

UNIVERSITE GRENOBLE 1 - JOSEPH FOURIER  
U.F.R DE MECANIQUE

*THESE*

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE GRENOBLE 1 – JOSEPH FOURIER

*Spécialité* : Géophysique, Géochimie et Géomécanique

présentée et soutenue publiquement

par

Françoise BIGILLON

le 26 octobre 2001

## **Etude du mouvement bidimensionnel d'une particule dans un courant d'eau sur forte pente**

*Directeur de thèse* : Jack Lanier

*Co-directeur* : Christophe Ancey

### JURY

M. Giovanni Seminara	, Président et rapporteur du jury
M. Benoît Le Guennec	, Rapporteur du jury
M. Philippe Gondret	, Membre du jury
M. Jack Lanier	, Membre du jury
M. Christophe Ancey	, Membre du jury



*Personne n'acquiert le génie; c'est un don de Dieu. Mais on peut acquérir la patience, le courage, la sagesse, la compréhension.*

*(Miller Henry, Peindre c'est aimer à nouveau, Livre de Poche n° 3640, p.84)*

*à Cédric*

*à tous ceux, qui, un jour, ont bénéficié d'une seconde chance...*

*Car être courageux dans l'isolement, sans témoins, sans l'assentiment des autres, face à face avec soi-même, cela requiert une grande fierté et beaucoup de force.*

*(Kundera, Milan La plaisanterie, p.237, Folio n°638)*

*Quel courage il faut, à certains moments, pour choisir la vie !*

*(Ibsen Henrik, Le Canard sauvage, nrf-Gallimard 1972, p.79)*

*au Papy,*



# REMERCIEMENTS

---

Je tiens d'abord à exprimer toute ma gratitude à Christophe Ancey et à Jack Lanier qui ont assuré la direction de ce travail de recherche. Je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont accordée tout au long de ces trois années de thèse.

Je remercie Christophe Ancey de m'avoir communiqué la rigueur nécessaire pour mener à bien un tel travail, de même qu'une partie de sa grande culture scientifique. Son soutien et sa compréhension dans les moments difficiles, et tout particulièrement lors des incidents survenus durant cette thèse, m'ont été d'une aide importante : le grandiose est au bout de l'effort. Sa conversation et sa bonne humeur ont contribué à animer beaucoup de déjeuners que nous avons partagés.

Je souhaite témoigner toute ma reconnaissance au professeur Jack Lanier, qui a accepté voici un peu plus de trois ans d'être mon directeur de thèse. Au cours de nos rencontres, j'ai pu apprécié, outre sa gentillesse et sa disponibilité, ses qualités pédagogiques, sa passion pour la mécanique et ses remarques constructives sur mon travail qui m'ont été précieuses. Il a aussi fortement contribué aux aspects numériques de ce travail.

Je dois beaucoup à Didier Richard qui m'a guidée lors des premiers mois de ce travail et sans qui cette thèse n'aurait pas vu le jour. C'est avec lui, lors de mon DEA, que j'ai eu le plaisir de faire mes premiers pas dans le domaine du charriage torrentiel et des expérimentations en canal de laboratoire. Ses qualités humaines et scientifiques ont été pour moi un exemple dans l'apprentissage du métier de chercheur. Pour ses conseils et son soutien en toutes circonstances, son amitié, je lui exprime ici toute ma reconnaissance.

Je remercie également Philippe Frey avec qui j'ai eu le plaisir, en particulier, de participer au développement des systèmes de mesures par analyse d'images. Nous avons aussi découvert ensemble les joies et les opérations non conformes du logiciel de traitement d'images WIMA. Il m'a fait bénéficier de ses compétences dans les domaines de l'hydraulique et du transport solide et de ses conseils précieux concernant le dispositif expérimental. J'ai largement apprécié sa bonne humeur, son zen et sa disponibilité de tous les instants.

Je remercie le professeur Giovanni Seminara d'avoir accepté d'être rapporteur de mon travail de thèse et de m'avoir fait l'honneur d'être le président de mon jury de thèse. Je lui suis très reconnaissante pour l'accueil qu'il m'a réservé lors de ma visite à Gênes et l'opportunité d'exposer mes travaux au sein de son équipe. Je le remercie enfin pour la confiance qu'il m'a témoigné en me proposant le montage d'un projet de post-doctorat au sein de son équipe.

Je suis reconnaissante à Benoît Le Guennec d'avoir accepté de rapporter sur ce pari délicat que constituait mon travail de thèse. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et son bon accueil lors de ma visite impromptue à l'IMFT.

Je remercie tous les membres de mon jury de thèse, Giovanni Seminara, Benoît Le Guennec, Philippe Gondret, Jack Lanier et Christophe Ancey de m'avoir fait l'honneur d'assister à ma soutenance. Leurs nombreux commentaires et leurs questions m'ont permis de clarifier ma présentation et m'ont donné de nouvelles pistes de réflexion.

Je remercie Christophe Ducottet, Jacques Jay, Jean-Paul Schon du laboratoire Traitement du signal et instrumentation de Saint-Etienne de m'avoir initiée au domaine de la prise de vues rapide et à l'utilisation du logiciel de traitement d'images WIMA ; ils ont tous été de sympathiques compagnons de travail.

Je voudrais également remercier la région Rhône-Alpes pour avoir apporté sa contribution financière dans la réalisation de ce travail de thèse.

Pour leurs conseils et leur assistance technique je remercie vivement Fred, Christian, Muriel, Yves Gaillard qui a conçu et réalisé le canal expérimental, le LCPC qui nous a fourni les plans du canal. Je

suis très reconnaissante à Alain Gérard pour m'avoir sauvée des nombreux bugs et caprices de mon ordinateur ; je le remercie vivement pour sa disponibilité et la grande patience dont il a fait preuve à mon égard.

Je tiens aussi à ne pas oublier les étudiants et stagiaires que j'ai pu encadrer au cours de ce travail. Leurs remarques et critiques m'ont fait avancer : un merci tout spécial à Rémy qui m'a été d'une aide plus que précieuse ; merci aussi aux trois Sébastien.

Je remercie bien sûr Gilles, Nicole pour les diverses relectures et Muriel pour ses précieux conseils en communication. Merci aussi aux personnes qui de près ou de loin m'ont aidé au cours de ma thèse ; je ne citerai personne de peur d'en oublier.

Par leur gentillesse et leur disponibilité, les membres de l'équipe Erosion torrentielle neige et avalanches, permanents ou doctorants, ont grandement contribué à rendre ce travail vraiment agréable. Je pense tout particulièrement à Maurice, Huguette, Martine, Moh et Flo, Dominique. Merci aussi à tous les fidèles du 11h45 qui ont contribué à animer les repas de midi : Christophe, Gilles, Mireille, Dédé, Vincent, Jean-Michel et Seb.

Ces quatre années de travail et d'échanges m'ont aussi permis d'enrichir ma culture dans de nombreux domaines et je ne peux que remercier : E. Barthélémy, P. Doremus, P. Belleudy, Y. Gagne et J.F. Daian qui m'ont donné l'opportunité d'enseigner à l'école d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble ou à L'UFR de mécanique de Grenoble ; J. Bathurst pour son soutien lors de mon premier exposé en anglais que j'ai tenu à Nice dans le cadre du XXVe congrès de l'EGS.

Des torrents de remerciements vont à tous ceux et celles qui, par à leur entrain, leur gaieté, par leurs mots ou leurs pensées m'ont donné l'énergie dont j'ai eu grand besoin durant ces derniers mois. Il se reconnaîtront à la lecture de cette page.

Merci enfin à toute ma famille, mes amis pour m'avoir toujours soutenue ; merci à Cédric de m'avoir supportée et aidée en particulier en me concoctant des bons petits repas me redonnant les forces nécessaires à l'aboutissement de ce travail.

# TABLE DES MATIERES

---

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>13</b>
<b>CHAPITRE 1 – TRANSPORT SOLIDE ET INTERACTIONS ELEMENTAIRES</b>	<b>19</b>
<b>1 - Introduction au transport solide par charriage – Définitions</b>	<b>19</b>
1.1 - Définition du transport solide par <i>charriage</i>	19
1.2 - Analyse dimensionnelle – Concepts de base de l’hydraulique	20
1.2.1 - Ecoulement d’eau claire	20
a) Nombres sans dimension	20
b) Répartition des contraintes – Contrainte à la paroi	20
c) Contrainte turbulente - Vitesse de frottement	21
d) Profil de vitesse logarithmique	22
e) Rugosité du fond	23
f) Géométrie de l’écoulement	23
g) Coefficient de frottement macroscopique	24
1.2.2 - Ecoulement d’eau sur un lit de particules – Transport des particules	24
a) Contrainte de cisaillement adimensionnelle	24
b) Seuil de mouvement des particules	25
c) Couplage entre la phase liquide et la phase solide	26
<b>2 - Ecoulement d’eau claire en canal incliné sur fond rugueux</b>	<b>27</b>
2.1 - Introduction – Cadre général	27
2.1.1 - Introduction	27
2.1.2 - Hypothèses	27
2.1.3 - Découpage de l’écoulement en plusieurs zones	28
2.2 - Distribution des vitesses au voisinage du fond	28
2.2.1 - Introduction	28
2.2.2 - Ecoulement turbulent lisse	29
2.2.3 - Ecoulement turbulent rugueux	29
2.3 - Distribution des vitesses loin du fond	30
2.4 - Vitesse moyenne de l’écoulement	30
2.4.1 - Hypothèse	30
2.4.2 - Ecoulement turbulent lisse	30
2.4.3 - Ecoulement turbulent rugueux	31
2.5 - Spécificités des écoulements en canal à largeur finie	31
2.6 - Spécificités des écoulements à forte pente	32
2.6.1 - Ecoulement de faible hauteur	32
2.6.2 - Instabilité des écoulements à fortes pentes	33
<b>3 - Mouvement de la particule en charriage</b>	<b>33</b>
3.1 - Equation du mouvement	33
3.2 - Revue des actions hydrodynamiques	34
3.2.1 - Cadre général -Hypothèses	34
3.2.2 - Revue des actions hydrodynamiques	34

a)	Force d'Archimède	35
b)	Force de traînée	35
c)	Force de portance	36
d)	Contributions supplémentaires dues au confinement de la particule dans l'écoulement	37
3.3 -	Revue des actions de contact	38
3.3.1 -	Cadre, hypothèses	38
3.3.2 -	Frottement	38
3.3.3 -	Collision dans l'air	39
3.3.4 -	Collision de particules immergées	40

## **CHAPITRE 2 – TRAVAUX SUR LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE AU SEIN D'UN COURANT D'EAU** **43**

<b>1 -</b>	<b>Introduction : différentes approches</b>	<b>43</b>
<b>2 -</b>	<b>Travaux spécifiques au seuil de mouvement</b>	<b>45</b>
2.1 -	Travaux de Shields	45
2.2 -	Seuil de mouvement dans le cas d'un mélange de grande étendue granulométrique	45
2.3 -	Effet de la pente sur le seuil de mouvement	46
2.4 -	Approches théoriques pour évaluer le seuil de mouvement sur un lit horizontal	46
<b>3 -</b>	<b>Approche lagrangienne pour le mouvement de particules</b>	<b>47</b>
3.1 -	Equation du mouvement	47
3.2 -	Modèle d'Ancey	48
3.2.1 -	Cadre général — Equation du mouvement	48
3.2.2 -	Modélisation du roulement de la sphère et de la condition de début de mouvement	49
3.2.3 -	Modélisation de la saltation	51
3.3 -	Modèle numérique de <i>dynamique des contacts</i> (J. J. Moreau et M. Jean)	52
<b>4 -</b>	<b>Relations empiriques pour le mouvement de particules au sein d'un courant d'eau</b>	<b>53</b>
4.1 -	Expériences à l'origine des modèles empiriques pour la description du mouvement moyen	53
4.2 -	Relations empiriques pour le mouvement par saltation	53

## **CHAPITRE 3 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL - GRANDEURS MESUREES** **59**

<b>1 -</b>	<b>Description du dispositif expérimental</b>	<b>59</b>
1.1 -	Canal d'écoulement	59
1.2 -	Caractéristiques des billes utilisées	61
1.3 -	Plate - forme d'analyse d'images	62
1.3.1 -	Système de mesure du mouvement d'une bille	62
a)	Système d'acquisition	62
b)	Traitement et analyse des images	64
1.3.2 -	Système de mesure du profil de vitesse de l'écoulement d'eau	65
a)	Vélocimétrie par image de particules	65
b)	Système d'acquisition	66

c)	Traitement des images	67
d)	Difficultés particulières rencontrées	67
<b>2 -</b>	<b>Grandeurs mesurées – Erreurs de mesure</b>	<b>68</b>
2.1 -	Caractéristiques de l'écoulement d'eau	68
2.1.1 -	Profil vertical de vitesse	68
2.1.2 -	Grandeurs moyennes caractérisant l'écoulement : mesure de $Q$ , $h$ et $u_f$	69
2.2 -	Mesure des caractéristiques du mouvement de la bille	70
2.2.1 -	Conversion pixel/mm	70
2.2.2 -	Trajectoire	71
2.2.3 -	Vitesse instantanée	72
2.2.4 -	Protocole de calcul des grandeurs moyennes et des fluctuations	73
a)	Calcul des grandeurs moyennes	73
b)	Calcul des fluctuations	74
c)	Calcul de la distribution relative de fréquence d'une grandeur $q$	74
2.2.5 -	Vitesse de rotation propre de la particule : $w$	75
<b>3 -</b>	<b>Protocole expérimental</b>	<b>76</b>
3.1 -	Description d'un essai concernant le mouvement de la bille	76
3.2 -	Description d'un essai concernant la mesure du profil de vitesse	76
<b>4 -</b>	<b>Expériences préliminaires : test de l'hypothèse d'existence du régime permanent pour la bille</b>	<b>77</b>
	<b>INTRODUCTION DE LA PARTIE III</b>	<b>81</b>
	<b>CHAPITRE 4 - ECOULEMENT D'EAU CLAIRE A FORTE PENTE</b>	<b>83</b>
<b>1 -</b>	<b>Distribution verticale de vitesse</b>	<b>83</b>
1.1 -	Résultats expérimentaux	84
1.1.1 -	Profil de vitesse	84
1.1.2 -	Vérification de la conservation du débit liquide	85
1.2 -	Synthèse - Discussion	86
<b>2 -</b>	<b>Loi globale hauteur – vitesse</b>	<b>86</b>
2.1 -	Définitions - Problématique	86
2.2 -	Résultats concernant le coefficient de frottement macroscopique $f$	87
2.3 -	Remarque concernant la loi d'écoulement	89
2.4 -	Synthèse - Discussion	90
<b>3 -</b>	<b>Modification de l'écoulement moyen en présence d'une bille</b>	<b>90</b>
3.1 -	Problématique	90
3.2 -	Résultats expérimentaux	91
3.2.1 -	Modification de la hauteur du courant d'eau	91
3.2.2 -	Résultats en termes de vitesse moyenne du courant d'eau	92
3.3 -	Synthèse	92
<b>4 -</b>	<b>Synthèse sur l'écoulement d'eau</b>	<b>93</b>

<b>CHAPITRE 5 - CHUTE D'UNE BILLE DANS L'EAU AU REPOS, CONFINEE ENTRE DEUX PAROIS</b>	<b>95</b>
1 - Protocole expérimental de la mesure du coefficient de traînée	95
2 - Comparaison entre le coefficient de traînée obtenu en canal et en milieu infini	97
2.1 - Variation de du coefficient de traînée en canal en fonction de $R_{ep}$ et de $a/B$	97
2.2 - Détermination de $C_{Ti}$ pour la sphère confinée entre deux parois latérales.	98
3 - Conclusion	99
<b>CHAPITRE 6 - LES REGIMES DE LA BILLE</b>	<b>101</b>
1 - Introduction	101
2 - Description des différents régimes	102
3 - Résultats expérimentaux	103
3.1 - Influence des conditions hydrauliques sur l'occurrence des régimes	103
3.2 - Conditions de début de mouvement de la particule test	105
3.2.1 - Seuil de mouvement d'une bille posée sur des demi-cylindres de même taille et comparaison avec les travaux de Shields	105
3.2.2 - Importance des conditions initiales pour la caractérisation du début de mouvement de la bille	106
3.2.3 - Influence de la pente	107
3.2.4 - Influence du paramètre de rugosité sur le seuil de mouvement	108
a) Fond uniformément rugueux	108
b) Fond aléatoirement rugueux	110
3.3 - Conditions d'occurrence des régimes de roulement et de saltation	111
3.3.1 - Introduction	111
3.3.2 - Influence de la pente sur les régimes	111
3.3.3 - Influence du paramètre de rugosité sur les régimes	112
a) Fond uniformément rugueux	113
b) Fond aléatoirement rugueux	113
3.4 - Diagramme des régimes et implications en terme de transport solide	114
3.4.1 - Diagramme des régimes dans le plan $\{N_*, \tan \alpha\}$	114
3.4.2 - Diagramme des régimes dans le plan $\{N_*, z\}$	115
4 - Conclusion	117
<b>CHAPITRE 7 - ETUDE MICROSTRUCTURELLE DU MOUVEMENT</b>	<b>119</b>
1 - Roulement	119
2 - Saltation	121
2.1 - Variation de la vitesse instantanée au cours d'un saut	121
2.1.1 - Vitesse de translation	121
2.1.2 - Vitesse de rotation propre de la bille	122
a) Quantification de la vitesse de rotation propre de la bille	123
b) Origine de la vitesse de rotation propre de la bille	123

c)	Type de contact lors de la collision de la bille avec le fond	124
2.2 -	Analyse des forces mises en jeu lors de la phase de saut	124
2.2.1 -	Procédure d'obtention de la force hydrodynamique mise en jeu lors de la phase de saut	125
2.2.2 -	Analyse des forces mises en jeu lors de la phase de saut	126
a)	Conditions expérimentales	126
b)	Analyse de la composante hydrodynamique	126
c)	Effet de la surface libre	127
d)	Intensité des forces mises en jeu dans le processus de saltation	129
e)	Relation entre la force $F_H$ et les mécanisme élémentaires	130
2.3 -	Analyse des collisions au sein du courant d'eau	131
2.3.1 -	Loi de distribution de l'angle au point de contact	132
2.3.2 -	Coefficient de restitution normale	134
2.3.3 -	Loi de distribution du rapport de la norme des vitesses $e$	135
2.3.4 -	Loi de choc	136
<b>3 -</b>	<b>Conclusion sur l'étude microstructurale du mouvement de la bille</b>	<b>138</b>
 <b>CHAPITRE 8 - ETUDE DU MOUVEMENT MOYEN D'UNE PARTICULE</b>		<b>139</b>
<b>1 -</b>	<b>Le régime de roulement</b>	<b>139</b>
1.1 -	Vitesse moyenne de la bille dans le cas du roulement pur	140
1.2 -	Vitesse moyenne de la bille dans le cas où la saltation coexiste avec le roulement	141
<b>2 -</b>	<b>Le régime de saltation</b>	<b>142</b>
2.1 -	Caractérisation du mouvement moyen de la bille en saltation	143
2.1.1 -	Dimensions des sauts	143
a)	Influence des conditions d'écoulement sur les dimensions des sauts	143
b)	Influence du paramètre de rugosité	145
c)	Influence de la densité du matériau – forme des sauts	146
2.1.2 -	Vitesse de translation de la particule	148
a)	Influence des conditions d'écoulement sur la vitesse moyenne de la bille	148
b)	Vitesse de la bille en fonction de $z$ et de la nature du fond	151
c)	Tests de sensibilité de la vitesse de la bille à ses caractéristiques et à son confinement	152
d)	Synthèse sur la vitesse moyenne de la particule en saltation	152
2.1.3 -	Vitesse de rotation de la bille	153
2.2 -	Caractérisation des fluctuations autour du mouvement moyen	153
2.2.1 -	Quantification des fluctuations du mouvement	154
2.2.2 -	Origine des fluctuations	154
a)	Condition de départ du saut	154
b)	Collision de la bille avec le fond à l'échelle du mouvement moyen	155
2.2.3 -	Commentaires sur les fluctuations	156
<b>3 -</b>	<b>Comparaison modèles / expériences</b>	<b>156</b>
3.1 -	Introduction	156
3.1.1 -	Analogie entre les expériences et le modèle numérique de dynamique des contacts – Hypothèses	157
3.1.2 -	Expériences numériques	158

3.2 - Résultats concernant la vitesse moyenne de la bille	158
3.2.1 - Influence de la vitesse débitante $u_f$ sur la vitesse moyenne de la particule	158
3.2.2 - Influence de la pente	159
3.3 - Commentaires sur la source des écarts modèles et expériences	160
<b>4 - Conclusion sur l'étude du mouvement moyen de la bille</b>	<b>161</b>
<b>CONCLUSIONS - PERSPECTIVES</b>	<b>163</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>165</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>169</b>
<b>ANNEXE A – MODELE NUMERIQUE DE <i>DYNAMIQUE DES CONTACTS</i></b>	<b>171</b>
<b>ANNEXE B - ETUDE DE LA COLLISION DE LA BILLE AVEC LE FOND</b>	<b>183</b>
<b>ANNEXE C – QUANTIFICATION DES VARIATIONS DES DIMENSIONS DES SAUTS ET DE LA VITESSE MOYENNE SUR UN SAUT</b>	<b>201</b>
<b>ANNEXE D - TESTS DE SENSIBILITE DE LA VITESSE DE LA BILLE</b>	<b>213</b>

# INTRODUCTION GENERALE

---

En septembre 1993, la Saltine quitte subitement son lit au niveau d'un pont en plein cœur de la ville de Brigue (canton du Valais en Suisse). L'écoulement laisse sur son passage un dépôt massif de sédiments et cause la mort de deux personnes. Le débit liquide de la crue a été évalué à  $95 \text{ m}^3/\text{s}$  alors que le débit liquide de pointe de la crue centennale était de  $120 \text{ m}^3/\text{s}$  [1]. Comment la Saltine a-t-elle pu déborder autant alors que la section d'écoulement sous le pont était dimensionnée pour recevoir un débit liquide de 25 % supérieur ?

L'explication vient de la nature du transport, il s'agissait d'un transport solide intense, comme on peut le rencontrer dans les zones de montagne. Ce type de transport engendre des variations importantes et rapides des sections des cours d'eau concernés, qui peuvent être responsables du débordement d'un cours d'eau. Si le transport est si intense dans les zones de montagne, c'est essentiellement à cause des fortes pentes que l'on peut y rencontrer ; elles sont typiquement supérieures à quelques %. La gravité fournit une grande énergie à l'écoulement d'eau qui est alors capable de transporter une quantité importante de matériaux solides. Dans un cours d'eau à forte pente, la concentration volumique de matériau s'étend typiquement de quelques % à plusieurs dizaines de %. Il est important, en termes d'évaluation du risque de débordement et de dimensionnement des ouvrages de protection, de pouvoir prédire la quantité de matériaux que peut transporter le cours d'eau, ainsi que les variations du niveau du lit.

L'objectif du travail de recherche présenté ici est d'apporter des éléments nécessaires pour comprendre et évaluer le transport solide par charriage dans le cas particulier des écoulements à forte pente. Jusqu'à présent, ce type de transport a été étudié de façon très globale ; il en résulte qu'à ce jour, il n'existe pas de théorie fondamentale, mais un grand nombre de formules empiriques calées sur des expériences de laboratoire [2-5]. Ces formules ont été obtenues expérimentalement en corrélant la quantité de matériaux transportés aux variables hydrauliques de l'écoulement (débit liquide ou hauteur de l'écoulement), à la pente et aux caractéristiques des sédiments (densité, granulométrie). L'avantage de ce type d'approche est qu'elle a permis d'obtenir rapidement des résultats utilisables pour l'ingénierie. En revanche, les résultats obtenus restent d'application limitée [6]. Par exemple, Koulinski [7] a montré expérimentalement que, si de telles formules prédisent bien le transport solide pour des conditions d'écoulement intenses, en revanche, lorsque l'écoulement est moins vigoureux, les écarts entre les formulations et les mesures sont très importants. Cela provient de la différence des phénomènes intervenant dans le transport solide. Dans le cas d'un écoulement intense le phénomène prépondérant est l'écoulement d'eau. Si on reste à une échelle globale, il est possible de relier le débit solide au débit liquide. Dans le cas d'un écoulement de faible intensité, c'est plutôt l'arrachement des

grains du lit et la fourniture en matériaux qui imposent le débit solide. Dans ce dernier cas, il en résulte un comportement complexe qui peut se traduire par un tri granulométrique ou la structuration de formes dans le lit, etc. Des tentatives de corrélation basées sur les paramètres globaux du lit ont montré qu'il n'y a pas univocité entre les caractéristiques d'ensemble et le transport solide. Dans ces conditions, pour décrire et quantifier le transport solide, il ne faut plus le considérer à l'échelle globale, mais à l'échelle de la microstructure. On qualifiera cette approche de microstructurale car elle vise à rendre compte de l'évolution de la microstructure de l'écoulement pour décrire son comportement à une échelle supérieure.

L'objet de cette thèse est une étude microstructurale du transport solide par charriage à forte pente. L'approche microstructurale repose sur une analyse des mécanismes élémentaires intervenant (à l'échelle considérée) dans le transport solide. Celui-ci fait intervenir des paramètres relatifs à trois ingrédients de base : l'écoulement d'eau, les particules transportées par charriage et le lit de particules. La figure 0.1 présente les interactions entre phase solide et liquide à prendre en compte lors d'un écoulement de type transport solide par charriage.

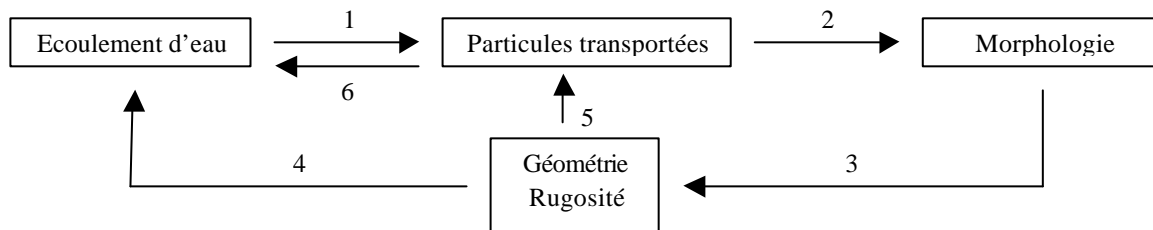


Figure 0.1 : Interactions entre phase solide et liquide lors d'un écoulement de type transport solide par charriage. (1) Action de l'eau sur les particules, provoquant leur transport. (2) Effet du transport de sédiments sur la morphologie par dépôt ou érosion, entraînant enfoncement ou rehaussement, élargissement ou rétrécissement, voire changement radical de lit d'écoulement. (3) Ces modifications morphologiques s'accompagnent de modifications de la rugosité, de la pente, de la géométrie de la section en travers, (4) lesquelles entraînent une modification du régime d'écoulement), et (5) une modification de la quantité de matériaux transportés. (6) Perturbations plus ou moins fortes de l'écoulement liquide par la présence de la phase solide en transport d'après [6].

Compte tenu du grand nombre de paramètres intervenant dans le problème, nous avons choisi d'étudier un système le plus simple possible tout en restant représentatif de la problématique. Il s'agit d'une particule en mouvement bidimensionnel dans un canal inclinable, à fond fixe, rugueux, et soumise à un courant d'eau. On se place dans le cadre de la théorie de champ moyen et on suppose que le comportement d'une particule-test est identique au comportement de plusieurs particules. Autrement dit, on suppose que le mouvement collectif des particules se passe comme si chacune se mouvait indépendamment des autres. Nous n'aurons finalement qu'une partie des éléments nécessaires à la description du problème complet, mais qui sera suffisante à notre objectif.

Le mémoire de thèse est construit en trois parties. Dans la première partie, on dresse un bilan des connaissances sur le mouvement de particules au sein d'un courant d'eau. Il s'agit d'une part de rassembler les connaissances sur les ingrédients et les mécanismes de bases, qui entrent en jeu dans le transport solide, et de répertorier les différents travaux développés pour décrire le mouvement des particules. L'objet de la seconde partie est la description des moyens expérimentaux mis en œuvre pour l'étude du mouvement d'une particule-test en canal. Enfin la dernière partie présente les résultats expérimentaux obtenus.

Le premier chapitre de cette thèse est consacré à la présentation du transport solide et des ingrédients de base qui le constitue. Ce chapitre de revue est un bon moyen d'introduire les connaissances sur l'hydraulique et l'hydrodynamique. Celles-ci sont fondamentales pour comprendre, d'une part, les spécificités des écoulements à forte pente, et, d'autre part, celles des écoulements biphasiques tels que les écoulements de type charriage.

Le second chapitre porte sur les approches développées pour décrire le mouvement de particules plongées dans un courant d'eau. L'intérêt de ce chapitre est double. D'une part, la revue des différentes approches menées jusqu'ici pour estimer le transport solide permet de préciser quelles ont été les motivations de notre étude du mouvement d'une particule test. D'autre part, on y présente les modèles théoriques, les formulations empiriques, et les expériences qui ont porté sur l'étude du mouvement d'une particule soumise à un courant d'eau, qui nous serviront de référence tout au long de notre étude.

Dans le chapitre 3, nous présentons le dispositif expérimental que nous avons développé et les grandeurs que nous y avons mesurées. Le dispositif expérimental a été primordial car il a conditionné la réussite de notre approche. L'enjeu était d'accéder à des mesures fines de la trajectoire et de la vitesse de la particule. A cet effet, nous avons développé des outils de mesures et des protocoles expérimentaux nouveaux. La géométrie bidimensionnelle du canal couplée à l'utilisation de techniques de visualisation rapide, nous a permis de mesurer la trajectoire de la particule intégralement et avec une bonne précision.

Les chapitres suivants sont consacrés à la présentation de nos résultats expérimentaux

Le chapitre 4 est consacré à l'étude expérimentale d'un écoulement d'eau de faible hauteur sur un fond incliné rugueux. L'objet de cette partie est la détermination de la loi d'écoulement spécifique à notre contexte d'étude (forte pente, faible hauteur de l'écoulement relativement à la taille des rugosités, canal étroit). Cette loi d'écoulement obtenue en eau claire sera utilisée pour caractériser le mouvement de la particule, autrement dit on négligera la modification de l'écoulement d'eau du fait de la présence de la particule au sein de l'écoulement.

Le chapitre 5 a pour objet l'étude expérimentale de la chute d'une bille dans l'eau au repos. L'originalité de cette étude réside dans le fait que la bille est confinée entre deux parois latérales. Cette

étude a été motivée par des résultats antérieurs qui ont montré que le mouvement d'une particule à proximité d'une paroi, ou confinée entre des parois, est affecté par la présence des parois. Les résultats de cette étude nous permettront de quantifier la force de traînée d'une sphère confinée entre deux parois et de la comparer avec les résultats classiquement obtenus en milieu infini.

Le chapitre 6 est consacré à la présentation et à la classification des régimes observés dans nos expériences en canal. Nous avons observé trois régimes : l'arrêt, le roulement, et la saltation et nous réalisons une étude sur la prédominance de ces régimes en fonction des conditions hydrauliques, de la pente du canal, et des caractéristiques des rugosités du fond. Les résultats de cette étude devraient nous fournir les premiers éléments de réponse concernant les spécificités du transport solide à forte pente. Au terme de cette étude, on sera en effet capable de caractériser, par exemple, le ou les régimes prédominants dans une large plage de conditions. Ce résultat est intéressant car il permettra, par la suite, de nous concentrer plus particulièrement sur l'étude de ce ou ces régimes.

Le chapitre 7 est consacré à l'étude microstructurale du mouvement bidimensionnel de la bille soumise à l'action conjointe de l'écoulement d'eau et de la gravité. Dans le cas présent, l'échelle de la microstructure pour la phase solide est la particule. Pour l'écoulement d'eau, l'échelle considérée se situe au niveau de l'écoulement moyen et l'effet de la turbulence sur la particule est négligé. L'objet de ce chapitre est l'identification des mécanismes élémentaires dictant le mouvement de la particule et la détermination de la part de chacun de ces mécanismes. On montre dans ce chapitre que, en plus des actions hydrodynamiques et de l'interaction de la bille avec le fond, une interaction supplémentaire doit être prise en compte : il s'agit de l'interaction de la bille avec la surface libre.

Après avoir examiné le mouvement de la bille à l'échelle microstructurale dans le chapitre 7, on s'intéresse dans le chapitre 8 au mouvement moyen de la particule-test. L'objet de ce chapitre est triple. D'une part, il est de comprendre le lien entre le comportement moyen de la bille et les mécanismes élémentaires que nous aurons mis en évidence dans le chapitre 7. On montre ainsi que, pour le régime de saltation, l'intensité des interactions de la bille avec le fond ou la surface libre peut être reliée à la hauteur du courant d'eau. D'autre part, ce chapitre vise à décrire le comportement moyen de la particule en fonction des conditions hydrauliques, de la pente, etc. On cherche en particulier à quantifier la vitesse moyenne de la particule-test qui est un paramètre clé de l'estimation du transport solide. On montre aussi que le mouvement moyen de la particule s'accompagne d'importantes fluctuations. Enfin, on profite de ce chapitre pour comparer nos résultats expérimentaux avec les résultats issus de modèles théoriques basés sur l'équation lagrangienne du mouvement. On montre en particulier que la bonne estimation de la vitesse caractéristique du courant d'eau, qui est entrée dans les modèles, est essentielle.

# **PARTIE I**

---

## **REVUE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE PLONGEE DANS UN COURANT D'EAU**

**CHAPITRE 1 : TRANSPORT SOLIDE ET INTERACTIONS ELEMENTAIRES**

**CHAPITRE 2 : TRAVAUX SUR LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE AU SEIN D'UN COURANT D'EAU**



# CHAPITRE 1 – TRANSPORT SOLIDE ET INTERACTIONS ELEMENTAIRES

---

Ce chapitre dresse un bilan des connaissances sur les interactions élémentaires qui sont à l'origine du mouvement par charriage de particules au sein d'un écoulement d'eau. Ce chapitre est divisé en trois parties. La première partie est consacrée à la description du transport solide par charriage et à l'introduction des nombres sans dimension utilisés pour le décrire. La deuxième partie est centrée sur la description de l'écoulement d'eau qui est, en partie, à l'origine du transport des particules. Dans toute approche microstructurale, il est essentiel de connaître les interactions au sein du système étudié. L'objet de la troisième partie est alors de décrire les actions élémentaires qui rendent compte du mouvement d'une particule plongée dans un courant d'eau. Il s'agit de regarder à ce niveau, les mécanismes de transfert de quantité de mouvement, de dissipation, etc. Dans le cas présent, les mécanismes du mouvement sont liés à l'action de la gravité, aux actions hydrodynamiques et aux actions de contact entre la particule et le lit. Il faudra aussi tenir compte d'un éventuel couplage élastohydrodynamique durant un contact solide. De plus, les interactions considérées peuvent être modifiées dès lors que la particule est située à proximité d'une paroi ou dans un écoulement de faible hauteur.

## 1 - INTRODUCTION AU TRANSPORT SOLIDE PAR CHARRIAGE – DEFINITIONS

### 1.1 - Définition du transport solide par *charriage*

On désigne classiquement par *charriage* le déplacement des particules par un mouvement de roulement ou de glissement sur le fond du cours d'eau concerné, ou encore par saltation, c'est-à-dire de succession de petits sauts au cours desquels les particules quittent le lit durant de courtes périodes. Les particules charriées se déplacent sous l'effet des actions hydrodynamiques exercées par l'écoulement d'eau. Le transport solide par charriage concerne plutôt les particules grossières, typiquement de diamètre supérieur à 0,5 mm. Les particules plus fines, donc plus légères, sont transportées par *suspension* : elles sont maintenues, sous l'effet des fluctuations turbulentes verticales de la vitesse, dans le corps de l'écoulement sur de longues périodes sans reprendre contact avec le lit.

## 1.2 - Analyse dimensionnelle – Concepts de base de l'hydraulique

### 1.2.1 - Écoulement d'eau claire

#### a) Nombres sans dimension

On considère un courant d'eau, en régime permanent et uniforme, de vitesse moyenne  $u_f$  définie par  $u_f = Q/(hB)$ , et de hauteur  $h$  en écoulement sur un plan incliné d'un angle  $q$  par rapport à l'horizontal. Ce courant d'eau est soumis à la force extérieure de gravitation et on désigne par  $g$  la constante gravitationnelle. L'eau est caractérisée par sa masse volumique  $\rho$  et sa viscosité cinématique  $\nu$ . D'après le principe de l'analyse dimensionnelle, la relation entre ces six grandeurs avec trois unités fondamentales (kg, m, s) peut s'écrire sous la forme d'une relation entre trois (6-3) produits sans dimensions. Les groupes suivants sont généralement formés :

- (i) le nombre de Reynolds de l'écoulement :  $Re = u_f h / \nu$  ; où  $\nu = \mu / \rho$  est la viscosité dynamique du fluide. Ce nombre, représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses, caractérise la turbulence de l'écoulement. Pour  $Re < 500$  l'écoulement est laminaire et il est principalement dicté par les forces visqueuses. Pour  $Re > 500$  l'écoulement devient turbulent et il est principalement dicté par les forces d'inertie.
- (ii) le nombre de Froude :  $Fr = u_f / \sqrt{gh \cos q}$  . Ce nombre est égal au rapport entre la vitesse de l'écoulement et la vitesse caractéristique de la propagation des ondes de gravité dans l'eau. Pour  $Fr < 1$  l'écoulement est dit fluvial et pour  $Fr > 1$  il est torrentiel.
- (iii) l'inclinaison du lit :  $\tan q$  .

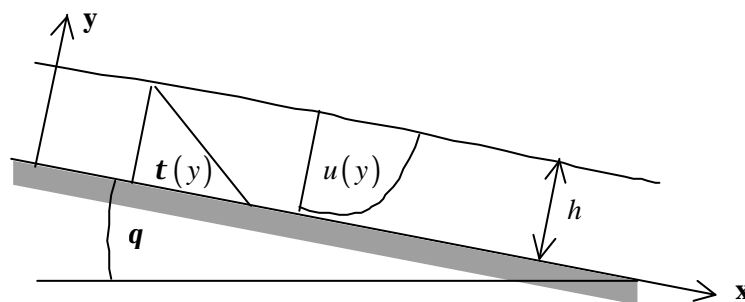


Figure 1.1: écoulement d'eau sur un fond lisse et infini

#### b) Répartition des contraintes – Contrainte à la paroi

La répartition des contraintes est obtenue à partir de l'équation du mouvement. En régime permanent et uniforme, cette équation suivant la direction  $x$  se réduit à :

$$0 = g \sin \mathbf{q} + \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{t}_{yx}}{\partial y} \quad (1.1)$$

La quantité  $\mathbf{t}_{yx}$  est la contrainte tangentielle totale, due à l'action du fluide sur une tranche de fluide de normale  $\mathbf{y}$ , dirigée suivant  $\mathbf{x}$ . La répartition de la contrainte tangentielle dans la hauteur de l'écoulement se calcule en intégrant (1.1) suivant  $y$  :

$$\mathbf{t}_{yx}(y) = \mathbf{t}_0 - \mathbf{r} g y \sin \mathbf{q} \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{t}_0 = \mathbf{r} g h \sin \mathbf{q}$  est la contrainte tangentielle (ou contrainte de cisaillement) à la paroi. La répartition de la contrainte est linéaire par rapport à la distance au fond de l'écoulement quelle que soit la loi de comportement.

La contrainte tangentielle totale  $\mathbf{t}_{yx}$  s'exprime pour un écoulement turbulent :

$$\mathbf{t}_{yx} = \mathbf{r} \mathbf{n} \frac{du_f}{dy} - \mathbf{r} \overline{u'v'} \quad (1.3)$$

où le premier terme du membre de droite de l'équation (1.3) est la contrainte visqueuse qui est due au frottement visqueux de deux filets liquides adjacents. Le deuxième terme du membre de droite est la contrainte turbulente qui est due à l'échange de quantité de mouvement qui s'opère entre deux filets liquides adjacents dans un écoulement d'eau turbulent. Les quantités  $u'$  et  $v'$  désignent les fluctuations de vitesse instantanée dans les directions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  respectivement.

Le résultat important de cette partie, que nous considérons acquis pour la suite, est que la répartition des contraintes est linéaire par rapport à la distance à la paroi pour un écoulement turbulent :

$$\mathbf{t}_{yx} = \mathbf{m} \frac{du_f(y)}{dy} - \mathbf{r} \overline{u'v'} = \mathbf{t}_0 \left( 1 - \frac{y}{h} \right) \quad (1.4)$$

### c) Contrainte turbulente - Vitesse de frottement

La contrainte turbulente  $-\mathbf{r} \overline{u'v'}$  est explicitée en utilisant le concept de longueur de mélange due à Prandtl et von Kármán (1925) (voir par exemple [8]). Cela consiste à relier l'échange de quantité de mouvement qui s'opère entre deux couches fluides au gradient de vitesse de l'écoulement :

$$\overline{u'v'} = \mathbf{r} l^2 \left( \frac{du_f(y)}{dy} \right)^2 \quad (1.5)$$

où  $l$  est la longueur de mélange qui est une longueur caractéristique des tourbillons. En combinant les équations (1.4) et (1.5) on obtient l'équation qui nous permet de calculer les valeurs des contraintes et la répartition des vitesses dans l'écoulement :

$$\mathbf{t}_{yx} = \left( \mathbf{m} + \mathbf{r}l^2 \frac{du_f(y)}{dy} \right) \frac{du_f(y)}{dy} = \mathbf{t}_0 \left( 1 - \frac{y}{h} \right) \quad (1.6)$$

Pour homogénéiser les formules en termes de vitesse, Prandtl a introduit une échelle caractéristique de vitesse dans la couche limite,  $u_*$ , qui est telle que :

$$\mathbf{t}_0 = \mathbf{r}u_*^2 \quad (1.7)$$

La quantité  $u_*$  est aussi appelée la vitesse de frottement au fond ou la vitesse de cisaillement.

#### d) Profil de vitesse logarithmique

Il subsiste une inconnue qui est la longueur de mélange  $l$ . Prandtl l'a explicité, et a ainsi fermé le problème, en supposant qu'au voisinage de la paroi,  $y/h < 0,2$ , la quantité  $l$  est proportionnelle à la distance à la paroi  $y$  :

$$l = \mathbf{k}y \quad (1.8)$$

où  $\mathbf{k}$  est un coefficient de proportionnalité. Dans le cas d'un écoulement pleinement turbulent et en ne gardant que les termes du premier ordre de l'équation (1.6) il a obtenu une équation différentielle permettant de calculer la répartition des vitesses à proximité du fond :

$$\mathbf{t}_0 \approx \mathbf{r}\mathbf{k}^2 y^2 \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2 \quad (1.9)$$

Après séparation des variables et intégration de l'équation différentielle obtenue, on parvient à la distribution des vitesses au voisinage de la paroi :

$$\frac{u_f(y)}{u_*} = \frac{1}{\mathbf{k}} \ln y + C \quad (1.10)$$

où  $C$  est une constante d'intégration. Prandtl a ainsi montré analytiquement que la distribution de vitesse près du fond est de forme logarithmique. Cette forme de la distribution a ensuite été validée sur de nombreuses expériences. C'est à partir de ces mêmes expériences que le coefficient  $\mathbf{k}$  a été trouvé égal à 0,41 et invariant ;  $\mathbf{k}$  est appelé la constante de von Kármán.

La constante d'intégration  $C$  est évaluée à la distance  $y_0$  à partir du fond lisse où la vitesse de l'écoulement est supposée nulle. D'où :

$$\frac{u_f(y)}{u_*} = \frac{1}{\mathbf{k}} \ln \frac{y}{y_0} \quad (1.11)$$

*e) Rugosité du fond*

Jusqu'ici nous avons considéré un fond lisse. On considère maintenant un fond rugueux composé de rugosités de taille caractéristique  $k_s$ . Dans le cas d'un lit composé de particules juxtaposées de même taille, Nikuradse suggère de prendre pour  $k_s$  le diamètre des particules. Deux conditions aux limites peuvent être choisies selon la valeur de  $k_s$ . Elle est choisie en introduisant le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement au fond défini par :

$$R_* = u_* k_s / \nu \quad (1.12)$$

Pour  $R_* < 5$  les rugosités du fond sont entièrement plongées dans la sous-couche visqueuse (ou sous-couche laminaire) ; tout se passe comme si l'écoulement ne voyait pas les rugosités du fond : l'écoulement est dit hydrauliquement lisse. Pour  $R_* > 70$ , les rugosités du fond dépassent de la sous-couche visqueuse ; l'écoulement est alors influencé par les rugosités du fond : l'écoulement est dit hydrauliquement rugueux.

Dans le cas d'un fond rugueux, on introduit aussi un nombre adimensionnel supplémentaire qui est la hauteur relative de l'écoulement définie par :

$$\frac{h}{k_s} \quad (1.13)$$

Ce nombre permet d'apprécier à partir de quelle hauteur la répartition des vitesses, la surface libre sont perturbées par les rugosités du fond.

*f) Géométrie de l'écoulement*

Tout ce que nous avons vu précédemment est valable pour un écoulement d'eau infiniment large. Si l'écoulement a lieu dans un canal de largeur finie, des paramètres supplémentaires, caractéristiques de la géométrie du canal, sont à prendre en compte. On introduit classiquement trois quantités : la surface mouillée, le périmètre mouillé, et le rayon hydraulique. Par exemple, dans le cas d'un canal rectangulaire de largeur  $B$  et d'un écoulement de hauteur  $h$ , ces trois grandeurs s'écrivent :

$$S = Bh \quad (1.14)$$

$$P = B + 2h \quad (1.15)$$

$$R_H = \frac{Bh}{B + 2h} \quad (1.16)$$

Le rayon hydraulique peut s'écrire en fonction du rapport  $B/(2h)$  qui est appelé le rapport d'aspect. Si ce dernier est grand, typiquement  $B/(2h) > 5$ , le rayon hydraulique peut s'identifier à la hauteur de l'écoulement. Dans le cas contraire, le paramètre caractéristique de la dimension de l'écoulement n'est

plus  $h$  mais  $R_H$ . Dans ces conditions, il est d'usage de définir les quantités caractéristiques de l'écoulement en fonction de  $R_H$  et non plus de  $h$ . Ainsi, on définit une contrainte tangentielle effective moyenne agissant sur les parois du canal qui s'écrit :

$$\mathbf{t}_o = \mathbf{r} g R_H \sin \mathbf{q} \quad (1.17)$$

De la même façon on définit le nombre de Reynolds de l'écoulement suivant :

$$R_e = \frac{u_f 4 R_H}{\mathbf{n}} \quad (1.18)$$

avec  $R_e = 2000$ , la valeur séparant les régimes laminaire et turbulent.

### g) Coefficient de frottement macroscopique

A l'échelle macroscopique, l'écoulement d'eau est caractérisé par la vitesse moyenne de l'écoulement  $u_f$ . A cette échelle, la loi d'écoulement reliant cette vitesse à la hauteur de l'écoulement fait intervenir un coefficient, noté  $f$ , qui est le coefficient de frottement macroscopique. Il est relié aux quantités  $u_f$  et  $u_*$  par :

$$\frac{u_f}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (1.19)$$

Le coefficient  $f$  intègre toutes les formes de dissipations telles que le frottement sur les parois ou les recirculations du fluide, etc. Il dépend *a priori* de la nature de l'écoulement caractérisée par le nombre de Reynolds de l'écoulement  $R_e$ , de la géométrie du canal caractérisée par le rapport d'aspect  $B/(2h)$  et de la rugosité des parois relativement à la hauteur de l'écoulement caractérisée par  $h/k_s$ . Dans le cas d'un écoulement large, tel que  $B/(2h) > 5$ , le coefficient  $f$  ne dépend plus de la géométrie du canal.

## 1.2.2 - Ecoulement d'eau sur un lit de particules – Transport des particules

### a) Contrainte de cisaillement adimensionnelle

On considère un courant d'eau, en régime permanent et uniforme, en écoulement sur un lit de particules de diamètre  $d$ . D'après ce qu'on a vu dans la partie précédente, l'écoulement d'eau exerce sur un élément de surface du fond la contrainte de cisaillement  $\mathbf{t}_o$ . Si la hauteur relative de l'écoulement est importante, on peut supposer, en première approximation, que  $\mathbf{t}_o$  correspond à la contrainte effective qui est appliquée au niveau de la surface des particules composant le lit. Un grain du lit est ainsi soumis à une force d'entraînement  $\mathbf{t}_o \mathbf{a}_1 d^2$  où  $\mathbf{a}_1$  désigne un coefficient de forme du

grain. Ce même grain oppose une force résistante à son mouvement qui est proportionnelle à son poids déjaugé :  $C_f (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}) g a_2 d^3$ , où  $C_f$  est le coefficient de frottement du grain considéré sur les grains voisins,  $a_2$  désigne un coefficient de forme et  $\mathbf{r}_s$  la masse volumique du grain. L'entraînement du grain est fonction du rapport de ces deux forces et donc du rapport sans dimension :

$$\mathbf{t}_* = \frac{\mathbf{t}_0}{g (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}) d} \quad (1.20)$$

qui est appelé la contrainte adimensionnelle de cisaillement.

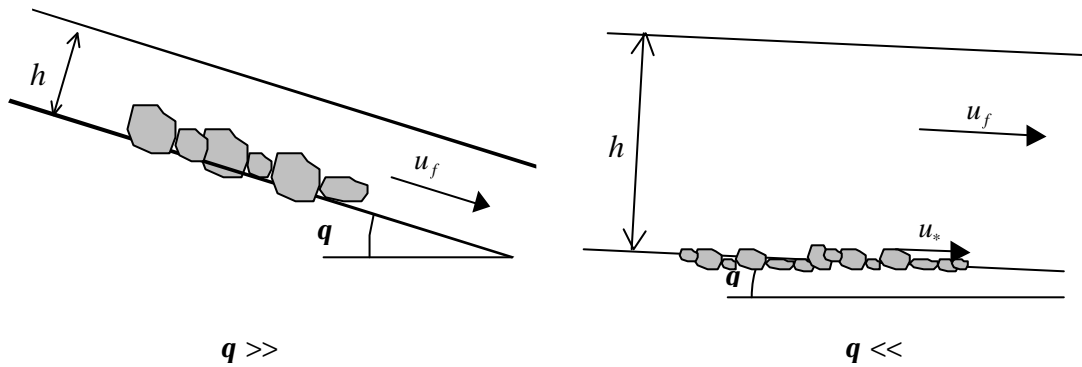


Figure 1.2 : conditions d'écoulement caractéristiques des faible et forte pente.

La contrainte adimensionnelle de cisaillement  $\mathbf{t}_*$  est définie en faisant intervenir la contrainte de cisaillement au fond  $\mathbf{t}_0$ , ou encore la vitesse de frottement  $u_*$ , caractérisant l'écoulement d'eau au fond. Comme illustré sur la figure 1.2 ci-dessus, à forte pente, la définition de  $\mathbf{t}_*$  n'est plus tout à fait adaptée car la hauteur d'eau est du même ordre de grandeur que la taille des particules. Dans ces conditions, nous introduisons un nombre sans dimension supplémentaire qui est analogue à la contrainte adimensionnelle de cisaillement mais qui fait intervenir les conditions caractéristiques de l'écoulement moyen plutôt que celles du fond :

$$N_* = \frac{\mathbf{r} u_f^2}{g (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}) d} \quad (1.21)$$

#### b) Seuil de mouvement des particules

Une particule du fond se met en mouvement dès lors que la force d'entraînement exercée par l'écoulement d'eau devient supérieure à la force de résistance due au frottement entre les particules du lit. Autrement dit, une particule du lit se met en mouvement pour  $\mathbf{t}_* > \mathbf{t}_{*cr}$  ou  $N_* > N_{*cr}$ , où  $\mathbf{t}_{*cr}$  et  $N_{*cr}$  désignent les valeurs critiques correspondant au seuil de mouvement.

