *Water resources research*, 2002.
- [33] L.C. van Rijn. Sediment transport, part i : bed load transport. Journal of hydraulic engineering, 1984.
- [34] P.L. Wiberg and J.D. Smith. A theorical model for saltating grains in water. Journal of geophysical research, 90:7341-7354, 1985.
- [35] P.L. Wiberg and J.D. Smith. Model for calculating bed load transport of sediment. Journal of hydraulic engineering, 115, 1989.

# Annexe 1 : Programme Mathematica pour le modèle de trajectoires des billes en saltation

```
<< Statistics'DataManipulation'
<< Graphics'Graphics'
Needs["Statistics'ContinuousDistributions'"]
<< Statistics'
paramètres de calage
Ctx = 0.35; Cty = 0.65;
Fp = 8.4*10^{(-4)};
données expérimentales
uf = 0.41;
muvx = 0.247
                ; sigmavx = 0.08886;
muvy = 0.09804 ; sigmavy = 0.06748;
pente = 0.175;
m = 2.87 * 10^{(-4)};
gx = 1500*4/3*Pi*0.003^3*9.81*Sin[ArcTan[pente]];
gy = -1500*4/3*Pi*0.003^3*9.81*Cos[ArcTan[pente]];
Cm = 0.5; mf = 1000*4/3*Pi*0.003^3;
rhoA = 1.41*10^{(-2)};
tmax = 0.15;
nombre de sauts traités (!!temps de calcul!!)
imax = 801;
Initialisation des variables
ClearAll[a,b,vOx,vOy,wy,wx,yO,xO,mx,my,l,h,t1,t2,Mat,Matsaut,i]
Mat[[imax,1]]=vOx;
Mat[[imax,2]]=vOy;
Mat[[imax,3]] = vsalt;
Mat=Table[0,{imax},{3}];
Matsaut=Table[0,{imax},{3}];
ListHsaut=Range[imax-1];
ListLsaut=Range[imax-1];
ListvOx=Range[imax-1];
ListvOy=Range[imax-1];
Matsaut[[imax,1]]=n^{\circ};
Matsaut[[imax,2]]=lsaut;
Matsaut[[imax,3]]= hsaut;
Résolutions des équations du mouvement en x et y avec des conditions initiales vox et voy aléatoires
For[i = 1, i < imax,</pre>
  {
    a[i] = Random[NormalDistribution[muvx, sigmavx]];
    b[i] = Random[NormalDistribution[muvy, sigmavy]];
    v0x[i] = a[i] ;
    vOy[i] = b[i];
    Mat[[i, 1]] = vOx[i];
    Mat[[i, 2]] = vOy[i];
    Mat[[i, 3]] = Sqrt[(vOx[i])^2 + (vOy[i])^2];
    x0[i] = 0; y0[i] = 0;
    ListvOx[[i]] = vOx[i];
    ListvOy[[i]] = vOy[i];
```

```
wy[i] = y[x]/.DSolve[{(m + Cm*mf)*y'[x]==gy-rhoA*Cty*(y[x])^2 +Fp,}
    y[0]==v0y[i]},y,x];
    my[i] = Integrate[wy[i], x];
    my0[i] = my[i] /. x -> 0;
    my[i] = Integrate[wy[i], x] - my0[i] + y0[i];
    ay[i] = [PartialD]_x((wy[i]));
    wx[i] = y[x] /. DSolve[{(m + mf*Cm)*y'[x] == gx+rhoA*Ctx(uf-y[x])^2,y[0]==v0x[i]},y,x];
    mx[i] = Integrate[wx[i], x];
    mxO[i] = mx[i] / . x -> 0;
    mx[i] = Integrate[wx[i], x] - mx0[i] + x0[i];
    ax[i] = [PartialD]_x((wx[i]));
    t1[i] = Flatten[Solve[wy[i] == 0, x]];
    h[i] = Re[Flatten[my[i] /. t1[i]]];
    t2[i] = FindRoot[ComplexExpand[Re[my[i]]] == 0, {x, 0.1}];
    l[i] = Re[mx[i] ] /. t2[i];
    Matsaut[[i, 1]] = i;
    Matsaut[[i, 2]] = 1[i];
    Matsaut[[i, 3]] = h[i];
   ListHsaut[[i]] = h[i];
   ListLsaut[[i]] = l[i];
}
i++]
Clear[moy];
moy[x_List] := Plus @@ x/(Length[x] - 1) - {0, lsaut/(imax - 1), hsaut/(imax -1)};
saut = Flatten[Simplify[moy[Matsaut]]];
saut = ReplacePart[saut, "moyennes lsaut & hsaut", 1];
Print[saut]
Graphique y(x)
ParametricPlot[{Flatten[{mx[1],my[1]}],Flatten[{mx[2],my[2]}],Flatten[{mx[3],my[3]}],Flatten[{mx[4]
, my[4]}],Flatten[{mx[5],my[5]}],},{x 0,1.2*tmax},PlotRange ->{0, 0.011},PlotStyle ->
{{Thickness[0.005], Hue[0.6]},
{Thickness[0.005], Hue[0.5]}, {Thickness[0.005], Hue[1]}}, AxesLabel -> {"x(m)", "y(m)"}]
Histogrammes de répartition de la hauteur et longueur des sauts et des vitesses initiales
hmax=0.015; ph=hmax/20;
freqHsaut=BinCounts[ListHsaut,{0,hmax,ph}];
midpoints={ph,2*ph,3*ph,4*ph,5*ph,6*ph,7*ph,8*ph,9*ph,10*ph,11*ph,12*ph,13*ph,14*ph,15*ph,16*ph,17*ph,
18*ph,19*ph,20*ph};
BarChart[Transpose[{freqHsaut,midpoints}],BarStyle\[Rule]RGBColor[0.5,0.5,0.9]]
lmax = 0.2; pl = lmax/20;
freqHsaut = BinCounts[ListLsaut, {-lmax/2, lmax/2, pl}];
midpoints = {-lmax/2+pl,-lmax/2+2*pl,-lmax/2+3*pl,-lmax/2+4*pl,-lmax/2+5*pl,-lmax/2+6*pl,-lmax/2+7*pl,
-lmax/2+8*pl,-lmax/2+9*pl,-lmax/2+ 10*pl,-lmax/2+11*pl,-lmax/2+12*pl,-lmax/2+13*pl,-lmax/2+14*pl,
-lmax/2+15*pl,-lmax/2+16*pl,-lmax/2+17*pl,-lmax/2+18*pl,-lmax/2+ 19*pl,-lmax/2+20*pl};
```

```
BarChart[Transpose[{freqHsaut, midpoints}], BarStyle -> RGBColor[0.5, 0.5, 0.9]
```