Shields [9], à partir d'essais en laboratoire, avec un matériau de granulométrie uniforme et à pentes faibles, a été un des pionniers à identifier des valeurs de  $t_{*cr}$  pour que le transport solide ait lieu. Il a relié la valeur de  $t_{*cr}$  avec les conditions d'écoulement à proximité du grain caractérisées par le nombre de Reynolds  $R_*$  défini en (1.12) où  $k_s$  désigne alors le diamètre des grains. Pour un écoulement fortement turbulent, Shields a trouvé que  $t_{*cr}$  tendait vers une valeur de 0,06.

c) *Couplage entre la phase liquide et la phase solide*

A partir du moment où des particules sont en mouvement au sein du courant d'eau, l'écoulement devient biphasique. Le mouvement relatif d'une particule par rapport à celui du courant d'eau, animé d'une vitesse  $u_r$ , est déterminé par l'équilibre entre l'inertie de la particule, les actions hydrodynamiques exercées à la surface des particules et l'action de la force de gravité. Pour apprécier les interactions entre la phase fluide et la phase solide, on introduit le nombre de Stokes  $St$  [10, 11] qui est le rapport entre le temps caractéristique du courant d'eau au voisinage de la sphère  $t_f = a/u_r$ , et, le temps caractéristique relié à l'évolution de la particule en réponse aux actions hydrodynamiques,  $t_p = mu_r / Ku_r$ , où  $K$  est le coefficient de la force de traînée qui s'écrit  $K = 6\pi a\mu$  si l'écoulement est laminaire autour de la particule :

$$St = \frac{t_p}{t_f} \quad (1.22)$$

Lorsque  $St \ll 1$ , les termes inertiels peuvent être négligés devant les forces visqueuses et l'influence de la phase fluide sur la particule est forte. Inversement, lorsque  $St \gg 1$ , les termes inertiels de la particule prédominent ; la phase fluide a peu d'influence et la phase solide impose son comportement. En explicitant les temps caractéristiques dans l'équation (1.22), en considérant une sphère de rayon  $a$  et de masse volumique  $\rho_s$  en mouvement dans un fluide au repos, on obtient le nombre de Stokes suivant :

$$St = \frac{2 \rho_s u_p a}{9 \rho \nu} \quad (1.23)$$

On remarque que  $St$  s'écrit en fonction du produit de deux nombres adimensionnels, le nombre de Reynolds de la particule qui est défini par :

$$R_{ep} = 2a|\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p|/\nu \quad (1.24)$$

et le rapport entre la masse volumique de la particule et celle du fluide  $\rho_s / \rho$ .

## 2 - ECOULEMENT D'EAU CLAIRE EN CANAL INCLINE SUR FOND RUGUEUX

### 2.1 - Introduction – Cadre général

#### 2.1.1 - Introduction

Il est indispensable, dans l'étude du transport solide, de considérer les conditions hydrauliques à proximité des particules puisque c'est l'écoulement d'eau qui est, avec l'action motrice de la gravité, à l'origine de leur mouvement. Plus concrètement, dans un objectif de modélisation du mouvement des particules, il est indispensable de connaître la hauteur du courant d'eau, la répartition des vitesses de l'écoulement ou la vitesse moyenne à injecter en entrée des calculs numériques.

Classiquement ces paramètres d'entrée sont déterminés à partir de l'étude d'un écoulement d'eau claire sur un fond rugueux et les résultats obtenus sont supposés rester valable en présence de transport solide. Dans les écoulements à faibles pentes, ce sont les conditions hydrauliques au voisinage du fond qui sont surtout examinées, car, dans ce cas, le transport par charriage ne concerne qu'une épaisseur d'écoulement situé au voisinage du fond (Figure 1.2). En revanche, pour un écoulement à plus forte pente, le transport des particules concerne toute l'épaisseur de l'écoulement et, dans ce cas, il est nécessaire de connaître les caractéristiques de l'écoulement sur toute la hauteur si on veut décrire le mouvement des particules.

#### 2.1.2 - Hypothèses

On considère un écoulement d'eau (fluide réel et incompressible) complètement développé le long d'un canal composé de rugosité de taille caractéristique  $k_s$ . On admet que cet écoulement est bidimensionnel et unidirectionnel selon  $x$  ; il est permanent, uniforme, turbulent et de hauteur  $h$ .

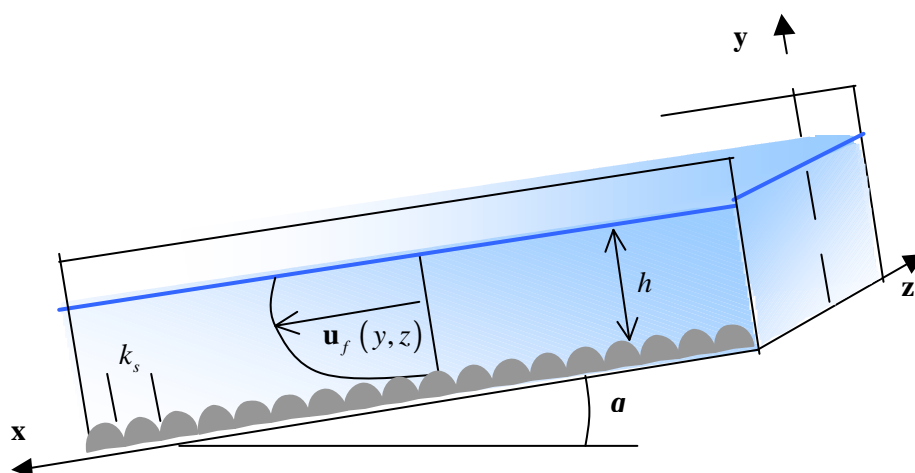


Figure 1.3 : paramètres caractérisant un écoulement d'eau sur un fond rugueux

Dans le début de la revue, on considère d'abord le cas d'un canal infiniment large. La répartition des vitesses  $u_f(y)$  dépend alors seulement de la distance mesurée à partir du fond  $y$ . C'est seulement dans l'avant dernière partie qu'on abordera le problème d'un canal de largeur finie ou la répartition des vitesses  $u_f(y,z)$  peut aussi dépendre de la distance mesurée à partir du centre du canal  $z$ .

### 2.1.3 - Découpage de l'écoulement en plusieurs zones

Pour décrire la répartition des vitesses dans un écoulement à surface libre en régime turbulent, on a l'habitude de diviser l'écoulement en plusieurs zones (Figure 1.4) : (i) une zone influencée par le fond du canal située dans le bas de l'écoulement pour  $0 < y/h < 0,2$ ; (ii) une zone influencée par la surface libre située au sommet de l'écoulement pour  $0,6 < y/h < 1$  et (iii) une zone intermédiaire située entre les deux premières zones qui est à la fois sous l'influence du fond et sous l'influence de la surface libre. (iv) Dans certains cas, une quatrième zone apparaît ; il s'agit de la sous-couche visqueuse (ou laminaire) qui est située au niveau des rugosités du fond. L'importance de cette couche relativement à la taille des rugosités est caractérisée par le nombre de Reynolds  $R_*$ .

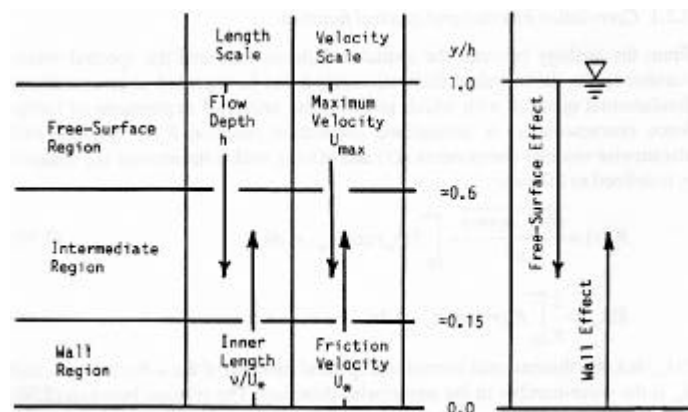


Figure 1.4 : Subdivision d'un écoulement à surface libre en plusieurs zones (d'après [12]).

## 2.2 - Distribution des vitesses au voisinage du fond

### 2.2.1 - Introduction

La distribution des vitesses dans la zone intérieure, pour  $y/h < 0,2$ , est de forme logarithmique (Equation (1.11)). Dans le cas d'un fond rugueux, ce profil reste valable à condition de faire les deux approximations suivantes :

- (i) Les variations de la contrainte tangentielle au voisinage du fond sont du second ordre ;
- (ii) La valeur de la contrainte tangentielle effective au voisinage du fond rugueux est identifiée à celle que l'on mesurerait au niveau d'un fond lisse  $t_0$ .

En supposant que la distribution des vitesses est de forme logarithmique, et donnée par l'équation (1.11), il reste encore une difficulté qui est liée à la détermination de la condition limite au fond et en particulier à la localisation de l'origine du profil des vitesses. La condition limite au fond dépend de la nature de l'écoulement au voisinage du fond qui est caractérisé par  $R_*$ .

### 2.2.2 - Ecoulement turbulent lisse

Pour  $R_* < 5$ , l'écoulement est dit hydrauliquement lisse. Les rugosités du fond sont complètement plongées dans la sous-couche laminaire. Pour un écoulement turbulent lisse, la distance  $y_0$  à laquelle la vitesse de l'écoulement est nulle est proportionnelle au rapport  $\mathbf{n} / u_*$ , et des expériences réalisées en tuyau ont montré que  $y_0 \cong \mathbf{n} / (9u_*)$ . En substituant  $y_0$  dans la relation du profil de vitesse (Equation (1.11)), on obtient la distribution de vitesse dans la zone intérieure donnée par :

$$\frac{u_f(y)}{u_*} = \frac{1}{\mathbf{k}} \ln(yu_* / \mathbf{n}) + B_s \quad (1.25)$$

où  $B_s = 2,51 \ln 9 \approx 5,5$ . La valeur de  $B_s$  a ensuite été validée sur de nombreuses expériences d'écoulement uniforme à surface libre, et les différents auteurs ont trouvé  $B_s = 5 \pm 25\%$ . La variation de  $B_s$  dépend essentiellement du nombre de Reynolds, et pour  $R_e > 10^5$ , on peut poser  $B_s = 5,5$ .

En dessous de la zone logarithmique, il y a la sous-couche laminaire dans laquelle la répartition des vitesses est donnée au premier ordre par :

$$u_f(y) = \frac{u_* y}{\mathbf{n}} \quad (1.26)$$

### 2.2.3 - Ecoulement turbulent rugueux

Pour  $R_* > 70$ , l'écoulement est dit hydrauliquement rugueux. Les rugosités du fond dépassent de la sous-couche visqueuse. Ce type d'écoulement est celui que l'on considère le plus fréquemment dans le cas des torrents et des rivières torrentielles. Des expériences en tuyau ont montré que pour un tel écoulement  $y_0 = k_s / 30$ . En substituant  $y_0$  dans l'équation (1.11) on obtient la répartition des vitesses dans la zone intérieure donnée par :

$$\frac{u_f(y)}{u_*} = \frac{1}{\mathbf{k}} \ln(y/k_s) + B_r \quad (1.27)$$

où  $B_r = 2,51 \ln 30 \approx 8,5$ . La valeur de  $B_r$  a ensuite été validée à  $\pm 15\%$  sur de nombreuses expériences pour les écoulements uniformes à surface libre.

## 2.3 - Distribution des vitesses loin du fond

Dans les deux zones situées au-dessus de la zone intérieure (ou zone logarithmique), la répartition des vitesses s'éloigne légèrement de la loi logarithmique. Dans la zone intermédiaire, la vitesse est légèrement supérieure à la vitesse prédite par la loi logarithmique et, dans la zone près de la surface libre, la vitesse augmente moins rapidement que la loi logarithmique. Pour rendre compte de ces deux effets, un terme supplémentaire, appelé la loi de sillage de Coles (Equation (1.28)), est classiquement ajouté à la loi logarithmique de l'écoulement lisse ou rugueux :

$$W(y) = \frac{2\Pi}{k} \sin^2\left(\frac{\mathbf{p} \cdot y}{2d}\right) \quad (1.28)$$

où  $\Pi$  est le paramètre de sillage qui peut varier entre  $-0,1$  et  $0,3$  dans le cas des écoulements turbulents lisses ou rugueux. La quantité  $d$  est la hauteur de l'écoulement à laquelle la vitesse est maximale et elle dépend de la géométrie de l'écoulement (voir paragraphe 2.5).

## 2.4 - Vitesse moyenne de l'écoulement

### 2.4.1 - Hypothèse

Strictement, la vitesse moyenne de l'écoulement, notée  $u_f$ , est calculée en intégrant la répartition des vitesses sur toute la hauteur de l'écoulement à partir des lois propres à chaque zone de l'écoulement. Cependant, en première approximation, la loi logarithmique strictement valable dans la zone intérieure peut être extrapolée à tout l'écoulement. Ainsi, le calcul de la vitesse moyenne est fait par intégration de l'équation (1.25) pour un écoulement turbulent lisse et par intégration de l'équation (1.27) pour l'écoulement rugueux. Les lois d'écoulement obtenues sont répertoriées ci-dessous.

### 2.4.2 - Ecoulement turbulent lisse

La vitesse moyenne de l'écoulement turbulent lisse est donnée par :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{u_f}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{hu_*}{n}\right) + \bar{B}_s \quad (1.29)$$

où la constante d'intégration obtenue pour de nombreuses expériences vaut  $\bar{B}_s = 3,5$ . En introduisant le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement dans la relation (1.29), on obtient :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{k} \ln\left(R_e \sqrt{\frac{f}{8}}\right) + \bar{B}_s \quad (1.30)$$

La formulation (1.29) n'est pas très commode si on veut calculer le coefficient de frottement macroscopique  $f$  car il n'est pas explicité ; la formulation (1.30) ne peut être résolue que par récurrence. Aussi, nous citons la formule de Blasius, qui est pratiquement confondue avec la formule (1.30) pour  $R_e < 10^5$ . La formule de Blasius est plus facile d'utilisation que la relation (1.29), et permet de décrire les écoulements turbulents lisses en tuyau ou à surface libre pour des nombres de Reynolds inférieurs à  $10^5$  :

$$f = \frac{0,3164}{R_e^{0,25}} \quad (1.31)$$

### 2.4.3 - Écoulement turbulent rugueux

La vitesse moyenne de l'écoulement turbulent rugueux est donnée par :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{u_f}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{h}{k_s} \right) + \bar{B}_r \quad (1.32)$$

où la constante d'intégration obtenue pour de nombreuses expériences vaut  $\bar{B}_r = 6,25$ . Cette relation est valable pour les écoulements fortement turbulents tels que  $R_e > 8.10^4$ . Pour des nombres  $R_e$  plus faibles, le coefficient de frottement  $f$  dépend aussi du nombre  $R_e$ .

## 2.5 - Spécificités des écoulements en canal à largeur finie

Considérons maintenant un canal de largeur  $B$  finie. La répartition des vitesses n'est plus nécessairement unidimensionnelle car elle peut être affectée par les bords. Pour un canal rectangulaire, la répartition schématisée des vitesses est donnée sur la figure 1.5. Cette figure indique que la vitesse de l'écoulement est plus importante au centre du canal qu'au niveau des parois latérales. D'après Graf [13], cet effet peut apparaître dès lors que  $B \leq 3h$ .

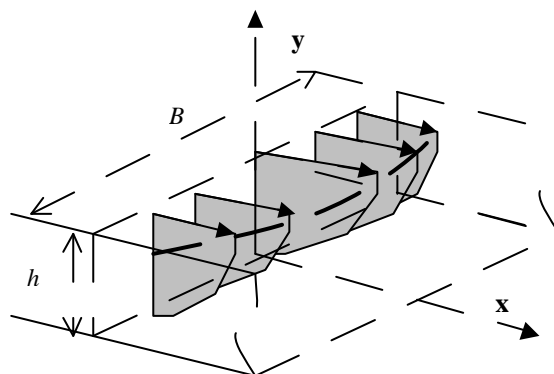


Figure 1.5 : Répartition schématisée des vitesses dans un écoulement influencé par les bords

Un autre effet caractéristique des écoulements de faible largeur est l'apparition de la vitesse maximale au-dessous de la surface libre [13]. Si on note  $d$  la hauteur à laquelle la vitesse maximale est atteinte, alors  $d \equiv h$  pour un écoulement de largeur tel que  $B/(2h) > 2,5$ , et  $d$  vaut 70 à 80 % de la hauteur d'eau pour  $B/(2h) = 1$ .

## 2.6 - Spécificités des écoulements à forte pente

Si on considère maintenant un écoulement à forte pente, des difficultés supplémentaires apparaissent dans la description de l'écoulement d'eau. Elles sont, d'une part, liées à la faible hauteur de l'écoulement relativement à la taille des rugosités du fond, et, d'autre part, à l'apparition d'instabilités qui se développent au niveau de la surface libre.

### 2.6.1 - Ecoulement de faible hauteur

Lorsque l'écoulement est de faible hauteur, typiquement  $h/k_s < 3$  ou  $4$ , les éléments rugueux influencent fortement l'écoulement. Les résultats développés dans les parties précédentes sont difficilement extrapolables à ce type d'écoulement. Par exemple, il est difficile de dire qu'en première approximation l'écoulement est uniforme car selon que l'on considère la répartition des vitesses au niveau du sommet d'un élément rugueux ou juste en aval ou en amont, elle peut être très différente. Dans ces conditions, le calcul classique de la répartition des vitesses au voisinage du fond développé dans le cadre de la mécanique des milieux continus, n'est plus vraiment adapté. Bathurst [14] suggère que les distributions de vitesse de forme logarithmique du type de l'équation (1.27) ne sont plus valables pour les écoulements turbulents rugueux tels que  $h/k_s < 3$  ou  $4$ . Pour décrire un tel écoulement, il faut considérer chaque élément en particulier ce qui devient rapidement très compliqué à traiter à cette échelle. Aussi, ce type d'écoulement est plutôt traité à une échelle supérieure qui est celle de l'écoulement moyen.

A cette échelle, on observe que la surface libre est fortement chahutée par la présence des éléments rugueux. En plus des dissipations dues au frottement de l'écoulement sur les parois et le fond s'ajoutent alors des dissipations liées aux distorsions de l'écoulement d'eau. Ces effets se traduisent par un coefficient de frottement macroscopique  $f$  plus élevé et une vitesse moyenne de l'écoulement  $u_f$  plus faible par rapport à un écoulement de grande hauteur. Par exemple, Bayazit [15] a effectué des mesures de vitesse d'un écoulement d'eau de hauteur variant entre 1 et 5 cm sur un lit incliné à 1 % et composé de billes juxtaposées de diamètre 23 mm ; il a observé que la vitesse moyenne de l'écoulement était d'autant plus faible que la hauteur d'eau relative diminuait pour  $h/k_s < 3$ . Dans le même sens, Song [16] et Cao [17], ont étudié un écoulement uniforme dans un canal fortement incliné ( $1 \% < \tan \alpha < 9 \%$ ) recouvert par un lit de gravier. Ils ont trouvé que la vitesse de l'écoulement moyen

était toujours donnée par une relation de la forme (1.32) mais avec un coefficient  $\bar{B}_r$  plus faible. Song suggère de prendre  $\bar{B}_r = 3,25$  dans le cas où  $R_H / k_s < 4$ . A partir de nombreuses expériences, Cao a trouvé que ses mesures étaient encadrées par la relation (1.32) avec  $\bar{B}_r = 3,38$  en borne supérieure et par la relation (1.32) avec  $\bar{B}_r = 0,99$  en borne inférieure.

## 2.6.2 - Instabilité des écoulements à fortes pentes

Pour des écoulements à forte pente, les perturbations de l'écoulement occasionnées par des facteurs divers (rugosités, présence de particules, etc.) peuvent s'amplifier et donner lieu à des instabilités. Whitham [18] a montré par l'intermédiaire d'un calcul théorique de stabilité qu'un écoulement peut devenir instable dès lors qu'il présente un régime torrentiel soutenu tel que  $Fr > 2$  ou encore dès lors que l'inclinaison du fond  $\tan \alpha$  est supérieure à  $f/2$ . Dans ces conditions l'écoulement ne devient pas nécessairement complètement chaotique. Il peut se développer des mini-vagues périodiques (rolls waves) qui se propagent au niveau de la surface libre dans le sens de l'écoulement moyen. L'apparition de ces structures périodiques est une source supplémentaire de dissipations de l'énergie de l'écoulement.

Dans un écoulement turbulent rugueux, tel qu'on le rencontre dans les rivières torrentielles ou en torrent, le coefficient de frottement macroscopique est de l'ordre de 0,01 à 0,1. Des instabilités pourront survenir pour des angles d'inclinaison satisfaisants les conditions  $\tan \alpha > 0,5\%$  ou  $\tan \alpha > 5\%$  selon la valeur de  $f$ . Cette condition est largement dépassée dans le contexte torrentiel où on peut rencontrer des pentes supérieures à 6 %.

# 3 - MOUVEMENT DE LA PARTICULE EN CHARRIAGE

## 3.1 - Equation du mouvement

Le mouvement d'une particule plongée dans un courant d'eau à forte pente est régi par trois ingrédients principaux : l'eau ; la gravité et les contacts avec le fond. Le mouvement de la particule est décrit par les équations de la dynamique. Ici, nous nous intéressons uniquement à la description du mouvement de translation de la bille. L'équation de conservation de la quantité de mouvement appliquée à la bille s'écrit :

$$m \frac{d\mathbf{u}_p(t)}{dt} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_H + \mathbf{F}_c \quad (1.33)$$

où  $\mathbf{u}_p(t) = d\mathbf{x}(t)/dt$  est la vitesse de la particule,  $\mathbf{x}$  sa position,  $m = \rho_s V$  sa masse avec  $\rho_s$  sa masse volumique et  $V$  son volume,  $\mathbf{g}$  l'accélération engendrée par la gravité,  $\mathbf{F}_H$  la force résultant de

l'action de l'écoulement d'eau sur la particule et  $\mathbf{F}_c$  la force résultant des contacts entre les particules. L'objet des deux parties suivantes de ce chapitre est la description de chacune des actions élémentaires :

- (i) dans la première partie, nous décrivons les différentes forces contribuant à l'action de l'écoulement d'eau sur une particule ;
- (ii) la deuxième partie est consacrée à la description des contacts entre la particule et les rugosités du fond qui sont responsables du transfert de la quantité de mouvement de la particule et de la dissipation de l'énergie fournie par la gravité et l'écoulement d'eau.

### 3.2 - Revue des actions hydrodynamiques

#### 3.2.1 - Cadre général -Hypothèses

Le mouvement d'une particule dans un écoulement d'eau est régi en partie par les actions hydrodynamiques. L'origine des actions hydrodynamiques réside dans les champs de pression et de contrainte agissant à la surface de la particule. On considère que les actions hydrodynamiques sont appliquées au centre de gravité de la particule. Cela implique que ces actions ne contribuent pas à la rotation des particules.

On considère d'abord le cas d'une particule solide en mouvement de translation dans un écoulement cisailé de grande hauteur. Nous examinons ensuite les actions hydrodynamiques supplémentaires engendrées par la rotation de la particule et par la proximité d'une paroi.

#### 3.2.2 - Revue des actions hydrodynamiques

La force  $\mathbf{F}_H$  résultant de l'action de l'écoulement d'eau sur une particule est la somme de nombreuses contributions hydrodynamiques. Parmi toutes ces forces, certaines ont un effet négligeable sur le mouvement de la particule. Hu [19] a analysé l'importance des forces agissant sur une particule en saltation et a trouvé que les forces de portance et de traînée étaient les forces prépondérantes. Ici, nous considérons uniquement les forces dues à l'action de l'écoulement moyen et à la répartition des vitesses autour de la particule. Les forces, dues à l'accélération du fluide, à l'accélération de la particule (force de masse ajoutée), ou encore à l'instantanéité de l'écoulement autour de la particule (force d'histoire) ne sont pas répertoriées. Pour une revue plus complète, il est possible de se référer, par exemple, aux travaux de Niño [20].

Compte tenu de ces simplifications, la force  $\mathbf{F}_H$  résultant de l'action de l'écoulement d'eau sur la particule peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{F}_H = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_P \quad (1.34)$$

où  $\mathbf{F}_A$ ,  $\mathbf{F}_T$  et  $\mathbf{F}_p$  désignent respectivement la force d'Archimède, la force de traînée et la force de portance que nous explicitons dans les paragraphes suivants.

a) *Force d'Archimède*

Le premier terme de l'Equation (1.34) est la force d'Archimède qui s'écrit :

$$\mathbf{F}_A = -\mathbf{r}Vg \quad (1.35)$$

b) *Force de traînée*

La deuxième contribution hydrodynamique est la force de traînée  $\mathbf{F}_T$ . A partir d'une analyse dimensionnelle [21], on peut montrer que  $\mathbf{F}_T$  est proportionnelle à la surface de la particule en regard de l'écoulement  $S$ , au carré de la vitesse relative,  $\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p$ , de la particule, à la masse volumique du fluide, et au coefficient de traînée  $C_T$  qui est une fonction du nombre de Reynolds de la particule (1.24) :

$$\mathbf{F}_T = -\frac{1}{2} \mathbf{r} S C_T (R_{ep}) |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) \quad (1.36)$$

Le coefficient  $C_T$  est usuellement calculé en appliquant la formule de Morsi [22] (Tableau 1.1) qui a été déterminée dans le cas d'une sphère immobile plongée dans un écoulement uniforme, non cisailé et infini.

$R_{ep}$	$C_T$	$R_{ep}$	$C_T$
$0,1 > R_{ep}$	$C_T = \frac{24}{R_{ep}}$	$10^2 < R_{ep} < 10^3$	$C_T = \frac{98,33}{R_{ep}} - \frac{2778}{R_{ep}^2} + 0,364$
$0,1 < R_{ep} < 1$	$C_T = \frac{22,27}{R_{ep}} + \frac{0,0903}{R_{ep}^2} + 3,69$	$10^3 < R_{ep} < 5 \cdot 10^3$	$C_T = \frac{148,62}{R_{ep}} + \frac{4,75 \cdot 10^4}{R_{ep}^2} + 0,357$
$1 < R_{ep} < 10$	$C_T = \frac{29,166}{R_{ep}} - \frac{3,8889}{R_{ep}^2} + 1,222$	$5 \cdot 10^3 < R_{ep} < 10^4$	$C_T = \frac{490,546}{R_{ep}} + \frac{57,87 \cdot 10^4}{R_{ep}^2} + 0,46$
$10 < R_{ep} < 100$	$C_T = \frac{46,5}{R_{ep}} - \frac{116,67}{R_{ep}^2} + 0,6167$	$10^4 < R_{ep} < 5 \cdot 10^4$	$C_T = \frac{1662,5}{R_{ep}} + \frac{5,4167 \cdot 10^4}{R_{ep}^2} + 0,5191$

Tableau 1.1 : Détermination du coefficient de traînée suivant Morsi [22], où  $R_{ep}$  désigne le nombre de Reynolds de la particule (Equation (1.24)).

Pour  $R_{ep} < 0,1$ , le coefficient de traînée s'écrit  $C_T = 24/R_{ep}$ . Pour une sphère de rayon  $a$ , la relation (1.36) se réécrit sous la forme  $\mathbf{F}_T = -6\pi a\mu(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f)$ , mieux connue sous le nom de la formule de Stokes. Pour  $R_{ep} > 1000$ ,  $C_T$  devient indépendant de  $R_{ep}$  et se stabilise autour de 0,5.

Si la particule se déplace dans un écoulement cisailé, ou bien si elle est en rotation dans un écoulement uniforme, le coefficient  $C_T$  prend des valeurs un peu plus importantes que celles calculées avec la formule de Morsi (Tableau 1.1). Pour  $R_{ep} = 500$ , un gradient adimensionnel  $a/u_c \cdot \partial u / \partial y = 0,4$  où  $u_c$  est la vitesse du fluide au niveau du centre de gravité de la particule, une vitesse adimensionnelle de rotation propre  $a\omega/u_c = 0,25$ , Kurose [23] a trouvé numériquement que  $C_T$  peut augmenter de 10 % à cause de chacun des effets.

### c) Force de portance

La dernière contribution hydrodynamique que nous considérons correspond à la portance. Elle trouve son origine dans le cisaillement de l'écoulement (effet Saffman, [24]) et dans la rotation de la particule (effet Magnus, [25]). Chacun de ces deux effets induit un gradient de pression qui produit une force dirigée des hautes pressions vers les basses pressions et de direction orthogonale à celle du mouvement relatif de la particule. Les contributions dues à ces deux effets peuvent être explicitées strictement si l'écoulement autour de la particule est tel que  $R_{ep} \ll 1$  [24, 25]. Dans le cas contraire, la force de portance est exprimée sous une forme analogue à la force de traînée. Dans le cas où la particule avance dans le plan  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$ , cette force s'écrit :

$$\mathbf{F}_p = -\frac{1}{2} r C_p S |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) \wedge \mathbf{z} \quad (1.37)$$

où  $C_p$  désigne le coefficient de portance. Patnaik [26] a trouvé expérimentalement que le coefficient de portance d'une sphère immobile plongée dans un écoulement cisailé variait entre 0,1 et 0,6. Morsi préconise de prendre comme valeur de  $C_p$  85 % de la valeur obtenue pour  $C_T$ . Si la particule est en rotation, l'expression (1.37) peut être utilisée à condition d'employer une valeur de  $C_p$  plus élevée. Kurose a montré, sur la base d'expériences numériques, que  $C_p$  augmente avec la vitesse de rotation de la particule ; pour une vitesse adimensionnelle de rotation propre de 0,25,  $C_p$  est multiplié par trois en comparaison de sa valeur sans rotation.

d) *Contributions supplémentaires dues au confinement de la particule dans l'écoulement*

Des contributions hydrodynamiques supplémentaires doivent être prises en compte si la particule évolue en milieu confiné, par exemple dans le cas d'un écoulement à surface libre ou encore à proximité d'une paroi.

Peu de résultats ont été obtenus concernant l'effet d'une paroi solide sur le mouvement d'une particule. Néanmoins, les auteurs s'accordent à dire que la présence d'une paroi à proximité d'une particule modifie l'écoulement autour d'elle et, par conséquent engendre des forces supplémentaires : une force dirigée dans le sens de l'écoulement et une force normale à la paroi qui a tendance à repousser la particule (d'après [27]). Généralement, ces actions supplémentaires sont prises en compte dans les coefficients des forces de traînée et de portance. Nous pouvons citer les travaux expérimentaux de Patnaik [26, 28] qui a quantifié les coefficients de traînée et de portance d'une sphère immobile plongée dans un écoulement fortement turbulent ( $3600 < R_e < 65000$ ), selon qu'elle est située à proximité ou loin d'une paroi rugueuse. Pour la sphère située au voisinage de la paroi, il a trouvé que  $C_T$  peut augmenter jusqu'à 20 % en comparaison à la valeur obtenue si la sphère est loin de la paroi. Un autre résultat concerne le coefficient  $C_p$  qui augmente lorsque l'interstice situé entre la bille et la paroi diminue : pour  $R_e \approx 5000$ ,  $C_p$  varie entre 0,4 au niveau de la paroi et 0,1 pour un interstice valant le tiers de la hauteur de la couche limite.

Peu de résultats ont été obtenus concernant l'effet du confinement d'une particule sur son mouvement. Néanmoins, il a été observé par Chhabra et Di Felice [29, 30] que la vitesse d'une sphère confinée dans un tube cylindrique était réduite par rapport à sa valeur en milieu infini. La réduction dépend du nombre sans dimension  $\mathbf{s} = 2a/d_t$ , défini comme le rapport entre le diamètre de la sphère de rayon  $a$  et le diamètre du tube  $d_t$ . Di Felice a mesuré expérimentalement la vitesse d'une sphère chutant dans le tube. Il a obtenu une relation qui permet de calculer la vitesse de sédimentation d'une sphère dans un tube pour tous les régimes d'écoulement. Cette relation s'écrit sous la forme du rapport entre la vitesse dans le tube,  $u_t$ , et la vitesse de sédimentation de la sphère en milieu infini  $u_\infty$  :

$$\frac{u_t}{u_\infty} = \left( \frac{1 - \mathbf{s}}{1 - 0,33\mathbf{s}} \right)^{k(R_{et})} \quad (1.38)$$

avec  $k$  tel que  $(3,3 - k)/(k - 0,85) = 0,27R_{et}^{0,64}$  et  $R_{et}$  le nombre de Reynolds de la particule dans le tube dépendant lui même de  $u_t$ . Typiquement dans le cas d'un régime pleinement turbulent et pour  $\mathbf{s} = 0,5$ , la vitesse de sédimentation de la sphère dans le tube est réduite de 40 % par rapport à sa vitesse en milieu infini. Chhabra a expérimentalement étudié le mouvement d'une sphère en roulement dans un tube cylindrique lisse et incliné à des pentes comprises entre  $3^\circ$  et  $30^\circ$ . Il a testé une grande gamme d'écoulement ( $10^{-6} < R_{ep} < 3000$ ) et des valeurs de  $\mathbf{s}$  variant entre 0,11 et 0,58. Il a trouvé

que la valeur du coefficient de traînée augmentait avec  $s$  pour  $s > 0,4$  mais de façon peu significative. Ils ont obtenu trois relations suivant le régime de l'écoulement et, pour un écoulement pleinement turbulent ( $R_{ep} > 250$ ), il a trouvé que  $C_T$  tend vers une valeur asymptotique valant 1,23, ce qui est environ trois fois plus important que la valeur asymptotique obtenue en milieu infini.

L'action de l'écoulement d'eau sur le mouvement de la particule est certainement modifiée à cause de la surface libre. Nous n'avons pas trouvé de travaux concernant cet effet.

### 3.3 - Revue des actions de contact

#### 3.3.1 - Cadre, hypothèses

Outre les actions hydrodynamiques, il y a les actions de contact. On peut distinguer deux actions de contact qui sont les chocs et le frottement : le choc est un contact bref entre deux particules alors que le frottement est un contact de plus longue durée.

On considère le contact ponctuel entre deux sphères lisses et rigides. On peut définir les actions de contact dès lors que la distance séparant les centres de gravité des sphères est égale à la somme de leur rayon. Cependant, en présence d'un fluide interstitiel, les particules peuvent entrer en interaction avant même qu'elles n'entrent physiquement en contact.

L'objet de la description de la collision est double. D'une part, il est de décrire les dissipations d'énergie engendrées par la collision. D'autre part, il est d'établir des relations entre les vitesses (translation et rotation) avant l'impact et après l'impact.

#### 3.3.2 - Frottement

On aborde dans ce paragraphe la description du frottement qui se développe à l'interface de deux sphères en contact. A l'échelle macroscopique, le frottement sec est classiquement décrit par la loi de Coulomb qui relie la force de contact tangentielle  $F_t$  et la force de contact normale  $F_n$  qui sont définies par rapport au plan de contact. La relation entre les forces  $F_t$  et  $F_n$  dépend de la vitesse tangentielle relative des deux surfaces en contact  $c_r$  (vitesse de glissement):

- (i) pour  $c_r = 0$ , le contact est non glissant et  $|\mathbf{F}_t| \leq f_s |\mathbf{F}_n|$  ;
- (ii) pour  $c_r \neq 0$ , le contact est glissant,  $\mathbf{F}_t = \pm f_s \mathbf{F}_n$  et la force de frottement s'oppose au mouvement des deux objets en contact.

Le coefficient  $f_s$  est coefficient de frottement macroscopique qui est une constante intrinsèque au matériau (fonction des aspérités à la surface des matériaux en contact).

### 3.3.3 - Collision dans l'air

Nous considérons le choc oblique de deux sphères en rotation dans l'air (Figure 1.6) qui illustre bien les différents mécanismes mis en jeu lors d'un choc. Un tel choc a été décrit théoriquement par Maw [31] et étudié expérimentalement par Foerster [32].

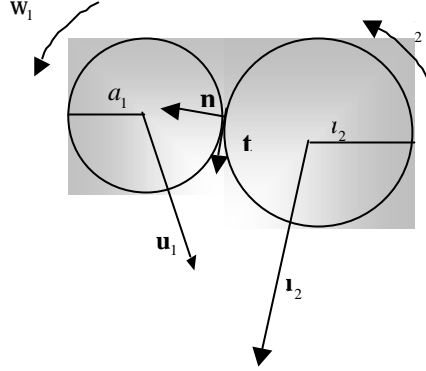


Figure 1.6 : collision oblique entre deux sphères élastiques. Configuration juste avant le choc.

La collision oblique de deux sphères est décrite dans le repère local  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$  qui est déterminé par le point de contact entre les deux sphères. Les deux sphères sont supposées homogènes, rigides, et le changement de quantité de mouvement des particules occasionné par la collision est supposé instantané. Les vitesses avant la collision (marquées du signe  $-$ ) et après la collision (marquées du signe  $+$ ) sont reliées entre elles par les équations de conservation de l'impulsion et du moment cinétique total de chaque sphère comme décrit par exemple dans [32] :

$$m_1(\mathbf{u}_1^+ - \mathbf{u}_1^-) = -m_2(\mathbf{u}_2^+ - \mathbf{u}_2^-) = \mathbf{P} \quad (1.39)$$

$$(J_1/a_1)(\mathbf{w}_1^+ - \mathbf{w}_1^-) = (J_2/a_2)(\mathbf{w}_2^+ - \mathbf{w}_2^-) = -\mathbf{n} \wedge \mathbf{P} \quad (1.40)$$

où  $\mathbf{P}$  est l'impulsion exercée par la sphère 2 sur la sphère 1 durant la collision et  $J_i = 2/5 m_i a_i^2$  désigne le moment d'inertie de la sphère  $i$  de rayon  $a_i$  et de masse  $m_i$ ;  $\mathbf{u}_i$  désigne la vitesse du centre de masse de la sphère  $i$  et  $w_i$  sa vitesse de rotation propre.

Il est possible de décrire la cinématique du choc à partir de trois coefficients : le coefficient de restitution normale, le coefficient de restitution tangentiel et le coefficient de frottement  $f_s$ . Le coefficient de restitution normale, noté  $e_n$ , peut être décrit par la loi cinématique de Newton. Il est défini comme le rapport des composantes finale et initiale de la vitesse normale :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{c}_r^+ = -e_n \mathbf{n} \cdot \mathbf{c}_r^- \quad (1.41)$$

La quantité  $\mathbf{c}_r$  désigne la vitesse relative au point de contact, qui s'écrit :

$$\mathbf{c}_r = (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) - (a_1 \mathbf{w}_1 + a_2 \mathbf{w}_2) \wedge \mathbf{n} \quad (1.42)$$

Notons que la détermination de  $e_n$  ne fait pas intervenir les vitesses de rotation des sphères, car la vitesse relative normale écrite au point de contact est égale à la vitesse relative normale écrite au centre de gravité. Notons aussi que le coefficient  $e_n$  ne peut prendre que des valeurs comprises entre 0 et 1. Le coefficient de restitution tangentiel, noté  $e_t$ , est défini comme le rapport des composantes finale et initiale de la vitesse tangentielle :

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{c}_r^+ = -e_t \mathbf{t} \cdot \mathbf{c}_r^- \quad (1.43)$$

Notons que le coefficient  $e_t$  ne peut prendre que des valeurs comprises entre -1 et 1. La composante tangentielle de la vitesse finale est compliquée à déterminer, car elle dépend du type de contact entre les particules (non glissant ou glissant), de la vitesse de rotation de la sphère et du coefficient de frottement. Les expressions qui permettent de calculer les vitesses normale, tangentielle et de rotation après le choc, par rapport au centre de gravité, en fonction des vitesses initiales sont récapitulées dans le tableau suivant.

	Vitesse normale	Vitesse tangentielle	Vitesse de rotation
Non glissant	$u_{rn}^+ = -e_n u_{rn}^-$	$u_{rt}^+ = \frac{1 - k e_t}{1 + k} u_{rt}^- + k \frac{1 + e_t}{1 + k} R \Omega^-$	$\Omega^+ = \frac{k - e_t}{1 + k} \Omega^- + \frac{1 + e_t}{1 + k} \frac{u_{rt}^-}{R}$
Glissement	$u_{rn}^+ = -e_n u_{rn}^-$	$u_{rt}^+ = \mathbf{m} (1 + e_n) u_{rt}^- + u_{rt}^-$	$\Omega^+ = \Omega^- + \mathbf{m} \frac{1 + e_n}{k} \frac{u_{rn}^-}{R}$

Tableau 1.2 : Expressions des vitesses relatives normale, tangentielle et de rotation post-collisionnelles, exprimées par rapport au centre de gravité, en fonction des vitesses pré-collisionnelles dans le cas de billes de rayon  $R$ .

On note que les vitesses relatives au point d'impact  $\{c_{rn}, c_{rt}\}$  sont liées aux vitesses relatives au centre de gravité  $\{u_m, u_{rn}\}$ , par :  $c_m = u_m$  et  $c_{rt} = u_{rt} - R \Omega$ , où  $R \Omega = a_1 \mathbf{w}_1 + a_2 \mathbf{w}_2$ , et  $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$ . Dans ce tableau  $k$  désigne le coefficient du rayon de giration par rapport au centre d'inertie qui vaut  $2/5$  pour une sphère.

### 3.3.4 - Collision de particules immergées

Si la collision entre deux solides a lieu dans l'eau, il faut alors tenir compte du fluide interstitiel. En effet, dans le cas où un fluide newtonien s'écoule entre 2 solides presque en contact, le rapprochement des deux solides peut provoquer une augmentation importante de la pression du fluide interstitiel dont

l'effet est de s'opposer au rapprochement. Inversement, lorsque deux particules sont en contact, l'effet du fluide est de s'opposer à l'éloignement des particules.

Pour rendre compte du couplage entre la phase fluide et la phase solide lors du choc de deux particules, plusieurs auteurs [33, 34] ont introduit le nombre de Stokes défini suivant l'équation (1.23). Joseph a expérimentalement étudié le choc d'un pendule plongé dans un fluide au repos avec une paroi. Le diamètre du pendule variait entre 3 et 12 mm et sa densité entre 1,2 et 7,8. En jouant sur la viscosité du fluide et la vitesse du pendule, il a examiné une large gamme de régimes d'écoulement caractérisés par un Reynolds (calculé en prenant comme vitesse caractéristique la vitesse du pendule juste avant l'impact) variant entre 10 et 3000. A partir de ces expérimentations, Joseph a montré que la vitesse de rebond de la particule dépendait du nombre de Stokes pré-collisionnel. Pour  $St < 10$ , le pendule ne rebondit pas et le coefficient de restitution normale  $e_n$  est nul. Pour  $St > 500$ , la valeur du coefficient de restitution tend vers la valeur obtenue pour une collision dans un fluide sans résistance comme par exemple dans l'air. Zenit a examiné le choc de billes, de verre, d'acier ou encore de Nylon, de quelques millimètres dans l'eau. Il a mesuré le coefficient de restitution des billes. Il a trouvé lui aussi qu'il n'y avait pas de rebond au-dessous d'une valeur critique du nombre de Stokes de 10.

Les travaux précédents ont porté sur le choc de deux particules dans l'eau au repos. Nous n'avons pas trouvé de travaux similaires dans le cas où le choc a lieu dans un écoulement d'eau animé d'une vitesse moyenne  $u_f$ .



# CHAPITRE 2 – TRAVAUX SUR LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE AU SEIN D'UN COURANT D'EAU

---

## 1 - INTRODUCTION : DIFFERENTES APPROCHES

L'objectif principal des études portant sur le transport solide est l'évaluation de la quantité de matériaux transportés par un écoulement d'eau donné. Pour cela, plusieurs approches sont possibles. Outre les formules empiriques ou semi-empiriques évaluant le débit solide total en fonction du débit liquide, des caractéristiques des matériaux du lit, de la pente, etc, d'autres modèles, approchant le problème de l'évaluation du débit solide du point de vue mécanique, ont été plus récemment développés [20, 35-37]. Contrairement aux formules empiriques, ces modèles sont fondés sur des lois physiques et ne sont pas limités aux seules conditions pour lesquelles ils ont été testés. Dans ce type de modèle, le débit solide par unité de largeur est calculé par le produit de la vitesse longitudinale des particules  $u_{px}$  et de la concentration en particule dans l'écoulement  $C_s$ , intégrés sur la hauteur  $d_{ch}$  de la couche dans laquelle les particules sont charriées :

$$q_s = \int_h^{d_{ch}} C_s u_{px} dz \quad (2.1)$$

où  $h$  est le niveau du lit en-dessous duquel les particules restent immobiles. L'équation (2.1) indique que pour calculer  $q_s$ , il est nécessaire d'explicitier la concentration de particules dans l'écoulement, la vitesse des particules et la hauteur de la couche de transport.

La concentration solide  $C_s(z)$  peut être évaluée à partir du modèle de Bagnold [38] dans lequel  $C_s(z)$  est proportionnelle à l'excès de contrainte exercée par le fluide à la surface des particules, qui s'écrit  $(t_* - t_{*cr})$ . Sur la base de cette hypothèse, Wiberg [35] a proposé un modèle probabiliste de calcul de la concentration en particules à une altitude  $z$  au-dessus du lit. Ce modèle nécessite de connaître la trajectoire de la particule. Pour résoudre ce problème, on comprend qu'il n'est plus possible de considérer le transport solide à l'échelle macroscopique : il faut analyser le mouvement individuel des particules.

C'est aussi ce niveau d'analyse qu'il est indispensable d'adopter si on veut évaluer la vitesse longitudinale des particules  $u_{px}$  et la hauteur de la couche de charriage  $d_{ch}$ . Ces deux paramètres sont calculés soit à l'aide d'un modèle théorique de saltation à l'instar de ceux développés par Wiberg ou Niño [20, 39], ou bien à partir de formulations empiriques telles que celles obtenues sur la base des expérimentations en canal menées par Fernandez-Luque, Lee, Murphy [19, 27, 36, 37, 40-45]. La hauteur de la couche de charriage  $d_{ch}$  est identifiée à la hauteur maximum des sauts de la particule.

Les modèles théoriques de saltation sont généralement basés sur une description lagrangienne du mouvement d'un grain isolé au sein d'un courant d'eau. Ce type de modèle s'inscrit dans le cadre de la mécanique des corps rigides. Le mouvement du grain est calculé à partir de l'équation de la dynamique qui tient compte de l'action de la gravité et des actions hydrodynamiques. Parallèlement à l'équation de la dynamique, une équation pour la phase fluide est nécessaire ; à moins de spécifier en entrée du modèle les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement d'eau. Les équations sont résolues pour calculer le mouvement d'une particule sur un saut isolé.

Pour modéliser une succession de sauts, il y a deux façons de procéder. La première consiste à utiliser, en parallèle de l'équation de la dynamique pour un saut isolé, un modèle de collision séparé pour le calcul des conditions initiales du saut [20, 37, 39]. La deuxième possibilité est d'incorporer les actions de contact directement dans l'équation de la dynamique appliquée au grain [46].

Pour développer un modèle théorique permettant de décrire le mouvement par charriage d'une particule, à l'image du modèle développé par Wiberg [39], il est indispensable de connaître les actions hydrodynamiques et la loi de collision à incorporer au modèle. Un approfondissement des connaissances sur ce sujet n'est possible que si on examine le mouvement de la particule à l'échelle de la microstructure de l'écoulement. Il s'agit alors d'examiner la dynamique de la particule à une échelle de temps suffisamment courte pour déduire les mécanismes prépondérants et les lois qui les représenteront. Lorsque des grandeurs physiques ou des lois ne peuvent pas être déterminées complètement, on fait appel au domaine de la statistique en introduisant des variables aléatoires pour représenter le mécanisme sous-jacent. Cette approche est, par exemple, fréquemment utilisée pour modéliser le choc des particules qui fait intervenir de nombreux paramètres et qui ne peut pas être décrit par une loi simple à l'échelle de la microstructure.

Outre les travaux sur le mouvement par charriage de particules, d'autres travaux visant à étudier plus spécifiquement le seuil de mouvement des particules ont été menés.

Dans la suite de ce chapitre, on s'intéresse en premier lieu à la présentation des travaux spécifiques au problème du seuil de mouvement de particules. Ensuite, on présente deux modèles théoriques, fondés sur l'équation de la dynamique, permettant de calculer le mouvement par charriage (roulement et saltation) de particules soumises à un courant d'eau. Lorsque la particule est en saltation, le premier modèle intègre les actions de contact dans l'équation de la dynamique (modèle de *dynamique des contacts*), alors que le second utilise un modèle de collision séparé pour calculer les conditions initiales de chaque saut (modèle d'Ancey). Enfin, en dernier lieu, nous dresserons un bilan des travaux expérimentaux réalisés sur le mouvement par saltation, ainsi qu'un bilan des formulations empiriques qui ont découlé de ces expérimentations.

## 2 - TRAVAUX SPECIFIQUES AU SEUIL DE MOUVEMENT

La quantification du début d'entraînement des particules dans un courant d'eau est un problème bien particulier sur lequel se penchent depuis plus de 80 ans de nombreux scientifiques [47]. Etant donné le nombre considérable de travaux réalisés sur ce sujet, il n'est pas question ici de tous les répertorier ; nous donnons seulement quelques illustrations qui pourront être utilisées dans la suite de notre travail. Pour une revue récente et détaillée sur ce sujet, on pourra se reporter à l'article de synthèse de Buffington [47].

### 2.1 - Travaux de Shields

Le début d'entraînement (ou seuil de mouvement) est classiquement caractérisé par la contrainte adimensionnelle de cisaillement nécessaire pour mettre en mouvement les particules du lit  $\tau_{*cr}$ . Celle-ci a d'abord été estimée à partir de l'observation du départ de particules de granulométrie uniforme sur un lit horizontal [9, 48]. Sur la base d'une analyse dimensionnelle, Shields a établi une relation entre  $\tau_{*cr}$  et le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement au voisinage des grains du fond  $R_* = u_* d / \nu$ , où  $d$  est le diamètre des particules. Cette relation a donné lieu à la courbe de Shields. Il y a une grande dispersion des valeurs de  $\tau_{*cr}$  sur lesquelles cette courbe est basée. Une raison tient au fait qu'il n'y a pas un accord général sur la quantité de matériaux qui constitue le début du mouvement. Un autre facteur est lié à la situation initiale des grains : selon qu'on considère un grain posé au-dessus du lit ou un grain enfoui dans le lit, la valeur de  $\tau_{*cr}$  peut varier d'un facteur 2.

### 2.2 - Seuil de mouvement dans le cas d'un mélange de grande étendue granulométrique

Si on s'intéresse maintenant au seuil de mouvement de grains de diamètre  $d_i$  pris dans un mélange de granulométrie étendue, l'approche de Shields n'est plus valable. Les résultats obtenus sur ce sujet ont montré que la valeur du seuil de mouvement des grains de diamètre  $d_i$  dépend alors du rapport  $d_i/d_s$  où  $d_s$  désigne un diamètre caractéristique des grains du mélange [49-51];  $d_s$  est souvent pris égal au diamètre moyen des grains du mélange. Le rapport  $d_i/d_s$  affecte assez significativement la valeur du seuil. Par exemple, dans le cas d'un grain de diamètre  $d_i$  pris au milieu de grain de diamètre  $d_s$  dans un écoulement pleinement turbulent, Wiberg [50] a trouvé que la valeur du seuil vaut 0,01 si  $d_i/d_s = 5$  et tend vers 0,4 si  $d_i/d_s = 0,2$ . Les formulations du seuil prenant en compte l'effet de l'étendue granulométrique sont essentiellement empiriques et se présentent sous la forme du rapport entre la contrainte de cisaillement mesurée dans un mélange hétérogène de grains,  $\tau_{*cr}(\mathbf{z})$ , et celle

obtenue pour un mélange uniforme,  $t_{*cr}(z=1)$ , en fonction du rapport  $z = d_i / d_s$ . Egiazaroff [51] a obtenu la relation suivante :

$$\frac{t_{*cr}(z)}{t_{*cr}(z=1)} = [\log(19)/\log(19/z)]^2 \quad (2.2)$$

Patel [49] a obtenu une condition de la forme :

$$\frac{t_{*cr}(z)}{t_{*cr}(z=1)} = z^{0,96} \quad (2.3)$$

### 2.3 - Effet de la pente sur le seuil de mouvement

Les travaux précédents ont concerné le seuil de mouvement de grains sur un lit horizontal. Si on s'intéresse au début de mouvement de grains sur un lit incliné par rapport à l'horizontal, il faut alors tenir compte de l'effet de la pente sur la valeur de  $t_{*cr}$ . A partir de considérations théoriques, Chiew et Lau [52, 53] ont obtenu une expression permettant de calculer le seuil de mise en mouvement de particules sur un lit à forte pente. L'expression qu'ils ont obtenue a ensuite été validée sur les expériences en canal de laboratoire réalisées par Chiew [52] et Fernandez-Luque [45]. La condition de mise en mouvement qu'ils ont obtenue s'exprime sous la forme d'un rapport entre la condition de mise en mouvement sur un lit incliné d'un angle  $q$ ,  $t_{*cr}(q)$ , et la condition de mise en mouvement sur un lit horizontal,  $t_{*cr}(q=0)$  :

$$\frac{t_{*cr}(q)}{t_{*cr}(q=0)} = \cos q \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan q_{cr}} \right) \quad (2.4)$$

où  $q_{cr}$  est l'angle nécessaire pour mettre en mouvement une particule du lit sous la seule action de la gravité. Cet angle dépend de la géométrie de la poche où se situe la particule considérée, qui est fonction du rapport  $z$  introduit dans le paragraphe précédent :

$$q_{cr}(z) = \text{Arcsin} \left( \frac{z}{1+z} \right) \quad (2.5)$$

L'équation (2.4) indique naturellement que lorsque  $q \rightarrow q_{cr}$ , le seuil de mouvement caractérisé par  $t_{*cr}(q)$  tend vers une valeur nulle.

### 2.4 - Approches théoriques pour évaluer le seuil de mouvement sur un lit horizontal

Les approches théoriques consistent à analyser l'équilibre d'une particule posée dans une poche à la surface d'un lit de particules de même taille. La condition de début de mouvement est obtenue en

appliquant l'équation des moments des forces à la particule considérée [39, 54]. Par exemple, Ling, a étudié le seuil de mise en mouvement d'une particule sphérique posée sur un arrangement bidimensionnel de billes formant un fond horizontal. La sphère est posée initialement sans vitesse dans une dépression entre deux sphères du fond. Ling a obtenu la condition de mise en mouvement par roulement de la forme :

$$(F_p - m'g) \sin \mathbf{q}_{cr} + F_T \cos \mathbf{q}_{cr} = 0 \quad (2.6)$$

où  $\mathbf{q}_{cr}$  est l'angle au repos de la sphère qui vaut  $30^\circ$  si les sphères du lit sont juxtaposées,  $F_p$  et  $F_T$  désignent respectivement les forces de portance et de traînée appliquée à la sphère.

### 3 - APPROCHE LAGRANGIENNE POUR LE MOUVEMENT DE PARTICULES

#### 3.1 - Equation du mouvement

Le mouvement de translation d'une particule au sein d'un courant d'eau est modélisé en utilisant l'équation lagrangienne du mouvement qui s'écrit :

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = m' \mathbf{g} + \mathbf{F}_H + \mathbf{F}_c \quad (2.7)$$

où  $m'$  désigne la masse déjaugée de la particule,  $\mathbf{F}_H$  la force résultant des actions hydrodynamiques et  $\mathbf{F}_c$  la force résultant des actions de contact. On note que lorsque la particule est en phase de saut, les actions de contact sont nulles. En plus de l'équation du mouvement, une équation supplémentaire est nécessaire pour décrire le mouvement de la phase fluide.

Les modèles théoriques fondés sur l'équation (2.7) intègrent tous les mêmes ingrédients : les actions hydrodynamiques, les actions de contact et l'action de la gravité. Les différences entre les modèles résident dans la manière avec laquelle chacun de ces trois ingrédients principaux est modélisé. Nous avons résumé dans le tableau 2.1 les spécificités de trois modèles rencontrés dans la littérature.

Auteurs	Hydrodynamiques	Contacts	Courant d'eau	Résultats	Remarque
Wiberg [39]	Archimède Traînée Portance Masse ajoutée	Modèle séparé décrivant le choc dans le repère local. Le point de contact est estimé par une approche stochastique ; la probabilité que le point de contact soit situé sur la partie amont de la particule du lit est plus élevée. Le coefficient de restitution normal vaut $e_n = 0,5$ et il dépend de la quantité de mouvement de la particule juste avant le choc.	Profil logarithmique	Au cours d'un choc avec le lit, la bille ne perd pas la totalité de sa quantité de mouvement ; les interactions solide-solide sont indispensables pour une bonne modélisation. De même le mécanisme de portance due à la rotation de la particule est important.	Le modèle séparé décrivant le contact ne peut modéliser que le choc d'une seule particule avec le fond ; en effet, il ne prévoit pas qu'au cours de son saut la particule interagisse avec une autre particule qui se trouverait sur sa trajectoire.
Niño [20]	Archimède Traînée Portance Histoire Masse ajoutée	Modèle séparé décrivant le choc dans le repère local $\{n,t\}$ . Le point de contact est estimé par une approche stochastique ; la distribution est prise uniforme. Le coefficient de frottement vaut 0,73. Le coefficient de restitution normal s'écrit : $e_n = 0,84 - 4,84t$ pour $t \leq 0,14$ , et $e_n = 0$ pour $0,15 < t$ .	Profil logarithmique	Ses résultats concernent l'importance relative des forces. Les actions de contact ne suffisent pas à expliquer le maintien de la saltation, et la force de portance, incluant l'effet de la rotation propre de la particule, est essentiel pour une bonne modélisation. La force d'histoire peut être négligée.	
Jiang [46]	Traînée	Actions de contact sont intégrés à l'équation de la dynamique. La force tangentielle est modélisée par la loi de Coulomb et la force normale à l'aide d'un coefficient de restitution de valeur 0,2 ; ce dernier est faible pour rendre compte des effets de lubrification lors d'un choc	Le courant d'eau est modélisé par une plaque qui se déplace parallèlement au fond. Cette plaque modélise le cisaillement du fluide au niveau du fond.	Le modèle est axé sur l'étude du comportement de la phase solide en réponse à l'action de la phase fluide. Mise en évidence du mélange vertical des particules et de leur stratification par taille suivant la vitesse de la plaque.	La méthode numérique de dynamique des particules qui est utilisée est notamment bien adaptée pour une collection de particules qui peuvent interagir à tout moment.

Tableau 2.1 : tableau décrivant la manière dont sont modélisés les ingrédients intervenant dans les modèles théoriques développés sur la base de l'équation de la dynamique (2.7).

## 3.2 - Modèle d'Anczy

### 3.2.1 - Cadre général — Equation du mouvement

Le modèle d'Anczy permet de décrire le mouvement par charriage (roulement et saltation) d'une particule sphérique de rayon  $a$ , sur une ligne cahoteuse, et soumise à l'action conjointe de la gravité et d'un courant d'eau. La ligne cahoteuse est constituée de demi-cylindres juxtaposés de rayon  $r$ , qui peut être inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal. Dans la suite on utilise le paramètre de rugosité défini par le rapport  $z = r/a$ . La trajectoire de la particule est supposée inscrite dans un plan (mouvement bidimensionnel) et elle est décrite dans un repère fixe d'axe  $x$  parallèle au fond et dirigé dans la direction de l'écoulement moyen, et d'axe  $y$  perpendiculaire au fond et dirigé vers le haut de l'écoulement.

L'écoulement d'eau est supposé en régime permanent, uniforme, et turbulent. Il est modélisé en supposant une distribution de vitesse uniforme sur la hauteur de l'écoulement. La phase fluide est modélisée en supposant que la particule en mouvement ne modifie pas les caractéristiques de l'écoulement ; autrement dit ce sont les caractéristiques d'un écoulement d'eau claire qui sont introduites dans le modèle.

L'équation de la dynamique appliquée à la sphère animée d'une vitesse instantanée  $\mathbf{u}_p = (u_{px}, u_{py})$  s'écrit :

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = m' \mathbf{g} + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_{ma} + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_c \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{F}_B$  désigne la force d'histoire,  $\mathbf{F}_{ma}$  la force de masse ajoutée,  $\mathbf{F}_T$  la force de traînée,  $\mathbf{F}_p$  la force de portance et  $\mathbf{F}_c$  la force de contact.

### 3.2.2 - Modélisation du roulement de la sphère et de la condition de début de mouvement

Dans cette partie, on cherche à exprimer la vitesse moyenne de la sphère lorsque celle-ci est en roulement sur la ligne cahoteuse. Pour ce faire, on utilise l'équation de conservation de la quantité de mouvement qui s'obtient en multipliant l'équation (2.8) par la vitesse instantanée de la sphère et en intégrant cette équation sur un intervalle de temps  $T$ . On choisit  $T$  suffisamment grand pour que la bille atteigne un mouvement permanent. En première approximation, les contributions dues à l'inertie de la particule (force de masse ajoutée), ou l'instationnarité de l'écoulement autour de la particule (force d'histoire) peuvent être négligées devant celles dues à la traînée ou à la gravité. La force de portance, qui est dirigée perpendiculairement à la trajectoire de la bille, ne fournit pas d'énergie à la particule et sa contribution peut être supprimée. Dans ces conditions, l'équation de conservation se réduit à écrire que l'énergie fournie par l'action de la gravité et l'action de la force de traînée est dissipée par les actions de contact entre la particule et les demi-cylindres du fond :

$$m' g \bar{u}_p \sin \mathbf{q} + \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{F}_T \cdot \mathbf{u}_p dt = - \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{F}_c \cdot \mathbf{u}_p dt \quad (2.9)$$

où la quantité  $\bar{u}_p$  désigne la vitesse moyenne de la sphère sur le temps  $T$  qui est définie par :

$$\bar{u}_p = \frac{1}{T} \int_0^T u_p(t) dt \quad (2.10)$$

Les dissipations d'énergie occasionnées par les contacts durant le temps  $T$ , sont estimées à partir des résultats obtenus par Ancey [55] :

$$- \int_0^T \mathbf{F}_c \cdot \mathbf{u}_p dt = I m g \bar{u}_p \cos \mathbf{q} + \mathbf{a} c m \bar{u}_p^3 / (2r) \quad (2.11)$$

où  $c = \bar{u}_p / (2r)$  est le taux de collision et  $c = 1$  si les sphères sont juxtaposées,  $\mathbf{a} = 0,063 e^{4,96(1+z)}$  est un coefficient lié à la dissipation d'énergie lors d'un choc, et

$$I(z) = 0,0025 e^{7,46z / (1+z)} \quad (2.12)$$

est un coefficient de frottement macroscopique. Dans le contexte qui nous intéresse ici, la masse de la particule  $m$  qui apparaît dans le terme de la dissipation due au frottement (Equation (2.11)) doit être

remplacée par la masse déjaugée de la sphère  $m'$ . En effet, en première approximation la force de contact normal s'écrit  $m'g \cos \mathbf{q}$ . La force de traînée est exprimée suivant l'expression :

$$F_T = \frac{1}{2} \mathbf{r} \mathbf{p} a^2 C_T \left( \frac{R_{\varepsilon p}}{r} \right) \left| \bar{u}_p - \bar{u}_f \right| \left( \bar{u}_p - \bar{u}_f \right) \quad (2.13)$$

Finalement en combinant les équations (2.9), (2.11) et (2.13), on obtient l'équation (2.14) qui permet de calculer la vitesse moyenne  $\bar{u}_p$  d'une particule en roulement sur le fond :

$$m'g \sin \mathbf{q} + \mathbf{e} C_T \mathbf{p} a^2 \mathbf{r} (\bar{u}_p - \bar{u}_f)^2 / 2 = \mathbf{I} m'g \cos \mathbf{q} + \mathbf{a} c m \bar{u}_p^2 / (2r) \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{e} = +1$  quand  $\bar{u}_p < \bar{u}_f$  et  $\mathbf{e} = -1$  quand  $\bar{u}_p > \bar{u}_f$ . La vitesse moyenne de la particule en roulement peut être calculée en résolvant l'équation (2.14) :

$$\bar{u}_p = \bar{u}_f \frac{1 - \sqrt{D}}{1 - 4 \mathbf{a} s c / (3 \mathbf{z} \mathbf{e} C_T)} \quad (2.15)$$

où  $D = 4 \left( 4 / \mathbf{z} \mathbf{c} \mathbf{a} s \cos \mathbf{q} (\tan \mathbf{q} - \mathbf{I}) + 3 \mathbf{e} C_T (\mathbf{a} s \mathbf{x} c N_* / \mathbf{z} - \cos \mathbf{q} (\tan \mathbf{q} - \mathbf{I})) \right) / (9 N_* C_T^2)$  et  $s = \mathbf{r}_s / \mathbf{r}$ . Le coefficient  $N_*$  est un nombre sans dimension qui est défini par :

$$N_* = \frac{\bar{u}_f^2}{2a(s-1)g} \quad (2.16)$$

Cette quantité avait été introduite au chapitre 1. Ce nombre a la même forme que la contrainte de cisaillement adimensionnelle  $\mathbf{t}_*$ , mais il fait intervenir la vitesse moyenne du courant d'eau plutôt que la vitesse de frottement  $u_*$  caractéristique du courant d'eau au fond. Les nombres  $N_*$  et  $\mathbf{t}_*$  sont reliés par  $N_* = (\bar{u}_f / u_*)^2 \mathbf{t}_*$ . Le nombre  $N_*$  tel que  $\bar{u}_p = \bar{u}_f$  est noté  $N_{*pf}$ .

A partir des valeurs de  $N_*$  et  $\mathbf{I}$ , différents régimes peuvent être définis :

- (i) Si  $\tan \mathbf{q} < \mathbf{I}$ , la particule ne peut être en mouvement permanent que si :

$$N_* > 4 \cos \mathbf{q} (\mathbf{I} - \tan \mathbf{q}) / (3 C_T) \quad (2.17)$$

L'équation (2.17) constitue la condition de mise en mouvement permanent de la sphère sur la ligne cahoteuse. Dans ce contexte, le coefficient  $\mathbf{I}$  (Equation (2.12)) peut être interprété comme la pente nécessaire,  $\tan \mathbf{q}_{cr}$ , pour observer un mouvement permanent de la particule dans l'air.

- (ii) Si la condition (2.17) est satisfaite, alors la vitesse moyenne de la sphère est donnée par l'équation (2.15) avec  $\mathbf{e} = -1$ .

- (iii) Si  $\tan \mathbf{q} > 1$ , la solution est donnée par l'équation (2.15) avec  $\mathbf{e} = -1$  si  $N_* < N_{*pf}$ , et  $\mathbf{e} = 1$  si  $N_* > N_{*pf}$ .
- (iv) Pour des grandes valeurs de  $N_*$ , la vitesse devient indépendante de la pente et varie linéairement avec la vitesse du fluide. Dans ces conditions, la vitesse de la particule s'écrit :

$$\bar{u}_p = \frac{\bar{u}_f}{1 + \sqrt{\frac{4\mathbf{a}sc}{3zC_T}}} \quad (2.18)$$

L'équation (2.18) reste valable tant que la particule reste en roulement. Si la particule se met à décoller du fond, c'est une autre description qu'il faut adopter.

### 3.2.3 - Modélisation de la saltation

Le modèle de saltation permet de simuler le mouvement d'une particule effectuant une succession de sauts. L'équation de base du mouvement est l'équation (2.8). Les conditions hydrauliques sont spécifiées en imposant la vitesse moyenne et la hauteur du courant en entrée du modèle. Le choc de la sphère avec un demi-cylindre du fond est traité dans le repère de l'écoulement  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  par un modèle stochastique séparé. Ce modèle permet de déterminer la norme du vecteur vitesse de la sphère au début de chaque saut, ainsi que sa direction. La norme du vecteur vitesse après le saut  $|\mathbf{u}_p^+|$  est calculée en supposant que celle-ci est réduite de 5 % à 25 % en comparaison de sa valeur juste avant le choc. L'angle entre la tangente à la trajectoire au début d'un saut et l'axe  $\mathbf{x}$  est choisie de façon aléatoire dans l'intervalle  $20^\circ$  et  $40^\circ$ .

Une série de calculs visant à tester différentes expressions des forces hydrodynamiques (histoire, portance), des coefficients de traînée et de portance, du profil de vitesse du courant d'eau, a montré que de façon générale, elles donnaient des résultats d'ordre de grandeur à peu près identique pour la vitesse et les dimensions des sauts de la sphère. Les différences entre les résultats s'élèvent à quelques % jusque un peu plus de 10 %, et les expressions les plus élaborées ne fournissent pas nécessairement la meilleure modélisation.

Par la suite, des calculs de la trajectoire et de la vitesse de la sphère ont été réalisés en négligeant les effets de la rotation de la sphère, la force d'histoire, et en considérant une distribution de vitesse du courant d'eau uniforme sur la hauteur. Différentes conditions de vitesse du courant d'eau et de l'angle de la ligne rugueuse  $\mathbf{q}$  ont été testées. Les résultats indiquent que l'effet de la pente est très marqué pour des conditions voisines de celles correspondant au seuil de mouvement de la sphère. Cet effet s'atténue rapidement dès lors que la vitesse du courant augmente un peu.

### 3.3 - Modèle numérique de *dynamique des contacts* (J. J. Moreau et M. Jean)

Le modèle de dynamique des contacts permet, à l'origine, de décrire le mouvement de disques ou de polygones convexes soumis à leur propre poids, aux forces de contact et éventuellement à des forces extérieures. C'est un modèle numérique qui permet de traiter le mouvement d'une collection de particules. Il a fait l'objet de deux travaux de stage réalisés dans le cadre de cette thèse [56, 57] afin de décrire le mouvement de particules immergées dans un courant d'eau.

Les forces de contact sont modélisées à l'aide de la méthode de dynamique des contacts conçue par Moreau dans les années 1980 et dont l'algorithme a été formulé en collaboration avec Jean. La méthode de dynamique des contacts a été appliquée avec succès à différents problèmes, tant statiques que dynamiques [58]. La méthode, présentée en détails dans l'annexe A, utilise les lois de contact généralisées de Moreau dont la spécificité est de décrire les collisions multiples. Les collisions sont traitées à l'échelle microstructurelle, c'est-à-dire dans le repère local  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$  défini par le point de contact entre deux particules. Les forces de réaction normale et tangentielle sont calculées à l'aide de la condition de non-pénétration (condition de Signorini) et de la loi de Coulomb. En cas de choc, des coefficients de restitution,  $e_n$  et  $e_t$ , peuvent être introduits. L'algorithme de résolution à chaque pas de temps est implicite (utilisant la vitesse en fin de pas).

Pour nos applications, nous avons ajouté au modèle initial la partie concernant un courant d'eau et son action sur les particules. L'écoulement d'eau est modélisé en supposant une distribution de vitesse uniforme sur la hauteur de l'écoulement ; la vitesse moyenne du courant d'eau et sa hauteur constituant des paramètres d'entrée du modèle. L'action de cet écoulement sur les particules est modélisée en introduisant au sein de l'équation de la dynamique résolue par le modèle initial le calcul des actions hydrodynamiques. Celles que nous avons considérées sont les suivantes : la force d'Archimède, la traînée et la portance décrite à partir de la vitesse débitante de l'écoulement. Contrairement à la méthode de calcul des forces de contact, le calcul des forces hydrodynamiques s'effectue de façon explicite ; en d'autres termes, elles sont évaluées à partir de la vitesse de la particule en début de pas.

Le modèle numérique fournit diverses quantités comme le type de contact, le déplacement des particules ou encore leur spin. A partir de ces quantités il est possible d'examiner la trajectoire et la vitesse de la particule en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement et de l'inclinaison du fond. Ce modèle permet de mettre en évidence et de quantifier le seuil de mouvement ainsi que les régimes de roulement et de saltation.

## 4 - RELATIONS EMPIRIQUES POUR LE MOUVEMENT DE PARTICULES AU SEIN D'UN COURANT D'EAU

Les relations empiriques sont obtenues par calage d'une relation sur des données issues d'essais en canal de laboratoire. Les essais concernent essentiellement le mouvement moyen d'une particule en saltation. L'objectif de ces expériences était dégager des relations pour le calcul de la vitesse moyenne de la particule et de la hauteur de ses sauts.

### 4.1 - Expériences à l'origine des modèles empiriques pour la description du mouvement moyen

Nous avons reporté dans le tableau 2.2 les caractéristiques des expériences portant sur le mouvement de particules dans un écoulement d'eau. Nous avons aussi reporté les principaux résultats obtenus. Nous pourrions nous référer à ce tableau tout au long de l'étude. Dans ce tableau, les quantités  $h_s$ ,  $l_s$ ,  $D$ ,  $d$ ,  $u_p$  désignent respectivement la hauteur, la longueur des sauts, le diamètre de la particule en mouvement, le diamètre des particules du lit, et la vitesse moyenne de la particule considérée. Les quantités  $h$ ,  $u_*$ ,  $t_*$ ,  $\tan q$  désignent respectivement la hauteur du courant d'eau, la vitesse de frottement au fond, la contrainte adimensionnelle de cisaillement et la pente du canal.

### 4.2 - Relations empiriques pour le mouvement par saltation

Les travaux antérieurs ont essentiellement porté sur l'étude de particules plongées au sein d'un écoulement d'eau à faible pente et de grande hauteur. Pour de tels écoulements, l'action de la gravité n'est pas importante et le mouvement moyen des particules est principalement gouverné par les conditions hydrauliques caractéristiques du fond. Il est alors possible de trouver des corrélations fortes entre la vitesse ou les dimensions des sauts et les quantités  $u_*$  ou  $t_*$ . Ainsi, la vitesse des particules au sein d'un écoulement d'eau peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{u_p}{u_*} = A + B t_*^n \quad (2.19)$$

La plupart des auteurs ont trouvé que la vitesse adimensionnelle de la particule variait avec la racine carrée de la contrainte de cisaillement [36, 40, 41]. En revanche, le coefficient  $B$  peut prendre des valeurs comprises entre 2 et 13. Francis [43] a trouvé que la valeur du coefficient  $B$  dépend des conditions hydrauliques. Pour une particule en roulement et des conditions hydrauliques peu intenses, la vitesse limite de la particule (juste avant son arrêt) s'écrit :

$$\frac{u_p}{u_*} = A - 0,34 w/u_* \quad (2.20)$$

où  $w$  est la vitesse de sédimentation de la particule. Pour des conditions hydrauliques plus soutenues, le coefficient 0,34 est remplacé par un coefficient valant entre 0,5 et 1. Le coefficient  $A$  est une constante qui est souvent reliée à la contrainte de cisaillement seuil  $t_{*cr}$ .

Auteurs	Conditions expérimentales : pente, conditions hydrauliques, particules utilisées, etc.			Hauteur des sauts : $h_s / D$		Longueur des sauts : $l_s / D$		Vitesse de la particule : $u_p / u_*$	
	Niño [41]	Gravier naturel $D=15$ et $31$ mm lit de gravier	$t_* = 0,09$ à $0,14$ $h/D = 2,6$ à $4,8$ $\tan \alpha = 3$ à $7\%$	Expériences de laboratoire Mesures par caméra 30 im/s.	1 à 2		4,5 à 8		2 à 4
Niño [42]	Sable naturel $D=0,53$ mm lit de sable fixe	$u_* = 2,1$ à $3,2$ cm/s $\tan \alpha = 0,09\%$	Expériences de laboratoire Mesures par caméra <1000 im/s.	1,3 à 1,8		8 à 12		6	
Lee [40]	Sable naturel $D=1,4$ et $2,5$ mm lit de sable fixe $d=1,4$ mm	$t_* = 0,06$ à $0,46$ $\tan \alpha = 0,2$ à $3\%$	Expériences de laboratoire Mesures par caméra 30 im/s.	$14,3(t_* - t_{*th})^{0,575}$		$196(t_* - t_{*th})^{0,788}$		$11,5(t_* - t_{*th})^{0,174}$	
Murphy [27]	Bille de verre $D=14$ mm lit fixe $d=15,7$ mm	$u_* = 7,8$ à $10,8$ cm/s $\tan \alpha = 0$ à $2\%$	Expériences de laboratoire Mesures par photographie 40 im/s.	1 à 2,85		5 à 18		7,5 à 13	
Lee [59]	Bille de plastique Sable naturel Bille de verre $D=4$ à $6,5$ mm	$u_* = 4$ à $10$ cm/s $\tan \alpha = 0,3$ à $2\%$	Expériences de laboratoire	?		1 à 25		?	
Hu [19]	Sable naturel $D=2$ à $3,2$ mm	$t_* = 0,58$ à $0,71$ $\tan \alpha = 1,4\%$	Expériences de laboratoire Mesures par caméra <300 im/s.	2,4 à 3,5		35,6 à 48		$9,5 \left(12 - 5,2 \left(\frac{t_{*th}}{t_*}\right)^{0,5}\right)$	
Van Rijn [36]	$D=0,1$ à $2$ mm	$u_* = 2$ à $14$ cm/s	Expériences de laboratoire et simulations numériques	$a t_{*th} / t_*^{0,5}$		$a t_{*th} / t_*^{0,9}$		$a - 8 t_{*th} / t_*^{0,5}$	
	Gravier $D=1,8$ mm	$u_* = 4$ cm/s		Exp.	Simul.	Exp.	Simul.	Exp.	Simul.
Gordon [60]	Bille de plastique $D=6,6$ mm	$Q=0,17$ l/s $\tan \alpha = 0$	Expériences en canal étroit	?		5,3		?	
Francis [43]	$D=6$ à $16$ mm Lit fixe	$w/u_* = 1$ à $20$	Expériences de laboratoire	?		?		5 à 8 Si $w/u_* \leq 1$ $a = 0,34 w/u_*$	
Abott [44]	Sable ou sphère $D=4,8$ à $9,6$ mm Lit fixe	$h=4,8$ cm $\tan \alpha = 0$ à $1,8\%$	Expériences de laboratoire Photographie à 40 im/s	6 à 20 mm		2 à 12 cm		13,5 à 14,3	
Fernandez [45]	Sable, gravier $D=0,9$ et $3,3$ mm	$\tan \alpha = 0$ à $22^\circ$ $1,1 < t_* / t_{*th} < 2,7$	Expériences de laboratoire Photographie à 32 à 45 im/s	2,5 à 3,5		21 à 24		$11,5 - 8,5 \left(\frac{t_{*th}}{t_*}\right)^{0,5}$	
Sekine, d'après [37]	Bille de verre $D=5$ mm	$t_* = 0,043$ à $0,23$	Expériences de laboratoire	0,4 à 3		?		0,2 à 0,5 m/s	

Tableau 2.2 : tableau récapitulatif des études portant sur le mouvement de particules au sein d'un écoulement d'eau.

La hauteur et la longueur des sauts s'écrivent sous la forme (par exemple [40]) :

$$H_s, L_s = B'(t_* - A)^n \quad (2.21)$$

La plupart des auteurs ont trouvé que la longueur du saut augmentait plus rapidement que sa hauteur quand  $t_*$  augmentait. La longueur du saut varie linéairement avec  $t_*$ , alors que la hauteur du saut varie avec  $\sqrt{t_*}$ .



## **PARTIE II**

---

### **PRÉSENTATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL**

#### **CHAPITRE 3 : DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL – GRANDEURS MESURÉES**



# CHAPITRE 3 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL - GRANDEURS MESUREES

---

Ce chapitre a pour objet la description des expériences réalisées. Dans une première partie, nous présentons le dispositif expérimental que nous avons développé avec l'objectif d'accéder à des mesures fines, indispensables à la réussite de notre approche. Notre dispositif présente les trois caractéristiques originales suivantes :

- (i) La géométrie bidimensionnelle du canal d'écoulement : nous avons utilisé un canal ayant une largeur du même ordre de grandeur que la taille de la particule de façon à contraindre son mouvement dans un plan vertical. Cette géométrie nous a permis de visualiser intégralement la trajectoire de la particule et le fond du canal.
- (ii) L'utilisation d'un fond rugueux, fixe, empêchant toute évolution du fond. Ce choix a été fait de manière à pouvoir imposer la rugosité du fond et étudier son effet sur le mouvement de la particule-test.
- (iii) L'utilisation de technique de visualisation rapide et d'analyse d'images : nous avons utilisé une caméra avec une cadence de prises d'images élevée, environ 200 images par seconde, et un logiciel d'analyse automatique des images. Cette technique de mesure nous permet de déterminer la trajectoire et la vitesse de la particule avec une bonne précision.

Dans la deuxième partie, nous abordons la description des grandeurs mesurées et de celles qui en découlent. Ces grandeurs concernent les caractéristiques de l'écoulement d'eau, et celles du mouvement de la particule. Le protocole des expériences est décrit dans la troisième partie. Enfin, dans la dernière partie, nous donnons un exemple d'application de nos mesures qui a pour objet la vérification de l'existence d'un régime de mouvement permanent pour la particule-test.

## 1 - DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### 1.1 - Canal d'écoulement

Les expériences ont été réalisées dans un canal inclinable de 2 m de long (Figure 3.1). La plage d'inclinaison du canal est comprise entre  $0^\circ$  et  $40^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le canal est constitué de deux plaques de verre de planéité imposée de 20 cm de hauteur et de 1 cm d'épaisseur. En fonction des particules utilisées, l'écartement entre les parois,  $B$ , est ajusté de façon à contraindre le mouvement de la particule sur une seule couche verticale. Cet écartement est choisi légèrement supérieur à la taille des billes de façon à éviter tout blocage, et pas trop important pour préserver le caractère bidimensionnel de l'expérience. Pour les écoulements de bille de 6 mm de diamètre, la

distance entre les parois est fixée à 7 mm et pour les écoulements de bille de 3 mm de diamètre, la distance entre les parois est fixée à 4 mm. Les plaques de verre sont serrées en plusieurs points répartis le long du canal de façon à minimiser leur flexion. L'ensemble du bâti repose sur une table en acier pour assurer une bonne verticalité du canal et amortir les éventuelles vibrations liées à l'écoulement.

Le fond du canal est interchangeable. Six types de fond rugueux sont utilisés (Figure 3.2) pour une taille de bille donnée. Tous les fonds sont des plats d'acier inoxydable usinés pour obtenir les rugosités désirées. La section des plats est de 6 mm par 30 mm dans le cas des billes de diamètre 6 mm, et de 3 mm par 30 mm dans le cas des billes de diamètre 3 mm. Le premier fond est composé d'un plat d'acier limé pour la rendre lisse. Quatre fonds ont été obtenus par usinage des plats suivant un profil en demi-cylindres (Figure 3.2.a). Trois de ces fonds sont composés de demi-cylindres de taille identique (fond *uniforme*) et un fond est composé de demi-cylindres de taille variable (fond *aléatoire*). Pour les fonds *uniformes* le rayon  $r$  des demi-cylindres est de 1,5 mm, 3 mm ou 4 mm pour le plat d'épaisseur 6 mm et de 0,75 mm, 1,5 mm ou 2 mm pour le plat d'épaisseur 3 mm. Le fond *aléatoire* (Figure 3.2.b) est composé des trois tailles de demi-cylindres correspondant au fond *uniforme* de même épaisseur. Le dernier fond utilisé est composé de billes juxtaposées entre elles formant un empilement en réseau triangulaire. Le nombre de couches de billes disposées peut varier entre 1 et 4.



Figure 3.1 : photographie du canal expérimental

L'alimentation du canal en eau s'effectue par un réservoir à charge constante. Le débit liquide est imposé à l'entrée du canal par une vanne et mesuré par un débitmètre électromagnétique. Après avoir transité dans le canal, l'eau tombe dans un bac où elle est pompée pour être finalement réinjectée dans le réservoir. L'eau circule en circuit fermé. Compte tenu du montage que nous avons effectué (hauteur du réservoir, perte de charge dans les conduites, etc.), le débit liquide d'entrée peut varier entre 0 et 0,13 l/s. L'étanchéité au niveau du canal est assurée par deux types de joint : un premier joint en caoutchouc, torique de diamètre 10 mm, est disposé en dessous du plat d'acier ; le serrage des parois

latérales lui permet une compression suffisante pour assurer une bonne étanchéité. Un deuxième joint en papier, d'épaisseur variable, est disposé entre le plat d'acier et les parois de verre ; celui-ci joue un double rôle : d'une part il contribue à l'étanchéité du canal et, du même coup, il sert de cale de précision pour la détermination de la largeur du canal. L'épaisseur du joint papier utilisé est de 0,25 mm, 0,4 mm ou 0,5 mm.

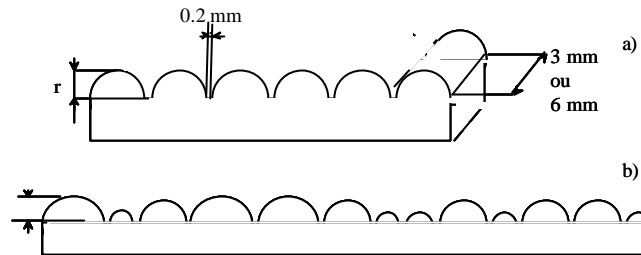


Figure 3.2 : différents fonds rugueux utilisés dans les expériences. a) fond uniforme. b) fond aléatoire

L'alimentation du canal en billes s'effectue par une rampe de lancement située au niveau de la trémie réservoir. Quand la bille sort de la rampe de lancement elle tombe au sein de l'écoulement d'eau au niveau des premières rugosités. Suivant l'intensité de l'écoulement, elle sera emportée ou non par l'écoulement. Le système d'injection de la bille ne permet pas d'imposer complètement les conditions initiales ; par conséquent, la position et la vitesse initiales de la bille ne sont pas connues de façon précise. Des tests d'influence de ces conditions sur le mouvement de la particule ont été réalisés.

## 1.2 - Caractéristiques des billes utilisées

Les particules utilisées sont des billes en verre ou en acier inoxydable de masse volumique valant respectivement  $2500 \text{ kg/m}^3$  et  $7750 \text{ kg/m}^3$ . Nous avons utilisé une bille de rayon  $a = 1,5 \text{ mm}$  ou  $a = 3 \text{ mm}$ . Les caractéristiques mécaniques de ces matériaux modèles sont indiquées sur le tableau 3.1.

Matériau	$\rho_s$ ( $\text{kg/m}^3$ )	$a$ (mm)	$S$ (cm/s)	$f_s$	$e_n$
verre	2500	3 et 6	20	0,2	0,68
acier inox	7750	3 et 6	4,5	0,2	0,51

Tableau 3.1 : Caractéristiques physiques, géométriques et élastiques des matériaux utilisés et vitesse limite de début de plasticité.  $S$  est la vitesse relative d'impact qui entraîne le début de plasticité.  $m$  est le coefficient de frottement verre/acier et acier/acier.

Les vitesses d'impact  $S$  qui entraînent le début de plasticité correspondent à 20 cm/s pour les billes de verre et 4,5 cm/s pour les billes d'acier. Cela signifie que pour des vitesses d'impact de bille telles que  $u_p > S$ , la déformation engendrée lors des chocs commence à devenir localement plastique. On peut s'attendre à ce que le coefficient de restitution prenne une valeur comprise entre 0 et 1, qui dépende de la nature du matériau et de la vitesse incidente. Nous avons effectué une série d'essais dans l'air pour mesurer le coefficient de restitution normal des billes d'acier et des billes de verre rebondissant sur le socle en acier. La description de ces essais est détaillée en partie 3 de l'annexe B. Au terme de ces essais, nous avons obtenu des valeurs de  $0,68 \pm 0,07$  pour la bille de verre et de  $0,51 \pm 0,06$  pour la bille d'acier. Le coefficient de restitution mesuré est un coefficient effectif, car il tient compte des éventuelles collisions de la bille avec les parois latérales du canal. Dans notre gamme de mesures, nous n'avons pas noté d'influence de la vitesse incidente sur le coefficient de restitution. Nous avons aussi testé deux diamètres de bille et nous avons trouvé un coefficient de restitution égal dans les deux cas.

Nous n'avons pas effectué de mesures du coefficient de frottement des billes d'acier et de verre. Les valeurs de ces paramètres ont été prises dans la littérature. Nous avons pris pour les frottements acier/verre et verre/verre des coefficients valant 0,2.

### 1.3 - Plate - forme d'analyse d'images

#### 1.3.1 - Système de mesure du mouvement d'une bille

##### a) Système d'acquisition

Le mouvement de la bille est filmé par une caméra vidéo progressive *Pulnix progressive scan TM-6705AN*. Cette caméra présente l'avantage de filmer à une fréquence d'acquisition variable suivant la résolution verticale de l'image (Figure 3.3). En pleine résolution, l'image est découpée en  $640 \times 480$  pixels<sup>1</sup> et la vitesse d'acquisition s'élève alors à 60 images par seconde. En diminuant la résolution verticale de 480 à 192 (*partial scan 200*), la vitesse d'acquisition atteint 110 images par seconde. En diminuant encore la résolution verticale jusqu'à 100 (*partial scan 100*), la vitesse d'acquisition atteint 210 images par seconde. La caméra est programmable pour d'autre mode de *partial scan*, mais dans les expérimentations, nous avons utilisé les trois modes décrits ci-dessus. Nous avons pu ainsi filmer le mouvement de la bille avec une vitesse d'acquisition jusqu'à huit fois supérieure à la vitesse d'acquisition d'une caméra vidéo classique (25 images par seconde pour le standard français).

---

<sup>1</sup> Le *pixel* est la dimension élémentaire constituant une image numérique.

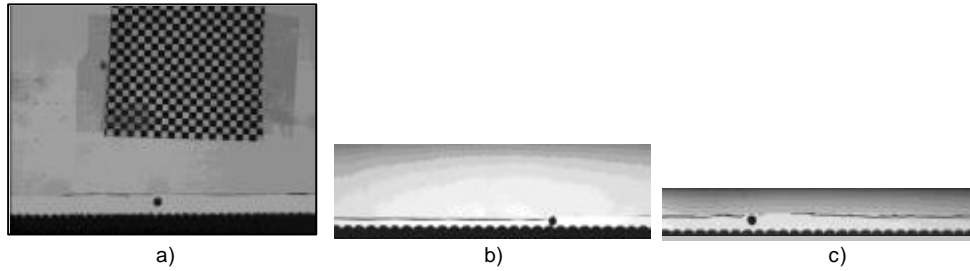


Figure 3.3 : mise en évidence du mode partial scanning de la caméra. a) image pleine résolution 640\*480, mode normal, fréquence d'acquisition 60 images par seconde. b) mode partial scan 200 de la caméra ; résolution de l'image 640\*192 ; 110 images par seconde. c) mode partial scan 100 de la caméra ; résolution de l'image 640\*100 ; 210 images par seconde.

La figure 3.4 représente la disposition des appareils de mesure par rapport au canal. La caméra est orientée de façon à filmer le mouvement de la bille dans le repère lié au fond du canal qui fait un angle  $\theta$  avec l'horizontale. La région filmée est située à 80 cm en aval de l'entrée du canal d'écoulement. Ses dimensions typiques sont de 20 cm de longueur dans la direction de l'écoulement et entre 3 et 7 cm de hauteur dans la direction normale au plan incliné. Ces dimensions correspondent respectivement à 33 diamètres de particule et entre 5 et 11 diamètres de particule. La résolution spatiale est 3 à 6 fois plus importante dans la direction longitudinale par rapport à la direction normale. Comme le mouvement de la bille était principalement dans la direction de l'écoulement, autrement dit la vitesse longitudinale de la bille était largement supérieure à sa vitesse normale, ces dimensions sont suffisantes pour saisir correctement le mouvement de la bille lors de son passage dans la zone de mesure.

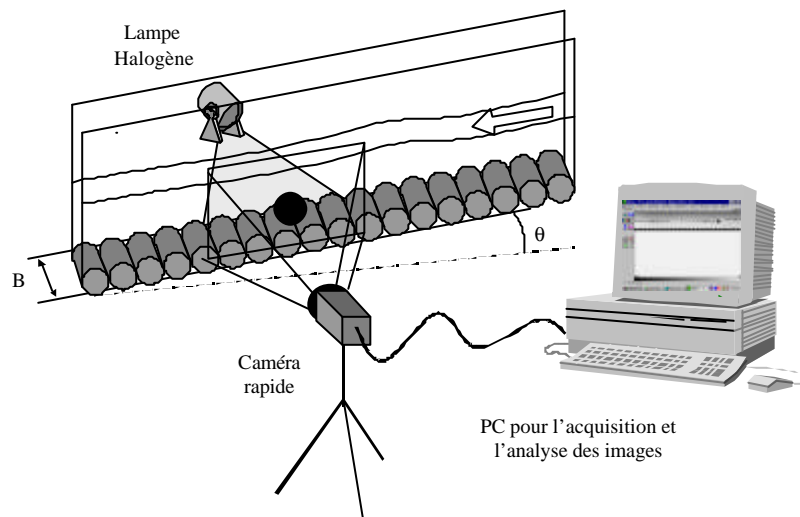


Figure 3.4: dispositif expérimental

La région filmée est éclairée par un projecteur halogène de puissance 500 watts. Un diffuseur de lumière est placé entre le projecteur et le plan filmé pour uniformiser la lumière du spot sur toute la

zone de mesure et par conséquent accroître la qualité des images. Pour obtenir des images très contrastées (fond clair et particules sombres), le projecteur est placé en face de la caméra. A ce niveau il est important de noter que l'utilisation de billes colorées dans la masse est indispensable pour favoriser le contraste des images et du coup pour faciliter leur analyse ultérieure.

Les images provenant de la caméra sont stockées temporairement dans la mémoire vive d'un PC via une carte d'acquisition *Meteor II MC* fabriquée par Matrox. Le film numérique, composé de 50 à 300 images et d'une durée de quelques secondes, est ensuite enregistré sur le disque dur du PC.

### b) *Traitement et analyse des images*

C'est à partir des images numériques que les grandeurs physiques caractérisant le mouvement de la particule sont déterminées. Les images sont traitées et analysées à l'aide du logiciel de traitement d'images *WIMA*. Ce logiciel a été créé par l'équipe *Traitement du Signal et Instrumentation de l'Université de Saint Etienne*. Ce logiciel comporte des fonctions de base, mais il possède l'avantage d'être évolutif ; nous pouvons lui intégrer de nouvelles fonctions que l'on crée sous *l'Environnement Borland C++*. C'est par ce biais que nous avons développé des fonctions pour estimer, entre autres, la position et la vitesse du centre de masse de la particule en mouvement. Le logiciel possède aussi l'avantage de pouvoir appliquer une fonction donnée à une séquence d'images. Le traitement est ainsi automatisé.

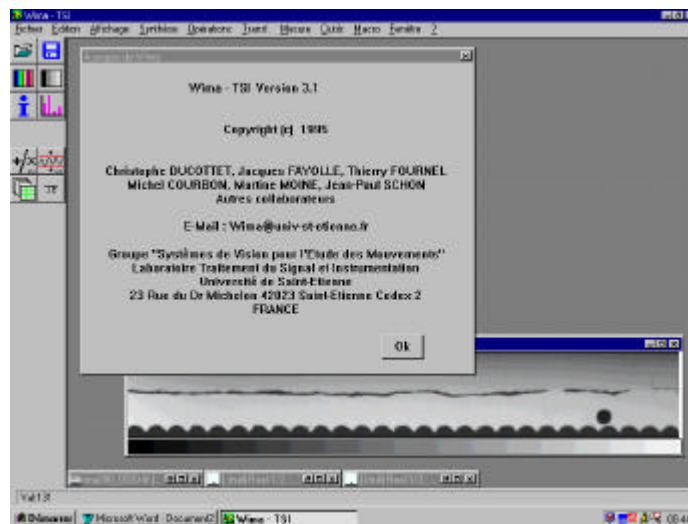


Figure 3.5 : interface du logiciel de traitement et d'analyse des images *WIMA*

Pour pouvoir détecter le centre de masse et la vitesse des particules, une succession de traitements élémentaires est nécessaire. Dans un premier temps, chaque image est seuillée <sup>2</sup> et binarisée <sup>3</sup> dans

<sup>2</sup> Le *seuillage* est une opération qui consiste à séparer en plusieurs catégories les différents niveaux de gris de l'image. Si  $S$  est la valeur du seuil choisie, alors les pixels avec un niveau de gris  $n$  tel  $n > S$  deviennent blancs et les autres noirs.

l'objectif d'isoler les objets apparaissant sur l'image. Une attention particulière ayant été portée au niveau de l'uniformisation de l'éclairage, un seuillage simple est généralement suffisant pour isoler chaque objet. Des érosions <sup>4</sup> successives sont appliquées aux objets pour éventuellement éliminer le bruit de fond de l'image et séparer une bille qui serait en contact avec le lit rugueux. A la fin de cette étape, la particule est quasiment réduite à son centre de masse. L'étape suivante consiste au chaînage des contours des objets. Cette étape est importante car c'est seulement à son issue que chaque objet peut être caractérisé par des paramètres géométriques tels que sa position, sa taille, etc. Un filtrage par aire et par niveau de gris est ensuite appliqué sur les objets détectés ; les paramètres de ce filtrage sont choisis de façon à ne conserver que l'objet de l'image correspondant à la particule (niveau de gris élevé et taille connue). Le centre de masse de la bille est finalement repéré comme étant le barycentre des pixels noirs. La précision sur la détermination du centre de masse est de 0,5 pixel. Une fois le centre de masse repéré, le déplacement et la vitesse des billes sont déterminés par une méthode de suivi de particules (*particle tracking velocimetry*, PTV). Dans notre cas <sup>5</sup>, à chaque image est associée une seule et même bille ; il est alors facile d'associer à la bille de l'image  $i$  la bille de l'image  $i+1$  qui correspond à sa position à un instant ultérieur. La vitesse de la bille se calcule alors facilement à partir du déplacement en connaissant l'intervalle de temps qui sépare la prise de vues des images.

### 1.3.2 - Système de mesure du profil de vitesse de l'écoulement d'eau

#### a) *Vélocimétrie par image de particules*

Les profils de vitesse sont mesurés par la technique de *vélocimétrie par images de particules* (*Particle Image Velocimetry*, PIV). Cette technique consiste à injecter dans l'écoulement des particules, assez fines et légères pour être portées par l'écoulement, dont le mouvement est filmé par une caméra. Dans notre cas nous avons utilisé des particules de Polyamide de masse volumique 1250 kg/m<sup>3</sup> et de diamètre moyen compris entre 18 et 25 µm. La technique est fondée sur l'hypothèse selon laquelle la vitesse des particules est identique à la vitesse du fluide. Les particules étant très fines (quelques µm) leur visualisation est rendue difficile ; les particules occupant toute la largeur de l'écoulement, une visualisation simple donne une image inexploitable. Aussi la technique PIV fait-elle intervenir des particules réfléchissantes et une nappe LASER : lors de leur passage dans la tranche LASER, les particules sont éclairées et réfléchissent alors de la lumière ; le halo de lumière qui se forme autour d'elles peut alors être visualisé.

---

<sup>3</sup> La *binarisation* consiste à séparer en deux catégories les différents niveaux de gris de l'image (seuillage binaire).

<sup>4</sup> Une *érosion* est une opération qui consiste à rogner le contour des objets. Par exemple une érosion d'ordre 2 enlève deux couches de pixels aux objets de l'image.

<sup>5</sup> Dans le cas où l'image présente plusieurs particules, la méthode de PTV est plus compliquée à mettre en œuvre puisqu'à chaque particule d'une image il faut associer une particule de l'image suivante qui correspond à sa position à un instant ultérieur. Le choix du successeur est réalisé automatiquement à l'aide de critères privilégiant les faibles déplacements dans le sens moyen de l'écoulement. Au cours de notre travail de recherche, nous avons développé et testé un tel outil, mais finalement nous n'avons pas eu le temps de l'utiliser de façon systématique au cas d'un écoulement d'une collection de billes

### b) Système d'acquisition

Le mouvement des particules est filmé avec la même caméra que dans le cas précédent mais avec une fonctionnalité différente du *partial scanning* : il s'agit de la *bi-exposition*. Cette technique utilise la caméra en pleine résolution (640\*480) et consiste à prendre un doublet d'images très rapprochées. Ainsi, sur chaque image apparaissent deux positions successives de chaque particule (Figure 3.7). Du point de vue photographique, cela reviendrait à prendre deux photographies sans avancer le film. A l'aide de cette technique, le temps entre deux images est de 1/60 s, mais par contre le temps entre les deux expositions peut descendre jusqu'à 1/32000 s. Ce délai est assez court pour que la plupart des particules restent dans la fenêtre de mesure entre les deux expositions. Chaque particule possède alors son double dans une image. Il existe cependant des cas de figures où une particule n'a pas de double : par exemple si une particule sort latéralement de la tranche LASER ou bien si elle sort du champ de prise de vues de la caméra.

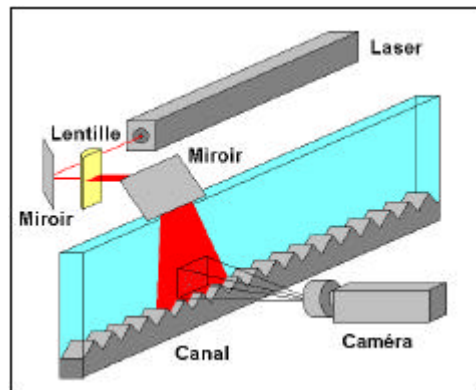


Figure 3.6 : dispositif expérimental pour la mesure du profil de vitesse de l'écoulement d'eau par la méthode de vélocimétrie par image de particule (PIV)

La caméra est orientée de façon à filmer le mouvement des particules dans le repère lié au fond du canal. La région filmée est située à 100 cm de l'entrée du canal. Ses dimensions typiques sont 3 cm de long dans la direction de l'écoulement, 2 cm de haut dans la direction normale et environ 1 mm de large en épaisseur (déterminé par la tranche laser). Dans le cas où la hauteur de l'écoulement dépassait 2 cm, deux séries de mesures ont été réalisées en déplaçant normalement la caméra.

Pour créer la tranche laser nous avons utilisé un laser couplé à un jeu de 3 optiques (Figure 3.6). Deux types de laser ont été utilisés : un laser de type Hélium-Néon d'une puissance de 16 mW et un laser YAG de puissance 300 mW. Etant donné la puissance du laser YAG, un plus grand nombre de particules étaient visualisées et du coup les images obtenues avec ce laser étaient de meilleure qualité. Le laser délivre un faisceau de section circulaire qui se réfléchit sur un premier miroir ; le faisceau rencontre alors une lentille demi-cylindrique qui le transforme en une tranche laser horizontale ; la tranche se réfléchit sur un dernier miroir qui la renvoie verticalement dans le canal.

Pour chaque mesure, une séquence d'une centaine d'images bi-exposées est enregistrée et stockée sur le disque dur du PC.

### c) *Traitement des images*

Les images bi-exposées sont ensuite traitées et analysées dans l'objectif d'obtenir les vecteurs déplacement des particules (Figure 3.7). Elles sont traitées à partir d'une fonction basée sur l'auto corrélation existante sous WIMA. Contrairement à la PTV, cette technique ne cherche pas à associer à chaque particule son double, mais cherche le vecteur déplacement moyen d'un ensemble de particules. L'image est découpée en fenêtres de calcul, généralement de taille 32 par 32 pixels (soit un peu plus de  $1 \text{ mm}^2$ ), sur chacune desquelles sont recherchés les pics de la fonction d'auto corrélation. Il y a généralement trois pics de corrélation : un pic central obtenu pour un déplacement nul et deux pics, symétriques par rapport au pic central, correspondant au déplacement recherché dans un sens et dans l'autre. Notons que ce traitement exige un minimum de 15 points par fenêtre de calcul et qu'il est effectué par l'intermédiaire de transformées de Fourier rapides ; ces conditions imposent de choisir des fenêtres de calcul carrées qui ne soient pas trop petites. A la fin de ce calcul le déplacement moyen des particules dans chaque fenêtre est connu (Figure 3.7.b). Ce déplacement est attribué au centre de la fenêtre et le vecteur vitesse se déduit en considérant le temps séparant les deux expositions.

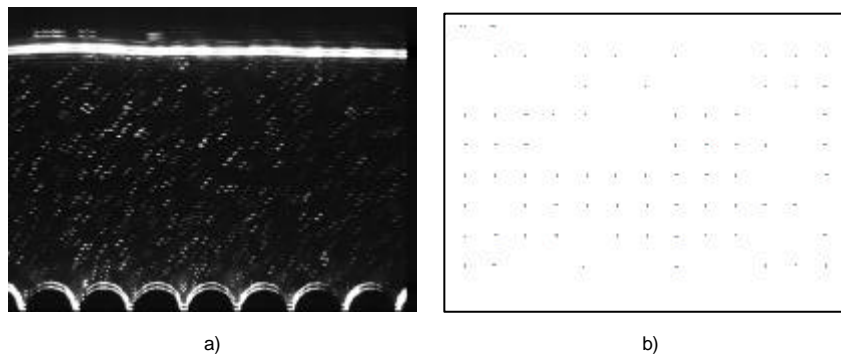


Figure 3.7 : a) exemple d'image bi-exposée. b) vecteurs déplacements obtenus après traitement des images biexposées.

### d) *Difficultés particulières rencontrées*

Il est apparu difficile d'obtenir des vecteurs vitesse situés à proximité du fond pour des raisons de problèmes d'acquisition et de traitement des images. Les particules quiensemencent l'écoulement vont préférentiellement dans les zones à forte vitesse ; il apparaît alors un déficit en particules au niveau des rugosités. De plus, le plan laser se réfléchit sur le fond et rend difficile la visualisation du halo de lumière des particules. Etant donné que les mesures à proximité du fond sont moins nombreuses, l'auto corrélation donne de moins bons résultats et beaucoup de vecteurs sont à éliminer.

## 2 - GRANDEURS MESUREES – ERREURS DE MESURE

### 2.1 - Caractéristiques de l'écoulement d'eau

Les mesures des caractéristiques de l'écoulement d'eau sont réalisées sous l'hypothèse que l'écoulement est en régime permanent et uniforme.

#### 2.1.1 - Profil vertical de vitesse

Le profil vertical de vitesse est déterminé à partir d'une séquence composée d'une centaine d'images bi-exposées. Au terme du traitement d'images, nous disposons des vecteurs vitesse  $\mathbf{u}_{fi}(x, y)$  calculés au centre de chaque fenêtre de calcul sur chaque image  $i$ . A partir de tous les vecteurs de la séquence, nous calculons sur chaque bande parallèle au fond, repérée par son altitude  $y$ , le vecteur déplacement moyen  $\mathbf{u}_f(y)$  ainsi que l'écart type  $s(y)$ . Au cours de cette étape les  $\mathbf{u}_{fi}(x, y)$  tels que  $\|\mathbf{u}_f(y) - 2s(y)\| > \|\mathbf{u}_{fi}(x, y)\|$  ou  $\|\mathbf{u}_f(y) + 2s(y)\| < \|\mathbf{u}_{fi}(x, y)\|$  sont éliminés et le calcul de  $\mathbf{u}_f(y)$  et  $s(y)$  est réitéré une fois. Le profil vertical de vitesse longitudinal  $u_f(y)$  est alors déduit en juxtaposant les composantes longitudinales des vecteurs moyens obtenus pour chaque bande. Nous avons effectué une étude de sensibilité du nombre d'images utilisé pour déterminer le profil de vitesse (Figure 3.8) ; nous avons trouvé que 50 à 100 images sont nécessaires pour obtenir un profil de vitesse  $u_f(y)$  satisfaisant.

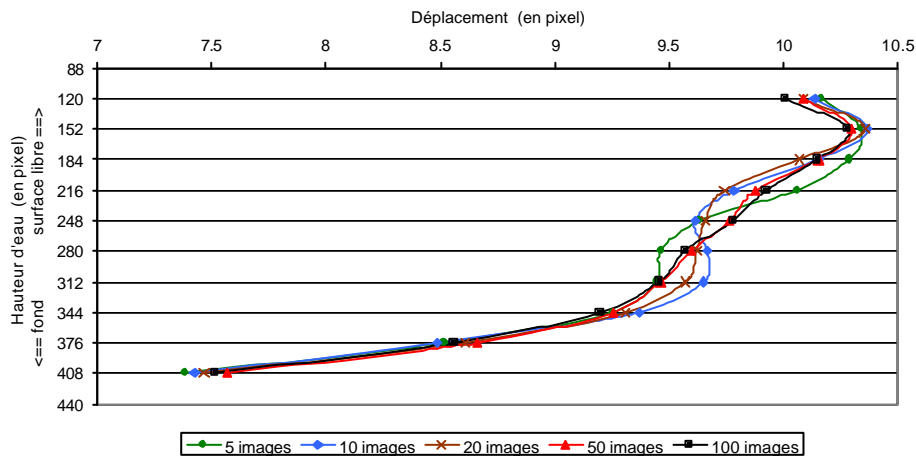


Figure 3.8 : profil vertical de déplacement de l'écoulement d'eau en fonction du nombre d'images traitées de la séquence. La figure montre que 50 à 100 images sont nécessaires pour obtenir un profil stable.

### 2.1.2 - Grandeurs moyennes caractérisant l'écoulement : mesure de $Q$ , $h$ et $u_f$

Le débit liquide injecté dans le canal,  $Q$ , est mesuré par un débitmètre électromagnétique compact ECOFLUX IFM 1010K. La gamme de débit liquide pour laquelle la mesure est optimum est située entre 0,024 l/s et 0,94 l/s. Dans cette gamme, la précision de mesure est de  $\pm 0,5$  % de la mesure instantanée. Dans nos expériences, nous avons utilisé des débits liquides inférieurs pouvant atteindre 0,004 l/s. Dans ce cas, la précision de mesure peut être calculée par une formule fournie par le fabricant ; dans le cas du débit liquide de 0,004 l/s, la précision de mesure relative a été évaluée à 2 % environ.

La hauteur d'écoulement  $h$  est mesurée par deux systèmes distincts : directement avec une règle graduée apposée sur la paroi externe du canal ou bien à partir des images filmées. La mesure de la hauteur d'écoulement s'est révélée assez délicate en raison des facteurs suivants :

- (i) le canal est suffisamment étroit pour que des phénomènes de capillarité se manifeste. Si on considère l'ascension capillaire entre deux plaques parallèles, le ménisque est cylindrique car l'un de ses rayons de courbure est infini. Le résultat de cet effet est alors que, vue de côté, la surface libre ne se présente pas comme un film mince, mais comme une bande d'épaisseur pouvant atteindre 1 mm (Figure 3.9) ;
- (ii) des ondes de surface résultant de l'action combinée de la gravité et des effets de tension de surface se propagent le long de la surface libre ; la longueur d'onde de ces ondulations est de quelques centimètres et leur amplitude est d'environ 1 mm ;
- (iii) le fond est irrégulier et les rugosités peuvent engendrer des fluctuations supplémentaires de la surface libre, surtout dans le cas de hauteurs d'eau petites par rapport à la taille des rugosités ;
- (iv) le fond étant rugueux, la hauteur d'eau dépend du lieu de la mesure ; la hauteur d'eau mesurée par rapport au sommet des rugosités est supérieure (d'un rayon de cylindre) à la hauteur d'eau mesurée dans un creux entre deux cylindres.

Compte tenu de tous ces facteurs, nous avons choisi une définition bien précise de la hauteur d'écoulement : il s'agit de la distance séparant le sommet des rugosités et le bas de la bande de surface libre (Figure 3.9). A cause des phénomènes provoquant la fluctuation de la surface libre, il est difficile d'avoir une précision de mesure inférieure à 0,5 mm.

La vitesse moyenne de l'écoulement est calculée de deux manières distinctes : à partir des mesures de hauteur d'eau et de débit liquide suivant la relation  $u_f = Q/(Bh)$ , ou bien à partir du profil de vitesse longitudinal  $u_f(y)$  suivant l'équation :

$$u_f = \frac{1}{h} \int_{y=0}^{y=h} u_f(y) dy \quad (3.1)$$

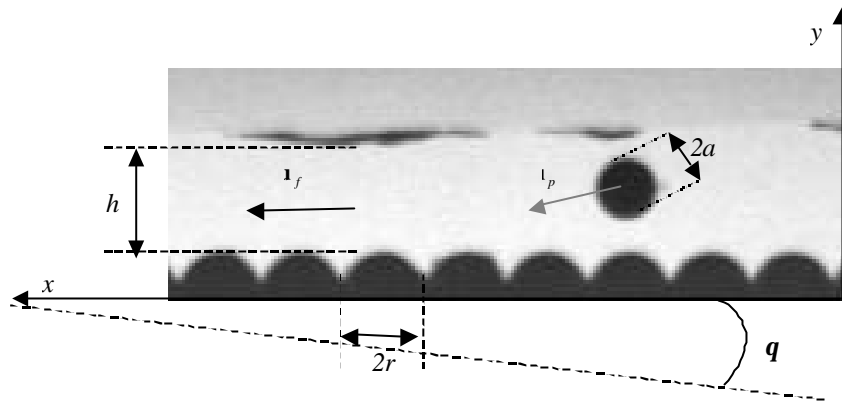


Figure 3.9 : définition des paramètres caractéristiques de l'écoulement d'eau et du mouvement de la bille

La deuxième méthode n'est pas forcément plus précise que la première, car le profil de vitesse n'est pas forcément connu sur toute la hauteur de l'écoulement. Ce calcul nécessite alors une extrapolation du profil mesuré à la fois vers la surface libre et vers le fond, ce qui peut engendrer un biais.

## 2.2 - Mesure des caractéristiques du mouvement de la bille

### 2.2.1 - Conversion pixel/mm

Après l'étape de traitement d'images, le logiciel WIMA fournit un fichier où sont référencées diverses caractéristiques décrivant la particule. Toutes ces caractéristiques sont exprimées en pixels dans le repère lié à l'image et il faut alors les transcrire en unités métriques. Avant toute chose, il faut déterminer la conversion permettant de passer des pixels à des millimètres. Cette étape s'effectue à l'aide d'une mire (Figure 3.10). Une grille composée de carrés noirs et transparents, d'apparence semblable à un échiquier, dont les côtés ont une longueur de 2 mm, est filmée. Un carré de la grille apparaît sur l'image avec un côté faisant un nombre  $p$  de pixels. Finalement, un déplacement de la bille de 10 pixels sur l'image correspondra à un déplacement de  $10 \times 2/p$  mm dans le canal.

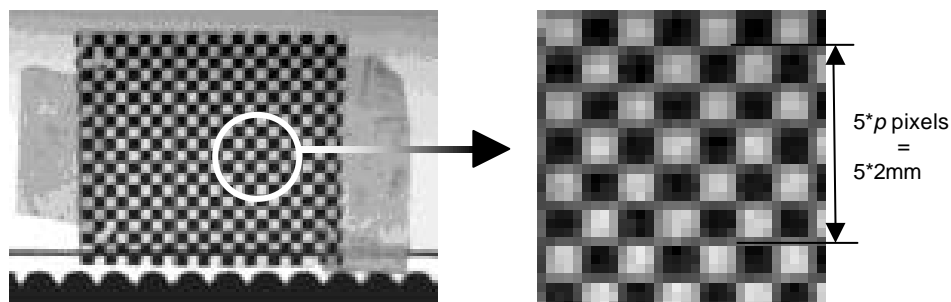


Figure 3.10 : méthode de conversion des pixels en unité métriques à partir de la mire

Pour effectuer cette conversion, nous avons utilisé une vingtaine de carreaux. La distance mesurée sur l'image étant déterminée à 1 pixel près, il est plus judicieux de choisir une distance importante de façon à minimiser l'erreur relative. En général la distance choisie est de l'ordre de 150 pixels et la conversion pixel/mm engendre une erreur relative inférieure à 1 % sur les mesures.

### 2.2.2 - Trajectoire

La trajectoire de la bille est obtenue en traçant les positions successives de la bille qui sont fournies par le traitement d'image. Un exemple de trajectoire, obtenue à partir d'une séquence d'images filmée avec la caméra en mode *partial scan 100*, est présenté sur la figure 3.11. Sur la figure 3.11.a) nous avons représenté la superposition de 5 images consécutives séparée de  $1/210$  s ; en superposition à cette figure, nous avons dessiné la trajectoire de la bille après avoir converti les pixels en millimètres. Sur la figure 3.11.b) nous avons inversé l'orientation de l'axe des abscisses de manière à ce qu'il soit dirigé dans le sens de l'écoulement ; nous avons aussi dessiné la trajectoire sous une forme adimensionnelle : les positions sont divisées par le diamètre de la bille égale à  $D = 2a$ . L'incertitude sur la position de la bille est de 0,5 pixel. La conversion pixel/mm étant approximativement de 7 pixels pour 2 mm l'incertitude sur la position de la bille vaut environ 0,15 mm.

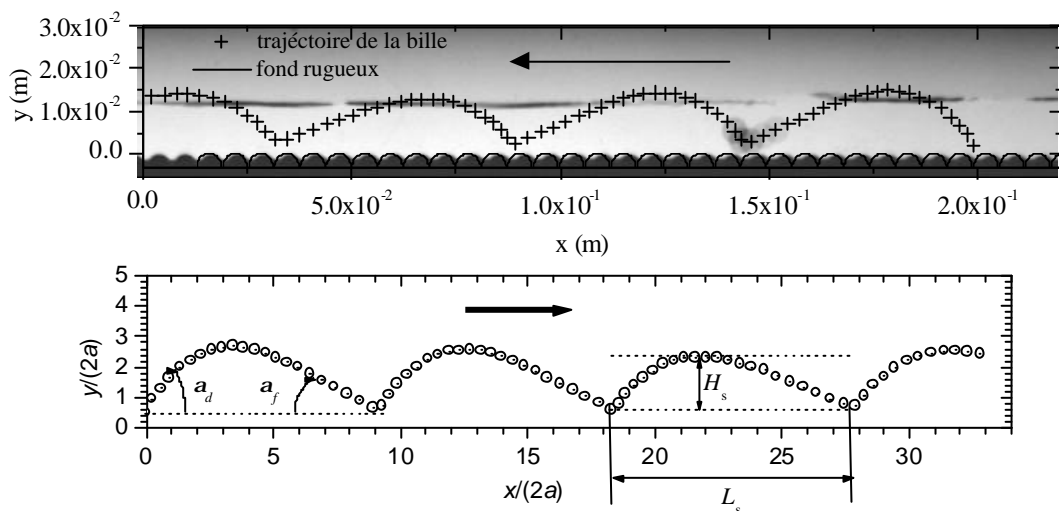


Figure 3.11: a) exemple de trajectoire obtenue à partir d'un séquence d'image. b) trajectoire adimensionnelle et définition des paramètres d'une trajectoire de saut. Conditions expérimentales :  $Q=0,05$  l/s -  $I=10$  % -  $a=3$  mm -  $r=3$  mm - bille de verre (essai 10).

Dans le cas où la bille se déplace par une succession de sauts, nous calculons la hauteur maximum  $H_s$  atteinte par la particule durant chacun des sauts ainsi que la longueur des sauts  $L_s$  (voir figure 3.11). Pour chaque saut nous avons aussi calculé l'angle  $\alpha_d$  avec lequel la bille débute le saut et l'angle  $\alpha_f$  avec lequel elle le finit. Ces angles sont calculés par rapport à l'axe de l'écoulement et sont définis comme la tangente à la trajectoire au début et à la fin d'un saut.

### 2.2.3 - Vitesse instantanée

La vitesse instantanée de la bille est calculée à partir du déplacement de la bille entre deux positions consécutives suivant :

$$\mathbf{u}_p(t_i) = \frac{\mathbf{x}(t_{i+1}) - \mathbf{x}(t_i)}{\Delta t} \quad (3.2)$$

où  $\Delta t$  est le temps séparant les prises de vues  $i$  et  $i+1$  et  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{x}_{i+1}$  sont les vecteurs positions du centre de masse de la bille sur les images  $i$  et  $i+1$ . En général, les prises de vues sélectionnées correspondent à deux prises de vues successives, mais dans certains cas les prises de vues peuvent être espacées de quelques images. Le choix des prises de vues s'opère de manière à ce que le déplacement de la bille entre les images  $i$  et  $i+1$  soit supérieur ou égal à 10 pixels. Comme l'incertitude sur le déplacement de la bille s'élève à 1 pixel, l'incertitude relative de mesure sur la vitesse instantanée de la bille s'élève alors au maximum à 10 %.

Parmi les vecteurs vitesses calculés à partir des vecteurs positions de la bille (Equation (3.2)), il y a certains vecteurs que nous devons éliminer car ils sont erronés. Nous avons éliminé le vecteur vitesse calculé à partir des positions de la bille avant et après un choc. La figure 3.12 montre par exemple une partie de trajectoire au voisinage du choc de la bille avec le fond ; les points (1) à (4) correspondent aux points effectivement mesurés.

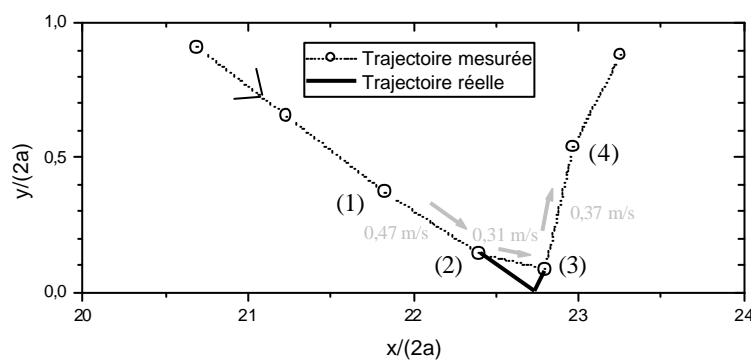


Figure 3.12 : élimination des vecteurs vitesse erronés. Conditions expérimentales : verre ;  $\tan \alpha = 5\%$  ;  $r = 3\text{ mm}$  ; Essai 20.

En se basant sur ces points, nous déduisons une certaine trajectoire de bille entre les points (2) et (3), représentée sur la figure 3.12 en trait pointillé, alors qu'on devine qu'en réalité pour aller du point (2) au point (3) la bille a d'abord poursuivi sa phase descendante, puis a rebondi sur le fond pour enfin atteindre le point (3). Le vecteur vitesse  $u_{p,2-3}$  calculé entre (2) et (3) n'a alors pas de sens physique et sera éliminé.

## 2.2.4 - Protocole de calcul des grandeurs moyennes et des fluctuations

### a) Calcul des grandeurs moyennes

En plus du calcul des valeurs instantanées caractérisant le mouvement de la particule, nous nous sommes aussi intéressés au calcul des grandeurs moyennes. Avec cet objectif, une même expérience a été répétée plusieurs fois afin de calculer une moyenne temporelle sur la durée d'un essai, mais aussi une moyenne d'ensemble sur tous les essais réalisés pour une expérience donnée. Nous rappelons que la valeur moyenne temporelle (Equation(3.3)) d'une quantité  $F$  est obtenue (i) en sommant les valeurs de  $F$  mesurées à différents intervalles de temps pour un essai donné (ii) en divisant par le temps qui s'est écoulé entre le début et la fin des mesures.

$$\bar{F} = \sum_{i=1,n} (t_{i+1} - t_i) F(t_i) / (t_{n+1} - t_1) \quad (3.3)$$

La moyenne d'ensemble (Equation (3.4)) d'une quantité  $F$  est obtenue en effectuant  $n$  essais (appelés réalisations  $E_i$ ) avec les mêmes conditions d'écoulement et la même procédure expérimentale, et en moyennant les valeurs de  $F$  obtenues à un temps  $t$  donné.

$$\langle F(t) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1,n} F(t|E_i) \quad (3.4)$$

Pour accélérer la convergence de la moyenne, nous avons utilisé une double moyenne : nous calculons d'abord la moyenne temporelle de la quantité  $F$  sur la durée d'un essai (Equation (3.3)) et ensuite nous calculons la moyenne (Equation (3.4)) d'ensemble sur les  $n$  réalisations. Nous nous sommes intéressés à déterminer le nombre minimum de réalisations nécessaires pour que la double moyenne  $\langle \bar{F} \rangle_n$  calculée sur  $n$  réalisations ne diffère pas significativement de la double moyenne  $\langle \bar{F} \rangle_{n-1}$  calculée sur les  $n-1$  réalisations précédentes. La figure 3.13 montre par exemple que la vitesse moyenne converge rapidement vers une valeur asymptotique. En prenant un critère de convergence de la forme :  $|\langle \bar{F} \rangle_n - \langle \bar{F} \rangle_{n-1}| < 0,05$ , nous avons trouvé que la valeur asymptotique est raisonnablement évaluée en prenant  $n = 3$ .

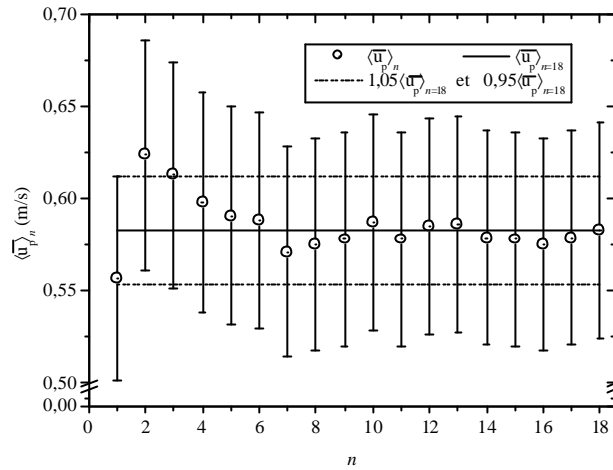


Figure 3.13 : nombre de réalisations,  $n$ , nécessaires pour obtenir une vitesse moyenne de particule stable. Les points correspondent à la vitesse calculée en utilisant à la fois la moyenne temporelle (Equation (3.3)) et la moyenne d'ensemble (Equation (3.4)). Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de la vitesse calculée sur les  $n$  réalisations. Conditions expérimentales :  $Q=0,05$  l/s ;  $\tan \mathbf{q} = 10$  % ;  $a=3$  mm ;  $r=3$  mm ( $x=80$  cm).

#### b) Calcul des fluctuations

En plus des valeurs moyennes, nous nous sommes intéressés au calcul des fluctuations de la quantité  $F$  autour des valeurs moyennes  $\bar{F}$  et  $\langle F(t) \rangle$ . Avec cet objectif, nous avons calculé deux écarts types : le premier écart type  $s_{\bar{F}}$  est calculé sur la durée d'un essai (Equation (3.5)) et vise à caractériser les fluctuations de la quantité  $F$  au cours du temps ; le deuxième écart type  $s_{\langle F(t) \rangle}$  est calculé sur les valeurs de  $F$  obtenues à un temps  $t$  donné (Equation (3.6)) et vise à caractériser les fluctuations statistiques entre les différentes réalisations.

$$s_{\bar{F}} = \sum_{i=1,n} (t_{i+1} - t_i) (\bar{F} - F(t_i))^2 / (t_{n+1} - t_1) \quad (3.5)$$

$$s_{\langle F(t) \rangle} = \sum_{i=1,n} (\langle F(t) \rangle - F(t|E_i))^2 / n \quad (3.6)$$

#### c) Calcul de la distribution relative de fréquence d'une grandeur $q$

Pour décrire la gamme des valeurs prises par une grandeur  $q$ , nous avons utilisé un graphique qui reporte la distribution, noté  $P(q)$  ou  $P$ , de fréquence relative de la grandeur  $q$ . Nous décrivons maintenant le protocole utilisé pour obtenir cette distribution. Soit  $n$  le nombre de mesures réalisées pour la grandeur  $q$ . La première étape consiste à ranger les  $n$  mesures dans des classes  $i$ , la classe  $i$  comportant  $n_i$  mesures. On calcule ensuite la fréquence relative dans chacune des classes. Nous avons

défini la fréquence relative comme le rapport entre le nombre d'éléments appartenant à la classe et le nombre total de mesures réalisées. Pour la classe  $i$  elle s'écrit :

$$P_i = \frac{n_i}{n} \quad (3.7)$$

La distribution  $P$  est alors la représentation graphique de la fréquence relative calculée dans chaque classe. Pour tracer ce graphique nous attribuons la fréquence relative  $P_i$  à la valeur du centre de la classe  $i$ . Les points sont ensuite reliés entre eux par une droite ou une courbe.

### 2.2.5 - Vitesse de rotation propre de la particule : $w$

Les expériences visant à déterminer la vitesse de rotation de la particule,  $w$  (en rad/s), ont été réalisées avec des billes transparentes marquées d'un cercle de couleur noire (Figure 3.14). Le mouvement de la bille a été filmé par la caméra rapide depuis le côté du canal. Vu de côté, le cercle apparaît sous la forme d'une ellipse ou d'un segment. Cette procédure nous permet de mesurer principalement la rotation de la particule d'axe parallèle au fond et perpendiculaire à l'écoulement (*top spin*) et, plus secondairement, de qualifier la rotation d'axe parallèle au fond et dirigé dans la direction de l'écoulement ainsi que la rotation d'axe perpendiculaire au fond.

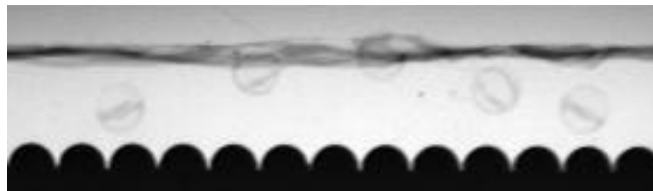


Figure 3.14 : mesure de la vitesse de rotation propre de la bille d'axe parallèle au fond et perpendiculaire à l'écoulement dans l'écoulement d'eau ; chacune des positions de la bille représentée sur la figure est séparée de 5/210 s. ; entre chaque position la bille a effectué environ 1/2 tour.

L'angle de rotation est déterminé manuellement, à partir des images enregistrées, en repérant l'angle parcouru par un point de l'ellipse durant un intervalle de temps donné. Généralement, nous avons déterminé l'angle duquel la bille a tourné au cours de la durée d'un saut. A cause des résolutions spatiale et temporelle de la caméra qui sont un peu limitées pour résoudre précisément ce type de problème, la précision sur la mesure de la vitesse de rotation d'axe parallèle au fond et perpendiculaire à l'écoulement est faible : l'angle de rotation est déterminé à  $\pm \pi/8$  rad. Par conséquent, l'incertitude de mesure est au minimum de 10 % et peut atteindre 35 % pour les vitesses de rotation les plus faibles.

### **3 - PROTOCOLE EXPERIMENTAL**

#### **3.1 - Description d'un essai concernant le mouvement de la bille**

Le canal d'écoulement est configuré en fixant une largeur et un type de fond. Il est ensuite incliné à la pente désirée ; le fond amovible étant parallèle au châssis du canal, la pente du canal correspond effectivement à la pente du fond. A partir de ce moment-là, on injecte le débit liquide. Une fois que l'écoulement s'est établi, on mesure le débit liquide et la hauteur d'eau à l'aide de la réglette graduée.

La caméra est ensuite mise en place sur un pied. La distance entre la caméra et le plan filmé est choisie de telle sorte que le diamètre de la bille représente au moins 10 pixels sur l'image. La caméra est inclinée de façon à ce que le bas de l'image soit parallèle au fond du canal. Le mode de la caméra est alors choisi de sorte que la totalité de l'écoulement soit visualisée. La caméra étant fixée, nous mettons en place la mire sur la paroi externe du canal et nous réalisons une prise de vue.

On se fixe un matériau et une taille de bille. La bille est lâchée dans le canal par l'intermédiaire de la rampe de lancement. La bille est emportée par l'écoulement ; si elle s'arrête avant la zone d'observation, alors la mesure n'est pas déclenchée. Dans le cas contraire, l'acquisition des images par caméra est déclenchée lorsque la bille arrive légèrement en amont de la zone de mesure. La séquence d'images est contrôlée avant d'être stockée définitivement et de poursuivre par une série d'essais dans les mêmes conditions.

La série d'essais est ensuite traitée et analysée dans l'objectif d'obtenir la trajectoire de la bille et ses caractéristiques, la vitesse « instantanée » de la bille, sa vitesse moyenne calculée sur chaque essai (moyenne temporelle), sa vitesse moyenne calculée sur l'ensemble des réalisations (double moyenne) et sa vitesse de rotation.

#### **3.2 - Description d'un essai concernant la mesure du profil de vitesse**

Le canal d'écoulement est configuré en fixant une largeur et un type de fond. Il est ensuite incliné à la pente désirée. A partir de ce moment, le débit liquide est injecté et nous attendons que l'écoulement soit établi.

La caméra est ensuite mise en place sur un pied et elle est inclinée de façon à ce que le bas de l'image soit parallèle au fond du canal. La hauteur de l'écoulement peut être supérieure à la taille de l'image ; dans ce cas, nous réalisons deux séries de mesures en décalant la caméra suivant la direction normale au fond. Le mode de la caméra est réglé en *bi-exposition*. La caméra étant fixée, nous mettons en place la mire sur la paroi externe du canal et nous réalisons une prise de vue. Le laser est alors mis en fonctionnement et les optiques réglées de façon à créer le plan laser dans le canal.

Une série de prises de vues est alors réalisée. La séquence d'images est contrôlée avant d'être stockée définitivement et de poursuivre par une série d'essais dans les mêmes conditions. La série d'essais est ensuite traitée et analysée avec l'objectif d'obtenir le profil vertical des vitesses.

#### 4 - EXPERIENCES PRELIMINAIRES : TEST DE L'HYPOTHESE D'EXISTENCE DU REGIME PERMANENT POUR LA BILLE

S'il est assez facile d'admettre que l'écoulement d'eau est en régime établi, en revanche il n'est pas évident que la particule a un mouvement permanent. Ce paragraphe a pour objectif de montrer que dans nos conditions expérimentales, il existe une longueur et un temps caractéristiques pour lesquels la bille possède un régime permanent. Seules les valeurs moyennes calculées sur un temps ou une longueur supérieurs aux valeurs caractéristiques auront alors un sens. Les expériences ont consisté à effectuer des mesures du mouvement de la bille sur une distance  $L$  et une période  $T$  suffisamment grandes. L'objectif est de calculer la vitesse moyenne de la bille sur une distance  $l < L$  et de trouver la distance minimum sur laquelle la moyenne reste identique.

Pour des conditions d'écoulement peu intenses, typiquement  $\tan \alpha < 5\%$  et  $u_f < 0,45$  m/s, nous avons reporté sur la figure 3.15 les variations de la vitesse de la bille le long du canal. La figure 3.15 montre que la vitesse de la bille varie périodiquement. La période des oscillations peut alors être choisie comme longueur caractéristique pour le calcul des grandeurs moyennes. Dans ces conditions, nous avons trouvé que la longueur caractéristique correspondait à un diamètre du cylindre du fond.

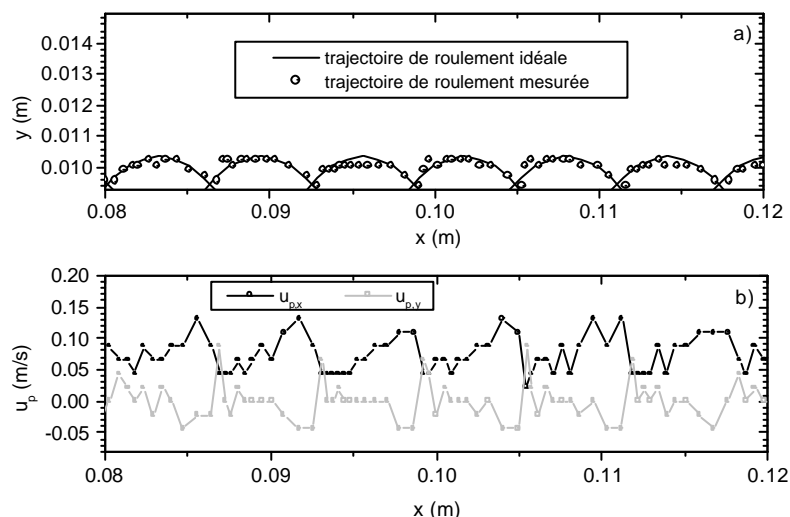


Figure 3.15 : vérification de l'hypothèse selon laquelle la particule a atteint un régime établi dans le cas de conditions peu intenses telles que la bille roule sur le fond. a) trajectoire de roulement. b) variation de la vitesse de la particule le long des rugosités. Conditions expérimentales :  $Q=0,025$  l/s ;  $\tan \alpha = 5\%$  ;  $u_f = 0,43$  m/s ; bille d'acier ; essai 16.

Ainsi, la vitesse moyenne de la bille calculée sur une longueur équivalente à un diamètre est identique quelle que soit la position de la bille le long du canal. La bille a effectivement atteint un régime stationnaire et la vitesse moyenne de la bille, calculée sur au moins un demi-cylindre, peut être déterminée.

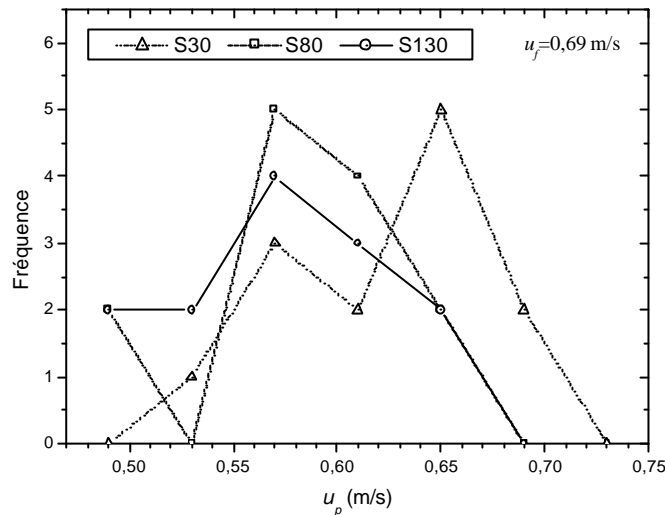


Figure 3.16 : vérification de l'hypothèse de régime établi pour la bille dans le cas de conditions intenses telles que la bille rebondisse sur le fond. Comparaison de la distribution de vitesse moyenne de la bille en trois fenêtres de mesures situées en  $x=30$  cm,  $x=80$  cm et  $x=130$  cm. Conditions expérimentales :  $Q=0,05$  l/s ;  $\tan \alpha = 10$  % ;  $u_f = 0,69$  m/s ; bille d'acier ; essai 16.

Pour des conditions d'écoulement plus intenses, typiquement  $\tan \alpha > 10$  % et  $u_f > 0,5$  m/s, nous avons effectué trois séries de mesures qui se distinguent par la position de la fenêtre de mesure : la première série de mesures (S30) a été réalisée avec une fenêtre de mesure située 30 cm en aval de l'entrée du canal ; la deuxième série de mesures (S80) avec une fenêtre située 80 cm en aval de l'entrée du canal ; et la troisième série (S130) avec une fenêtre située 130 cm en aval de l'entrée du canal. Pour chaque série, nous avons effectué 13 réalisations. La figure 3.16 reporte la distribution de vitesse moyenne de la particule  $\overline{u_p}$  (moyenne temporelle) mesurée dans chacune des fenêtres de mesure. La vitesse moyenne  $\langle \overline{u_p} \rangle$  calculée sur les 13 réalisations vaut  $0,62 \pm 0,05$  pour la série S30,  $0,58 \pm 0,06$  pour la série S80 et  $0,57 \pm 0,06$  pour la série S130. En comparant les trois distributions par une méthode d'analyse statistique (test Fisher pour la comparaison de moyennes), nous avons trouvé que les trois valeurs moyennes sont égales à 5 % près. Ce résultat montre que la bille atteint rapidement un régime permanent ; lorsque la particule arrive à 30 cm en aval de l'entrée elle est déjà en régime permanent.

## **PARTIE III**

---

### **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

**CHAPITRE 4 : ÉCOULEMENT D'EAU CLAIRE A FORTE PENTE**

**CHAPITRE 5 : CHUTE D'UNE BILLE DANS L'EAU AU REPOS, CONFINÉE ENTRE DEUX PAROIS**

**CHAPITRE 6 : LES RÉGIMES DE LA BILLE**

**CHAPITRE 7 : ETUDE MICROSTRUCTURELLE DU MOUVEMENT**

**CHAPITRE 8 : ETUDE DU MOUVEMENT MOYEN D'UNE PARTICULE**



# INTRODUCTION DE LA PARTIE III

---

La première partie de notre travail (chapitres 1 et 2) a concerné la présentation des travaux antérieurs réalisés par divers auteurs. Dans cette partie il s'agit d'exposer les résultats expérimentaux qui sont issus de nos expériences en canal.

La présentation de nos résultats est découpée en cinq chapitres. Les deux premiers chapitres reportent les résultats de deux études expérimentales complémentaires au sujet de recherche, alors que les trois derniers chapitres portent sur le cœur du sujet qui est l'étude du mouvement d'une particule-test dans un courant d'eau sur forte pente.

Le chapitre 4 expose les résultats de notre étude expérimentale d'un écoulement d'eau claire à forte pente sur un fond composé de demi-cylindres juxtaposés. Cette étude a tout d'abord été motivée par la particularité de nos conditions expérimentales : forte pente, faible hauteur relative, canal étroit, etc. Dans un tel contexte, il s'agit de déterminer comment les rugosités, la géométrie de l'écoulement, et d'éventuelles instabilités affectent l'écoulement dans notre canal. Cette étude nous est aussi apparue nécessaire pour connaître les conditions hydrauliques, qui seront mises en relation avec le comportement de la particule-test dans les chapitres suivants. Nous examinons enfin de quelle manière les caractéristiques du courant d'eau sont modifiées en présence de la particule.

Le chapitre 5 expose les résultats de notre étude expérimentale de la chute d'une bille dans l'eau au repos, confinée entre deux parois latérales. L'objectif est de mieux quantifier la force de traînée qui, d'après l'étude bibliographique, apparaît comme l'action hydrodynamique primordiale dans le mouvement d'une particule. La force de traînée fait intervenir un coefficient qui peut être quantifié pour une sphère située dans un écoulement infini ; le coefficient est alors une fonction du nombre de Reynolds de la sphère. Pour une sphère placée dans un milieu confiné ou à proximité d'une paroi, il existe une multitude de formulations empiriques pour calculer ce coefficient. Parce que justement ces formulations sont empiriques, il est difficile de les appliquer en dehors des conditions pour lesquelles elles ont été conçues. L'objet de ce chapitre est alors de tester une de ces formulations [30] dans le cas particulier de nos conditions expérimentales.

Le chapitre 6 porte sur la classification des régimes de la particule-test observés dans les essais. Classiquement, il y a trois régimes : l'arrêt, le roulement et la saltation. Les régimes sont spécifiés à l'aide de la contrainte adimensionnelle de cisaillement  $t_*$ . Dans notre contexte, cette classification n'est plus adaptée. En effet, elle est fondée sur les conditions hydrauliques qui règnent à proximité du fond, alors que ce sont plutôt les conditions hydrauliques caractéristiques de l'écoulement moyen qui semblent les plus pertinentes lorsque le transport solide concerne toute la hauteur du courant d'eau. En plus, le nombre  $t_*$  permet de décrire les régimes d'une particule uniquement en fonction des

conditions hydrauliques et de sa taille. Si la particule-test n'a pas la même taille que les demi-cylindres qui composent le lit, il faut tenir compte d'un nombre sans dimension supplémentaire, noté ici  $z$ , qui est le rapport entre le rayon des demi-cylindres du fond et celui de la particule-test. Si le fond est incliné d'un angle  $q$  par rapport à l'horizontal, la transition entre les régimes peut être affectée. Dans ce chapitre on propose une nouvelle classification des régimes reposant sur les nombres sans dimension  $N_*$  qui fait intervenir la vitesse moyenne du courant d'eau, le paramètre de rugosité  $z$  et la pente du fond  $\tan q$ .

Le chapitre 7 est consacré à la description microstructurale des régimes décrits dans le chapitre 6. Pour chacun des régimes, il s'agit d'identifier et de quantifier les mécanismes élémentaires contribuant au mouvement de la particule-test ; on s'intéresse en particulier au rôle joué par l'action de la gravité, puisque ce mécanisme est spécifique aux écoulements à forte pente. L'étude du mouvement à l'échelle microstructurale est un bon moyen pour connaître les différentes actions hydrodynamiques, les actions de contact, et éventuellement identifier de nouveaux mécanismes à incorporer dans les modèles théoriques futurs.

Le chapitre 8 est consacré à l'étude du mouvement moyen de la particule-test. Cette étude est réalisée dans l'objectif de comprendre le lien entre le comportement moyen de la particule et les mécanismes élémentaires qui auront été mis en évidence dans le chapitre 7. Il s'agit aussi de caractériser le comportement moyen de la particule en fonction des conditions hydrauliques, de la pente du fond et du paramètre de rugosité pour en dégager les paramètres les plus pertinents. Les résultats expérimentaux obtenus sont comparés aux résultats de deux modèles basés sur l'équation lagrangienne du mouvement. Il s'agit de déterminer si une modélisation simple des ingrédients de base du transport solide suffit à retrouver les tendances et les estimations de la vitesse moyenne de la particule observées dans les expériences.

# CHAPITRE 4 – ÉCOULEMENT D'EAU CLAIRE A FORTE PENTE

---

Compte tenu de la particularité de nos conditions expérimentales (forte pente, faible hauteur relative, canal étroit, etc.) nous avons pensé que les conditions d'écoulement pouvaient être différentes de ce que qu'on observe généralement dans un écoulement à surface libre. Ce chapitre vise alors à décrire la distribution de vitesse et la relation entre la vitesse et la hauteur du courant d'eau dans notre contexte particulier. Nous examinons aussi dans le dernier paragraphe en quoi l'écoulement moyen est modifié en présence d'une bille dans l'écoulement.

Dans le contexte présent, étant donné que le canal est de largeur finie  $B$ , que le fond est incliné d'un angle  $q$  par rapport à l'horizontal et composé de demi-cylindres juxtaposés de rayon  $r$ , le courant d'eau de hauteur  $h$  et de vitesse moyenne  $u_f$ , peut être décrit à partir des nombres sans dimension suivants :

- (i) la hauteur relative du courant d'eau :  $h/(2r)$  ;
- (ii) le nombre de Reynolds de l'écoulement :  $R_e = 4u_f R_H / \nu$ , avec  $R_e = 2000$  la valeur marquant la transition entre les régimes d'écoulement laminaire et turbulent, et  $\nu$  la viscosité cinématique de l'eau. La quantité  $R_H$  est le rayon hydraulique défini pour notre canal par  $R_H = Bh / (B + 2h)$ .
- (iii) le nombre de Froude :  $Fr = u_f / \sqrt{gh \cos q}$ .
- (iv) le rapport d'aspect :  $B / (2h)$ .
- (v) l'inclinaison du lit :  $\tan q$ .

On peut aussi introduire une vitesse effective de frottement au fond  $u_* = \sqrt{gR_H \sin q}$  qui est utilisée pour définir la vitesse adimensionnelle du courant d'eau  $u_{f*} = u_f / u_*$ .

## 1 - DISTRIBUTION VERTICALE DE VITESSE

De nombreux mécanismes agissant sur une particule tirent leur origine de la distribution verticale de vitesse d'un écoulement d'eau. Par exemple, la force de portance est due à la différence de vitesse de l'écoulement entre le haut et le bas de la particule. Le profil de vitesse est alors indispensable si on veut décrire les actions du fluide sur la particule.

## 1.1 - Résultats expérimentaux

### 1.1.1 - Profil de vitesse

Nous avons reporté sur la figure 4.1 deux profils verticaux de vitesse caractéristiques de notre écoulement. Les profils ont été mesurés au milieu du canal. Ils ont été obtenus pour un écoulement d'eau dans les conditions suivantes : une pente de 10 %, un débit liquide de 0,06 l/s, une hauteur d'eau de 12,6 mm et un canal de largeur 7 mm. Nous avons étudié cet écoulement d'eau sur deux types de fond uniformément rugueux : le premier fond est composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm et le deuxième fond est composé de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm. Sur la figure 4.1 nous avons tracé la vitesse adimensionnelle  $u_{f^*}$  en fonction du rapport  $y/k_s$ . Nous avons choisi comme hauteur de rugosité  $k_s$  correspondant au rayon des demi-cylindres composant le fond. La vitesse de frottement au fond est calculée suivant la procédure suivante : les données sont d'abord mises sous la forme  $u_{f^*}$  en fonction de  $\ln(y)$  ; une loi de la forme  $u_f(y) = A \ln y + B$  est ensuite calée sur les données correspondant à la zone logarithmique. En considérant la valeur usuelle de la constante de Von Kármán,  $k = 0,41$ , la valeur de  $u_*$  obtenue pour  $r=1,5$  mm est  $u_* = 6,24$  cm/s et la valeur obtenue pour  $r=3$  mm est  $u_* = 6,75$  cm/s. Sous forme adimensionnelle, la loi obtenue s'écrit suivant :

$$u_{f^*}(y) = \frac{1}{k} \ln(y/r) + Br \quad (4.1)$$

Les valeurs obtenues pour le coefficient  $Br$  sont respectivement pour  $r=1,5$  mm et  $r=3$  mm 7,97 et 8,95.

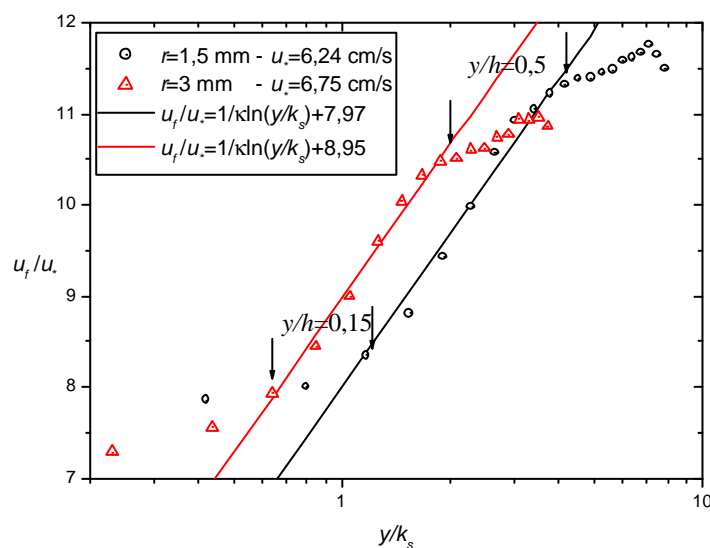


Figure 4.1 : profil vertical de vitesse d'un écoulement à surface libre pour une pente de 10 %, un débit liquide de 0,06 l/s, une hauteur d'eau de 12,6 mm et une largeur de canal de 7 mm. Cet écoulement a été mesuré pour un fond composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm et  $r=3$  mm.

Nous déduisons de la figure 4.1 les points suivants :

- (i) Nous retrouvons une loi logarithmique (Equation (4.1)) ; dans nos conditions, nous avons trouvé que la zone logarithmique s'étend entre  $y/h = 0,15$  et  $y/h = 0,5$ .
- (ii) L'effet de la surface libre se fait sentir dès  $y/h = 0,5$ .
- (iii) Au niveau du fond, correspondant au sommet des rugosités, on peut distinguer une couche où la vitesse de l'écoulement est plus élevée en comparaison à la vitesse donnée par la loi logarithmique ; mais on ne dispose pas de beaucoup de points dans cette zone.
- (iv) La vitesse longitudinale maximum est atteinte au-dessous du niveau de la surface libre, à environ 85 % de la hauteur de l'écoulement.

### 1.1.2 - Vérification de la conservation du débit liquide

A partir des profils de vitesses obtenus au milieu du canal, nous avons calculé par intégration le débit liquide et nous l'avons comparé au débit liquide mesuré au débitmètre électromagnétique. Les profils de vitesse mesurés ne sont valables strictement qu'au milieu du canal et dans la partie de l'écoulement située entre 10 % et 90 % de la hauteur. Pour effectuer le calcul d'intégration, nous avons émis les hypothèses suivantes : (i) nous avons extrapolé le profil de vitesse jusqu'au sommet des demi-cylindres, en supposant qu'à ce niveau, la vitesse de l'écoulement est nulle (en choisissant l'origine des vitesses en  $0,25r$ , cela ajoute environ 1,5 % aux valeurs de débit calculé) ; (ii) nous avons extrapolé le profil de vitesse jusqu'à la surface libre à partir du dernier point de mesure ; (iii) le profil de vitesse vertical est valable dans toute la largeur de l'écoulement.

Profil n°	$Q$ mesuré	$Q$ calculé	$\Delta Q/Q$
1	$0,06 \pm 0,8 \%$	$0,0565 \pm 7 \%$	6 %
2	$0,06 \pm 0,8 \%$	$0,0565 \pm 7 \%$	6 %
3	$0,06 \pm 0,8 \%$	$0,057 \pm 7 \%$	5 %
4	$0,06 \pm 0,8 \%$	$0,0559 \pm 7 \%$	7 %

Tableau 4.1 : résultats comparatifs entre le débit liquide mesuré au débitmètre et le débit liquide calculé par intégration du profil de vitesse.

Nous avons calculé le débit liquide à partir de 4 mesures différentes du profil de vitesse. Les résultats obtenus dans le cas des demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm sont reportés dans le tableau 4.1. Les valeurs du tableau 4.1 indiquent que le débit liquide mesuré est retrouvé avec un écart maximal de

7 %. Cet écart est identique à l'incertitude de mesure sur le débit calculé. On note aussi que les débits liquides calculés à partir des profils de vitesse sont systématiquement inférieurs au débit liquide mesuré.

## 1.2 - Synthèse - Discussion

Nous avons trouvé que dans la zone influencée par le fond, la répartition des vitesses est logarithmique (Equation (4.1)). La constante numérique  $Br$  vaut 7,97 ou 8,95 suivant la taille des demi-cylindres du fond. Ce résultat est en très bon accord avec les résultats de nombreuses expériences. En effet, pour un écoulement uniforme, le coefficient  $Br$  vaut généralement  $8,5 \pm 15$  % [13]. Classiquement, la zone logarithmique s'étend jusqu'à  $y/h = 0,2$ , mais une extension au-delà de cette zone est souvent possible [12, 13]. Dans notre cas, nous pouvons considérer qu'il n'y a pas de véritable zone de sillage.

Nous n'avons pas mesuré la vitesse maximale au niveau de la surface de l'eau, mais à 15 % au-dessous. Cette caractéristique est conforme à ce qu'a observé Graf pour des canaux étroits. Graf suggère alors que la géométrie de notre canal doit induire un écoulement tridimensionnel pour lesquels les écoulements secondaires apparaissent. Cependant, les écoulements secondaires n'affectent pas significativement le profil de vitesse dans la largeur de l'écoulement dans nos conditions. En effet, en supposant un profil de vitesse identique dans toute la largeur du canal, nous avons pu retrouver le débit liquide mesuré.

Finalement, la répartition des vitesses dans notre canal expérimental n'est pas trop différente en comparaison de celle observée classiquement dans les écoulements à surface libre. Cette répartition de vitesse peut être adoptée pour décrire les actions de l'écoulement d'eau sur la particule. Néanmoins, les résultats que nous avons obtenus concernent un écoulement d'eau claire. Si une particule est située au sein de l'écoulement d'eau, le profil de vitesse est certainement modifié du fait de la présence de la particule. Cette remarque est d'autant plus valable que dans nos conditions, la particule est du même ordre de grandeur que la hauteur de l'écoulement. Ne connaissant pas de façon exacte la répartition des vitesses au voisinage de la particule, nous préférons décrire l'écoulement d'eau à un niveau plus global ; l'écoulement sera alors décrit à partir de la vitesse débitante.

## 2 - LOI GLOBALE HAUTEUR – VITESSE

### 2.1 - Définitions - Problématique

A l'échelle macroscopique, la loi d'écoulement en régime uniforme est classiquement décrite par une loi du type :

$$u_f = \sqrt{\frac{8}{f}} \sqrt{g R_H \sin \alpha} \quad (4.2)$$

où  $f$  est le coefficient de frottement global qui a été défini au chapitre 1. Dans nos conditions, il est possible que nous trouvions des valeurs de  $f$  différentes des valeurs classiques pour les raisons suivantes :

- (i) la loi a été établie dans le cas d'écoulements fluviaux caractérisés par une grande hauteur relative, typiquement  $h/(2r) > 10$ , alors qu'à forte pente, l'écoulement est de faible hauteur, typiquement  $h/(2r) < 5$  ;
- (ii) la loi a été établie dans le cas de canaux larges où l'hypothèse d'écoulement bidimensionnel est valide ; dans le cas du canal étroit, les parois peuvent fortement influencer l'écoulement ;
- (iii) la loi a été établie dans le cas où la rugosité est identique sur tout le périmètre mouillé ; dans notre cas, les parois sont lisses et le fond est composé de rugosités de forme cylindrique.

## 2.2 - Résultats concernant le coefficient de frottement macroscopique $f$

Afin de tester la validité d'une loi de la forme (4.2) dans notre canal et de déterminer le coefficient de frottement global, nous avons effectué des séries de mesures du couple  $\{Q, h\}$  pour diverses conditions expérimentales : une pente variant entre 1 % et 20 %, des demi-cylindres du fond de rayon  $r=1,5$  mm ou  $r=3$  mm ou  $r=4$  mm.

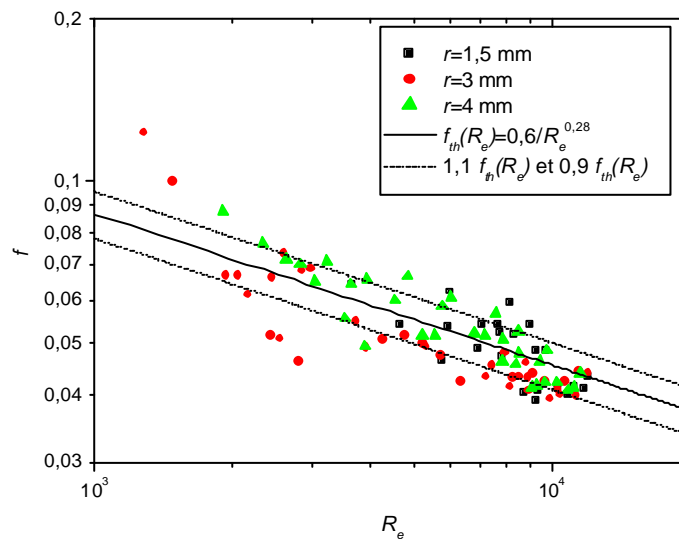


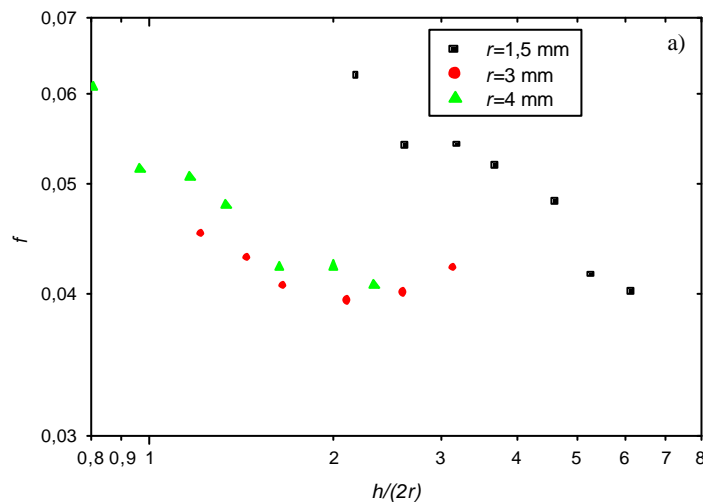
Figure 4.2: coefficient de frottement macroscopique en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement.

Le coefficient  $f$  dépend *a priori* de trois paramètres :  $R_e$ ,  $h/(2r)$  et  $B/(2h)$ . Nous avons reporté sur la figure 4.2 le coefficient  $f$  en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement pour les trois tailles testées de demi-cylindres. Cette figure montre que, dans nos conditions, la taille des demi-cylindres du fond n'influence pas significativement le coefficient  $f$ . En revanche, il apparaît clairement que  $f$  varie en fonction du nombre de Reynolds. Nous avons calé une loi puissance sur les données telles que  $R_e > 2000$ . Nous avons obtenu la loi suivante :

$$f = \frac{0,6}{R_e^{0,28}} \quad (4.3)$$

La figure 4.2 montre que cette loi est en assez bon accord avec les valeurs expérimentales pour  $R_e > 2000$ . Pour  $R_e < 2000$ , une expression du type (4.3) n'est pas adaptée comme le montrent les quelques valeurs expérimentales obtenues dans cette région. Il est probable que ce soit le fait d'un régime de transition entre les régime laminaire et turbulent.

La dispersion des valeurs de  $f$  peut s'expliquer par la variation des paramètres  $h/(2r)$  et  $B/(2h)$  comme l'indiquent les figures 4.3.a et 4.3.b. La figure 4.3.a montre que  $f$  varie tant que  $h/(2r) < 2,5$  pour les deux plus grands rayons de demi-cylindre et, tant que  $h/(2r) < 5$  ou 6 pour  $r=1,5$  mm. Finalement, au delà d'une valeur de  $h/(2r) = 6$ , on peut dire que le paramètre  $h/(2r)$  n'affecte plus le coefficient de frottement  $f$ . La figure 4.3.b montre que  $f$  décroît quand  $B/(2h)$  diminue, tant que  $B/(2h) < 0,25$ . Autrement dit, pour  $h > 2B$  la géométrie du canal n'affecte plus le coefficient de frottement  $f$ .



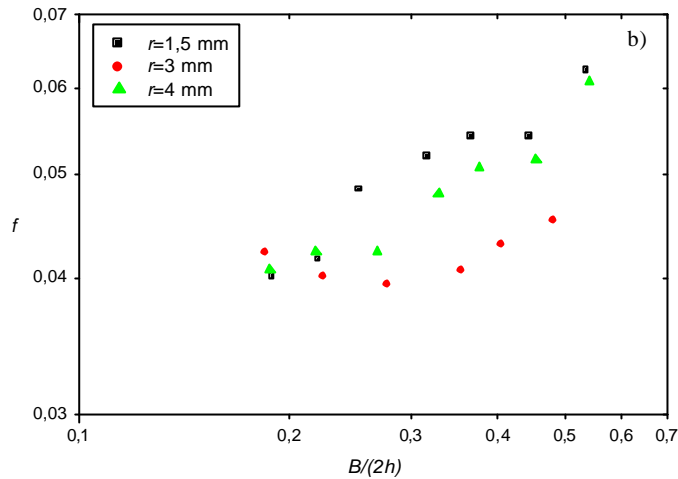


Figure 4.3 : variation du coefficient  $f$  . a) en fonction de la hauteur relative  $h/(2r)$  et b) en fonction du rapport d'aspect  $B/(2h)$  . Les données sont issues des expériences réalisées pour  $\tan \mathbf{q} = 15 \%$  .

### 2.3 - Remarque concernant la loi d'écoulement

Le canal utilisé pour les expérimentations est très étroit. Le rayon hydraulique  $R_H$  est alors très petit devant la hauteur de l'écoulement. Pour une hauteur  $h$  très grande la quantité  $R_H$  tend vers  $B/2$  . Il en résulte que la vitesse moyenne de l'écoulement tend vers une vitesse limite donnée par :

$$u_f = \sqrt{8/f} \sqrt{g B/2 \tan \mathbf{q}} \quad (4.4)$$

Nous avons reporté sur la figure 4.4 la vitesse moyenne de l'écoulement en fonction de la hauteur de l'écoulement  $h$  . Les courbes sont tracées à partir de la relation (4.2) avec  $\tan \mathbf{q} = 10 \%$  et  $f = 0,04$ . La figure 4.4 montre qu'en canal étroit, la variation de la vitesse de l'écoulement en fonction de la hauteur d'eau est très limitée en comparaison de ce qu'on observe classiquement en canal large. La vitesse moyenne de l'écoulement tend rapidement vers la vitesse maximum (Equation (4.4)) autorisée dans le canal étroit. Il en résulte que, pour une forte variation de la hauteur d'écoulement, la variation de la vitesse moyenne de l'écoulement sera faible. Le fait que le canal soit étroit va limiter notre domaine d'étude de l'effet de la vitesse de l'écoulement sur le mouvement de la particule-test.

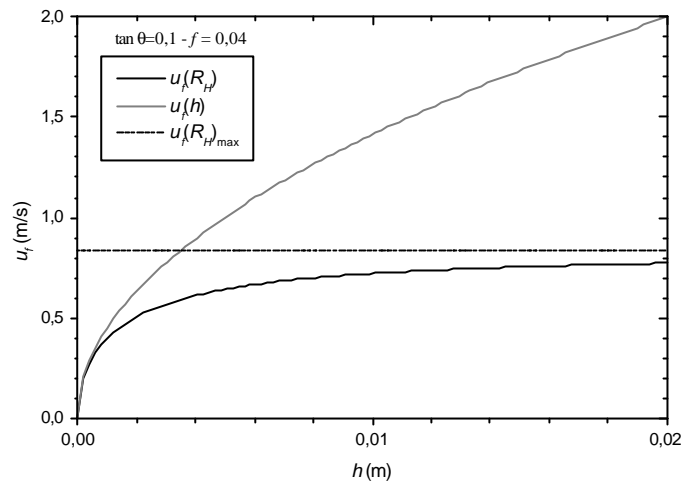


Figure 4.4 : comparaison de la loi d'écoulement en canal large et en canal étroit. Les courbes en trait continu ont été obtenues en appliquant la formule (4.2) avec  $\tan \alpha = 10\%$  et  $f=0,04$ . La courbe grise est tracée en faisant l'hypothèse que  $R_h \rightarrow h$ . La courbe en pointillé a été tracée avec l'Equation (4.4) et correspond à la vitesse maximum que l'écoulement peut atteindre dans le canal étroit.

## 2.4 - Synthèse - Discussion

Dans nos conditions expérimentales, le coefficient  $f$  varie essentiellement en fonction du nombre de Reynolds et il est peu sensible à la hauteur relative de l'écoulement. Ce résultat s'explique par la faible largeur de l'écoulement relativement à sa hauteur. La contribution des rugosités du fond au coefficient  $f$  est peu importante en comparaison de la contribution des parois latérales. Pour une faible hauteur d'eau, typiquement  $h < 2B$ , la contribution du fond est encore significative, mais elle devient rapidement négligeable si  $h$  augmente. Il en résulte que l'écoulement d'eau est gouverné essentiellement par les parois latérales lisses. L'écoulement d'eau se comporte presque comme un écoulement turbulent lisse pour lequel  $f$  ne dépend que de  $R_\tau$ . La formulation (4.3) que nous avons trouvée est d'ailleurs très proche de la formule de Blasius (chapitre 1), qui permet de décrire les écoulements turbulents lisses pour des nombres de Reynolds inférieurs à  $10^5$ . Enfin, l'écoulement d'eau dans notre canal n'étant pas très turbulent, cela peut expliquer aussi que le nombre de Reynolds soit le paramètre le plus pertinent dans notre plage de conditions.

## 3 - MODIFICATION DE L'ÉCOULEMENT MOYEN EN PRESENCE D'UNE BILLE

### 3.1 - Problématique

Lorsqu'une particule est située au sein de l'écoulement, celle-ci perturbe l'écoulement au moins localement. Dans notre cas de figure, la particule occupe pratiquement toute la largeur du canal et obstrue alors de façon significative l'écoulement. L'eau doit passer au-dessus de la bille, ce qui

conduit à une modification de la hauteur d'eau (Figure 4.5) plus ou moins localisée au voisinage de la bille selon le régime (nombre de Froude) de l'écoulement. Nous pouvons noter, par exemple, que nous n'avons pas observé de modification de l'écoulement significative pour l'inclinaison de 20 %.



Figure 4.5 : mise en évidence de l'obstruction de l'écoulement d'eau due à la bille. Conditions de l'expérience : bille d'acier -  $\tan \alpha = 7,5 \%$  -  $B=7\text{mm}$  -  $a=3 \text{ mm}$  -  $r=3 \text{ mm}$  -  $Q=0,01 \text{ l/s}$ .

Les objectifs de cette partie sont d'une part de quantifier l'écart entre la hauteur d'eau sans la bille et en présence de la bille, et d'autre part de dégager les conditions où cet écart est significatif.

## 3.2 - Résultats expérimentaux

### 3.2.1 - Modification de la hauteur du courant d'eau

Nous avons mesuré les couples  $\{Q, h, h_{bille}\}$  pour des pentes variant entre 2 % et 20 %. La quantité  $h_{bille}$  est la hauteur d'eau mesurée juste en amont de la bille alors que la quantité  $h$  a été mesurée sans la présence de la bille. Nous avons reporté sur la figure 4.6 la différence relative de hauteur  $\Delta h$  (Equation (4.5)) en fonction de la hauteur d'eau relative  $h/(2a)$  où  $a$  désigne le rayon de la bille. La quantité  $\Delta h$  est définie par :

$$\Delta h = (h_{bille} - h) / h \quad (4.5)$$

La figure 4.6 montre que la quantité  $\Delta h$  est d'autant plus importante que la hauteur relative est faible. La différence relative  $\Delta h$  décroît régulièrement et s'annule au voisinage de  $h/(2a) = 3$ . A partir du calage d'une loi exponentielle décroissante, basé sur la méthode des moindres carrés, nous avons obtenu l'expression :

$$\Delta h = 2,1e^{-1,76h/(2a)} \quad (4.6)$$

Nous déduisons de l'Equation (4.6) que  $\Delta h$  devient inférieure à 10 % pour  $h/(2a) > 1,7$ .

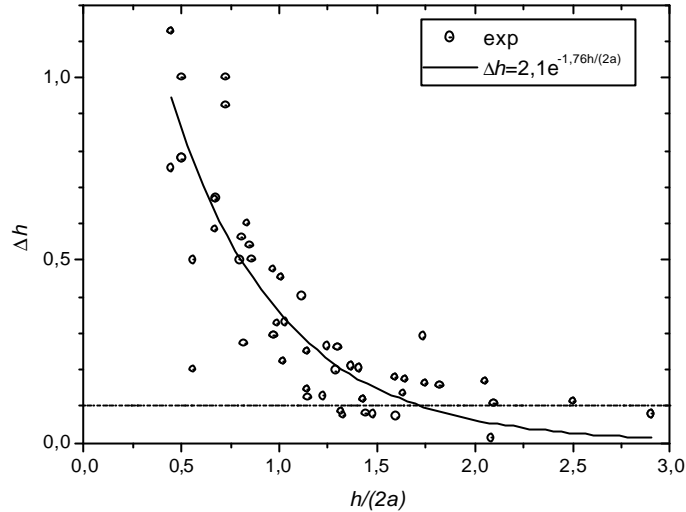


Figure 4.6 : quantification de la différence de hauteur en présence ou non de bille au sein de l'écoulement d'eau. Les données sont issues d'expériences réalisées avec une bille de rayon  $a=3$  mm dans un canal de largeur  $B=7$  mm. L'inclinaison du fond variait entre 2 % et 20 %.

### 3.2.2 - Résultats en termes de vitesse moyenne du courant d'eau

La modification de la hauteur de l'écoulement au voisinage de la bille peut entraîner une modification de la vitesse moyenne de l'écoulement. Cette différence peut se quantifier en écrivant la conservation du débit liquide total entre deux sections d'écoulement  $S$  et  $S_{bille}$ , la première ne contenant pas la bille et la deuxième la contenant. Les sections d'eau s'écrivent alors respectivement  $S = hB$ , et  $S_{bille} = Bh_{bille} - \pi a^2$ . Le rapport entre la vitesse débitante dans la section  $S$  et la vitesse débitante dans  $S_{bille}$  peut se calculer en combinant la conservation du débit et la relation (4.6) selon :

$$\frac{u_f}{u_{fbille}} = 1 + 2,1e^{-1,76h/(2a)} - \frac{\pi a}{2B} \frac{1}{h/(2a)} \quad (4.7)$$

Nous déduisons de la relation (4.7) que pour  $h/(2a)$  variant entre 1 et 5, le rapport  $u_f/u_{fbille}$  vaut entre 0,7 et 0,85. Cela signifie alors que l'écoulement est accéléré au voisinage de la bille et sa vitesse moyenne vaut environ 1,15 à 1,3 fois la vitesse de l'écoulement s'il n'y avait pas de bille.

### 3.3 - Synthèse

Nous avons trouvé que la hauteur et la vitesse débitante de l'écoulement d'eau au voisinage de la bille pouvaient être jusqu'à 30 % supérieures à ces mêmes grandeurs mesurées sans la présence de la bille. Cela s'explique par la réduction de la section de passage de l'écoulement due à la bille. Il en résulte une surélévation de la surface libre ainsi qu'une accélération de l'écoulement moyen au voisinage de la bille.

#### **4 - SYNTHÈSE SUR L'ÉCOULEMENT D'EAU**

L'objet de cette partie a été l'étude d'un écoulement d'eau dans nos conditions expérimentales caractérisées par une forte pente, une faible hauteur d'eau, et un canal étroit. On a trouvé que pour de telles conditions, on retrouvait des résultats classiques (loi logarithmique entre autre). Dans notre canal, la dynamique de l'écoulement d'eau est essentiellement imposée par le nombre de Reynolds de l'écoulement. Les rugosités du fond n'ont pas un rôle important à cause de la géométrie de l'écoulement : la hauteur d'eau étant plus importante que la largeur du canal, la contribution au frottement des parois lisses est plus importante que celle des rugosités du fond. Nous avons établi une loi reliant la vitesse de l'écoulement à la hauteur d'eau. Cette loi peut être modifiée si une bille est présente au sein de l'écoulement : dans ces conditions, la vitesse de l'écoulement au voisinage de la bille est plus élevée en comparaison à celle que nous avons pu mesurer en eau claire.



# CHAPITRE 5 – CHUTE D’UNE BILLE DANS L’EAU AU REPOS, CONFINÉE ENTRE DEUX PAROIS

---

Cette étude expérimentale est menée afin de déterminer le coefficient de traînée d’une sphère confinée entre deux parois latérales qui n’est *a priori* pas connu. En effet, la plupart des travaux antérieurs se sont concentrés sur la détermination du coefficient de traînée d’une sphère située dans un milieu infini. Dans nos conditions de tels résultats ne sont pas applicables car la bille est placée dans un milieu confiné. En effet, la bille étudiée est située dans un écoulement d’eau de faible hauteur et de faible largeur relativement au diamètre de la bille ( $B/(2a)$  vaut environ 1,2). Di Felice [30] a étudié l’effet du confinement sur le coefficient de traînée dans le cas d’une particule sphérique entourée par des parois cylindriques. Il a trouvé que le rapport entre le coefficient de traînée mesuré dans le tube cylindrique,  $C_{Tt}$ , et le coefficient obtenu en milieu infini,  $C_{T\infty}$ , s’écrit :

$$\frac{C_{Tt}}{C_{T\infty}} = \left( \frac{1 - 0,33s}{1 - s} \right)^{2k(R_e)} \quad (5.1)$$

avec  $k$  défini au chapitre 1 et  $s = 2a/d_t$ . La quantité  $a$  correspond au rayon de la sphère et  $d_t$  correspond au diamètre du tube cylindrique. Dans le cas d’une bille en mouvement dans notre canal, les résultats obtenus par Di Felice ne peuvent pas être directement appliqués. D’une part, la particule n’est pas complètement entourée par des parois, mais évolue entre deux plaques parallèles. D’autre part, la particule sphérique évolue dans une section rectangulaire ; le coefficient  $s$  a été déterminé initialement dans le cas d’une section de forme circulaire et il faut alors redéfinir un coefficient pour nos conditions.

## 1 - PROTOCOLE EXPERIMENTAL DE LA MESURE DU COEFFICIENT DE TRAINEE

Nous avons effectué une série d’expériences dans l’objectif de déterminer le coefficient de traînée d’une bille chutant dans l’eau et confinée entre deux plaques de taille infinie. Pour cette série d’essais le canal bidimensionnel est mis à l’horizontale. Il est fermé à ses deux extrémités de façon à contenir de l’eau immobile. La hauteur d’eau dans le canal est d’environ 10 cm. La bille est lâchée verticalement depuis le sommet des parois du canal. Elle chute successivement dans l’air et dans l’eau. Sa chute est filmée avec la caméra rapide. Les images sont traitées et analysées pour obtenir la vitesse de la bille. Nous avons tracé sur la figure 5.1 l’évolution de la vitesse de la bille en fonction de sa hauteur. Cette figure montre que la bille accélère durant sa chute dans l’air ; elle rencontre alors l’eau

et décélère jusqu'à atteindre une vitesse limite, la vitesse de sédimentation  $w$ . C'est cette vitesse que nous retenons pour la suite.

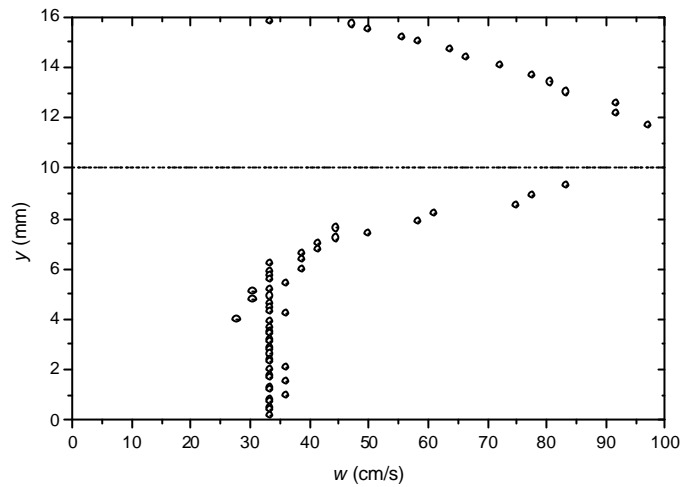


Figure 5.1 : vitesse d'une bille chutant dans l'air et dans l'eau. Pour  $y < 6$  mm la bille a atteint une vitesse de chute limite qui correspond à la vitesse de sédimentation.

$r_s / r$	2,5	2,5	2,5	7,75	2,5	2,5	2,5	7,75	2,5	7,75
$a$ (mm)	1	2	3	3	1	2	3	3	6	6
$B$ (mm)	4	4	4	4	7	7	7	7	7	7
$w$ (cm/s)	14	22	26	68	15	22	29	73	35	88
Indice du point	2	6	7	8	1	3	4	5	9	10

Tableau 5.1 : conditions expérimentales et vitesse limite pour l'étude du coefficient de traînée d'une bille chutant dans l'eau et confinée entre deux plaques infinies.

Pour étudier l'effet du confinement de la particule entre deux plaques infinies, nous avons effectué des essais en faisant varier la taille de la bille relativement à l'écartement des parois. Les différentes configurations étudiées sont résumées dans le tableau 5.1. Ces configurations nous ont permis d'étudier un rapport  $a/B$  compris entre 0,14 et 0,86.

Le coefficient de traînée est déterminé à partir de la vitesse de chute limite  $w$ . Une fois que la bille a atteint sa vitesse limite elle est en régime permanent et uniforme. Dans ces conditions on peut écrire que le poids déjaugé équilibre la force de traînée. Le nombre de Reynolds de la particule étant largement supérieur à 1, nous avons adopté l'expression de la traînée turbulente. A partir de la vitesse de sédimentation on déduit le coefficient de traînée comme suit :

$$C_T = \frac{8}{3}(s-1)\frac{ag}{w^2} \quad (5.2)$$

On note  $C_{T\infty}$  le coefficient obtenu dans un milieu infini et  $C_{Ti}$  le coefficient de traînée mesuré dans nos expériences en canal.

## 2 - COMPARAISON ENTRE LE COEFFICIENT DE TRAINEE OBTENU EN CANAL ET EN MILIEU INFINI

### 2.1 - Variation de du coefficient de traînée en canal en fonction de $R_{ep}$ et de $a/B$

Sur la figure 5.2 nous avons reporté les coefficients de traînée des billes calculés à partir de la relation (5.2) et de la vitesse de chute mesurée dans le canal expérimental ; ces points sont indicés par ordre croissant de valeurs de  $a/B$  ; ainsi le point indicé (1) correspond à  $a/B=0,14$  et le point indicé (10) à  $a/B=0,86$ . Les courbes tracées sur la figure 5.2 ont été obtenues de la façon suivante. La courbe en trait pointillé a été tracée avec la formulation de Morsi [22] applicable pour un milieu infini. Cette formulation a été donnée dans le chapitre 1. Les courbes en trait continu ont été obtenues à partir de la formule de Morsi combinée avec les résultats de Di Felice (Equation (5.1)) en supposant  $s = a/B$  ; la courbe supérieure correspond à  $a/B=0,14$  et la courbe inférieure à  $a/B=0,86$ .

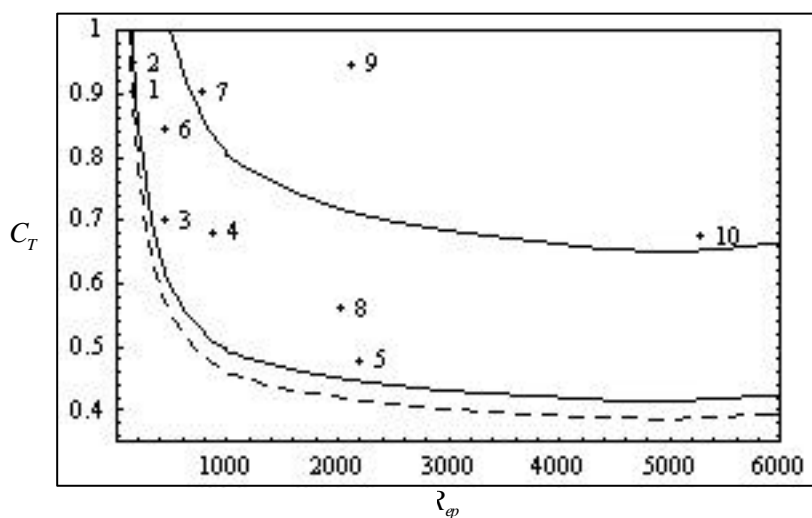


Figure 5.2 : coefficient de traînée  $C_T$  en fonction du nombre de Reynolds de la particule  $R_{ep}$  pour différents confinements de la bille repérés par le paramètre  $s$ . La courbe en traits pointillés correspond à la formulation de Morsi valable dans un milieu infini. Les courbes en trait continu ont été obtenues à partir de la formule de Morsi combinée avec les résultats de Di Felice (Equation (5.1)) en supposant  $s = a/B$  ; la courbe supérieure correspond à  $a/B=0,14$  et la courbe inférieure à  $a/B=0,86$ .

La figure 5.2 montre que pour un coefficient  $a/B$  donné, le coefficient  $C_{Ti}$  diminue quand le nombre de Reynolds augmente, conformément aux résultats de Morsi. On peut voir cette tendance en comparant les points {4, 5 et 6} ou {7 et 8} ou {9 et 10}. La figure 5.2 montre aussi que le coefficient  $C_{Ti}$  est d'autant plus éloigné de la courbe en pointillés que  $a/B$  est grand. Par exemple nous voyons

que le coefficient  $C_{Ti}$  est deux fois plus élevé pour le point (9) que pour le point (5). Globalement les points sont situés entre les deux courbes tracées avec le modèle de Di Felice.

## 2.2 - Détermination de $C_{Ti}$ pour la sphère confinée entre deux parois latérales.

Dans cette partie, nous cherchons à établir une analogie entre les résultats de Di Felice obtenus dans un tube cylindrique et nos résultats obtenus en canal. Toute la difficulté réside dans l'élaboration d'une définition pour le coefficient de confinement  $c$  (noté  $s$  dans les travaux de Di Felice). Etant donné la symétrie axiale de notre système nous proposons d'écrire ce coefficient comme suivant :

$$c = \frac{1 p a^2}{2 2 a B} \quad (5.3)$$

On peut noter que  $c$  est relié au coefficient  $s$  par la relation :  $c = sp / 8$ . En remplaçant  $s$  par  $c$  dans l'équation (5.1), nous obtenons :

$$\frac{C_n}{C_{T\infty}} = \left( \frac{1 - 0,33c}{1 - c} \right)^{2k(\text{Re})} \quad (5.4)$$

où  $C_{T\infty}$  peut être calculé par la relation de Morsi.

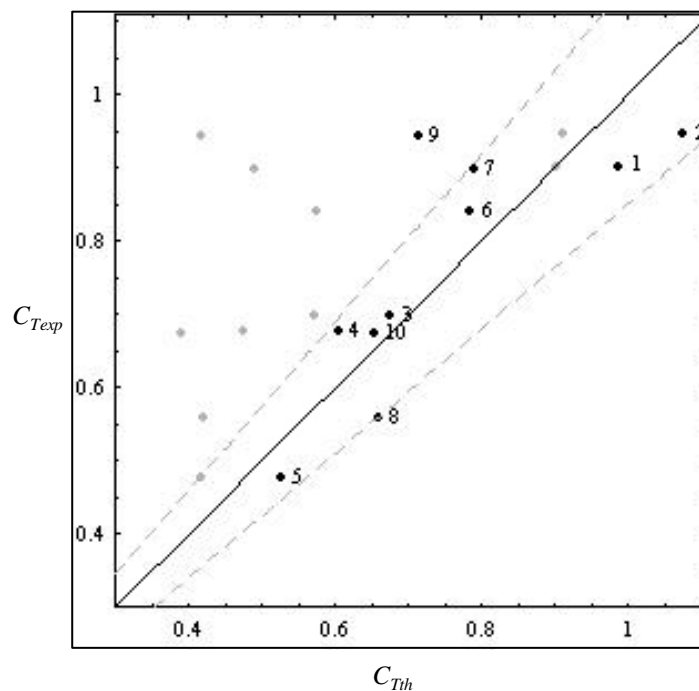


Figure 5.3 : coefficient de traînée  $C_T$  mesuré dans les expériences en canal en fonction du coefficient  $C_T$  calculé. Les points indicés correspondent aux coefficients calculés avec l'Equation (5.4) alors que les points gris correspondent aux points calculés avec la formulation de Morsi. Les droites en pointillés correspondent à un intervalle de 15 % autour de la droite  $y=x$ .

Nous avons reporté sur la figure 5.3 le coefficient de traînée mesuré en fonction du coefficient calculé. Les points indicés correspondent aux coefficients calculés avec l'équation (5.4) alors que les points gris correspondent aux points calculés avec la formulation de Morsi. La figure 5.3 montre que les  $C_{T_i}$  calculés avec l'équation (5.4) estiment les valeurs mesurées dans un intervalle de 15 % excepté pour le point indicé 9. En revanche, les résultats obtenus avec l'équation de Morsi ne sont pas satisfaisants.

### **3 - CONCLUSION**

Le coefficient de traînée d'une sphère confinée entre deux plaques parallèles est plus important que celui obtenu en milieu infini. Pour un nombre de Reynolds donné, la différence peut aller du simple au double. La prise en compte du confinement de la particule dans le calcul de la force de traînée est alors nécessaire. Ce résultat nous permet aussi de dire que dans notre canal étroit, l'écoulement fournit à la bille, *via* l'action de traînée, une plus grande quantité d'énergie par rapport à celle fournie dans un canal plus large. L'effet du confinement sur l'action de traînée peut être quantifié à partir de l'équation (5.4). Cette équation permet de prédire à moins de 15 % près la valeur du coefficient de traînée d'une bille se déplaçant dans notre canal.



# CHAPITRE 6 – LES REGIMES DE LA BILLE

---

## 1 - INTRODUCTION

Ce chapitre a pour objet la présentation et la classification des régimes de la particule-test observés dans les expériences. Classiquement, on définit trois régimes l'arrêt, le roulement et la saltation. Les résultats des travaux antérieurs, qui ont surtout porté sur le transport solide dans un courant d'eau à faible pente, ont montré que, dans la plupart des conditions hydrauliques où on peut observer du charriage, les particules avancent essentiellement par saltation. Le roulement n'est significatif que pour des conditions voisines du début de mouvement, pour lesquelles, en fait, le courant d'eau et le transport solide sont peu intenses, ce qui ne présente pas trop d'intérêt si on s'intéresse au régime de crue. Dans le contexte torrentiel dont il est question ici, le régime de saltation n'occupe peut être pas une si grande place que dans le contexte fluvial et il s'agit alors de le préciser.

A faible pente, la classification des régimes est effectuée en fonction des conditions hydrauliques au voisinage du fond, où se concentre l'essentiel du transport des particules ; cela est réalisé à l'aide de la contrainte adimensionnelle de cisaillement  $t_*$ . Dans le contexte torrentiel, le transport solide concerne tout l'écoulement. Nous proposons d'examiner ici les régimes d'une particule-test sphérique, de rayon  $a$  et de densité  $s$ , en fonction des conditions hydrauliques caractéristiques de l'écoulement moyen. Elles sont représentées par le nombre sans dimension  $N_*$  :

$$N_* = \frac{u_f^2}{2ag(s-1)} \quad (6.1)$$

où  $u_f$  désigne la vitesse moyenne du courant d'eau.

Le nombre  $N_*$  fait intervenir les caractéristiques du courant d'eau et celles de la sphère ; il ne tient compte ni de l'action de la gravité sur la particule, ni du fait que la sphère peut être de taille différente de celle des rugosités du fond. On note  $\mathbf{q}$  l'angle de la ligne rugueuse par rapport à l'horizontale. Si cet angle est faible, la gravité a un effet négligeable sur la particule et le nombre  $N_*$  suffit à caractériser le régime de la particule. En revanche, si l'angle est important, ce n'est plus le cas. Il faut alors tenir compte de la valeur de la pente  $\tan \mathbf{q}$  dans la classification des régimes. On considère maintenant une bille de rayon  $a$  posée sans vitesse initiale entre deux billes de rayon  $r$  composant le fond. Si  $a = r$ , il y a une seule échelle de taille caractéristique qui est prise en compte dans le nombre  $N_*$  ;  $N_*$  suffit alors à caractériser le régime de la bille. Par contre, si  $a \neq r$ , il y a deux échelles de taille caractéristiques qui sont  $a$  et  $r$ . On introduit alors dans la classification des régimes, le paramètre de rugosité  $\mathbf{z} = r/a$  qui permet de tenir compte de la taille des billes du fond relativement à

celle de la bille étudiée. Pour bien montrer que, en plus du nombre  $N_*$ , les quantités  $\tan \mathbf{q}$  et  $\mathbf{z} = r/a$  sont nécessaires pour la classification des régimes, on peut analyser le cas limite correspondant à  $N_* = 0$ ; ce cas revient à étudier les régimes possibles de la bille dans l'air. Riguidel, Ristow [61, 62], parmi de nombreux autres auteurs, ont observé que le régime d'une bille sur un fond cahoteux est effectivement fortement affecté par les quantités  $\tan \mathbf{q}$  et  $\mathbf{z}$ .

Finalement, on propose dans ce chapitre d'examiner les régimes d'une bille de rayon  $a$  sur un fond composé de demi-cylindres de rayon  $r$  en fonction des nombres sans dimension  $N_*$  (Equation (6.1)), du paramètre de rugosité  $\mathbf{z} = r/a$ , et de la pente du fond  $\tan \mathbf{q}$ .

## 2 - DESCRIPTION DES DIFFERENTS REGIMES

Selon les conditions expérimentales imposées, trois types de mouvement ont été observés :

- (i) Le régime d'arrêt (Régime A) qui correspond aux cas pour lesquels la bille, après avoir été injectée en amont du canal, n'est pas entraînée par le courant d'eau ou bien s'arrête, rapidement et définitivement, après avoir parcourue une courte distance.
- (ii) Le régime de roulement (Régime R) pour lequel nous avons adopté une définition bien précise : la bille est considérée en roulement si elle reste en contact permanent avec la base du canal. Cette condition doit être assouplie pour tenir compte des irrégularités du fond qui sont suffisantes pour faire décoller légèrement la bille du fond. Par conséquent, une bille en roulement peut effectuer des micro-sauts dont la longueur doit être inférieure au diamètre de la bille.
- (iii) Le régime de saltation (Régime S) pour lequel le mouvement prend la forme de sauts successifs.

Usuellement, pour des conditions expérimentales imposées, un seul régime est observé tout le long du canal. Cependant, dans certains cas, il est possible d'observer des phases intermittentes de roulement et de saltation. La figure 6.1 donne un exemple typique d'une trajectoire où les régimes de roulement et de saltation coexistent.

L'apparition de phases intermittentes de mouvement nous laisse penser que la séparation entre les différents régimes n'est pas nettement définie mais s'étale sur de large plages de conditions. Aussi, de la même façon que l'ont fait Hu ou Abott [19, 44], on cherche à caractériser la frontière entre les différents régimes en calculant, pour des conditions données d'écoulement, de pente et de paramètre de rugosité, la proportion d'occurrence de chacun des trois régimes.

La proportion empirique d'un régime donné est calculée comme le rapport entre le temps durant lequel ce régime a été observé et la durée totale de l'expérience. Pour chaque condition, les proportions ont été estimées à partir de trois à cinq réalisations.

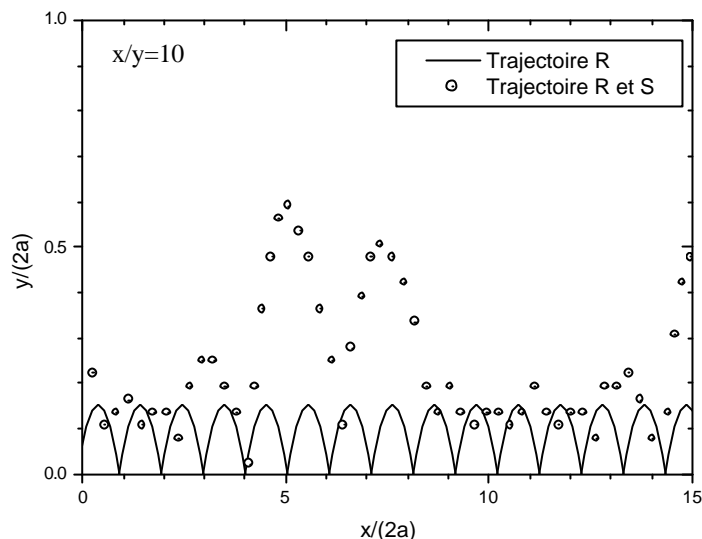


Figure 6.1 : trajectoire typique où des phases de roulement et de saltation se succèdent. Les conditions expérimentales correspondantes à la trajectoire sont :  $Q=0,015l/s$  -  $\tan \mathbf{q} = 2 \%$  -  $a=3mm$  -  $r=3mm$  - bille de verre - Essai 07.

Sur la base de ces résultats, nous pouvons tracer la proportion d'occurrence de chacun des régimes en fonction des quantités  $N_*$ ,  $\mathbf{z}$ , et  $\tan \mathbf{q}$ , et examiner leur influence sur les régimes.

### 3 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

#### 3.1 - Influence des conditions hydrauliques sur l'occurrence des régimes

Dans ce paragraphe, il s'agit d'établir une classification des régimes en fonction du nombre  $N_*$ . Ce nombre n'intègre ni l'effet de la pente et ni celui du paramètre de rugosité. Pour examiner l'influence spécifique de ce nombre, nous devons fixer une valeur du paramètre de rugosité et une valeur de pente. Cependant, en première approximation, on suppose que la pente ne joue pas de façon significative (L'influence de la pente est abordée dans le paragraphe 3.2.3 et 3.3.2) par rapport aux conditions hydrauliques, sur l'apparition des régimes pour  $\tan \mathbf{q} < 5 \%$ ; on analyse alors de façon confondue les résultats obtenus pour les pentes variant entre 1 % et 5 %. En imposant  $\mathbf{z} = 1$ , on peut analyser l'occurrence des régimes spécifiquement en fonction de  $N_*$  à partir de la figure 6.2.

Cette figure montre nettement que lorsque  $N_*$  augmente, la bille est successivement à l'arrêt, puis roule et enfin entre en saltation. La frontière entre les régimes d'arrêt et de roulement est nette et se situe en  $N_{*cr}=0,23$ . Une fois que la bille est en mouvement elle se déplace par roulement, et ce jusque des conditions telles que  $N_*=0,6$ , soit tant que  $N_* < 3N_{*cr}$ . Si le courant d'eau devient plus intense, la bille entre en saltation. Entre les régimes de roulement et de saltation, la transition n'est pas si nette qu'entre les régimes d'arrêt et de roulement. La figure 6.2. montre que la plage de conditions d'écoulement pour lesquelles les régimes de roulement et de saltation coexistent est large. Elle s'étend, pour les conditions de la figure, entre  $N_*=0,6$  et  $N_*=3$  ; cependant, la proportion de roulement n'excède pas 20 % pour  $N_* > 1,6$ , soit pour  $N_* > 7N_{*cr}$ .

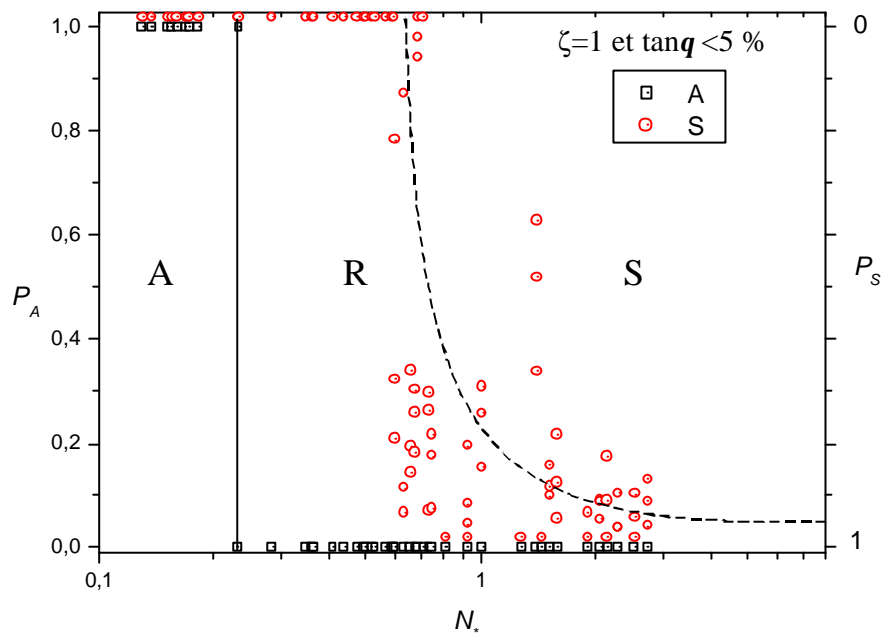


Figure 6.2 : proportion d'occurrence des régimes A (arrêt) R (roulement) et S (saltation) en fonction de  $N_*$  pour  $z = 1$  et  $\tan q < 5\%$ . Les courbes sont tracées à titre indicatif pour indiquer la frontière entre les différents régimes. Les données expérimentales correspondant à la saltation ont été volontairement décalées de +2 % afin de faciliter la lecture des figures.

Au terme de cette étude, on peut dire que le régime de roulement occupe une plage de conditions plus étendue que ce qu'a pu observé Hu dans ses expérimentations, à l'issue desquelles il avait conclu que le roulement n'était significatif (la proportion était supérieure à 80 %) pour  $t_* / t_{*cr} < 1,4$ . Pour fixer un peu plus les idées, on peut d'ores et déjà regarder l'influence de ce résultat en termes de transport solide. En supposant que nos résultats soient extrapolables au cas d'un mélange uniforme de sédiment soumis à un courant d'eau, on peut identifier le mode de transport prédominant suivant

l'intensité de l'écoulement. On considère un mélange de gravier uniforme de diamètre moyen de 3 cm composant le lit d'une rivière. Si la rivière est à l'étiage, on peut imaginer que les grains ne seront pas transportés. Pour un régime un plus soutenu, typiquement un courant d'eau de vitesse moyenne de 1 m/s, le nombre  $N_*$  vaut 2; d'après les résultats que nous avons obtenus, les grains devraient se déplacer majoritairement (avec une proportion de 90 %) par saltation. En régime de crue, le nombre  $N_*$  est encore plus grand et les grains se déplaceraient uniquement par saltation. Finalement, même si le régime de roulement occupe une place certaine, il ne constitue pas le mode de déplacement prioritaire pour une large plage d'écoulement.

### 3.2 - Conditions de début de mouvement de la particule test

Dans cette partie on aborde le problème du début de mouvement des particules. Dans notre étude cela consiste à analyser la frontière entre les régimes d'arrêt et de roulement en fonction de la pente et du paramètre de rugosité. A l'exception de un ou deux essais, nous avons observé que la bille est soit à l'arrêt, soit en roulement sur la durée de l'essai; par conséquent, la proportion des régimes d'arrêt et de roulement ne peut prendre que les valeurs 1 ou 0.

#### 3.2.1 - Seuil de mouvement d'une bille posée sur des demi-cylindres de même taille et comparaison avec les travaux de Shields

On peut déjà noter que pour  $z = 1$  et  $\tan q < 5\%$ , la valeur critique  $N_{*cr}$  correspondant au début de mouvement de la bille vaut  $N_{*cr} = 0,23$ . A titre de comparaison avec les résultats plus connus, qui sont exprimés en fonction de la contrainte de cisaillement adimensionnelle critique  $t_{*cr}$ , cette valeur correspond à  $t_{*cr} = 0,0016$ . On constate que ce résultat est largement inférieur, presque 40 fois plus petit, en comparaison de la valeur de 0,06 proposé par Shields. Ce résultat n'est pas si surprenant étant donné toute l'ambiguïté qu'il y a autour de la définition du seuil de mouvement. Dans nos conditions, nous pouvons invoquer les raisons suivantes :

- (i) on a considéré le début de mouvement d'une seule bille alors que pour Shields le début de mouvement est formé par une collection de grains.
- (ii) Dans notre expériences la bille est posée sur les demi-cylindres du fond; elle est alors fortement exposée au courant d'eau; en plus, du fait que le courant est confiné entre les parois, son action sur la bille est encore plus grande (résultat du chapitre 5).
- (iii) Enfin, une raison qui à notre sens est essentielle, est liée aux conditions initiales de l'expérience qui ne sont pas complètement imposées. Lorsque la bille est injectée dans le canal elle peut arriver avec une vitesse, une position par rapport à un demi-cylindre du fond, qui sont variables. La bille se retrouve le plus souvent dotée d'une certaine énergie

(cinétique et potentielle) au départ de l'expérience. Dans ce cas, les conditions de début de mouvement que l'on mesure sont en fait les conditions hydrauliques nécessaires pour maintenir le mouvement de la bille ; ces conditions sont bien évidemment réduites en comparaison de celles qui seraient nécessaires pour mettre en mouvement une bille qui se trouverait initialement au repos entre deux demi-cylindres.

Les trois raisons que nous venons d'évoquer vont dans le sens de conditions hydrauliques, pour observer le mouvement de la bille, moins intenses que celles qui ont été mesurées par Shields.

### 3.2.2 - Importance des conditions initiales pour la caractérisation du début de mouvement de la bille

Avant d'analyser l'influence de la pente et du paramètre de rugosité sur le seuil de mouvement de la bille, il est fondamental de clarifier l'ambiguïté qu'il y a autour de la définition du seuil de mouvement. On distinguera deux définitions du seuil correspondant aux cas limites suivants :

- (i) la bille est initialement située, au repos, dans une dépression entre deux demi-cylindres du fond. Le seuil de mouvement est décrit par les conditions nécessaires à mettre la bille en mouvement. Cette définition est celle adoptée par Ling [54] qui a recherché théoriquement les conditions de mise en mouvement d'une bille posée, sans vitesse initiale, sur un arrangement bidimensionnel de billes formant un fond horizontal.
- (ii) La bille est dotée d'une énergie initiale (potentielle si elle est initialement située au sommet d'une demi-cylindre, et/ou cinétique si elle animée d'une vitesse non nulle). Dans ces circonstances, le seuil de mouvement est décrit par les conditions nécessaires pour maintenir un mouvement permanent de la bille. Cette définition est celle qui est adoptée dans le modèle de roulement d'Ancey présenté au chapitre 1.

Afin de quantifier la différence de valeur de seuil générée par la variété sur la situation initiale de la bille, nous avons effectué quelques simulations numériques à l'aide du modèle de dynamique des contacts (le modèle et ses résultats sont présentés en annexe A). Les simulations consistaient à chercher la vitesse moyenne du courant d'eau nécessaire pour observer le mouvement continu d'un disque, selon qu'il se trouve initialement au sommet ou dans une dépression entre deux disques du fond. Les résultats ont montré que la situation initiale du disque influençait fortement cette vitesse, et donc le nombre  $N_{*cr}$ . Par exemple, pour  $\tan \alpha = 5\%$  et  $z = 1$ , le disque se met en roulement pour  $N_{*cr} = 0,33$  si la bille est au sommet d'un disque du fond et pour  $N_{*cr} = 0,83$  si la bille est dans une dépression. Selon la position initiale du disque, le nombre  $N_{*cr}$  peut varier d'un facteur 2,5.

La différence de conditions qu'engendrent les deux définitions du seuil de mouvement peut aussi être interprétée en terme d'angle critique  $\alpha_{cr}$ . Dans notre contexte, cet angle correspond à l'angle de la

ligne cahoteuse nécessaire pour mettre en mouvement la bille sous la seule action de la gravité. Dans le cas (i), où la bille est initialement au repos dans une dépression, cet angle s'obtient à partir de considérations géométriques et s'écrit de façon générale :

$$\mathbf{q}_{cr}(\mathbf{z}) = \arcsin\left(\frac{\mathbf{z}}{1+\mathbf{z}}\right) \quad (6.2)$$

avec, si  $\mathbf{z} = 1$ ,  $\mathbf{q}_{cr} = 30^\circ$ . Dans le cas (ii), où la bille est dotée d'une énergie initiale, l'angle critique nécessaire pour observer un mouvement permanent de la bille peut s'écrire [55] :

$$\mathbf{q}_{cr}(\mathbf{z}) = \arctan\left(0,0025e^{7,46z/(1+z)}\right) \quad (6.3)$$

Dans nos expériences, nous n'avons pas imposé de conditions initiales à la bille. Le seuil de mouvement que nous avons mesuré peut correspondre à l'un ou l'autre des seuils définis ci-dessus. Pour que les résultats des expériences aient un sens et qu'on puisse les comparer aux résultats des modèles, nous devons tenir compte de la fluctuation des résultats provoquée par la différence de définition du seuil. Dans la suite la définition (i), caractérisée par la condition (6.2), sera notée par  $CI=0$  et la définition (ii), caractérisée par la condition (6.3), par  $CI \neq 0$ .

### 3.2.3 - Influence de la pente

Dans cette partie il s'agit d'analyser l'influence de la pente  $\tan \mathbf{q}$  sur la valeur du nombre  $N_{*cr}$  caractérisant le seuil de mouvement de la bille. Pour ce faire, nous avons reporté sur la figure 6.3 les résultats expérimentaux sous la forme du nombre  $N_*$  en fonction de  $\tan \mathbf{q}$  pour une valeur de  $\mathbf{z} = 4/3$ . Les données sont séparées en deux catégories selon que la bille est à l'arrêt ou en mouvement. Sur la figure 6.3, l'arrêt de la bille est représenté par les symboles en forme d'étoiles, et le mouvement par les symboles en forme de carré. Les conditions initiales de la bille étant variables, on s'attend à ce que la transition entre les régimes d'arrêt et de roulement s'étale sur une large gamme de valeurs de  $N_*$ . La figure 6.3 reporte aussi le seuil de mouvement calculé à partir des modèles d'Ancey (Equation 2.17), de Chiew, et de Lau (Equation 2.4), que nous avons décrit au chapitre 2. Pour chaque modèle, nous avons tracé deux seuils de mouvement selon les deux cas limites décrits au paragraphe 3.2.2.

La figure 6.3 montre que les différents modèles donnent des résultats à peu près identiques. En revanche, nos résultats expérimentaux ne mettent en évidence aucune tendance et ne nous permettent pas de confirmer que le seuil diminue lorsque  $\tan \mathbf{q}$  augmente comme le prévoit les modèles. Cela peut être attribué aux variations des conditions initiales. En effet, celles-ci induisent une variation de la valeur du seuil qui est au moins d'un facteur 2. Dans la gamme de pente que nous avons testés, et en prenant la condition selon laquelle la bille est initialement au repos dans une dépression ( $CI=0$ ), les

modèles prévoit que le seuil diminue de  $N_{*cr}=0,75$  pour  $\tan\mathbf{q}=1\%$ , à  $N_{*cr}=0,5$  pour  $\tan\mathbf{q}=20\%$ , soit d'un facteur 1,5 (Figure 6.3). On comprend alors que l'effet de la pente puisse être atténué par l'effet des conditions initiales dans nos expériences.

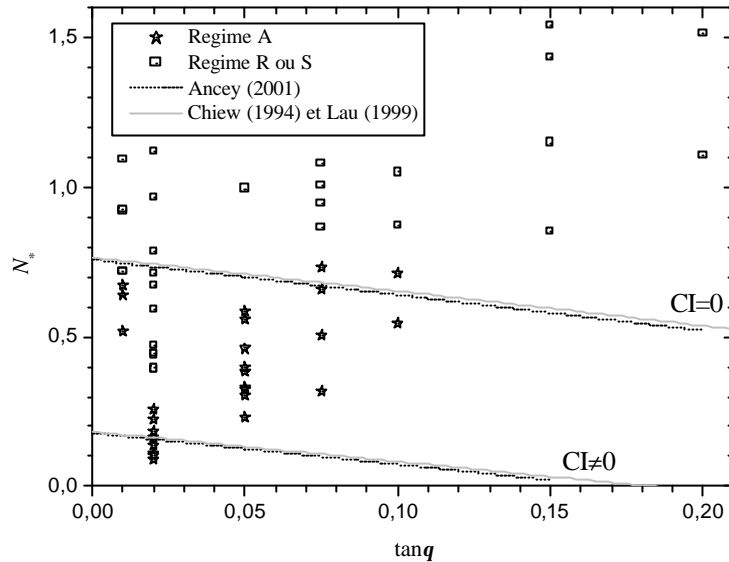


Figure 6.3 : seuil de mouvement en fonction de l'inclinaison du fond  $\tan\mathbf{q}$ . Résultats expérimentaux et comparaison avec les modèles.

Ce résultat est en fait assez intéressant en termes de transport solide, car il signifie que pour les écoulements à pentes modérées ( $\tan\mathbf{q} < 15\%$ ), la condition de mouvement est plus fortement influencée par la situation initiale des grains, que par la pente du cours d'eau.

### 3.2.4 - Influence du paramètre de rugosité sur le seuil de mouvement

#### a) Fond uniformément rugueux

Dans cette partie il s'agit d'analyser l'influence du paramètre de rugosité  $\mathbf{z}$  sur la valeur du nombre  $N_{*cr}$  caractérisant le seuil de mouvement de la bille. Avec cet objectif en tête, nous avons reporté sur la figure 6.4 les résultats expérimentaux sous la forme du nombre  $N_*$  en fonction de  $\mathbf{z}$ . Pour une valeur de  $\mathbf{z}$  fixée, les données sont séparées en deux catégories selon que la bille est à l'arrêt (symboles en forme d'étoiles) ou en mouvement (symboles en forme de carré). Pour tracer la figure 6.4, on a supposé en première approximation que la pente a une influence négligeable sur le seuil de mouvement en comparaison de celle du paramètre  $\mathbf{z}$ , pour  $\tan\mathbf{q} < 5\%$ ; on analyse alors de façon confondue les résultats obtenus pour les pentes variant entre 1% et 5%. L'influence de la pente a été examinée dans la partie précédente et nous avons montré que son effet est en tout cas négligeable

devant celui des conditions initiales. Etant donné que la pente et les conditions initiales de la bille sont variables, on s'attend à ce que la transition entre les régimes d'arrêt et de roulement s'étale sur une large plage de valeurs de  $N_*$ .

Comme on s'y attendait, la figure 6.4 montre que la transition entre les régimes d'arrêt et de roulement n'est pas nette. Les conditions initiales de la bille (et peut être aussi la pente) jouent de façon sensible sur la valeur du seuil : pour  $z = 0,5$  et  $z = 4/3$  la valeur du seuil peut varier du simple au double. Malgré ce fait, la figure 6.4 montre clairement que le paramètre de rugosité affecte le seuil de mouvement. La transition du régime d'arrêt au régime de roulement s'opère pour des valeurs de  $N_*$  qui sont d'autant plus élevées que le paramètre de rugosité  $z$  augmente : entre 0,095 et 0,19 pour  $z = 0,5$ , en 0,23 pour  $z = 1$  et entre 0,39 et 0,67 pour  $z = 4/3$ . Ce résultat n'est pas surprenant car il paraît naturel que, pour une bille et une pente données, la bille requière de la part du courant d'eau une quantité d'énergie d'autant plus grande que le demi-cylindre situé en aval et qu'elle doit surmonter à un rayon important.

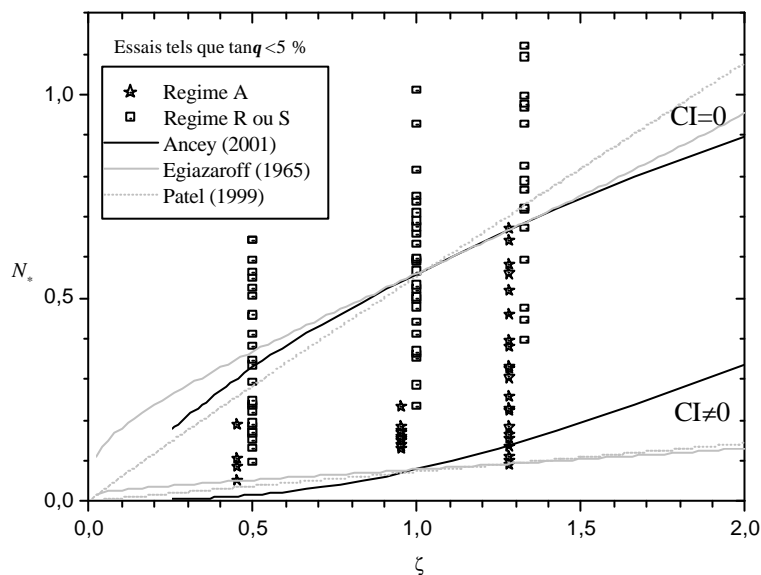


Figure 6.4 : mise en évidence du seuil de mouvement en fonction du paramètre de rugosité  $z$ . Résultats expérimentaux et comparaison avec les modèles.

Sur la figure 6.4, nous avons aussi reporté le seuil de mouvement de la bille calculé à partir des modèles d'Ancy (Equation 2.17), d'Egiazaroff (Equation 2.2), et de Patel (Equation 2.3) que nous avons décrit au chapitre 2. Pour chaque modèle, nous avons tracé deux seuils de mouvement selon les deux conditions initiales limites décrites au paragraphe 3.2.2. La figure 6.4 montre que les différents modèles donnent des résultats assez proches pour des valeurs de  $z$  situées dans l'intervalle 0,5-1,5, et

qu'ils encadrent bien les résultats expérimentaux. On peut d'ailleurs noter que la zone de transition entre les régimes d'arrêt et de roulement est moins étalée dans les expériences que ne le prévoit les modèles.

*b) Fond aléatoirement rugueux*

La figure 6.5 est analogue à la figure 6.4, si ce n'est que nous avons ajouté les données expérimentales obtenues sur le fond irrégulier ( $z = al$ ) constitué de demi-cylindres de rayon  $r$  valant 1,5, 3, et 4 mm. Les régions grisées correspondent aux zones de transition entre les régimes d'arrêt et de roulement.

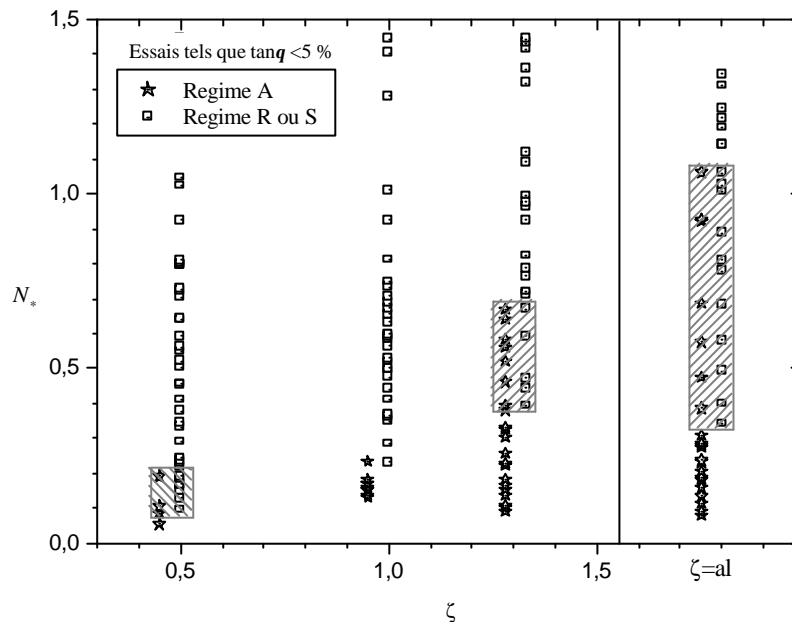


Figure 6.5 : seuil de mouvement dans le cas d'un fond irrégulier. Comparaison avec les résultats obtenus pour les fonds uniformément rugueux.

La figure 6.5 montre que l'irrégularité du fond modifie le seuil de mouvement en comparaison à celui observé pour les fonds uniformément rugueux. La transition du régime d'arrêt au régime de roulement s'opère pour des valeurs de  $N_*$  qui sont plus élevées et plus étalées, entre 0,34 et 1,06, dans le cas du fond irrégulier. Le mouvement permanent de la bille, correspondant aux valeurs de  $N_*$  les plus faibles de la zone de transition, apparaît pour un nombre  $N_*$  très proche de celui obtenu pour  $z = 4/3$ . Cela signifie que la condition de mise en mouvement de la bille est imposée par les demi-cylindres de plus grande taille. En revanche, les prémices du mouvement apparaissent pour des nombres  $N_*$  plus importants que pour  $z = 4/3$  ; c'est parce que pour le fond irrégulier, la

configuration qui demande le plus d'énergie (une bille posée dans une dépression avec en amont le demi-cylindre de plus petite taille et en aval celui de plus grande taille) en requiert encore plus que la configuration où la bille est située entre deux demi-cylindres de la plus grande taille.

### 3.3 - Conditions d'occurrence des régimes de roulement et de saltation

#### 3.3.1 - Introduction

Au cours d'un essai donné, on a observé que la bille peut se déplacer tantôt par roulement et tantôt par saltation. On caractérise alors l'occurrence des régimes de roulement et de saltation, ainsi que la frontière qui les séparent, en terme de proportion d'occurrence.

Nous avons vu dans la partie précédente que la valeur du seuil est modifiée par le paramètre de rugosité  $z$  et la pente du fond  $\tan \alpha$ . On introduit un nouveau paramètre, noté  $T_*$ , qui permet de décrire les conditions  $N_*$  pour lesquelles apparaît l'un ou l'autre des régimes relativement à la condition de début de mouvement  $N_{*cr}$  :

$$T_* = \frac{N_*}{N_{*cr}} \quad (6.4)$$

Le nombre  $T_* = 1$  correspond ainsi à la condition du seuil de mouvement quelque soit la valeur de  $z$  et de  $\tan \alpha$ . Il reste cependant un point à clarifier dans le cas où le seuil de mouvement s'étale sur une large gamme ; il s'agit de la valeur  $N_{*cr}$  qui doit être utilisée pour définir  $T_*$ . Nous faisons le choix de prendre pour  $N_{*cr}$ , la valeur de  $N_*$  qui marque la fin de la zone de transition entre les régimes d'arrêt et de roulement ( $N_{*cr} = 0,19$  pour  $z = 0,5$ ,  $N_{*cr} = 0,23$  pour  $z = 1$ ,  $N_{*cr} = 0,67$  pour  $z = 4/3$  et  $N_{*cr} = 1,06$  pour  $z = \infty$ ); de cette façon, les conditions initiales ne jouent plus sur l'occurrence des régimes.

#### 3.3.2 - Influence de la pente sur les régimes

Dans cette partie on analyse l'influence de la pente  $\tan \alpha$  sur l'occurrence des régimes de roulement et de saltation. Pour ce faire, nous avons reporté sur la figure 6.6 la proportion d'occurrence du régime de saltation ( $P_{saltation}$ ) en fonction du nombre  $T_*$  et de  $\tan \alpha$  pour une valeur de  $z = 1$ . Les données sont séparées en plusieurs catégories selon la valeur de la pente du fond. Nous avons aussi tracé, à titre indicatif, la frontière entre les régimes de roulement et de saltation : à gauche de cette frontière il y a la zone correspondant au roulement alors qu'à droite c'est la zone de saltation.

La figure 6.6 montre que la plage de conditions pour lesquelles le régime de roulement pur ( $P_{saltation} = 0$  sur la figure 6.6) existe ne dépend pas nettement de la valeur de la pente : il apparaît pour  $T_* = 1$  et se termine pour  $T_*$  variant entre 2,6 et 3,2. En revanche, la transition entre les régimes de

roulement et de saltation s'étale sur une plage de conditions qui varient selon la valeur de la pente. Cependant, pour  $\tan q \leq 10\%$ , il n'apparaît pas de tendance claire entre la largeur de la zone de transition et la pente; en première approximation, on peut dire que la pente n'a pas d'influence sur la plage d'existence des régimes de roulement et de saltation dans ces conditions. Pour  $\tan q > 10\%$ , dans les conditions expérimentales étudiées, nous avons observé uniquement de la saltation. On peut penser que pour de telles pentes, les conditions hydrauliques sont si intenses que le régime de roulement ne peut pas exister.

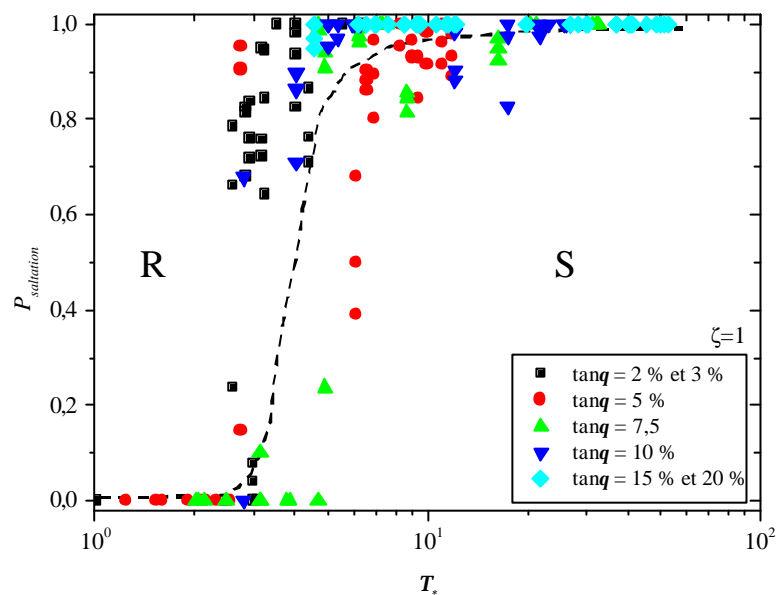


Figure 6.6 : Occurrence des régimes de roulement et de saltation en fonction de l'angle du fond  $q$  dans le cas d'un paramètre de rugosité  $z = 1$ .

### 3.3.3 - Influence du paramètre de rugosité sur les régimes

Analysons maintenant si le paramètre de rugosité  $z$  modifie l'apparition des régimes de roulement et de saltation. Dans la partie précédente, nous avons trouvé que la pente n'a pas d'effet significatif sur les conditions pour lesquelles existent ces deux régimes. Aussi, on analyse de façon confondue les résultats obtenus pour les pentes variant entre 1 % et 20 %. La figure 6.7 répertorie la proportion d'occurrence du régime de saltation en fonction de  $T_*$  et de  $z$ . Les données sont divisées en quatre groupes selon la valeur de  $z$ . Nous avons aussi tracé, à titre indicatif, deux courbes qui correspondent aux frontières entre les régimes de roulement et de saltation ; celle située aux plus faibles valeurs de  $T_*$  est valable pour  $z = 4/3$  et  $z = 1$ , et l'autre pour  $z = 0,5$  et  $z = 1$ .

a) *Fond uniformément rugueux*

La figure 6.7 montre clairement que le paramètre de rugosité affecte la plage de valeurs de  $T_*$  pour lesquelles nous avons observé les régimes de roulement et de saltation. Lorsque  $z$  augmente, la plage de valeurs de  $T_*$  pour lesquelles le régime de roulement pur ( $P_{saltation}=0$  sur la figure 6.7) existe diminue sensiblement : il apparaît entre  $T_*=1$  et  $T_*=2,6$  si  $z=0,5$  ou  $1$ , et il est inexistant si  $z=4/3$ . De la même façon, lorsque  $z$  augmente, la transition du régime de roulement au régime de saltation s'opère pour une plage de valeurs de  $T_*$  qui est de moins en moins étendue : entre  $T_*=2,6$  et  $T_*=33$  si  $z=0,5$ , entre  $T_*=2,6$  et  $T_*=21$ , et entre  $T_*=1$  et  $T_*=2$  si  $z=4/3$ .

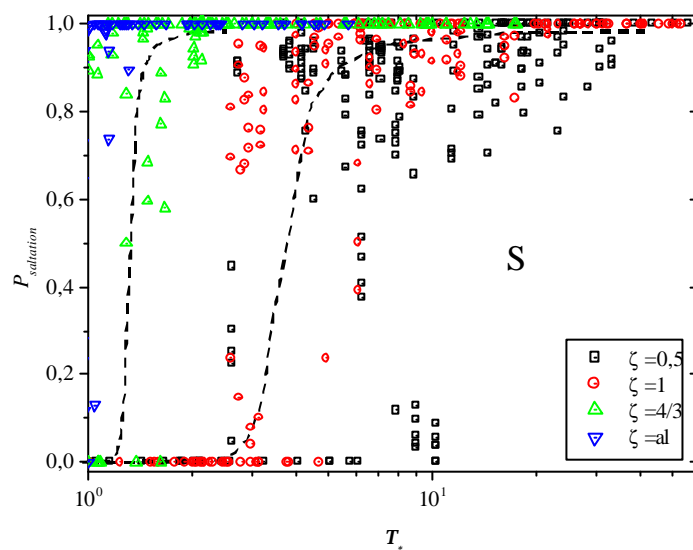


Figure 6.7 : Occurrence des régimes de roulement et de saltation en fonction du paramètre de rugosité  $z$ .

b) *Fond aléatoirement rugueux*

La figure 6.7 montre que l'irrégularité du fond a pour effet de réduire encore plus la plage de conditions pour lesquelles le roulement apparaît en comparaison à celle observée pour le fond uniformément rugueux pour lequel  $z=4/3$ . La transition du régime de roulement au régime de saltation s'opère pour une plage de valeurs de  $T_*$  comprise entre 1 et 1,4 ; autant dire que le régime de roulement est complètement inhibé dans le cas du fond irrégulier.

Les résultats des paragraphes a) et b) de cette partie montrent que la taille des rugosités constitue un facteur qui est à lui seul suffisant pour faire décoller la bille du fond et il est donc primordial dans la classification des régimes.

### 3.4 - Diagramme des régimes et implications en terme de transport solide

Les résultats de nos expériences en canal, nous ont permis de trouver différentes conditions pour que la particule-test soit entraînée par l'écoulement. Les figures 6.8 et 6.9 résument les régimes possibles selon ces conditions. La figure 6.8 représente le diagramme des régimes, pour  $z = 1$ , dans le plan  $\{N_*, \tan \alpha\}$ , alors que la figure 6.9 représente le diagramme des régimes dans le plan  $\{N_*, z\}$ . La zone notée « A ou R » correspond à la zone de transition entre les régimes d'arrêt et de roulement ; l'existence de cette zone est liée à la diversité des conditions initiales de la particule-test. La zone notée « R et S » correspond à la zone de transition entre les régimes de roulement et de saltation ; son existence est intrinsèque au phénomène de transport.

#### 3.4.1 - Diagramme des régimes dans le plan $\{N_*, \tan \alpha\}$

La figure 6.8 nous permet d'examiner les régimes possibles d'une particule selon la pente du fond, dans le cas où la particule a la même taille caractéristique que celle des rugosités du fond, soit pour  $z = 1$ . Pour bien souligner les conséquences de ce diagramme, en particulier en termes de transport solide, on peut analyser le cas d'un mélange uniforme de sédiments qui serait soumis à un courant d'eau. Avant tout, on fait l'hypothèse que ce diagramme est extrapolable à un tel cas.

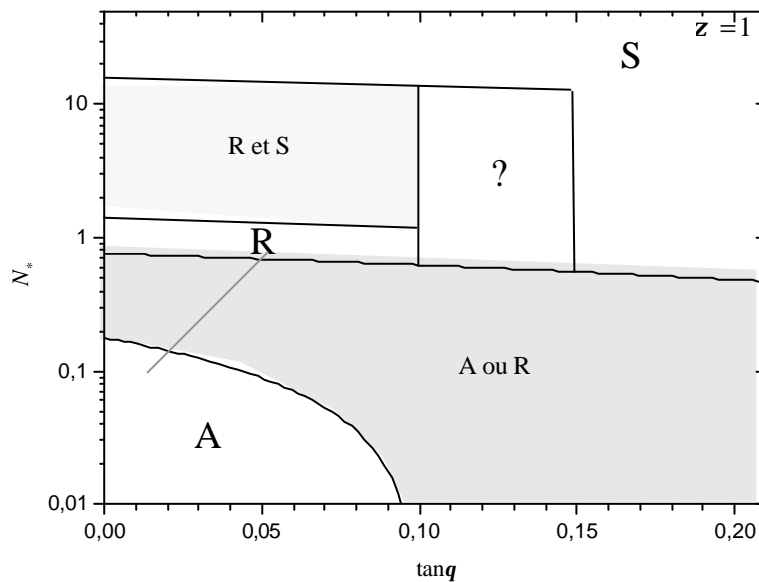


Figure 6.8 : diagramme des régimes de la particule test dans l'espace des phases  $\{N_*, \tan \alpha\}$ .

On considère un cours d'eau composé de tronçons de pente variable entre 1 % et 5 % et un débit liquide donné. Selon la loi d'écoulement de l'eau, la vitesse moyenne du courant d'eau, et donc en parallèle le nombre  $N_* = u_f^2 / ((s-1)g2a)$ , augmentent avec la pente ; on suppose que la relation entre  $N_*$  et  $\tan \mathbf{q}$  est connue et donnée par le segment représenté en gris sur la figure 6.8. Ce dernier a été calculé en supposant que les sédiments ont un diamètre moyen de 8 cm et que la vitesse du courant d'eau varie entre 0,4 m/s si  $\tan \mathbf{q} = 1\%$  et 1,2 m/s si  $\tan \mathbf{q} = 5\%$ . En se basant sur ce segment, on voit que, suivant que les particules se situent sur un tronçon de pente de 1 % ou 5 %, leur régime est différent. En particulier, les particules sont immobiles au niveau des tronçons de pente 1 %, alors qu'elles se déplacent par roulement au niveau des tronçons de pente 5 %. Entre ces deux cas limites, les particules sont transportées ou non selon les conditions initiales. Cette illustration montre qu'il peut y avoir un transport sélectif suivant la pente du tronçon du cours d'eau.

### 3.4.2 - Diagramme des régimes dans le plan $\{N_*, z\}$

La figure 6.9 nous permet d'examiner les régimes possibles d'une particule selon le rapport inverse entre sa taille  $a$  et la taille caractéristique des rugosités du fond  $r$  ( $z = r/a$ ). La figure 6.9 a été tracé pour  $\tan \mathbf{q} < 10\%$  ; si  $\tan \mathbf{q} \geq 10\%$ , le diagramme reste identique mise à part que la zone de roulement pur (R) est supprimée au profit de la zone de transition entre les régimes de roulement et de saltation (R et S).

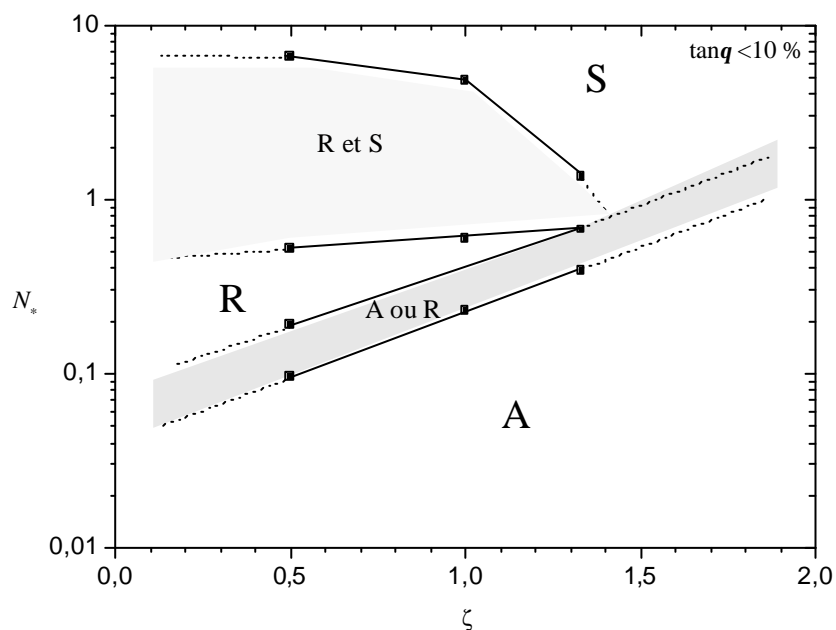


Figure 6.9 : diagramme des régimes de la particule test dans l'espace des phases  $\{N_*, z\}$ .

Comme nous l'avons souligné, le paramètre de rugosité  $z$  est un facteur clé dans la caractérisation du régime d'une particule. Pour fixer les idées et préciser les conséquences de ce résultat sur le transport solide, on peut analyser le diagramme des régimes (Figure 6.9) dans le contexte d'un mélange de sédiments de tailles variées soumis à un courant d'eau. Pour ce faire, on suppose que le diagramme des régimes est extrapolable à une telle configuration.

On considère un cours d'eau de pente donnée, composé d'un mélange de sédiments de diamètre moyen variant de 2 à 4 cm. Considérant les différentes configurations des grains au fond, le paramètre de rugosité peut varier entre  $z = 0,5$  et  $z = 2$ . La figure 6.9 nous permet de dire qu'il y a trois situations de transport selon la valeur du nombre  $N_*$  :

- (i) Entre  $N_* = 0,1$  et  $N_* = 2$ , il y a transport sélectif : les grains sont transportés ou non suivant la configuration dans laquelle il se trouve au niveau du lit (influence des conditions initiales).
- (ii) Entre  $N_* = 2$  et  $N_* = 7$ , tous les sédiments sont mobilisés, mais certains ( $z$  faible) se déplacent par roulement alors que d'autres ( $z$  élevé) avancent déjà par saltation.
- (iii) Pour  $N_* > 7$ , tous les grains se déplacent par saltation.

La zone (i) s'étend dans une plage de conditions très large : il y a un facteur 20 entre le nombre  $N_*$  auquel débute le transport sélectif et celui auquel il se termine ; soit un facteur 4,5 en terme de vitesse du courant d'eau puisque  $N_* \propto u_f^2$ . Le transport sélectif, lié ici à l'étendue granulométrie du mélange de sédiments, concerne alors une plage de régime d'écoulement très importante. En plus, nous avons considéré dans notre calcul des sédiments de taille variant du simple au double (entre 2 cm et 4 cm). Dans la majorité des cours d'eau à forte pente, la taille des sédiments s'étend sur un voire trois ordres de grandeurs (typiquement entre 1 mm et 1 m en torrent) ; la plage de conditions hydrauliques où apparaît le transport sélectif n'en sera alors que plus étendue. Dans de telles conditions, on peut s'attendre à ce que le transport sélectif concerne la majorité des régimes d'écoulement et que le transport total (qui signifie que toutes les tailles de sédiments sont mobilisées) ne concerne que les crues les plus intenses.

Une fois que tous les sédiments sont mobilisés, c'est le régime de saltation qui prend très vite le dessus.

## 4 - CONCLUSION

Ce chapitre avait pour objet d'établir une classification des régimes d'une particule sphérique, de rayon  $a$  et de densité  $s$ , soumise à un courant d'eau de vitesse moyenne  $u_f$  et de pente  $q$  variant de 1 % à 20 %. Nous avons observé les trois régimes suivants : l'arrêt, le roulement et la saltation.

On a montré au cours de ce chapitre qu'il est possible de décrire ces régimes en fonction de trois nombres sans dimension :

- (i)  $N_* = u_f^2 / ((s-1)g2a)$ , qui a la même forme que la contrainte de cisaillement adimensionnelle  $t_* = u_*^2 / ((s-1)g2a)$ . Seulement, dans notre contexte, le nombre  $N_*$  paraît plus adapté. Il fait intervenir la vitesse moyenne de l'écoulement  $u_f$  qui est, à notre sens, plus représentative que la vitesse au fond  $u_*$ , dans les cas où la taille des particules est du même ordre de grandeur que la hauteur de l'écoulement, et que le transport a lieu sur toute la hauteur.
- (ii)  $\tan q$ , la pente du fond, qui jusque là n'était pas considérée dans la classification des régimes.
- (iii) le paramètre de rugosité,  $z = r/a$ , qui est le rapport entre la taille caractéristique des rugosités du fond, et la taille de la particule-test.

Le nombre  $N_*$  joue un rôle très similaire à celui de  $t_*$  : lorsque  $N_*$  augmente, la bille est successivement à l'arrêt, puis roule et enfin entre en saltation. Pour une bille donnée, cela signifie que le régime de la bille est imposé par la vitesse moyenne du courant d'eau. Nous avons établi que la pente a une influence sur l'apparition des régimes, certaine, mais finalement assez faible en comparaison de celle du paramètre de rugosité. En effet, le paramètre de rugosité joue un rôle primordial sur la mise en mouvement d'une particule ainsi que sur l'apparition du régime de roulement. En supposant extrapolable nos résultats à des situations plus complexes (lit de rivière de pente variable et mélange de sédiments de granulométrie étendue), nous avons également montré que le transport sélectif doit être très significatif sur une large plage de conditions. Par exemple, on a montré que pour un mélange de grains dont le diamètre moyen s'étend entre 2 et 4 cm, il y a un facteur 4,5 entre la vitesse du courant d'eau à laquelle débute le transport et celle pour laquelle toutes les tailles sont mobilisées.

Au cours de ce chapitre, nous avons également souligné que, une fois que la particule est transportée par le courant d'eau, elle se déplace essentiellement par saltation. Le mouvement par roulement n'est significatif que pour des conditions situées juste au-dessus de celles correspondant au début de mouvement. Nous avons aussi établi que le roulement n'existe plus pour des pentes supérieures ou égales à 15 % ou pour un fond très cahoteux.



# CHAPITRE 7 -

## ETUDE MICROSTRUCTURELLE DU MOUVEMENT

---

Ce chapitre est consacré à l'étude microstructurale du mouvement. La première partie aborde la description du roulement alors que la deuxième partie traite du régime de saltation. Pour chacun des régimes, nous cherchons à identifier et quantifier les mécanismes mis en jeu dans le mouvement de la bille au sein du courant d'eau. Pour le roulement, il s'agit en particulier de décrire le type de contact de la bille avec le fond. Pour la saltation, nous examinons d'abord les forces mises en jeu lorsque la bille est en phase de saut ; dans ces conditions seules les actions hydrodynamiques et l'action de la gravité existent. Comme la bille se déplace à proximité de la surface libre et, parfois sort en grande partie de l'écoulement, il s'agit aussi de voir dans quelle mesure les forces hydrodynamiques sont modifiées en comparaison des résultats classiques. Ensuite, nous étudions le problème du choc de la bille avec le fond. Il s'agit alors de décrire les variations de quantité de mouvement de la bille occasionnées par un choc.

### 1 - ROULEMENT

Nous avons analysé la vitesse instantanée de la particule lorsqu'elle est en roulement sur les demi-cylindres du fond. Nous avons reporté sur la figure 7.1.a une trajectoire typique de roulement mesurée dans le cas d'une bille d'acier de rayon  $a=3$  mm en roulement sur un fond incliné à 5 % et composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Sur cette figure, nous avons aussi dessiné les demi-cylindres du fond, ainsi que la trajectoire idéale que devrait avoir la bille si elle suivait parfaitement le fond et si les mesures étaient réalisées de façon continue. Pour la trajectoire mesurée, nous avons reporté sur les figures 7.1.b et 7.1.c la vitesse instantanée de la bille, adimensionnée par la vitesse débitante de l'écoulement d'eau  $u_f$ , en fonction de sa position sur le demi-cylindre. La position de la bille est repérée par l'angle  $f$  ; cet angle est nul lorsque la bille est au sommet du demi-cylindre et il vaut environ  $3^\circ$  lorsque la bille est située sur le point de la rugosité d'altitude maximale. La figure 7.1.b reporte les variations de la vitesse longitudinale de la bille  $u_{px}/u_f$ , alors que la figure 7.1.c reporte les variations de la vitesse verticale de la bille  $u_{py}/u_f$ .

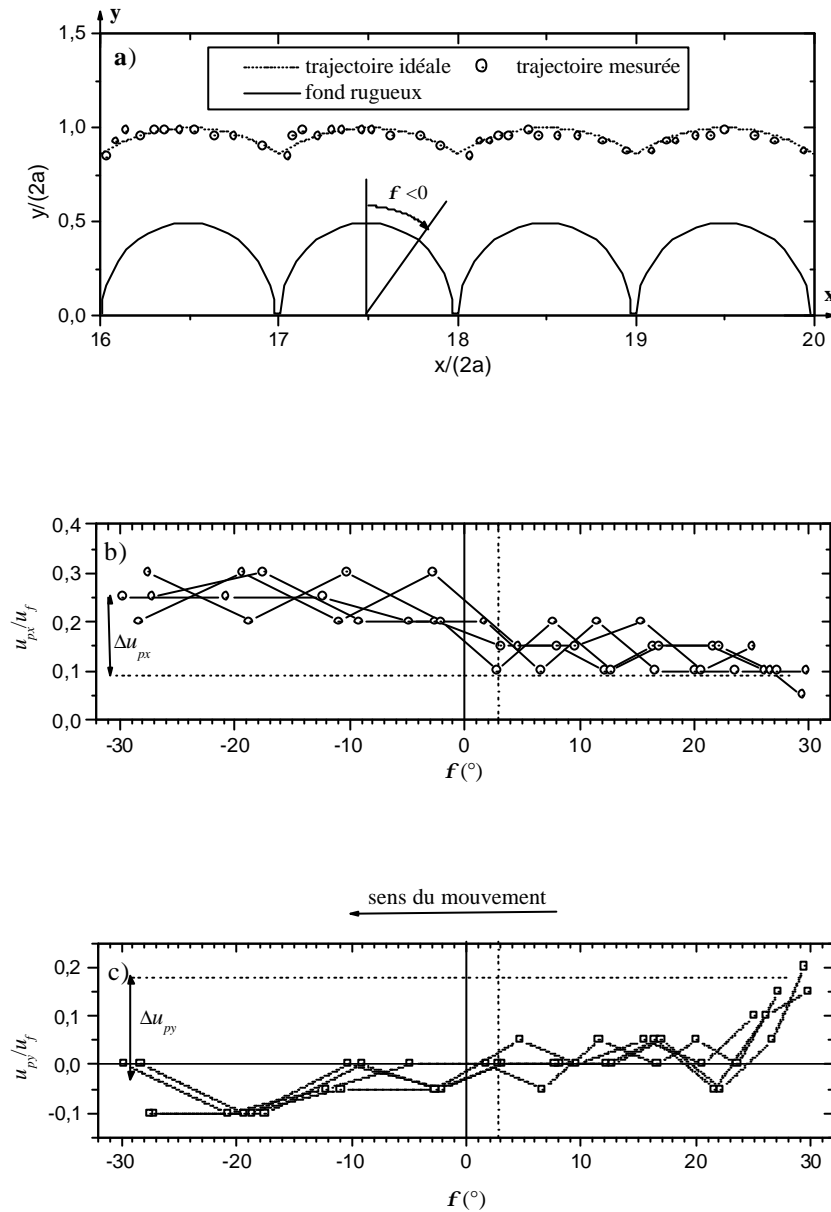


Figure 7.1 : variation de la vitesse de la bille le long d'une trajectoire de roulement. a) Trajectoire typique de roulement. b) Vitesse longitudinale de la bille en fonction de sa position sur le cylindre repéré par l'angle  $f$ . Pour  $f=0$  la bille est située au sommet d'un cylindre et pour  $f > 3^\circ$  elle est située sur la partie ascendante (amont) du cylindre. c) Vitesse verticale de la bille en fonction de l'angle  $f$ . L'expérience a été réalisée avec :  $Q=0,025$  l/s,  $\tan \alpha = 5\%$ ,  $h=8,2$  mm,  $a=3$  mm,  $r=3$  mm et une bille d'acier (Essai 16).

Les figures 7.1.b et 7.1.c montrent que *grosso modo* la vitesse de la bille varie de manière identique d'un cylindre à un autre et que les vitesses  $u_{px}/u_f$  et  $u_{py}/u_f$  sont corrélées avec la position de la bille sur le demi-cylindre. Le régime de la bille en roulement est alors presque stationnaire. Sur un demi-

cylindre, l'énergie dissipée par le frottement et les chocs est compensée par l'énergie fournie par les forces motrices.

Au cours du parcours de la bille sur un demi-cylindre, celle-ci accélère : alors que pour  $f \approx 30^\circ$  la vitesse longitudinale de la bille  $u_{px}/u_f$  vaut entre 10 % et 15 % , pour  $f \approx -30^\circ$  elle vaut près de 30 %. D'après la figure 7.1.b, l'accélération de la bille semble être localisée au voisinage du sommet du demi-cylindre ( $-5^\circ < f < 3^\circ$ ), c'est-à-dire lorsque la bille passe de la partie ascendante à la partie descendante du demi-cylindre. Cela indique que la bille est sensible aux variations locales du fond. La composante verticale de la vitesse  $u_{py}/u_f$  diminue au cours du parcours de la bille sur un demi-cylindre.

Lors du passage d'un demi-cylindre à un autre, nous avons observé que le choc conduisait à (i) un décollement local de la bille, et (ii) à une diminution sensible de la vitesse ; dans la direction des  $\mathbf{x}$ ,  $u_{px}/u_f$  chute de 30 % à 10 % et la vitesse est donc divisée par trois.

A partir de la vitesse de translation  $u_{pt}$  (nous avons fait l'hypothèse que la vitesse tangentielle est proche de la vitesse de translation suivant la direction  $\mathbf{x}$ ) et de la vitesse de rotation propre  $\mathbf{w}$  de la bille, on a calculé la vitesse de glissement au point de contact  $u_{pG} = u_{pt} - a\mathbf{w}$ . Nous avons trouvé que la vitesse de glissement est négative et vaut quelques centimètres par seconde, ce qui représente suivant les cas entre 8 % et 40 % de la vitesse de translation de la bille.

## 2 - SALTATION

### 2.1 - Variation de la vitesse instantanée au cours d'un saut

#### 2.1.1 - Vitesse de translation

Nous avons analysé la vitesse instantanée de la particule lorsqu'elle est en saltation dans l'écoulement. Nous avons reporté sur la figure 7.2.a une trajectoire typique de saltation mesurée dans le cas d'une bille de verre de rayon 3 mm en saltation sur un fond incliné à 10 % et composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. On peut montrer que pour cet exemple, la surface libre est située en  $y/(2a)=1,25$ . Pour cette trajectoire, nous avons reporté sur la figure 7.2.b les vitesses longitudinale  $u_{px}/u_f$ , et verticale  $u_{py}/u_f$ , de la bille en fonction du temps.

Les figures 7.2.a et 7.2.b montrent qu'on peut distinguer deux phases dans le mouvement par saltation de la bille :

- (i) la phase du saut qui correspond au temps passé au sein de l'écoulement d'eau ; pour cette phase, on peut considérer, en première approximation, que la vitesse de la bille évolue

quasi linéairement en fonction du temps. Cela implique que l'accélération de la bille est constante et que la force qui lui est appliquée l'est aussi. Nous analysons les forces mises en jeu dans cette phase dans la partie suivante.

- (ii) La deuxième phase correspond aux instants situés au voisinage des collisions de la bille avec le fond ; pour cette phase, la vitesse de la particule varie subitement. Nous analysons à cet effet la collision dans l'écoulement d'eau dans la deuxième partie.

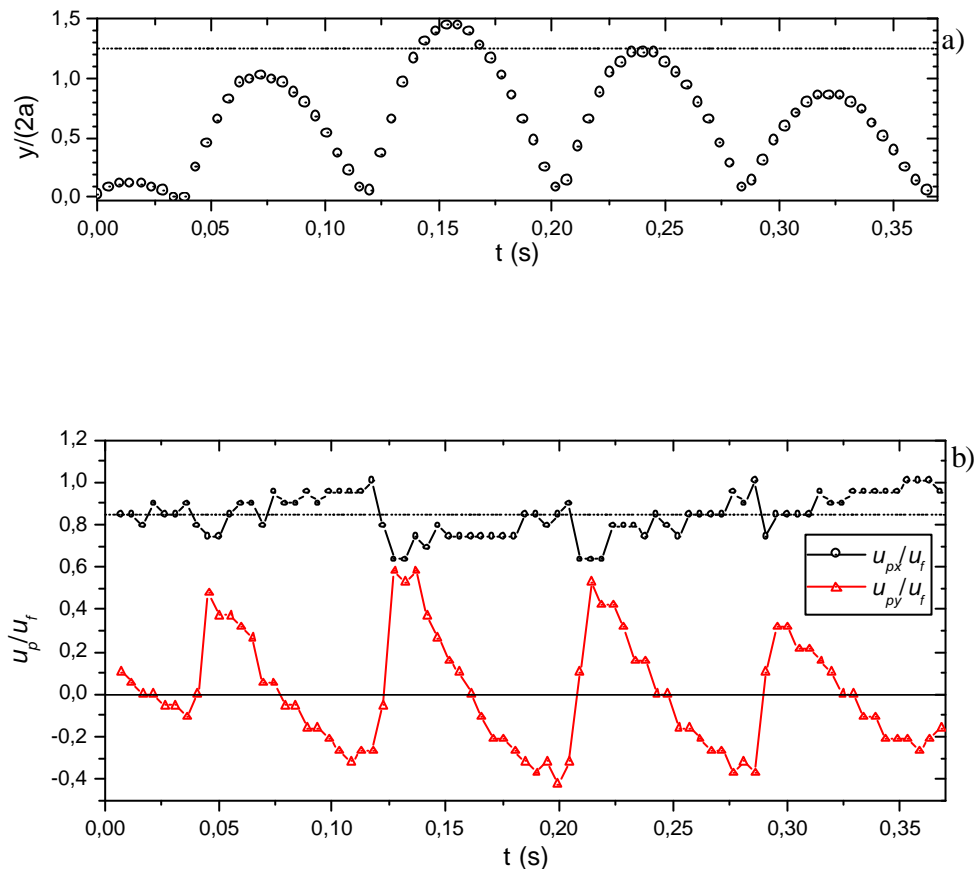


Figure 7.2 : variation de la vitesse instantanée d'une bille en saut. a) trajectoire typique de saut. b) vitesse longitudinale et verticale de la bille. Conditions expérimentales :  $\tan \alpha = 10\%$  ;  $a=3\text{mm}$  ;  $r=3\text{mm}$  ; bille de verre ;  $u_f=0,67\text{ m/s}$  ;  $h=7,5\text{ mm}$  ; essai 08.

### 2.1.2 - Vitesse de rotation propre de la bille

Nous avons réalisé quelques essais avec une bille transparente afin de d'observer qualitativement la vitesse de rotation propre, notée  $\boldsymbol{w}$ , de la bille lors des sauts. Il apparaît clairement que cette vitesse est modifiée à cause des collisions avec le fond rugueux. Dans la phase de saut à proprement parler, la vitesse de rotation reste à peu près constante.

Nous n'avons pas pu effectuer des mesures fines de cette vitesse au voisinage des chocs en raison de la limitation de la résolution temporelle de la caméra par rapport au phénomène de rotation. En revanche, à partir de l'observation de la vitesse de rotation de la bille sur la trajectoire, nous avons quantifié d'une part la valeur de la vitesse de rotation moyenne sur un saut, et d'autre part les variations de vitesse entre les sauts, supposées induites par les collisions. Nous avons observé que la bille tournait sur elle-même autour de 3 axes de rotation. Nous avons uniquement quantifié la rotation d'axe parallèle au fond et perpendiculaire à l'écoulement. Les conditions expérimentales des essais que nous avons traités correspondent à celles de la figure 7.2 : une bille de verre de rayon 3 mm, un fond uniformément rugueux incliné à 10 % et tel que  $r = 3$  mm, un débit liquide compris entre 0,03 et 0,04 l/s et une hauteur d'eau relative  $h_r = h/(2a)$  comprise entre 1 et 1,4.

#### *a) Quantification de la vitesse de rotation propre de la bille*

Sur l'ensemble des conditions testées, la vitesse de rotation propre de la bille varie entre 12 et 25 tr/s, ce qui représente suivant les essais entre 90 % et 180 % du taux de cisaillement  $u_f / h$ . Au cours d'une trajectoire, la vitesse de rotation propre de la bille fluctue assez significativement. Selon les essais, elle peut varier dans un intervalle de 10 % à 40 % autour de la valeur moyenne calculée sur l'ensemble de la trajectoire. Ces fluctuations sont supérieures à l'erreur relative sur les mesures comprise entre 6 % et 25 %. En définitive, les fluctuations ne peuvent donc être attribuées entièrement aux erreurs de mesures, mais bien au processus de collision.

#### *b) Origine de la vitesse de rotation propre de la bille*

La rotation propre de la bille peut être due à deux mécanismes : (i) les collisions et (ii) le cisaillement de l'écoulement. Dans l'objectif de quantifier la contribution fournie par le mécanisme de collision, nous avons réalisé des essais numériques avec le modèle de dynamique des contacts décrit en détails dans l'annexe A. Dans ce modèle, la rotation d'un disque ne peut être due qu'à l'effet des collisions, car les forces hydrodynamiques sont modélisées de façon telle qu'elles ne contribuent pas à la rotation du disque : les forces hydrodynamiques sont appliquées au centre de gravité du disque et leur moment est donc nul.

Nous avons réalisé un essai numérique dans les mêmes conditions que précédemment avec une vitesse de rotation initiale mise à zéro. Au terme de l'essai, c'est-à-dire une fois que la bille a atteint un régime permanent, sa vitesse de rotation propre vaut environ 10 tr/s, soit entre 40 % et 80 % de la vitesse mesurée dans les expériences en canal. Les résultats fournis par le modèle nous confortent dans notre hypothèse selon laquelle les collisions sont pour une grande part, pour plus de 50 % en moyenne, à l'origine de la rotation de la bille.

*c) Type de contact lors de la collision de la bille avec le fond*

Nous avons observé que d'un saut à un autre la vitesse de rotation propre de la bille fluctuait. Il s'agit de voir si l'augmentation ou la diminution de cette vitesse peut être reliée au type de contact lors du choc de la bille avec le fond.

On suppose, en première approximation, que les résultats obtenus pour le choc colinéaire de deux sphères dans l'air, peuvent être appliqués dans le contexte dont il est question ici : le choc d'une bille avec un demi-cylindre du fond au sein d'un courant d'eau. Si on utilisait le modèle décrit dans Foerster [32] (voir aussi tableau 1.2 du chapitre 1), on trouverait que :

- (i) Si la vitesse de rotation propre de la bille (en valeur absolue) diminue, le contact est nécessairement non-glissant ; en effet, si il y a glissement, compte tenu des signes de chacun des termes de l'équation (voir tableau 1.2 deuxième ligne, troisième colonne) dans notre cas de figure ( $\Omega^- , u_{rn}^- < 0$ ), la vitesse de rotation propre de la bille (en valeur absolue) devrait nécessairement augmenter.
- (ii) En revanche, si la vitesse de rotation de la bille augmente, on ne peut rien conclure et le contact peut être accompagné de glissement ou non.

## **2.2 - Analyse des forces mises en jeu lors de la phase de saut**

Dans cette partie nous nous intéressons à un saut en particulier. Nous supposons les conditions initiales du saut connues, et nous cherchons quelles sont les forces, les mécanismes, qui dictent le mouvement de la bille.

Lorsque la bille est au sein même du courant d'eau, il y a trois grandes contributions à prendre en compte :

- (i) l'inertie de la bille représentée par la force  $m\ddot{\mathbf{x}}$ , avec  $m = 4/3\rho a^3 r_s$  la masse de la bille ;
- (ii) la résultante des forces hydrodynamiques notée  $\mathbf{F}_H$  ;
- (iii) le poids déjaugé de la particule noté  $\mathbf{p}' = m'\mathbf{g}$  où  $m' = 4/3\rho a^3 (\mathbf{r}_s - \mathbf{r})$  est la masse déjaugée de la bille.

L'objectif de cette partie est d'analyser et de quantifier la part de chacune de ces contributions dans le mouvement de la bille.

### 2.2.1 - Procédure d'obtention de la force hydrodynamique mise en jeu lors de la phase de saut

En examinant la vitesse de la bille au cours d'un saut (§ 2.1.1), on a montré, en première approximation, que la celle-ci évolue linéairement en fonction du temps. La vitesse de la bille projetée dans le repère d'axe  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  peut alors s'écrire :

$$\begin{cases} u_{px}(t) = 2At + B \\ u_{py}(t) = 2Ct + D \end{cases} \quad (7.1)$$

avec  $A, B, C,$  et  $D$  sont des constantes. En dérivant l'équation (7.1) par rapport à la variable  $t$  et en la multipliant par la masse  $m$  de la bille, on obtient l'équation fondamentale de la dynamique appliquée à la bille qui s'écrit :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = m2A \\ m\ddot{y} = m2C \end{cases} \quad (7.2)$$

Cette équation implique que la résultante des forces appliquée à la bille est constante. Sachant que la résultante des forces est la somme de la contribution hydrodynamique  $\mathbf{F}_H$  et du poids déjaugé  $\mathbf{p}'$ , on peut en déduire l'expression de  $\mathbf{F}_H$  en fonction des constantes  $A$  et  $C$  suivant :

$$\begin{cases} F_{Hx} = m(2A) - m'g \sin \mathbf{q} \\ F_{Hy} = m(2C) + m'g \cos \mathbf{q} \end{cases} \quad (7.3)$$

Comme le poids déjaugé de la bille est constant, on en déduit que la résultante de la force hydrodynamique appliquée à la bille est constante sur un saut. L'analyse des forces est fondée sur cette hypothèse.

Pour calculer les forces  $F_{Hx}$  et  $F_{Hy}$ , il s'agit maintenant de calculer les coefficients  $A$  et  $C$ . Cela est réalisé à partir de la trajectoire de la bille. Les positions  $x$  et  $y$  de la bille sont calculées en intégrant l'équation (7.1) par rapport au temps :

$$\begin{cases} x(t) = At^2 + Bt \\ y(t) = Ct^2 + Dt \end{cases} \quad (7.4)$$

Les coefficients  $A, B, C,$  et  $D$  sont calés à partir des points de mesures de la trajectoire de la bille pour un saut donné à l'aide de la méthode des moindres carrés.

Afin de vérifier que l'hypothèse selon laquelle la force appliquée à la bille durant un saut est constante est satisfaisante, nous avons comparé la trajectoire mesurée avec la trajectoire calculée à partir du système d'équations (7.4). La comparaison est reportée sur la figure 7.3 et montre que les trajectoires modélisées reproduisent de façon très satisfaisante les trajectoires mesurées. L'écart entre

les deux types de trajectoires est inférieur à 10 %, ce qui est satisfaisant compte tenu du fait que les incertitudes de mesures sont de cet ordre de grandeur.

## 2.2.2 - Analyse des forces mises en jeu lors de la phase de saut

### a) Conditions expérimentales

La procédure de calcul développée précédemment a été appliquée aux essais correspondant aux conditions expérimentales suivantes :

- (i) des inclinaisons du fond de 5 %, 10 % et 20 %, afin de quantifier l'importance des forces hydrodynamiques relativement au poids déjaugé de la bille ;
- (ii) des vitesses débitantes différentes afin d'étudier l'intensité de la force hydrodynamique en fonction de la vitesse du courant d'eau.

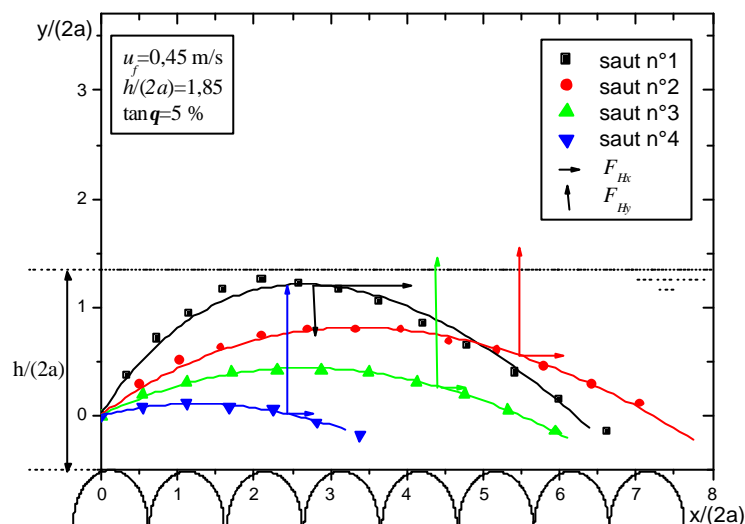


Figure 7.3 : force hydrodynamique, supposée constante, agissant sur la bille lors d'un saut. Conditions expérimentales :  $\tan q = 5\%$  ;  $u_f = 0,45 \text{ m/s}$  ;  $h/(2a) = 1,85$ .

### b) Analyse de la composante hydrodynamique

Nous avons reporté sur la figure 7.3 un exemple typique des forces hydrodynamiques calculées. Cette figure montre que la force hydrodynamique n'est pas identique sur tous les sauts : la composante longitudinale est d'autant plus grande que le saut est haut, alors que la composante verticale diminue quand la hauteur du saut augmente ; elle devient même négative pour les sauts les plus hauts. On examine ce phénomène, que nous pensons lié à la présence de la surface libre, dans le paragraphe suivant.

Afin de généraliser le résultat obtenu pour la résultante longitudinale de la force hydrodynamique  $F_{Hx}$ , nous avons tracé sur la figure 7.4 la force  $F_{Hx}$  en fonction de la position verticale maximum du centre de gravité de la bille,  $y_G$ , relativement à la hauteur de l'écoulement  $h$ . Cette figure montre, en effet, que  $F_{Hx}$  augmente régulièrement quand la bille s'élève dans l'écoulement. Cette tendance peut être liée à l'existence du profil de vitesse dans la hauteur de l'écoulement. Pour  $y_G/h > 1$ , l'intensité de la force  $F_{Hx}$  diminue. Cela est tout à fait normal car, pour  $y_G/h > 1$ , c'est-à-dire dès lors que la bille sort du courant d'eau, les actions hydrodynamiques doivent tendre vers une valeur nulle.

On peut aussi souligner que la force hydrodynamique ne varie pas beaucoup pour des conditions d'écoulement pourtant assez différentes. En fait, ce n'est pas surprenant puisque cette force est proportionnelle au premier ordre à la vitesse relative de la bille  $u_f - u_{px}$ , qui varie, dans toutes la gamme de nos conditions, entre -10 cm/s et 10 cm/s.

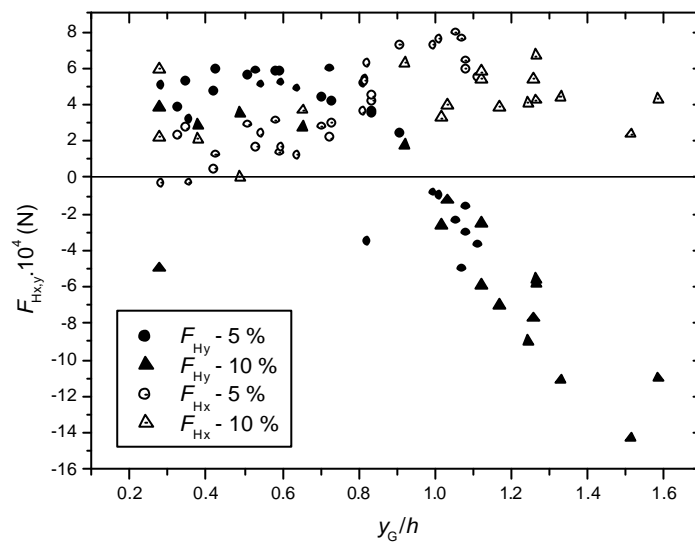


Figure 7.4 : intensité de la force hydrodynamique, supposée constante sur un saut, en fonction de la position maximale du centre de gravité de la bille au cours du saut relativement à la position de la surface libre.

### c) Effet de la surface libre

Les résultats concernant la force hydrodynamique résultante dans la direction verticale  $F_{Hy}$ , indiquent que, pour les sauts de petite hauteur, cette force est positive ; elle a alors pour effet de porter la bille. Pour les sauts de grande hauteur,  $F_{Hy}$  est négative et elle a pour effet de repousser la bille vers le fond. Nous attribuons ce phénomène à la présence de la surface libre : lorsque la bille arrive au niveau de la surface libre, il se développe une force de rappel qui tend à rabattre la bille vers le fond. Plusieurs pistes sont possibles pour expliquer cette force. Par exemple, la formation de jets au niveau

du sommet de la bille ou encore les effets de tension superficielle. La tension superficielle nous paraît être le mécanisme le plus probable. En effet, on peut montrer à partir d'un calcul simple que la force de tension superficielle qui se développe est du même ordre de grandeur que les autres forces mises en jeu.

On considère une bille de rayon  $a$  en saltation dans un courant d'eau. A l'approche de la surface libre, la bille déforme la surface de l'eau. Les effets de tension, qui sont directement liés à la courbure de l'interface entre l'eau et l'air, apparaissent. La pression mise en jeu à cause des effets de tension superficielle s'écrit :  $p = \mathbf{g}/a$  où  $\mathbf{g}$  désigne le coefficient de tension superficielle qui vaut dans le cas de l'eau pure  $\mathbf{g}=0,07 \text{ N.m}^{-1}$ , et  $a$  désigne le rayon de courbure de la surface libre au voisinage de la bille. La force résultante de l'effet de cette pression exercée à la surface de la bille  $\mathbf{p}a^2$  vaut alors :  $F = \mathbf{p}a\mathbf{g}$ . On caractérise l'importance relative des forces de tension superficielle et de la force de gravité par le rapport sans dimension :

$$\frac{F_c}{mg} = \frac{\mathbf{r}_s a^2 \mathbf{g}}{\mathbf{g}} \quad (7.5)$$

En prenant  $a=0,003$ ,  $\mathbf{r}_s=2500 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $g=10 \text{ m.s}^{-2}$  et  $\mathbf{g}=0,07 \text{ N.m}^{-1}$ , le calcul montre que l'ordre de grandeur du rapport (7.5) vaut  $O(1)$  : la force de tension est du même ordre de grandeur que le poids de la bille.

Afin de dégager un critère délimitant les effets de tension sur la trajectoire de la bille, nous avons tracé sur la figure 7.4 la force  $F_{Hy}$  en fonction de la position verticale maximum du centre de gravité de la bille,  $y_G$ , relativement à la hauteur de l'écoulement  $h$ . La figure 7.4 montre que  $F_{Hy}$  reste à peu près constante lorsque la bille est située dans le bas de l'écoulement ; à partir de  $y_G/h \approx 0,8$  elle diminue sensiblement et devient négative pour  $y_G/h > 1$ . On peut adopter, dans le cas d'une bille de rayon 3 mm, la condition  $y_G/h = 0,8$  comme critère pour la prise en compte des effets de tension.

On constate que la force de rappel qui se développe est de grande intensité : elle peut être trois à quatre fois plus importante que la force hydrodynamique  $F_{Hy}$ . Cela appelle deux commentaires.

- (i) A partir du moment où la bille sort de l'eau, il faudrait calculer  $F_{Hy}$  en retranchant du terme d'inertie non plus le poids déjaugé de la bille mais son poids propre ; tel que nous l'avons fait, le calcul est légèrement faussé pour  $y_G/h > 1$ .
- (ii) Nous supposons que la force de rappel est due aux effets de tension apparaissant lors de la déformation de la surface libre par la bille ; le canal étant étroit, ceux-ci sont certainement accentués du fait de l'adhérence du fluide aux parois latérales.

d) *Intensité des forces mises en jeu dans le processus de saltation*

Dans ce paragraphe, il s'agit de comparer l'intensité des différentes forces mises en jeu dans le mouvement par saltation de la bille. On peut distinguer deux situations selon la position de la bille au sein du courant d'eau.

- (i) pour  $y_G/h < 0,8$ , la bille est complètement plongée au sein du courant d'eau, et la surface libre n'affecte pas encore significativement la trajectoire de la bille. Dans ces conditions il s'agit de comparer l'intensité des forces suivantes : la force résultante due aux actions hydrodynamiques  $\mathbf{F}_H$ , le poids déjaugé de la bille  $\mathbf{p}'$  et son inertie  $m\ddot{\mathbf{x}}$ .
- (ii) pour  $y_G/h > 0,8$ , les effets de tension entrent en jeu, et il faut, en plus des autres forces examiner l'intensité de la force de tension  $\mathbf{F}_c$ .

Pour les cas (i) et (ii), la contribution du poids déjaugé dépend de la pente, et nous examinons l'importance relative de cette contribution pour trois conditions de pente : 5 %, 10 % et 20 %. L'inertie de la particule peut être calculée à partir des coefficients de calage  $A$  et  $C$  selon la formule (7.2).

Cas (i). La force hydrodynamique  $F_{Hy}$  dépend peu des conditions expérimentales ; en première approximation on peut dire que son intensité est constante, et de l'ordre de  $5 \cdot 10^4$  N. (se reporter à la figure 7.4). Suivant la direction  $y$ , les importances relatives de la contribution hydrodynamique et de la force d'inertie par rapport au poids déjaugé sont données par  $|F_{Hy}/p'_y| \approx 0,3$  et  $|m\ddot{y}/p'_y| \approx 0,7$ . Suivant la direction  $x$ , l'intensité de la force  $F_{Hx}$  n'est pas constante ; elle est minimum lorsque la bille a effectué un saut près du fond, et augmente lorsque la hauteur du saut de la bille augmente. Par conséquent, selon que la bille est en mouvement dans le bas ou dans le haut de l'écoulement, l'intensité relative de la force hydrodynamique et de la force d'inertie par rapport à celle du poids déjaugé varie. Elle peut aussi varier selon la pente considérée. Les résultats obtenus pour différentes pentes sont synthétisés dans le tableau 4.1 suivant.

$\tan \mathbf{q}$	$ F_{Hx}/p'_x $	$ m\ddot{x}/p'_x $
5 %	0,3 à 6,4	0,6 à 4,8
10 %	1,2 à 3,6	1 à 4,6
20 %	$\approx 1$	$\approx 2$

Tableau 7.1: intensité des forces mises en jeu dans la direction longitudinale du mouvement.

Les résultats obtenus dans les directions longitudinale et verticale montrent que les forces mises en jeu ont des intensités qui sont à peu près du même ordre de grandeur dans le cas (i).

Cas (ii). La force hydrodynamique  $F_{Hy}$  varie fortement dès lors que la bille commence à sortir de l'eau à cause des effets de la tension superficielle. Si la hauteur des sauts de la bille est à peu près identique à la hauteur de l'écoulement, le rapport  $|F_{Hy} / p'_y|$  vaut 0,1 ; il augmente avec la hauteur des sauts et atteint 1,3 pour les sauts les plus hauts. En comparant les résultats obtenus avec l'effet de la surface libre ( $F_{Hy} / p'_y = +0,3$ ) ou sans ( $F_{Hy} / p'_y = -0,1$ ), on peut déduire que la force de rappel qui se développe lorsque la bille tente de sortir de l'eau est au moins quatre fois plus importante que la résultante de la force hydrodynamique mise en jeu pour un saut qui n'interfère pas avec la surface libre. Dans la direction des  $x$ , le rapport  $|F_{Hx} / p'_x|$  vaut à peu près la même valeur qu'il avait dans le cas (i) pour les plus petits sauts. En revanche, si le centre de gravité de la bille atteint une hauteur 1,5 à 2 fois plus importante que la hauteur de l'écoulement,  $|F_{Hx} / p'_x|$  tend naturellement vers une valeur nulle.

Les résultats obtenus dans la direction verticale montre que les effets de tension constitue le mécanisme principal dans le cas (ii).

#### e) Relation entre la force $F_H$ et les mécanisme élémentaires

Les principales forces hydrodynamiques contribuant au mouvement par saltation de la bille sont la traînée, la portance et éventuellement la force de Magnus due à la rotation de la bille. La première force est dirigée dans la direction portée par la vitesse relative  $\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p$ , alors que les deux autres sont perpendiculaires à la première.

Classiquement on peut considérer que la traînée moyenne est dirigée selon l'axe  $x$  et alors identifier la force de traînée à  $F_{Hx}$ . De la même façon, on peut identifier  $F_{Hy}$  à la somme de la force de Magnus et la force de portance. Dans nos conditions, on note qu'il est difficile de faire de telles approximations, car l'angle entre le vecteur  $\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p$  et la direction des  $x$  peut être important, typiquement supérieur à  $45^\circ$ . En définitive, chaque force contribue au mouvement de la bille dans les deux directions  $x$  et  $y$ .

La portance compte une contribution due à la rotation et une autre due au cisaillement de l'écoulement. Ces contributions ne peuvent pas être calculées car leur expression n'est pas connue dans la situation où  $R_{ep} \gg 1$ . Cependant, les résultats obtenus au paragraphe 2.1.2 ont montré que la vitesse de rotation propre de la bille représente, suivant les conditions des essais, entre 90 % et 180 %

du taux de cisaillement  $u_f/h$ . La contribution due à la rotation est au moins aussi importante que celle due au cisaillement de l'écoulement, et peut être jusque à peu près deux fois plus importante.

### 2.3 - Analyse des collisions au sein du courant d'eau

Dans un objectif de modélisation du mouvement de particules au sein d'un courant d'eau, il est indispensable de décrire, en plus des mécanismes mis en jeu dans la phase de saut, le changement de trajectoire et de quantité de mouvement qui s'opère à chaque fois que la bille interagit avec le lit. Au niveau d'approche qui nous intéresse dans ce chapitre, le choc d'une bille avec les rugosités du lit est particulièrement délicat à décrire pour les raisons suivantes.

- (i) Il faut tout d'abord localiser le point d'impact entre la bille et le fond, si on veut décrire le choc de la bille à une échelle fine. Ceci est très compliqué car, en général, on ne connaît pas de façon exacte la position des particules du fond. Pour remplacer le détail du fond, on introduit une variable aléatoire  $f$ , qu'on appelle angle au point de contact, qui est définie comme l'angle entre la normale au plan de contact et la direction verticale (Figure 7.5). Le problème est de trouver la loi de distribution de cette variable qui pourra être entrer dans les modèles de saltation. Cette loi est par exemple choisie uniforme dans le modèle de Niño [20], où les particules du lit sont supposées être juxtaposées ; elle est identique quelle que soit l'intensité du courant d'eau. Il nous a semblé important de vérifier si cette loi ne peut pas être plus précise dans le cas d'une configuration simple, et aussi de tester si cette loi n'est pas modifiée par le courant d'eau. C'est ce que nous faisons dans le premier paragraphe (§ 2.3.1).

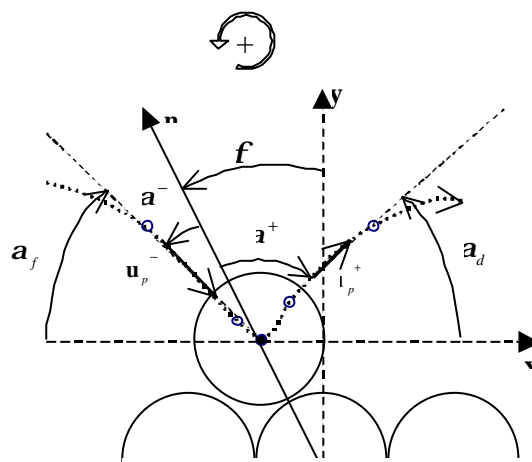


Figure 7.5 : définition des paramètres descriptifs de la collision de la bille avec un demi-cylindre du fond

- (ii) Le choc a lieu dans un courant d'eau. On a vu au chapitre 1 que, dans ces conditions, la variation de quantité de mouvement de la bille dans la direction normale était liée au nombre de Stokes  $St = 2 r_s u_p a / (9 \rho n)$ . Nous avons souhaité vérifier si, dans le cas d'un choc dans un courant d'eau, le coefficient de restitution normal  $e_n = -u_{pn}^+ / u_{pn}^-$  varie toujours avec ce nombre, ou bien si en plus, la vitesse du courant d'eau  $u_f$  intervient.
- (iii) La rotation de la bille intervient dans la quantité de mouvement perdue par la bille dans la direction tangente au plan de contact. On a vu dans la partie précédente que la vitesse de rotation propre de la bille est élevée, et que ses variations sont essentiellement dues au processus de collision. Cependant on ne peut pas quantifier de façon plus précise la vitesse de rotation propre de la bille et résoudre strictement le problème dans la direction tangentielle. Aussi, on introduit la variable aléatoire  $e$ , définie comme le rapport entre la norme de la vitesse de translation de la bille après et avant le choc :

$$e = \frac{|\mathbf{u}_p^+|}{|\mathbf{u}_p^-|} \quad (7.6)$$

Ce coefficient intègre l'effet de la rotation de la bille sur le processus de collision. Si on veut résoudre le problème de la collision entièrement, il faut décrire la loi de distribution de cette variable. C'est ce que nous faisons dans le paragraphe 2.3.4 suivant.

La procédure de calcul des grandeurs caractéristiques de la collision à cette échelle est décrite de façon complète en annexe B. Comme elle est assez fastidieuse, nous présentons les résultats expérimentaux d'une gamme d'essais réduite. Il s'agit des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm en mouvement de saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm et incliné à 10 % ou 15 %. La gamme de débit liquide variait de 0,016 l/s à 0,13 l/s, ce qui correspond à des vitesses débitantes comprises entre 0,5 m/s et 0,92 m/s.

### 2.3.1 - Loi de distribution de l'angle au point de contact

A partir de considérations géométriques simples, nous pouvons déterminer une gamme de variation de l'angle  $f$ .

- (i) La disposition des demi-cylindres au fond et le paramètre de rugosité  $z = r/a$ , impose à l'angle  $f$  de varier dans une gamme de valeurs comprises entre  $\pm \arcsin[z/(1+z)]$ .

- (ii) Pour un angle d'incidence de la bille, noté  $\mathbf{a}_f$  (Figure 7.5), tel que  $0 > \mathbf{a}_f > -\arcsin[\mathbf{z}/(1+\mathbf{z})]$ , l'angle  $\mathbf{f}$  ne pourra varier que dans l'intervalle de valeurs  $\mathbf{a}_f < \mathbf{f} < \arcsin[\mathbf{z}/(1+\mathbf{z})]$ .

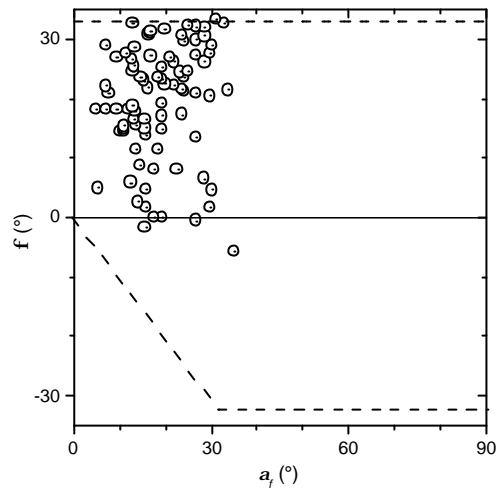


Figure 7.6 : variation de l'angle d'impact  $\mathbf{f}$  en fonction de l'angle incident  $\mathbf{a}_f$ . Les lignes en pointillés représentent les valeurs minimum et maximum possibles pour l'angle  $\mathbf{f}$  étant donné la valeur de  $\mathbf{a}_f$ .

Sur la figure 7.6, les courbes en pointillés ont été tracées sur la base de ces deux considérations, en supposant que  $\mathbf{z} = 1$  et que les demi-cylindres sont séparés de 0,2 mm. Nous avons aussi reporté sur cette figure, les mesures de  $\mathbf{f}$  réalisées à partir des expériences en canal. On voit, en fait, que l'angle  $\mathbf{f}$  varie dans un intervalle de valeurs beaucoup plus resserré que celui qui est imposé par la géométrie de la bille et des demi-cylindres du fond ; en particulier, il y a très peu de valeurs négatives. Cela peut s'expliquer par le sens du courant d'eau : compte tenu du fait que le courant d'eau est dirigé vers les angles négatifs, la bille en mouvement a une plus forte probabilité d'entrer en contact avec la partie amont des rugosités repérée par  $\mathbf{f} > 0$ .

Pour caractériser la distribution de l'angle de contact  $\mathbf{f}$ , nous avons calculé la distribution de fréquence relative  $P(\mathbf{f})$  pour différentes conditions expérimentales étudiées, et en particulier pour différents courants d'eau. Nous avons trouvé que l'écoulement d'eau n'affectait pas la valeur de l'angle  $\mathbf{f}$  (annexe B sur les collisions). On peut alors adopter une loi de distribution de la variable aléatoire  $\mathbf{f}$  identique quelle que soit l'intensité du courant d'eau. La pente du fond ne joue pas sur la distribution, car l'angle  $\mathbf{f}$  est repéré dans le repère lié à l'écoulement moyen. Finalement, nous avons calculé la

distribution de fréquence relative  $P(\mathbf{f})$  commune aux conditions expérimentales étudiées (Figure 7.7).

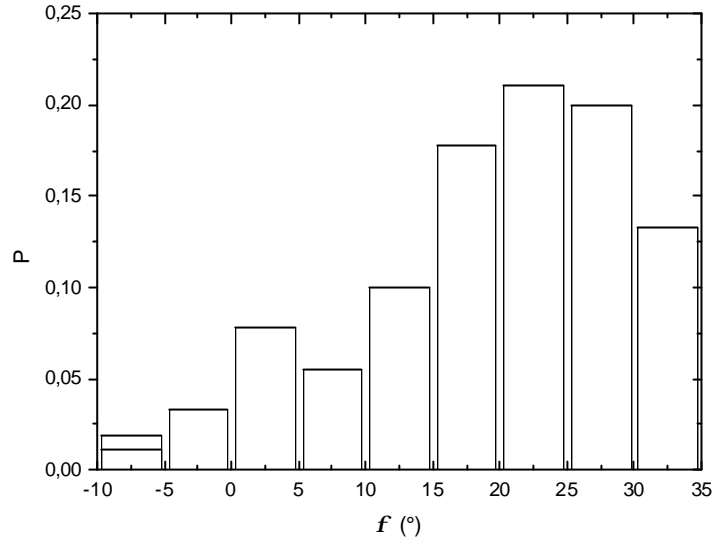


Figure 7.7 : distribution de la fréquence relative de l'angle de contact  $\mathbf{f}$  pour des conditions expérimentales de pente 10 % et 15 % et un courant d'eau de vitesse moyenne 0,5 m/s à 0,9 m/s.

La figure 7.7 montre que l'angle  $\mathbf{f}$  varie entre  $-10^\circ$  et  $35^\circ$ . Le pic de la distribution est situé entre  $\mathbf{f} = 20^\circ$  et  $\mathbf{f} = 25^\circ$ . Pour  $\mathbf{f} < 25^\circ$ , la fréquence  $P(\mathbf{f})$  diminue régulièrement quand l'angle  $\mathbf{f}$  diminue. Nous n'avons observé que très peu de cas correspondant à  $\mathbf{f} < 0$ , autrement dit il y a très peu de chance que la bille rencontre la partie située à l'aval d'un demi-cylindre.

### 2.3.2 - Coefficient de restitution normale

Dans le cas d'une collision dans l'eau au repos, nous avons vu au chapitre 1 que la perte de quantité de mouvement dans la direction normale à la collision, caractérisée par  $e_n$ , est liée au nombre de Stokes  $St = 2 \mathbf{r}_s u_p a / (9 \mathbf{r} \mathbf{n})$  [34]. L'idée de ce paragraphe est de vérifier si, pour un courant d'eau,  $e_n$  varie toujours avec  $St$  ou bien si la vitesse de l'écoulement d'eau  $u_f$  intervient aussi. Le coefficient  $e_n$  est le rapport des vitesses normales de la bille, après le choc et avant le choc :

$$e_n = -\frac{u_{pn}^+}{u_{pn}^-} \quad (7.7)$$

où les vitesses  $u_{pn}^-$  et  $u_{pn}^+$  sont calculées à partir des composantes des vecteurs  $\mathbf{u}_p^-$  et  $\mathbf{u}_p^+$  et de l'angle d'impact  $f$  (se reporter à la figure 7.5 et à l'annexe B).

Nous avons tracé le coefficient de restitution  $e_n$  en fonction du nombre de Stokes, calculé en fonction de  $u_{pn}^-$  ou de la vitesse relative  $(u_{pn}^- - u_f)$ . Contrairement au cas de l'eau au repos, nous n'avons pas pu mettre en évidence de relation entre  $e_n$  et  $St$ , ni même montrer une éventuelle influence de la vitesse de l'écoulement. Cela dit, bien que les valeurs de  $e_n$  soient dispersées entre 0 et 1, la valeur moyenne du coefficient  $e_n$  obtenue dans le courant d'eau est proche de celle obtenue dans le cas de l'eau au repos : nous avons trouvé  $e_n = 0,4 \pm 0,2$  dans le courant d'eau, contre  $e_n = 0,46 \pm 0,04$  dans l'eau au repos.

Finalement, s'il est difficile d'affirmer que la vitesse de l'écoulement influence ou non  $e_n$ , en revanche, les résultats indiquent que, dans un courant d'eau, le coefficient  $e_n$  est en tout cas plus faible en comparaison des valeurs obtenues dans l'air. En effet, dans le cas de l'air, nous avons trouvé pour une bille de verre un coefficient  $e_n = 0,68 \pm 0,07$ .

### 2.3.3 - Loi de distribution du rapport de la norme des vitesses $e$

Le coefficient  $e$  est défini comme le rapport entre les normes du vecteur vitesse de la bille après la collision et avant la collision (Equation (7.6)). Ce coefficient peut aussi être interprété comme la racine carrée du rapport entre l'énergie cinétique de translation après et avant la collision.

Pour caractériser la distribution du coefficient  $e$ , nous avons calculé la distribution de fréquence relative  $P(e)$  pour les différentes conditions expérimentales étudiées. Nous avons trouvé que l'écoulement d'eau n'affectait pas la valeur du coefficient  $e$  (annexe B sur les collisions). Par conséquent, on peut adopter une loi de distribution de la variable aléatoire  $e$  identique quelle que soit l'intensité du courant d'eau.

Aussi, nous avons calculé la distribution de fréquence relative  $P(e)$  commune aux conditions expérimentales étudiées (Figure 7.8).

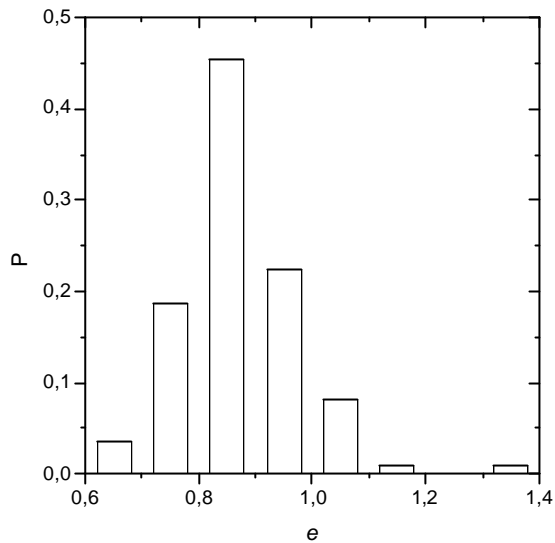


Figure 7.8 : distribution de fréquence relative du coefficient  $e$  pour les quatre écoulements dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 3.4.

La figure 7.8 montre que  $e$  prend des valeurs comprises entre 0,6 et 1,2. On remarque que le coefficient  $e$  n'est pas nécessairement inférieur à 1. Lorsque  $e > 1$ , cela signifie que la bille a gagné de l'énergie cinétique de translation entre les instants précédent et suivant le choc. Nous pensons que cet apport d'énergie provient soit de l'action du fluide ou soit de la transformation d'énergie de rotation en énergie de translation.

La figure 7.8 montre que la distribution de fréquence du coefficient  $e$  a à peu près la forme d'une loi normale. Aussi, la distribution  $P(e)$  peut être décrite par l'équation :

$$G(x, m, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{(x-m)^2}{2s^2}} \quad (7.8)$$

avec, dans nos expériences,  $m=0,85$  et  $s=0,07$  désignant respectivement la moyenne et l'écart type de la loi.

### 2.3.4 - Loi de choc

Compte tenu des résultats obtenus dans les paragraphes précédents, le choc d'une bille avec le fond dans une configuration simple où les rugosités sont de forme sphérique et juxtaposées et de taille identique) peut être modélisé suivant les trois étapes suivantes :

- (i) Choix d'un angle d'impact selon la loi de distribution représentée sur la figure 7.7. On remarque que, par rapport à la loi uniforme utilisée par Niño, la loi que nous proposons

permet de choisir un angle dans un intervalle de valeurs plus restreint, avec une probabilité maximum pour  $f$  compris entre  $20^\circ$  et  $25^\circ$ .

- (ii) Dans le repère local, détermination de la composante normale de la vitesse suivant la loi :  $u_{pn}^+ = (0,4 \pm 0,2)u_{pn}^-$ .
- (iii) Choix d'un coefficient  $e$  suivant une loi normale (Equation (7.8)) de moyenne 0,85 et d'écart type 0,07.

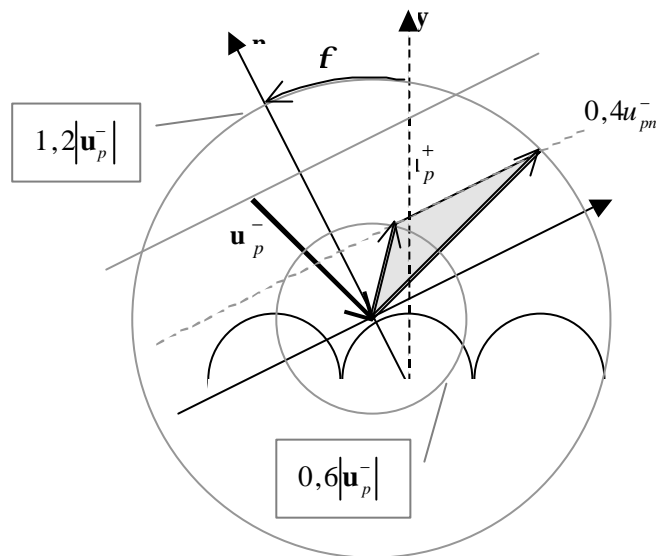


Figure 7.9 : détermination du vecteur vitesse après choc en fonction du vecteur vitesse avant choc pour  $f$  et  $e_n$  fixés.

Pour illustrer les étapes qui permettent de déterminer le vecteur vitesse de la bille après le choc en fonction du vecteur vitesse avant le choc, on a tracé sur la figure 7.9 la construction géométrique nécessaire pour obtenir les vecteurs vitesses possibles de la bille après le choc. La figure 7.9 a été tracée pour des valeurs de  $f$  et de  $e_n$  données ; les traits de couleur grise correspondent au traits de construction. La zone grisée correspond au vecteur vitesse possible après le choc selon la valeur du coefficient  $e$ .

On constate sur la figure 7.9 que, quelle que soit la valeur du coefficient  $e$ , la bille repart après le choc avec une direction qui est plus proche du plan tangent au point de contact qu'elle ne l'était avant. A notre sens, cela est lié au sens de rotation de la bille, qui tend après le choc à rabattre la bille vers le fond. C'est en effet ce que nous avons observé de façon générale dans les expériences (voir annexe B).

### **3 - CONCLUSION SUR L'ETUDE MICROSTRUCTURELLE DU MOUVEMENT DE LA BILLE**

L'objet de ce chapitre a été l'étude et la quantification des mécanismes mis en jeu dans les régimes de roulement et de saltation d'une particule-test soumise à un courant d'eau à forte pente.

Lorsque la bille est en roulement sur le fond, elle effectue un mouvement à peu près identique d'un demi-cylindre à un autre. Cela signifie que, lors de son parcours sur un demi-cylindre, l'énergie fournie par l'action de la gravité et les actions hydrodynamiques est dissipée par les actions de contact. Ces dissipations s'effectuent à la fois par frottement, car nous avons montré que la vitesse de glissement n'est pas nulle, et lors des chocs lorsque la bille passe d'un demi-cylindre à un autre.

Lorsque la bille est en saltation on peut distinguer deux phases faisant intervenir des mécanismes bien distincts.

- (i) Une première phase où la bille évolue au sein du courant d'eau ; elle est alors soumise uniquement aux actions hydrodynamiques et à l'action de la gravité. Pour cette phase, en plus des forces hydrodynamiques classiques, une force supplémentaire de grande intensité se développe si la bille évolue dans les 20 % de la hauteur de l'écoulement située au voisinage de la surface libre. Cette force est liée aux effets de tension à la surface libre qui surviennent dès lors que la bille déforme la surface de l'eau. Dans le cas où il n'y a pas d'effet de tension, la résultante des forces hydrodynamiques, la force due à l'action de la gravité et la force d'inertie de la bille sont à peu près du même ordre de grandeur. On a aussi montré que l'action hydrodynamique de portance est importante dans nos expériences, et nous avons montré que la contribution liée à la rotation propre de la bille (effet Magnus) est au moins aussi importante que celle qui est liée au cisaillement du courant d'eau (effet Saffman).
- (ii) La deuxième phase du mouvement de saltation correspond aux chocs de la bille avec les rugosités du fond. Pour cette phase ce sont les actions de contact qui sont prédominantes. Cependant, il y a clairement une action hydrodynamique qui se développe lors des chocs. Elle se traduit, en particulier, par un coefficient de restitution normal de valeur 40 % plus faible par rapport au coefficient mesuré dans l'air. On a aussi montré que les chocs contribuent pour plus de 50 % à la rotation de la bille ; autant les observations en canal que les tests numériques l'ont montré.

# CHAPITRE 8 -

## ETUDE DU MOUVEMENT MOYEN D'UNE PARTICULE

---

Au cours du chapitre 7, nous avons examiné les mécanismes mis en jeu dans le mouvement de la particule-test au sein d'un courant d'eau à forte pente. L'objet du chapitre 8 est de relier les mécanismes mis en évidence au chapitre précédent avec le comportement moyen de la particule-test. Contrairement aux faibles pentes, nous avons montré qu'à forte pente, les actions hydrodynamiques ne constituent pas le seul mécanisme essentiel imposant le mouvement de la particule. Il faut aussi tenir compte des interactions de la bille avec le fond et avec la surface de l'eau. Une grande partie du problème est aussi de déterminer quels sont les paramètres qui, à l'échelle du mouvement moyen de la particule, rendent compte de ces mécanismes. A cet effet, on aborde dans ce chapitre l'étude du mouvement moyen d'une particule-test en fonction des conditions hydrauliques, de la pente du canal, et de la rugosité du fond. Il s'agit d'étudier l'influence de ces paramètres sur la vitesse et la trajectoire de la particule pour identifier leur rôle et quantifier leur importance dans le comportement moyen de la particule en roulement (section 1) ou en saltation (section 2). Comme les mécanismes à l'origine du mouvement ont une intensité à peu près équivalente lorsque la particule est en saltation (résultat du chapitre 7), on peut s'attendre à ce que le comportement moyen de la particule s'accompagne de fluctuations importantes. Aussi, on examine le problème des fluctuations, et il s'agit de les quantifier et d'identifier leur origine.

Les résultats expérimentaux obtenus concernant la vitesse moyenne de la particule sont comparés, dans la section 3, aux résultats de deux modèles (Ancy et dynamique des contacts). Il s'agit de déterminer si à partir de modélisations simples des ingrédients de base du transport solide on retrouve les tendances et les estimations de la vitesse moyenne de la particule observées dans les expériences.

### 1 - LE REGIME DE ROULEMENT

Nous avons établi au chapitre 6 que le régime de roulement apparaît dans un faible intervalle de conditions situé juste au-dessus des conditions de début de mouvement. Même si ce régime ne concerne qu'une plage réduite de régimes d'écoulement et de taille de particule, il est cependant important de le caractériser car c'est pour ce régime qu'apparaissent, par exemple, les phénomènes de transport sélectif.

Cependant, parce que justement nous n'avons pas observé beaucoup de cas où la bille se déplace exclusivement par roulement, nous ne disposons pas de suffisamment de données pour étudier expérimentalement la vitesse moyenne de la bille spécifiquement en fonction de la pente ou encore du paramètre de rugosité. L'effet de la pente sur la vitesse de la bille en roulement sera examiné sous un

aspect numérique dans la partie 3 de ce chapitre. Dans cette partie, nous étudions la vitesse longitudinale adimensionnelle moyenne de la bille  $u_{p*} = u_p / u_f$  en fonction de la vitesse moyenne du courant d'eau  $u_f$ . La vitesse  $u_p$  est calculée comme le rapport entre la distance parcourue par la bille durant les phases de roulement et la durée des phases.

Nous avons aussi souligné au terme du chapitre 6, qu'il existe une large plage de conditions hydrauliques pour lesquelles le régime de roulement coexiste avec celui de saltation. Dans ce régime, qu'on peut qualifier de transitoire, il s'agit de voir si lors des phases de roulement, la bille se déplace avec la même vitesse que lors des phases de saltation. On aborde ce problème dans le paragraphe 1.2.

### **1.1 - Vitesse moyenne de la bille dans le cas du roulement pur**

Nous avons examiné la vitesse moyenne d'une bille de verre ou d'acier de rayon 3 mm roulant sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Pour la bille d'acier, la pente varie entre 5 % et 7,5 % et la vitesse débitante entre 0,33 m/s et 0,58 m/s ; pour la bille de verre, la pente varie entre 1 % et 3 % et la vitesse débitante entre 0,12 m/s et 0,25 m/s.

Les résultats (Figure 8.1 dans le cas de la bille de verre) montrent qu'il n'y a pas de relation nette entre la vitesse adimensionnelle de la bille  $u_{p*}$  et la vitesse débitante  $u_f$ .

En revanche, nous avons observé que la vitesse de la bille de verre est deux fois plus importante que la vitesse de la bille d'acier : la bille d'acier se déplace avec une vitesse représentant 20 % de la vitesse débitante, et la bille de verre avec une vitesse représentant environ 40 % de la vitesse débitante. Il peut y avoir au moins deux raisons pour que la bille de verre avance plus rapidement que la bille d'acier pour des conditions données. La première est liée à la densité de la bille : on conçoit que la bille de verre, plus légère que la bille d'acier, soit plus facilement transportée par le courant d'eau. La seconde raison peut provenir des chocs de la bille lors du passage d'un demi-cylindre à un autre. Lors d'un choc, la bille d'acier perd une plus grande quantité de mouvement que la bille de verre (dans l'air, nous avons trouvé un coefficient de restitution normal de 0,68 pour le verre contre 0,51 pour l'acier). Cette tendance est valable dans l'air et on suppose qu'elle le reste dans l'eau.

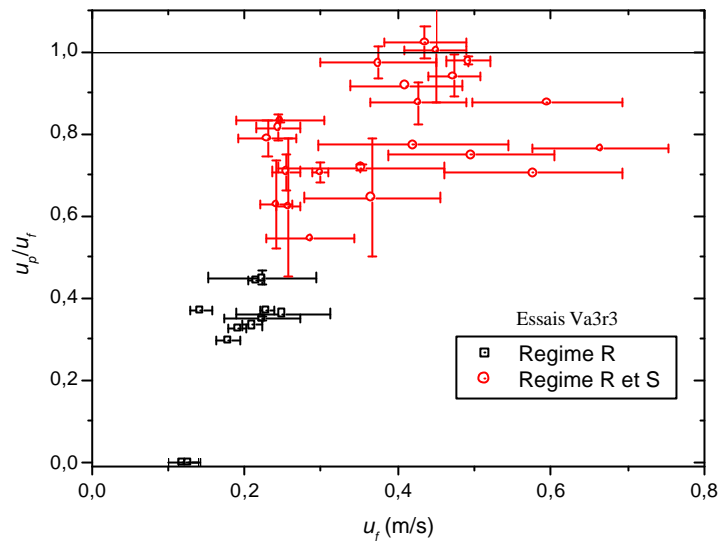


Figure 8.1: vitesse d'une particule en roulement sur le fond en fonction de la vitesse débitante. Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon  $a=3$  mm roulant sur un fond composé de rugosité de taille  $r=3$  mm. Pour le régime de roulement pur, la pente du fond varie entre 1 % et 3 % et la vitesse débitante entre 0,12 m/s et 0,25 m/s. Pour le régime où le roulement est mélangé à la saltation, la pente vaut entre 2 % et 10 %, et la vitesse débitante entre 0,25 m/s et 0,66 m/s.

## 1.2 - Vitesse moyenne de la bille dans le cas où la saltation coexiste avec le roulement

Nous avons voulu comparer la vitesse de la bille dans le cas où celle-ci se déplace exclusivement en roulement (série A) avec le cas où elle est tantôt en roulement et tantôt en saltation (série B). Pour ce faire, nous avons utilisé deux séries de données issues d'expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm en mouvement sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Les conditions expérimentales de la série A correspondent à une pente variant entre 1 % et 3 % et une vitesse débitante de 0,12 m/s à 0,25 m/s ; les conditions de la série B correspondent à une pente variant entre 2 % et 10 % et une vitesse débitante de 0,25 m/s à 0,66 m/s. La vitesse adimensionnelle de la bille en fonction de la vitesse débitante est reportée sur la figure 8.1 pour les deux séries A et B.

Les résultats montrent que la vitesse de la bille en roulement est beaucoup plus élevée pour le régime transitoire où coexistent roulement et saltation (cas R et S) que pour le régime de roulement pur (cas R) : la vitesse adimensionnelle de la sphère vaut environ 40 % si elle est en régime de roulement, alors qu'elle vaut entre 55 % et 100 % si elle est dans le régime transitoire. Compte tenu de ce résultat on peut conclure que, en régime transitoire, la vitesse de la bille en roulement est imposée par le régime de saltation. Ce résultat est très intéressant en terme de transport solide, car il signifie que, pour le régime transitoire où coexiste roulement et saltation, la vitesse moyenne d'une particule peut être modélisée à partir des résultats obtenus pour le régime de saltation.

La figure 8.1 montre aussi qu'en saltation, la vitesse moyenne de la sphère est à peu près identique à la vitesse débitante. Il y a alors une différence nette au niveau de la vitesse moyenne, et aussi du comportement, selon que la bille est en roulement ou en saltation. Cette différence peut être liée aux deux raisons suivantes. D'une part, la bille en roulement, par opposition à celle en saltation, se déplace sur le fond où la vitesse du courant d'eau est plus faible que la vitesse débitante. Par conséquent, la vitesse adimensionnelle de la bille en roulement est sûrement sous-estimée en comparaison de celle de la bille en saltation. D'autre part, lorsque la bille est en roulement les actions de contact, frottement et chocs, sont plus importantes que pour une bille en saltation : la bille en roulement dissipe une plus grande quantité d'énergie que la bille en saltation et avance donc moins vite.

## 2 - LE REGIME DE SALTATION

Dans le chapitre 6, nous avons souligné l'importance du régime de saltation dans une très large gamme de conditions, et en particulier pour les régimes de crues. Dans le paragraphe précédent, on a aussi montré que la vitesse d'une particule en saltation peut être utilisée pour décrire la vitesse d'une particule dans le régime de transitoire entre les régimes de roulement et de saltation. Aussi, souvent, la considération de ce seul régime peut être suffisante pour la description du transport solide.

Dans le cadre de la modélisation du transport solide, et plus particulièrement de l'évaluation du débit solide, nous avons vu au chapitre 2 qu'il est indispensable de connaître la vitesse longitudinale moyenne des particules charriées par le courant d'eau, et la hauteur de la couche de charriage. En termes de débit solide, on peut supposer que le comportement de plusieurs particules est identique à celui de la vitesse moyenne d'une particule (en supposant que le mouvement collectif des particules se passe comme si chacune se mouvait indépendamment des autres).

Avec cet objectif en tête, on aborde dans cette partie l'étude du mouvement moyen d'une particule-test sphérique de rayon  $a$  en saltation dans un courant d'eau de hauteur  $h$  et de vitesse moyenne  $u_f$ . La sphère se déplace sur un fond incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale et composé de demi-cylindre de rayon  $r$ . On introduit les nombres sans dimensions  $z = r/a$  et  $h_r = h/(2a)$  qui permet d'apprécier la taille des rugosités du fond et la hauteur d'eau relativement à la taille de la particule test. On introduit aussi le nombre  $N_* = u_f^2 / ((s-1)g2a)$  qui permet d'apprécier l'intensité du courant d'eau, et la pente du canal  $\tan\theta$ .

On caractérise le mouvement moyen de la sphère à l'aide des trois nombres sans dimension suivants :

- (i) La vitesse adimensionnelle moyenne de la sphère :  $u_{p^*} = u_p / u_f$  ;

- (ii) La hauteur adimensionnelle des sauts de la sphère :  $H_s = h_s / (2a)$  , avec  $h_s$  la hauteur maximum atteinte par la sphère au cours d'un saut qu'on peut identifier à la hauteur de la couche de charriage. La quantité  $H_s$  est comptée à partir de l'ordonnée d'une bille en contact avec le fond : si  $H_s = 0$ , cela signifie que la bille touche le fond et donc que son centre de gravité est situé en  $y / (2a) = 0,5$ .
- (iii) La longueur adimensionnelle des sauts de la sphère :  $L_s = l_s / (2a)$ .

Dans la section 2.1 on aborde l'étude des caractéristiques du mouvement de la sphère, alors que dans la section 2.2 on aborde le problème des fluctuations du mouvement.

## 2.1 - Caractérisation du mouvement moyen de la bille en saltation

Dans cette section, il s'agit d'examiner les caractéristiques du mouvement moyen de la bille en fonction de la pente  $\tan \boldsymbol{q}$  , du paramètre de rugosité  $\boldsymbol{z} = r / a$  , du nombre  $N_*$  , et de la hauteur relative  $h_r = h / (2a)$  , afin de dégager les paramètres qui sont les plus pertinents pour la description du mouvement ; on cherche aussi, éventuellement, à trouver des corrélations.

Les caractéristiques du mouvement moyen de la bille ont été calculées sur tous les sauts mesurés pour des conditions expérimentales données suivant la procédure décrite au chapitre 2. Selon les conditions, les moyennes ont été calculées sur un nombre de sauts variant entre 2 et 70.

### 2.1.1 - Dimensions des sauts

#### a) Influence des conditions d'écoulement sur les dimensions des sauts

La figure 8.2 reporte les dimensions des sauts en fonction de  $N_*$  et  $\tan \boldsymbol{q}$  dans le cas d'une bille de verre de rayon 3 mm en saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 4 mm.

Cette figure montre clairement que la hauteur et la longueur des sauts augmentent quand  $N_*$  augmente. Pour un matériau fixé, cela indique que les dimensions des sauts sont fortement corrélées avec la vitesse débitante de l'écoulement. En première approximation, les dimensions des sauts varient linéairement avec  $N_*$  , et comme  $N_* \propto u_f^2$  , elles varient suivant le carré de la vitesse débitante.

Cependant, l'évolution observée est moins nette pour la quantité  $H_s$  , pour laquelle les données expérimentales sont dispersées surtout à forte pente. Nous attribuons cet effet à l'interaction de la bille avec la surface libre qui, à notre sens, est plus marquée pour les fortes pentes. Cela s'explique de la façon suivante : pour une vitesse d'écoulement donnée, la hauteur d'eau est plus faible à forte pente ; la bille dispose de moins d'espace pour se déplacer verticalement, et, comme le montre la figure 8.2.a,

la hauteur des sauts est alors plus petite à forte pente. On constate aussi, sur la figure 8.2.b, que la longueur des sauts devient aussi plus faible lorsque la pente est forte. Cela souligne le fait que l'interaction de la bille avec la surface libre se répercute sur la longueur des sauts.

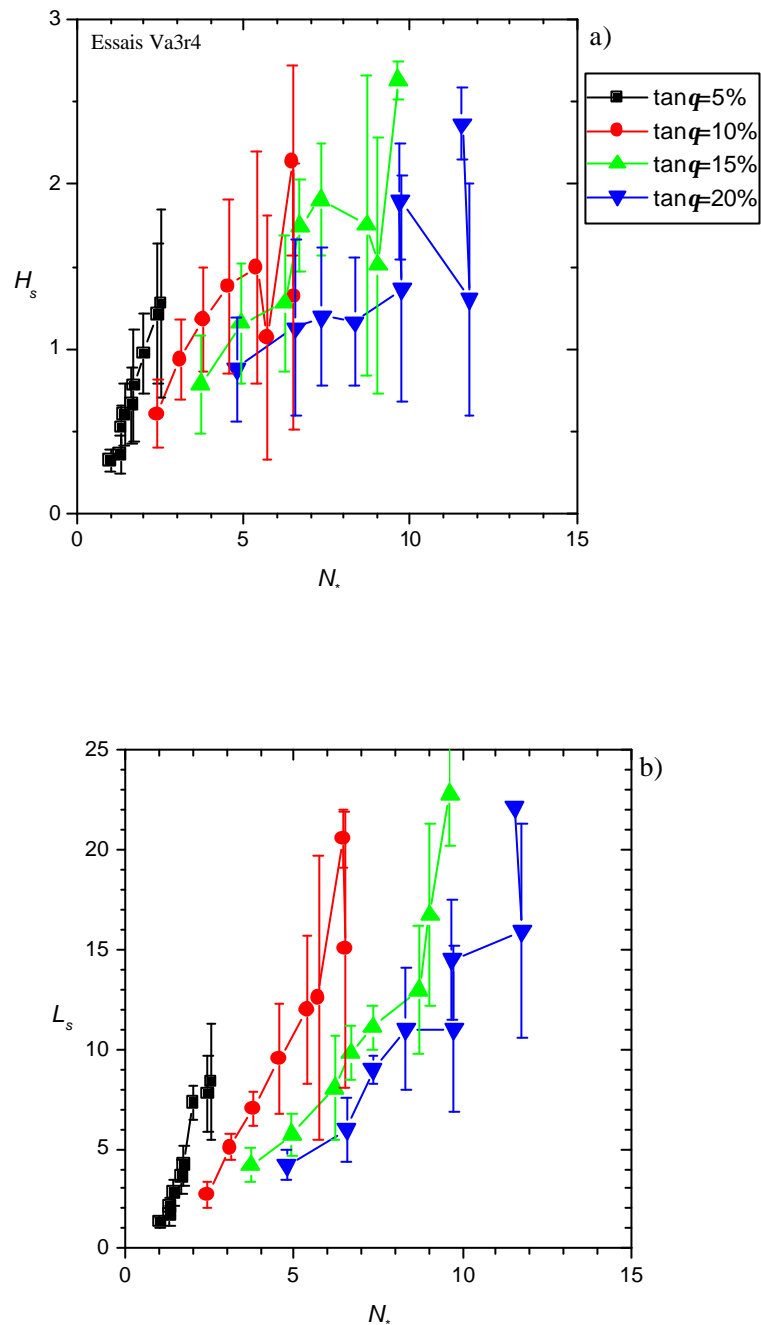


Figure 8.2: hauteur des sauts en fonction de la contrainte adimensionnelle de cisaillement lors du mouvement d'une bille par saltation. a) hauteur adimensionnelle des sauts. b) longueur adimensionnelle des sauts. Conditions expérimentales : bille de verre ;  $a=3$  mm ;  $r=4$  mm ;  $\tan \alpha = 5\%$  à  $20\%$ .

Pour confirmer notre explication, on a reporté sur la figure 8.3, la hauteur moyenne des sauts en fonction de la hauteur relative de l'écoulement  $h_r$  ; nous avons aussi tracé sur cette figure, la condition selon laquelle la hauteur du saut est égale à la hauteur d'eau :  $H_s = h_r$ . La figure 8.3 montre clairement que la valeur de la quantité  $H_s$  est proche de celle de  $h_r$ , et ce d'autant plus que la pente est forte. Ce résultat est important en terme de transport solide, car il signifie que, dans un courant d'eau à forte pente, le transport des particules concerne toute la hauteur de l'écoulement : la hauteur de la couche de transport peut alors être identifiée à la hauteur du courant d'eau.

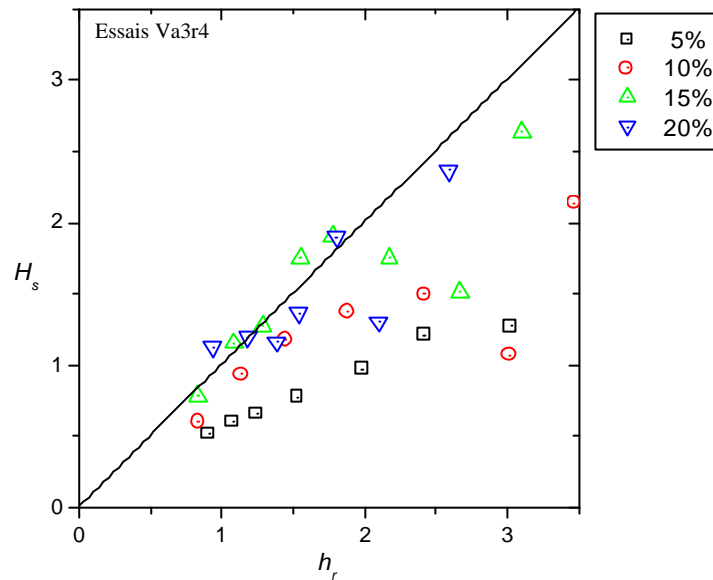


Figure 8.3 : hauteur adimensionnelle des sauts en fonction de la hauteur relative de l'écoulement  $h_r$  et de l'inclinaison du fond. Conditions expérimentales : bille de verre ;  $a=3\text{ mm}$  ;  $r=4\text{ mm}$ .

#### b) Influence du paramètre de rugosité

Afin de déterminer si le paramètre de rugosité  $z$  a une influence sur les dimensions des sauts, nous avons réalisé des essais de saltation pour les trois fonds uniformément rugueux et pour le fond irrégulier. Les résultats obtenus nous permettent de dire que, ni le paramètre de rugosité  $z$ , ni l'irrégularité du fond n'affectent significativement les dimensions moyennes des sauts. En fait, nous verrons dans la section portant sur les fluctuations que (se reporter aussi à l'annexe C) les variations des dimensions des sauts autour de la valeur moyenne sont telles qu'une influence du paramètre de rugosité n'est pas décelable dans nos conditions expérimentales.

c) Influence de la densité du matériau – forme des sauts

En comparant les dimensions des sauts pour la bille de verre et pour la bille d'acier pour des conditions d'écoulement données, nous avons trouvé que la hauteur des sauts est à peu près identique pour les deux types de bille. En revanche, pour ce qui concerne la longueur des sauts, ceux de la bille de verre sont plus allongés que ceux de la bille d'acier comme l'illustre la figure 8.4. Cela peut se comprendre par les rapports entre la phase solide et la phase fluide, caractérisés par le nombre de Stokes introduit au chapitre 1. Le temps caractéristique relié à l'évolution de la bille en réponse aux actions hydrodynamiques étant plus grand pour la bille d'acier que pour la bille de verre, cette dernière est plus fortement influencée par la force de portance qui a pour effet d'allonger son saut.

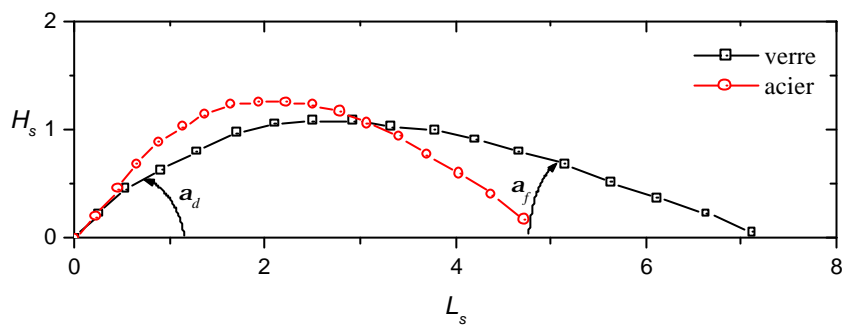


Figure 8.4 : exemple typique de sauts pour  $\alpha_d = 41^\circ$ . Le saut de la bille d'acier est plus symétrique que celui de la bille de verre. Conditions expérimentales :  $\tan\alpha = 10\%$  ;  $a = 3\text{mm}$  ;  $r = 3\text{mm}$  ;  $u_f = 0,43\text{ m/s}$  ;  $h = 7,5\text{ mm}$ .

Cependant, même pour la bille de verre cet effet ne joue pas de manière identique pour toutes les conditions. Pour apprécier de quelle manière la bille de verre est sensible aux actions hydrodynamiques, on peut examiner la forme des sauts de la bille.

On caractérise les sauts de la bille par les quantités  $\alpha_d$  et  $\alpha_f$ , définis respectivement comme l'angle de la tangente à la trajectoire au départ du saut, et l'angle de la tangente à la trajectoire à la fin du saut (Figure 8.4). Si le saut est à peu près symétrique, c'est-à-dire  $\alpha_f \approx \alpha_d$ , cela signifie que la bille de verre n'a pas été sensible aux actions hydrodynamiques ; au contraire si l'angle  $\alpha_f$  est nettement plus petit que l'angle  $\alpha_d$ , la bille de verre y a été sensible.

Pour apprécier de manière quantitative la réponse de la bille à l'action du fluide, on introduit le temps  $t_p = l_s / u_p$  caractéristique du temps de résidence de la bille au sein du fluide lors d'un saut et le temps  $t_f = a / u_f$  caractéristique du fluide. En supposant, en première approximation,  $u_p \approx u_f$ , le

rapport des temps caractéristiques peut s'écrire  $t_p/t_f = 2L_s$ . Il s'agit maintenant de trouver pour quelle valeur critique du nombre  $2L_s$ , la bille est significativement sensible à l'action du courant d'eau. Pour ce faire, on a reporté sur la figure 8.5 l'angle  $\alpha_f$  en fonction du nombre  $2L_s$ . Les données expérimentales reportées sur cette figure sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm en saltation sur un fond incliné avec un angle de 5 % ou 10 % et composé de demi-cylindres de rayon 3 ou 4 mm. L'angle  $\alpha_f$  dépend de l'angle départ du saut  $\alpha_d$  (en particulier dans l'air) qui n'est pas pris en compte pour tracer la figure 8.5. Aussi, on s'attend à ce que les valeurs de l'angle  $\alpha_f$  soient dispersées.

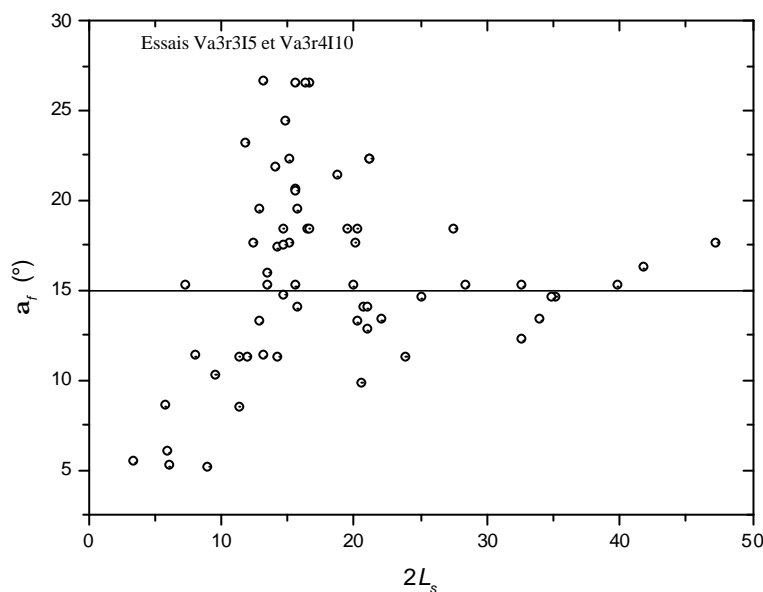


Figure 8.5 : caractérisation du couplage entre la phase solide et la phase liquide à l'aide de l'étude de la forme des sauts d'une bille. Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3mm en saltation sur un fond incliné avec un angle de 5 % et composé de demi-cylindres de rayon 3 mm, et sur un fond incliné avec un angle de 10 % et composé de demi-cylindres de rayon 4 mm.

La figure 8.5 montre assez nettement qu'il y a deux situations selon la valeur du nombre  $2L_s$  :

- (i) Pour  $2L_s < 20$ , l'angle  $\alpha_f$  prend des valeurs comprises entre  $5^\circ$  et  $27^\circ$  ; dans ce régime, les valeurs de l'angle  $\alpha_f$  sont dispersées et dépendent de l'angle de départ du saut  $\alpha_d$ .
- (ii) Pour  $2L_s > 20$ , l'angle  $\alpha_f$  tend vers une valeur constante de  $15^\circ$ . Dans ce régime, bien que l'angle de départ du saut  $\alpha_d$  soit variable, l'angle  $\alpha_f$  est indépendant de  $\alpha_d$ . Lors d'un saut, le temps de résidence de la bille au sein du courant d'eau est suffisamment long pour que les actions hydrodynamiques, et en particulier l'action de portance, affecte

significativement la trajectoire de la bille. Si le temps de résidence de la bille est encore plus long, il en résulte un équilibre entre les différents mécanismes mis en jeu (portance, traînée, poids déjaugé de la bille) qui se traduit par un angle d'incidence limite. Cet angle vaut  $15^\circ$  dans nos expériences avec la bille de verre. Lee [63] dans le cas de sphères de plastique de densité 1,4, a trouvé un angle limite de  $10^\circ$ .

### 2.1.2 - Vitesse de translation de la particule

Dans cette partie, nous étudions la vitesse longitudinale adimensionnelle moyenne,  $u_{p^*} = u_p / u_f$ , de la bille en saltation. La vitesse  $u_p$  a été calculée en effectuant une double moyenne. La première est une moyenne temporelle calculée sur l'ensemble de la trajectoire (sur un nombre entier ou non de sauts) mesurée pour un essai donné. La seconde est une moyenne d'ensemble calculée sur les vitesses moyennes obtenues pour chaque réalisation. La procédure de calcul de cette moyenne a été donnée au chapitre 2.

#### a) Influence des conditions d'écoulement sur la vitesse moyenne de la bille

Sur la figure 8.6 nous avons tracé la vitesse  $u_{p^*} = u_p / u_f$  en fonction de la hauteur relative de l'écoulement  $h_r$  et de  $\tan \alpha$  dans le cas d'une bille de verre de rayon 3 mm, en saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Les données sont divisées en 4 séries qui se distinguent par la pente du canal variant entre 5 % et 20 %.

La figure 8.6 montre tout d'abord que la vitesse adimensionnelle  $u_{p^*}$  varie entre 0,8 et 1,1. Elle est très proche de 1, ou autrement dit la vitesse de la bille est proche de la vitesse moyenne du courant d'eau. On remarque que pour  $h_r \gg 1$ , la vitesse adimensionnelle de la bille tend vers une valeur supérieure à 1 (1,33 d'après la formule calée sur nos données). Autrement dit la vitesse moyenne de la bille est supérieure à la vitesse moyenne du courant d'eau. Ce résultat confirme l'hypothèse selon laquelle la vitesse caractéristique du courant d'eau n'est pas la vitesse moyenne du courant d'eau claire, mais la vitesse moyenne du courant d'eau en présence de la bille dans l'écoulement qui peut être jusqu'à 40 % supérieure (chapitre 4).

La figure 8.6 montre nettement que la vitesse  $u_{p^*}$  est sensible à la hauteur de l'écoulement. C'est un résultat important, car il indique que, pour les écoulements à forte pentes, la vitesse moyenne d'une particule  $u_p$  n'est plus seulement imposée par la vitesse du courant d'eau mais aussi par sa hauteur relative  $h_r$ . A notre sens, il y a deux pistes possibles pour justifier que la quantité  $h_r$  intervienne sur la vitesse moyenne de la bille en saltation : (i) l'interaction de la bille avec la surface libre, qui, par l'intermédiaire des effets de tension, a pour conséquence de freiner la bille et, (ii) l'interaction de la

bille avec le fond, qui, par l'intermédiaire des chocs, a pour conséquence de réduire la vitesse de translation de la bille. L'influence de ces deux mécanismes sur la vitesse moyenne de la bille peut être analysée à l'aide du taux de collision  $u_p/l_s$ , qui décrit le nombre de chocs de la bille avec le fond pendant une seconde. Dans notre contexte, en supposant qu'à chaque saut la bille interagit avec la surface libre, la quantité  $u_p/l_s$  peut aussi être interprétée comme le taux de rencontre de la bille avec la surface libre.

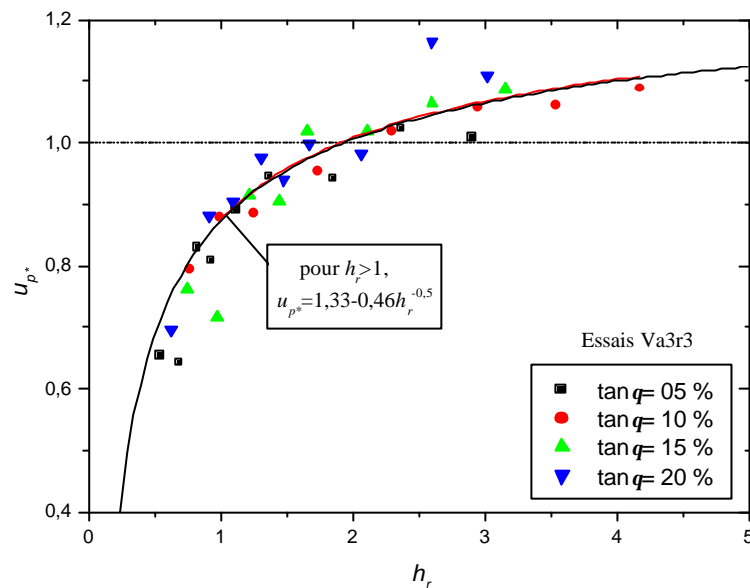


Figure 8.6 : vitesse adimensionnelle de la bille  $u_{p^*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$ . Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm.

On montre, sur la figure 8.7 que la quantité  $u_p/l_s$  dépend fortement de la hauteur relative du courant d'eau  $h_r$ . Les implications de ce résultat sur la vitesse moyenne de la bille en saltation sont maintenant claires. Lorsque  $h_r$  est petit, typiquement pour  $h_r=1$ , la quantité  $u_p/l_s$  est au moins deux fois plus élevée que pour un courant d'eau de hauteur  $h_r > 4$ . Il en résulte que, comme le montre la figure 8.6, la vitesse moyenne de la bille dans un courant d'eau de faible hauteur est réduite de 20 % à 30 % en comparaison à la vitesse qu'elle aurait dans un courant d'eau de grande hauteur.

La figure 8.6 montre enfin que la pente n'a pas d'effet direct sur la vitesse de la bille en saltation. Pour approfondir le problème de l'influence de la pente, on a reporté sur la figure 8.8 la vitesse moyenne adimensionnelle de la bille en saltation en fonction de la pente  $\tan \varphi$  pour diverses intensités du courant d'eau. Pour une vitesse de courant d'eau donnée, on s'attend à ce que la vitesse de la bille augmente quand la pente augmente.

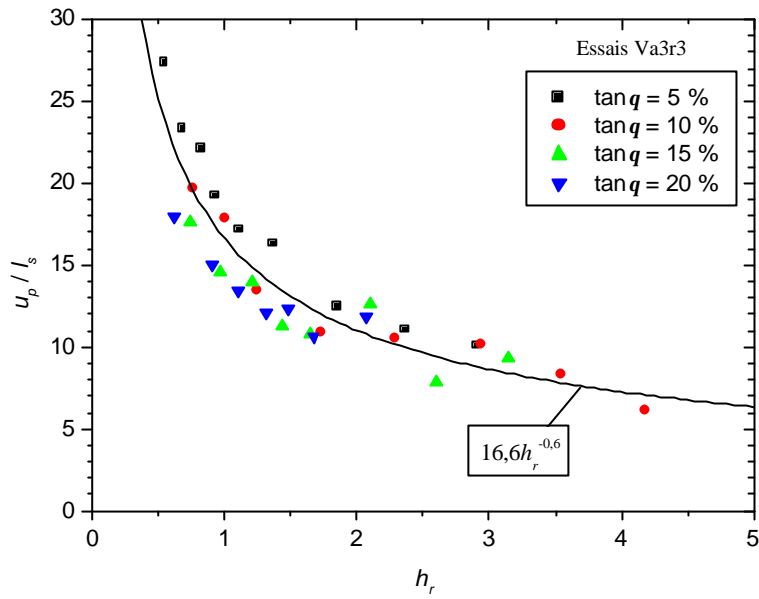


Figure 8.7 : taux de collision de la bille avec le fond ou taux de rencontre de la bille avec la surface libre  $u_p/l_s$ , en fonction de la hauteur relative du courant d'eau  $h_r$ .

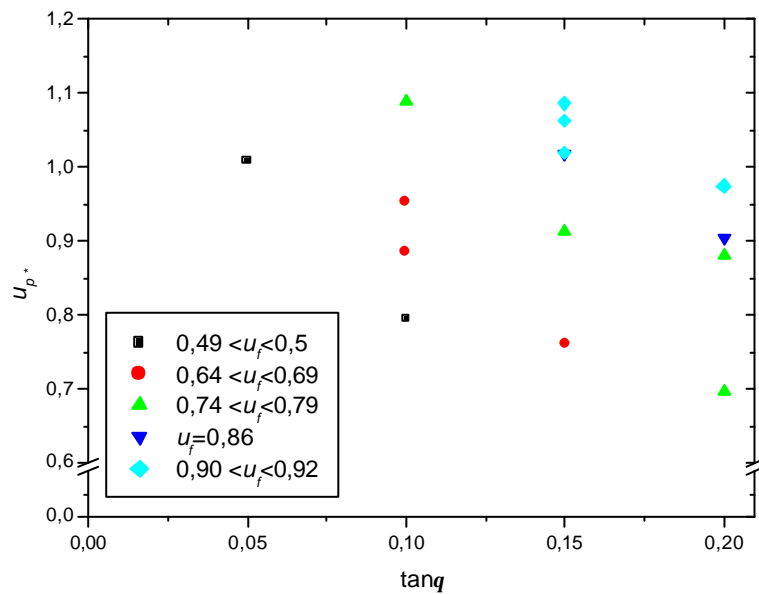


Figure 8.8 : vitesse adimensionnelle de la bille  $u_{p*}$  en fonction de la pente du canal  $\tan q$ , pour diverses vitesses du courant d'eau.

La figure 8.8 montre que c'est la tendance inverse qui est observée dans nos expériences. Cette fois encore, cette tendance peut être attribuée à l'interaction de la bille avec le fond et la surface libre qui est en fait une conséquence directe des fortes pentes : à forte pente, la hauteur du courant d'eau est

faible ; le taux de collision et le taux de rencontre de la bille avec la surface libre sont élevés ; en moyenne, la vitesse de la bille est réduite en comparaison à sa valeur dans un écoulement de pente plus faible, et donc de plus grande hauteur.

*b) Vitesse de la bille en fonction de  $z$  et de la nature du fond*

Nous avons tracé sur la figure 8.9 la vitesse  $u_{p^*}$  en fonction de  $h_r$  pour les trois paramètres de rugosités testés à savoir  $z = 0,5$ , 1 et 1,33 ainsi que pour le fond aléatoire,  $z = al$ . Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm et un fond incliné à 5 %, 10 %, 15 % et 20 %.

La figure 8.9 montre que la vitesse  $u_{p^*}$  est sensiblement influencée par le paramètre de rugosité  $z$  : la vitesse  $u_{p^*}$  est d'autant plus faible que le paramètre de rugosité est élevé. A notre avis, cette tendance peut se justifier par les collisions multiples de la bille avec le fond. Pour un paramètre de rugosité important, les chances que la bille ait de multiples collisions au cours d'un rebond sont plus grandes. Le taux de collision est alors d'autant plus élevé que le paramètre de rugosité est grand, et par conséquent la vitesse moyenne de la bille d'autant plus faible. La figure 8.9 montre que cet effet est encore plus marqué si le fond est irrégulier : l'irrégularité du fond impose à la bille une vitesse au moins 10 % plus faible en comparaison à celle mesurée pour le fond uniformément rugueux.

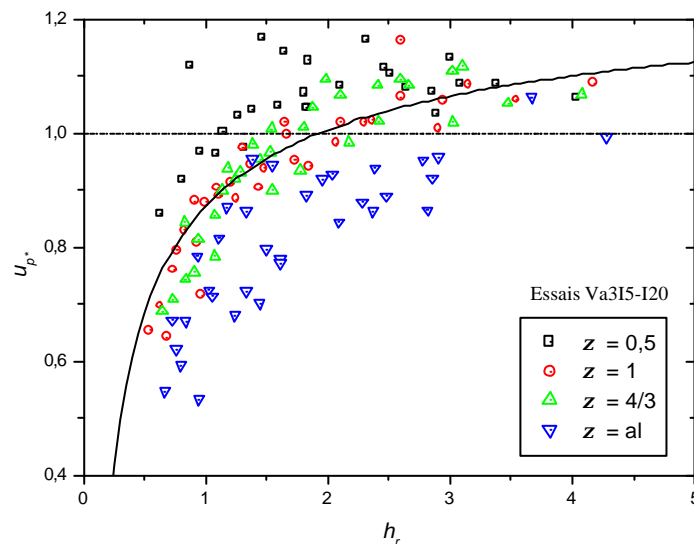


Figure 8.9 : vitesse  $u_{p^*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$  pour 3 paramètres de rugosité  $z$ , ainsi que pour le fond aléatoire ( $z = al$ ). Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm sur un fond incliné entre 5 et 20 %.

Tous nos essais ont été réalisés avec un fond usiné. On montre, dans l'annexe D, que si le lit est constitué d'un lit de billes, la vitesse moyenne de la bille est plus faible en comparaison à celle mesurée sur le lit usiné. Cela peut se justifier par le fait que le lit de billes restitue moins d'énergie à la bille que le lit usiné, comme on l'a montré dans l'annexe B.

*c) Tests de sensibilité de la vitesse de la bille à ses caractéristiques et à son confinement*

On montre en annexe D que les résultats, concernant la vitesse adimensionnelle moyenne de la bille en fonction de la hauteur relative du courant d'eau, obtenus pour une particule test sphérique de rayon 3 mm restent valables pour une sphère de rayon 1,5 mm.

On montre aussi en annexe D que, pour des conditions hydrauliques données, la bille de verre avance plus rapidement que la bille d'acier. La différence de vitesse s'élève grossièrement à 10 %, et elle est d'autant plus marquée que la hauteur d'eau est petite et que la pente est faible. Ces résultats peuvent se justifier respectivement par les remarques suivantes :

- pour des conditions données, les sauts de la bille d'acier sont plus courts que ceux de la bille de verre : les taux de collision et de rencontre avec la surface libre ( $u_p/l_s$ ) sont plus élevés pour la bille d'acier. De plus, à chaque choc avec le fond, la bille d'acier perd 30 % d'énergie de plus que la bille de verre.
- La quantité  $u_p/l_s$  est plus élevée pour les écoulements de faible hauteur (Figure 8.7).
- Pour une hauteur  $h_r$  donnée, les sauts des billes sont plus courts à faible pente, et donc la quantité  $u_p/l_s$  plus élevée.

En dernier lieu, on montre en annexe D que la vitesse adimensionnelle de la bille est sensible au confinement de la bille entre les parois. Pour fixer les idées, la vitesse de la bille dans notre canal de largeur 7 mm est 20 % supérieure à la vitesse qu'aurait cette même bille si elle se déplaçait dans un canal deux fois plus large. A notre avis, cette différence peut être attribuée à l'intensité des actions hydrodynamiques, en particulier l'action de traînée, qui est d'autant plus intense que la bille est confinée en deux parois latérales. Ce problème a été l'objet du chapitre 5.

*d) Synthèse sur la vitesse moyenne de la particule en saltation*

Dans cette section, on retiendra que la vitesse moyenne d'une particule en saltation dans un courant d'eau à forte pente, n'est pas seulement imposée par la vitesse du courant d'eau. L'interaction de la bille avec la surface libre et avec les rugosités du fond joue un rôle capital. Celles-ci peuvent être prises en compte à l'aide de la hauteur relative de l'écoulement, qui est fortement corrélée avec le taux de collision et le taux de rencontre de la bille avec la surface libre.

### 2.1.3 - Vitesse de rotation de la bille

L'objectif de cette section vise à relier la vitesse de rotation propre moyenne de la bille,  $w$ , avec les caractéristiques du courant d'eau. Pour ce faire, on a calculé la vitesse de rotation propre adimensionnelle  $w_* = wh/u_f$ , où  $h/u_f$  désigne le taux de cisaillement du courant d'eau. Les mesures de vitesse que nous avons exploitées correspondent aux essais réalisés avec une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm en saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon  $r = 3$  mm, et des pentes de canal de 5 %, 10 % et 20 %.

La figure 8.10 montre que la quantité  $w_*$  peut être reliée à la hauteur relative du courant d'eau  $h_r$  suivant la formule  $w_* = h_r$ . Autrement dit, la vitesse de rotation propre moyenne de la bille s'écrit  $w = u_f/(2a)$ . Ce résultat signifie que le gradient de vitesse, entre un point situé au sommet de la bille et un point situé en bas, imposé par la rotation de la bille est identique à la vitesse moyenne du courant d'eau.

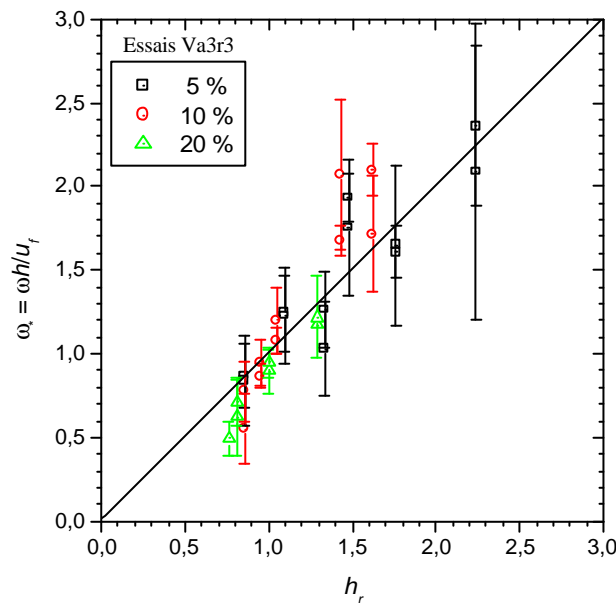


Figure 8.10 : vitesse de rotation adimensionnelle  $w_*$  de la particule en fonction de la contrainte adimensionnelle de cisaillement. Les données sont issues d'expériences réalisées avec une bille de verre de rayon 3 mm en saltation sur un fond constitué de demi-cylindres de rayon 3 mm.

## 2.2 - Caractérisation des fluctuations autour du mouvement moyen

Généralement, l'estimation des fluctuations du mouvement n'est pas prise en compte, car la connaissance du comportement moyen des particules est suffisante dans de nombreux cas, comme par

exemple l'estimation du transport solide. Il est cependant intéressant de caractériser le caractère fluctuant de ce transport solide, par exemple pour évaluer le transport solide maximale qui peut transiter dans un tronçon. En effet, en terme d'évaluation du risque ce n'est pas seulement le transport solide moyen qui est important.

Cette étude sur les fluctuations est aussi motivée par les observations que nous avons pu faire lors des expériences sur le mouvement par saltation de la bille au sein du courant d'eau à forte pente. Pour des conditions expérimentales données de vitesse et de hauteur de courant d'eau, de pente, et de paramètre de rugosité, on a observé que les dimensions des sauts et la vitesse moyenne de la bille sur un saut varient fortement d'un saut à un autre. Cette section vise à quantifier les fluctuations de ces grandeurs autour de valeurs moyennes, et d'en donner leur origine.

### **2.2.1 - Quantification des fluctuations du mouvement**

L'estimation des variations des dimensions des sauts, et de la vitesse moyenne de la bille sur un saut, ont fait l'objet d'une étude spécifique qui est décrite de façon détaillée dans l'annexe C. Dans cette étude on a trouvé que les fluctuations sont très importantes. Pour des conditions expérimentales fixées, la hauteur de saut adimensionnelle  $H_s$  peut varier dans un intervalle de 50 % autour de la valeur moyenne, et la longueur des sauts adimensionnelle  $L_s$  jusqu'à 30 %. La variation de la vitesse moyenne de la bille est aussi importante, elle peut atteindre 20 % dans le cas d'un fond irrégulier.

Compte tenu des ces résultats, on imagine les conséquences de la variation de la hauteur des sauts, habituellement identifiée à la hauteur de la couche de charriage, et de la vitesse moyenne des particules sur l'estimation du transport solide.

### **2.2.2 - Origine des fluctuations**

#### *a) Condition de départ du saut*

Nous attribuons les variations de dimension de saut et de vitesse de la bille aux différences de conditions de départ du saut,  $u_p^d$  et  $\mathbf{a}_d$ . Pour illustrer notre propos, nous avons reporté sur la figure 8.11 deux exemples typiques de sauts obtenus pour des conditions initiales différentes. La figure 8.11.a montre l'influence de  $\mathbf{a}_d$  sur le saut alors que la figure 8.11.b montre l'influence de  $u_p^d$ .

On a montré dans l'annexe C que, dans nos conditions, c'est la condition initiale sur l'angle de départ qui explique l'essentiel des variations observées.

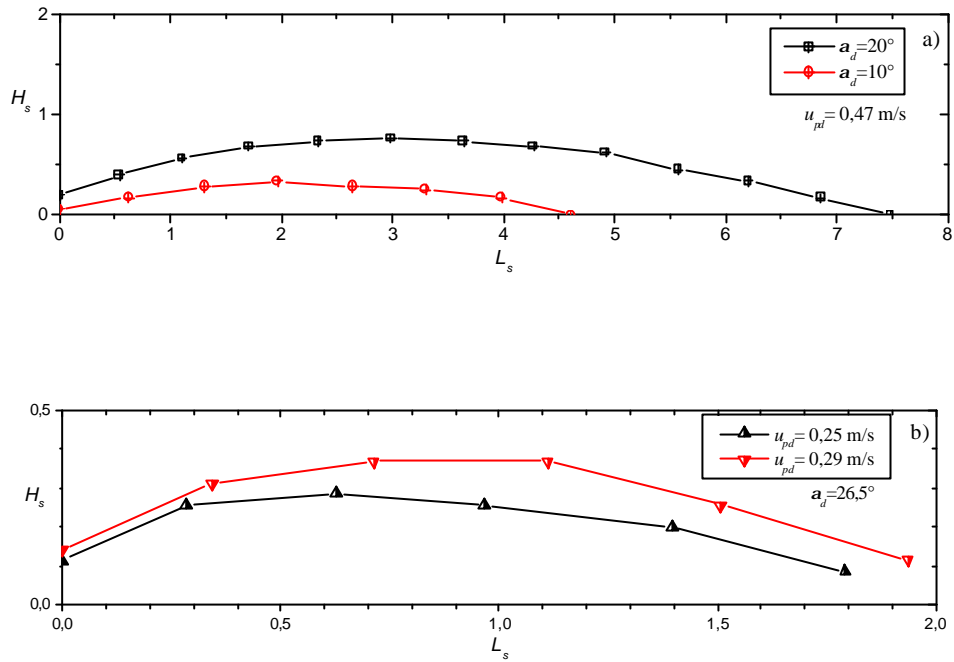


Figure 8.11 : deux sauts typiques d'une bille pour des conditions initiales variées. a) trajectoire mesurée pour deux valeurs de l'angle de départ  $\mathbf{a}_d$ . b) trajectoire mesurée pour deux valeurs de la vitesse initiale du saut  $u_p^d$ . Les données ont été obtenues dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a=3$  mm sur un fond incliné à  $\tan\mathbf{q} = 5\%$  et composé de cylindres de rayon  $r=3$  mm.

#### b) Collision de la bille avec le fond à l'échelle du mouvement moyen

Les conditions de départ du saut,  $u_p^d$  et  $\mathbf{a}_d$ , sont imposées par le processus de collision. Du point de vue de la modélisation, si on veut évaluer les fluctuations du mouvement dues aux collisions, il faut être capable de décrire l'intervalle de variation des paramètres  $u_p^d$  et  $\mathbf{a}_d$ . A l'échelle du mouvement local, ces deux paramètres peuvent être reliés de façon stricte aux conditions finales du saut précédent,  $u_p^f$  et  $\mathbf{a}_f$ , par la loi de choc. A l'échelle de l'écoulement moyen dont il est question ici, ceci n'est pas possible. Aussi on fait appel au domaine de la statistique pour caractériser les variables aléatoires  $u_p^d$  et  $\mathbf{a}_d$ , et leur relation éventuelle avec les quantités  $u_p^f$  et  $\mathbf{a}_f$ .

Les résultats du choc de la bille avec le fond à cette échelle sont présentés plus complètement en annexe B. Ici, on se focalise sur les résultats importants en termes de fluctuations du mouvement de la bille. On montre dans l'annexe B que l'angle  $\mathbf{a}_d$  vaut en moyenne  $40^\circ$ , et qu'il varie entre  $0^\circ$  et  $70^\circ$ , soit dans un intervalle de 100 % autour de la valeur moyenne, suivant une distribution quasi-uniforme (la probabilité que  $\mathbf{a}_d$  soit situé entre  $20^\circ$  et  $60^\circ$  est plus importante). Comme on pouvait s'y attendre cet angle n'est pas relié à l'angle  $\mathbf{a}_f$ .

La norme de la vitesse de départ du saut  $u_p^d$  peut être reliée à celle de la vitesse finale du saut précédent suivant la relation :  $u_p^d = eu_p^f$ , où le coefficient  $e$  peut être déterminé suivant une loi normale de moyenne 0,85 et d'écart type 0,07. Cela impose que la vitesse de départ varie dans un intervalle de moins de 10 % autour de la valeur moyenne.

### 2.2.3 - Commentaires sur les fluctuations

Les résultats obtenus montrent que les fluctuations du mouvement de la bille autour de son mouvement moyen, concernent surtout les dimensions des sauts plus que la vitesse de la bille. L'origine de ces fluctuations est principalement due à la différence de conditions sur la tangente à la trajectoire au départ du saut  $\alpha_d$ . La direction au départ du saut est imposée par le choc de la bille avec un demi-cylindre du fond ; du point de vue microstructurelle  $\alpha_d$  dépend de la vitesse de rotation propre de la bille et du lieu d'impact de la bille sur le demi-cylindre. Nous pensons que les rugosités sont en grande partie à l'origine de la variation de l'angle  $\alpha_d$ , puisque nous avons pu observer la tendance selon laquelle cet angle devient plus variable lorsque le paramètre de rugosité augmente.

## 3 - COMPARAISON MODELES / EXPERIENCES

### 3.1 - Introduction

L'objectif de cette partie est de tester deux modèles, basés sur l'équation lagrangienne du mouvement, qui permettent de prédire le mouvement moyen d'une particule soumise à un courant d'eau à forte pente. Il s'agit du modèle numérique de « dynamique des contacts », présenté en détail dans l'annexe A, et du modèle d'Ancey pour l'évaluation de la vitesse moyenne d'une bille en roulement sur une ligne cahoteuse. Ces modèles prennent en compte des ingrédients identiques, à savoir l'action de la gravité, les actions hydrodynamiques et les actions de contact. La différence réside dans la manière de modéliser les actions de contact.

Compte tenu des résultats sur les mécanismes élémentaires obtenus au chapitre 7, par rapport aux hypothèses des modèles utilisées, une comparaison entre modèles et expériences du point de vue quantitatif est délicate. Par exemple ces modèles ne tiennent pas compte de l'interaction entre la bille et la surface libre qui a pour effet de ralentir le mouvement de la bille. Une autre différence tient à la modélisation des chocs : dans les expériences, nous avons mesuré un coefficient de restitution  $e_n = 0,4$  alors que dans le modèle de dynamique des contacts, la modélisation d'un choc équivaut à prendre  $e_n = 0$ .

Aussi, nous nous tenons à la comparaison de la vitesse moyenne de la bille du point de vue qualitatif. Il s'agit de comparer les tendances de l'évolution de la vitesse moyenne d'une bille se déplaçant sur un fond rugueux incliné, en fonction des conditions hydrauliques et de la pente du canal.

### 3.1.1 - Analogie entre les expériences et le modèle numérique de dynamique des contacts – Hypothèses

Dans les expériences en canal nous utilisons des particules tridimensionnelles alors que le modèle de dynamique des contacts fait intervenir des particules bidimensionnelles. Pour garder l'analogie avec les expériences en canal, nous avons utilisé dans le modèle numérique des disques d'épaisseur telle que la masse de la particule soit identique entre les deux approches. De la même façon, le moment d'inertie de la particule rentré dans le modèle numérique correspond à celui d'une sphère,  $J = 2/5 ma^2$ , et non à celui d'un cylindre. Enfin, les actions hydrodynamiques de portance et de traînée sont appliquées à la section d'une sphère et non à la tranche du disque.

Pour que les expériences numériques se rapprochent le plus des expériences en canal, nous avons constitué le fond de 100 disques fixes, alignés et séparés de 0,2 mm. La longueur du canal numérique vaut environ 60 cm pour les disques de rayon 3 mm, ce qui est généralement suffisant pour que la bille atteigne un régime stationnaire. Le tout reste à l'horizontale et c'est la force de pesanteur qui est inclinée d'un angle  $\alpha$  correspondant à la pente souhaitée. Le disque étudié est placé initialement au sommet du premier disque du fond avec une vitesse nulle. La vitesse moyenne est calculée une fois que le disque a atteint le régime stationnaire (voir annexe A), on montre en annexe A que les conditions initiales de la bille (position et vitesse) n'ont pas d'influence sur le mouvement de la bille dans ce régime.

Initialement nous aurions dû utiliser un modèle numérique intégrant des coefficients de restitution ; cela n'a finalement pas été réalisé et nous avons utilisé un modèle avec un coefficient de restitution normal  $e_n$  nul. D'après les résultats des expériences en canal de laboratoire, nous savons que cette hypothèse n'est pas vérifiée, mais que  $e_n$  vaut environ  $0,4 \pm 0,2$ . Lors d'un choc, la bille perd une plus grande quantité de mouvement que dans des expériences physiques. Cependant, le modèle avec  $e_n = 0$  est très bien adapté pour certaines configurations. Par exemple, si la bille est en roulement, sa vitesse est dirigée suivant la tangente au plan de contact et la vitesse normale est nulle ; dans ce cas, la valeur du coefficient  $e_n$  est indifférente. Plus généralement, si la bille est en saltation, le choix de  $e_n$  peut avoir peu d'incidence si la contribution normale de la vitesse de la bille est faible devant la contribution tangentielle. A partir des mesures de l'angle d'impact  $\beta$  et de l'angle avec lequel la bille arrive au niveau du fond  $\alpha_f$ , nous avons estimé que, dans nos conditions,  $u_{pn} / u_{pt}$  variait entre 1 et

0,4 (annexe A). Compte tenu de ces résultats, on s'attend à ce que le modèle numérique sous-estime la vitesse observée en canal de laboratoire.

### 3.1.2 - Expériences numériques

Les calculs numériques ont été effectués en injectant la vitesse débitante mesurée durant les expériences d'écoulement en eau claire. Les coefficients  $C_T$  et  $C_p$  qui apparaissent dans les actions hydrodynamiques, sont fixés et maintenus constants durant un essai. Strictement, nous savons qu'ils dépendent du nombre de Reynolds de la particule et du confinement. On reporte dans l'annexe A l'influence de leur choix sur le mouvement du disque. Pour les simulations présentées ici, les coefficients  $C_p$  et  $C_T$  sont pris égaux à 0,5.

## 3.2 - Résultats concernant la vitesse moyenne de la bille

Nous avons effectué deux séries d'essais afin de tester l'influence de deux paramètres, à savoir, la vitesse du courant d'eau et l'inclinaison du fond.

### 3.2.1 - Influence de la vitesse débitante $u_f$ sur la vitesse moyenne de la particule

Nous avons reporté sur la figure 8.12 la vitesse adimensionnelle de la bille  $u_p/u_f$  en fonction de la vitesse du fluide  $u_f$  pour les expériences en canal, le modèle de dynamique des contacts et le modèle d'Ancey. Les données expérimentales sont représentées par les symboles pleins ; elles sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, sur un fond composé de demi-cylindres de même rayon, et incliné de 2 % ou 5 % . Elles sont séparées en trois séries suivant le régime de la bille : roulement pur, roulement et saltation, et saltation pure. Les données issues du modèle de dynamique des contacts correspondent aux symboles vides, et celles calculées avec le modèle d'Ancey à la ligne noire et continue. Elles ont été calculées avec  $\tan\alpha = 2\%$  et  $5\%$ ,  $z = 1$  et  $C_T = 0,5$ .

La figure 8.12 montre que pour le régime de roulement pur, les deux modèles et les résultats expérimentaux suivent à peu près la même tendance. En revanche, du point de vue quantitatif, la vitesse mesurée en canal est sous-estimée par les modèles de près de 30 %.

Quand la saltation apparaît et coexiste avec le roulement, le modèle d'Ancey spécifique au roulement n'est plus adapté et les deux modèles divergent. Dans ce régime transitoire, le modèle d'Ancey prédit une vitesse adimensionnelle de 30 % alors que le modèle de dynamique des contacts prédit une vitesse qui augmente de 30 % à 60 % quand  $u_f$  augmente. Ce résultat est intéressant car il confirme nos hypothèses selon lesquelles la vitesse moyenne de la bille ne suit pas la même tendance

selon que la bille est en roulement ou en saltation, et qu'il y a un net saut de vitesse lors du passage du régime de roulement au régime de saltation.

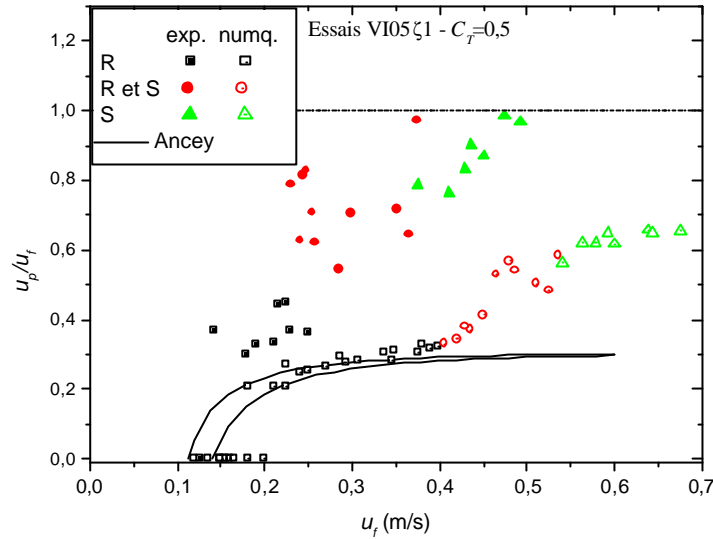


Figure 8.12 : vitesse de la bille  $u_p/u_f$  en fonction de la vitesse de l'écoulement  $u_f$  pour les expériences en canal, le modèle de dynamique des contacts, et le modèle d'Ancey. Les données expérimentales sont représentées par les symboles pleins; elles sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, sur un fond composé de demi-cylindres de même rayon. Les données issues du modèle de dynamique des contacts correspondent aux symboles vides, et celles calculées avec le modèle d'Ancey à la ligne noire continue. Elles ont été calculées avec  $\tan \mathbf{q} = 2\%$  et  $5\%$ ,  $\mathbf{z} = 1$  et  $C_T = 0,5$ .

La figure 8.12 montre que, une fois que la bille entre en saltation, sa vitesse varie en fonction de  $u_f$  avec une tendance à peu près identique à celle observée dans les essais en canal. Comme on l'avait supposé pour ce régime, les résultats ne concordent pas du point de vue quantitatif : alors que la vitesse adimensionnelle mesurée tend vers 1, la vitesse calculée par le modèle tend vers 0,6.

### 3.2.2 - Influence de la pente

Nous avons reporté sur la figure 8.13 la vitesse adimensionnelle de la bille  $u_p/u_f$  pour trois valeurs d'inclinaison du fond :  $\tan \mathbf{q} = 2\%$ ,  $5\%$  et  $10\%$ . Les données expérimentales sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, en mouvement sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Les vitesses issues du modèle ont été calculées avec  $C_T = 0,5$  et la vitesse moyenne du courant d'eau  $u_f$ .

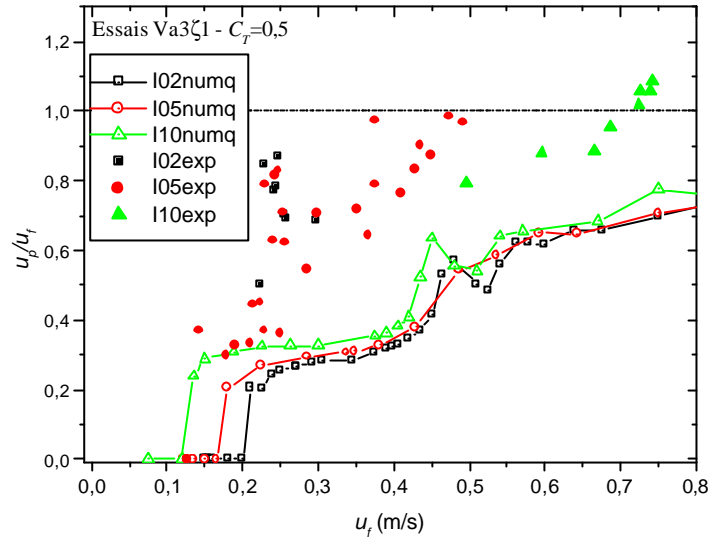


Figure 8.13 : étude de sensibilité du modèle de dynamique des contacts à l'inclinaison du fond  $\tan \alpha$ . Les données expérimentales sont représentées par les symboles pleins ; elles sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, sur un fond composé de demi-cylindres de même rayon. Les données issues du modèle de dynamique des contacts correspondent aux symboles vides et ont été calculées avec  $C_T = 0,5$ .

On peut distinguer deux zones sur la figure 8.13. Une première zone correspondant à une vitesse de fluide  $u_f < 0,3$  m/s, où la pente a un effet significatif sur le régime de la particule et sur sa vitesse. Cette zone correspondant à la transition entre le régime d'arrêt et le régime de roulement. La seconde zone correspond à une vitesse de fluide  $u_f > 0,3$  m/s, où la figure 8.13 montre que la pente n'a plus d'influence significative sur la vitesse de la particule. Ce résultat est cohérent avec les prédictions du modèle numérique de saut d'Ancey et les résultats de nos expériences en canal.

### 3.3 - Commentaires sur la source des écarts modèles et expériences

Si les modèles suivent à peu près les mêmes tendances que celles observées lors des expériences en canal, en revanche, ils ne reproduisent pas de façon satisfaisante les résultats du point de vue quantitatif : les modèles ont systématiquement tendance à sous-estimer la vitesse mesurée. A note avis, les différences observées tiennent plus à la valeur des paramètres d'entrée des modèles, qu'à la modélisation des différentes actions elle-mêmes. Différentes pistes sont possibles pour expliquer ces différences :

- (i) la vitesse du courant d'eau entrée dans les modèles ; elle correspond à la vitesse débitante mesurée dans un écoulement d'eau claire. Or, on a vu dans le chapitre 4 que, à proximité

de la bille, la vitesse de l'écoulement peut être 1,2 à 1,4 fois plus importante que  $u_f$  à cause de la présence de la bille dans l'écoulement.

- (ii) la valeur des coefficients empiriques de traînée et de portance ; on a supposé que le coefficient de traînée  $C_T$  valait 0,5. Or on a vu au chapitre 5 que, du fait du confinement de la particule entre deux parois latérales,  $C_T$  peut valoir jusqu'à deux ou quatre fois plus.
- (iii) l'hypothèse  $e_n = 0$  du modèle de dynamique des contacts. A chaque choc de la particule avec le fond, la bille perd une quantité de mouvement 40 % supérieure à ce qu'elle perd en réalité. Il en résulte, qu'en moyenne, la vitesse de la bille prédite par le modèle de dynamique des contacts est sous-estimée.

On peut noter que les trois points évoqués ont pour effet de réduire la vitesse moyenne de la bille en comparaison à ce qu'elle vaut dans les expériences. Or, les modèles testés ne tiennent pas compte de l'interaction de la bille avec la surface libre, qui au contraire des trois premiers points, résulte en une sur-estimation de la vitesse moyenne de la particule par rapport aux expériences. Ces deux effets allant dans un sens opposé, on peut en déduire que, du point de vue quantitatif, l'écart entre les expériences et les modèles est encore plus important que celui qu'on peut observer.

En annexe A, on montre que l'estimation de la vitesse du courant d'eau et du coefficient de traînée qui sont entrés dans les modèles sont des paramètres importants. On montre par exemple qu'une augmentation de 20 % de la vitesse  $u_f$ , conduit à une augmentation de près de 30 % de la vitesse adimensionnelle de la particule. Le coefficient de traînée  $C_T$  à une influence toute aussi importante. Une augmentation de  $C_T$  de 0,5 à 2, entraîne une augmentation de la vitesse adimensionnelle de la sphère de près de 70 % pour le régime de roulement ( $u_{p*}$  augmente de 0,3 à 0,5), et de 20 % pour le régime de saltation ( $u_{p*}$  augmente de 0,7 à 0,85).

#### **4 - CONCLUSION SUR L'ETUDE DU MOUVEMENT MOYEN DE LA BILLE**

On a étudié dans ce chapitre le mouvement moyen d'une particule soumise à un courant d'eau à forte pente. Le premier résultat concerne la caractérisation du comportement de la bille selon son régime. On a tout d'abord trouvé qu'il y a une nette différence de la vitesse moyenne de la particule, autant pour les expériences en canal que pour les simulations : en roulement la vitesse moyenne d'une bille de verre représente 40 % de la vitesse moyenne du courant d'eau, contre à peu près 100 % si la bille est en saltation. On a ensuite noté qu'en régime de saltation, le mouvement de la bille n'est pas directement affecté par la pente du canal ; en roulement, on a noté un effet de la pente, mais qui n'est pas très marqué, excepté pour des conditions situées au voisinage de celles du début de mouvement.

Le principal résultat de ce chapitre concerne la vitesse moyenne de la bille en saltation. Dans un courant d'eau à forte pente, la vitesse moyenne de la bille est imposée non seulement par la vitesse moyenne du courant d'eau, mais aussi par sa hauteur. Si la hauteur du courant d'eau intervient c'est parce qu'elle est faible en comparaison de la taille des particules transportées ; c'est une conséquence des fortes pentes. D'un point de vue plus mécanique, si la hauteur d'eau intervient, c'est parce qu'elle est reliée aux mécanismes d'interaction de la bille avec la surface libre (effets de la tension superficielle) et avec les rugosités du fond (actions de contact) : nous avons en effet montré que le taux de collision de la bille avec les rugosités du fond et le taux de rencontre de la bille avec la surface libre, sont directement reliés à la hauteur du courant d'eau.

Dans le cadre d'une modélisation du transport solide, la connaissance de la vitesse moyenne et de la hauteur de la couche de transport est indispensable. A partir de l'étude de la dimension des sauts de la bille, on a pu établir que, pour un écoulement à forte pente, la hauteur de la couche de transport peut être assimilée à la hauteur du courant d'eau.

On a aussi souligné l'importance des fluctuations autour du mouvement moyen de la particule. Ces fluctuations peuvent atteindre près de 50 % pour les dimensions de sauts, et 20 % pour la vitesse de la particule. Nous avons relié l'existence de telles fluctuations à la rugosité du fond qui a pour effet, par l'intermédiaire des chocs, de faire varier significativement les conditions de départ des sauts.

## CONCLUSIONS – PERSPECTIVES

---

Nous avons entrepris un travail de recherche nouveau dans le contexte torrentiel. En effet, jusqu'à présent, si de nombreuses tentatives de corrélation du mouvement moyen de particules avec les paramètres globaux ont été menées, peu de travaux ont concerné l'étude du transport solide à une échelle fine. Ceci nous a poussés à étudier le mouvement d'une particule-test dans un courant d'eau à forte pente pour répondre à deux objectifs principaux. Le premier est de comprendre les mécanismes essentiels qui sont à l'origine du transport solide par charriage, et en particulier de déterminer l'effet de la pente. Le second est d'examiner le comportement moyen d'une particule et de le relier à l'évolution de la microstructure de l'écoulement.

Pour atteindre ces objectifs, nous avons développé un dispositif expérimental complet permettant l'étude du mouvement bidimensionnel de particules au sein d'un courant d'eau à forte pente. Celui-ci a été développé pendant la première moitié de la thèse. En son état actuel, le dispositif comporte un canal d'écoulement inclinable, un système d'alimentation et de recirculation d'eau, un système d'acquisition vidéo numérique rapide et une plate-forme de traitement et d'analyse des images. En parallèle aux expériences en canal de laboratoire, nous avons réalisé des simulations numériques du mouvement de la bille. Ceci a été fait à l'aide de deux modèles numériques basés sur l'équation de conservation de la quantité de mouvement appliquée à la particule. Les actions considérées dans les modèles sont les actions hydrodynamiques, l'action de la gravité, et les actions de contact. Les deux modèles sont assez similaires ; mais le modèle de *dynamique des contacts* présente l'avantage de pouvoir gérer des contacts multiples. A l'origine, ce modèle intègre l'action de la gravité et les actions de contact. Nous l'avons adapté aux écoulements de particules sur une ligne cahoteuse inclinée et soumise à un courant d'eau. Ces deux outils nous ont permis de préciser l'influence des paramètres de contrôle de l'expérience, à savoir la pente du fond, les caractéristiques du fond rugueux, la vitesse, et la hauteur du courant d'eau, sur le mouvement d'une particule.

Nous avons tout d'abord identifié trois régimes : l'arrêt, le roulement, et la saltation. On a montré que pour un écoulement à forte pente sur un fond rugueux, ces régimes peuvent être classés à partir de trois nombres sans dimension : le nombre  $N_*$  relié à la vitesse de l'écoulement moyen, le paramètre de rugosité qui est le rapport entre la hauteur des rugosités du fond et la taille de la particule-test, et la pente du fond. Si la pente a une influence certaine sur la délimitation entre les régimes, le paramètre de rugosité en constitue le paramètre clé. En termes de transport solide, ce résultat est très important puisqu'il laisse présager l'existence d'une large plage de conditions hydrauliques où un transport sélectif significatif prend place (du fait de la pente et de la variété de tailles des sédiments). On a aussi montré que, une fois transportée par le courant d'eau, une particule se déplace essentiellement par saltation. Ce résultat indique qu'il faut se concentrer sur la description du régime de saltation,

constituant l'essentiel du transport solide pour la plupart des régimes d'écoulement dans les cours d'eau naturel.

L'étude du mouvement d'une particule-test à l'échelle microstructurale a ensuite permis d'identifier un nouveau mécanisme propre aux écoulements de faible hauteur, comme c'est le cas pour les écoulements à forte pente. Il s'agit de l'interaction entre une particule et la surface libre. Cette interaction se traduit par le développement d'une force de rappel qui a pour effet de retenir une particule dans l'écoulement. L'origine de cette force peut être liée aux effets de tension se développant lors de la déformation de la surface libre. Outre la mise en évidence de ce nouveau mécanisme, nous avons aussi montré que les actions hydrodynamiques, l'action de la gravité et l'inertie de la particule ont une intensité du même ordre de grandeur pour une particule en saltation au sein du courant d'eau. Parmi les actions hydrodynamiques mises en jeu, la force de traînée, et la force de portance due à la rotation de la particule, sont particulièrement importantes. La force de traînée a une action d'autant plus importante dans nos conditions, car la particule-test est confinée entre deux parois latérales. Lorsque la particule interagit avec le fond, au cours d'un choc, l'eau a pour effet de réduire la vitesse de la particule de 40 % de plus en comparaison à un choc dans l'air. Dans le cadre de simulations du mouvement de particules au sein d'un courant d'eau, ce résultat montre qu'il faut tenir compte du couplage elasto-hydrodynamique dans la modélisation des actions de contact.

L'analyse du mouvement moyen d'une particule en saltation en fonction des paramètres de contrôle de l'expérience a permis de préciser que la vitesse moyenne de la bille est essentiellement imposée par la vitesse moyenne du courant d'eau et sa hauteur relativement à la taille de la particule. L'influence de la hauteur du courant d'eau sur la vitesse de la bille est une caractéristique spécifique au contexte torrentiel. Elle est due à l'importance des interactions de la bille avec la surface libre et avec le fond. Si nous avons pu mettre en évidence certaines corrélations entre la vitesse moyenne de la bille et les paramètres de contrôle, on a observé de grandes fluctuations autour du mouvement moyen de la particule. Les fluctuations de vitesse peuvent atteindre près de 20 %, et les fluctuations de la hauteur des sauts de la particule près de 40 %. La vitesse moyenne et la hauteur des sauts des particules sont deux paramètres clés pour l'estimation du transport solide. Compte tenu de l'importance des fluctuations, il est délicat de se contenter de la connaissance du comportement moyen des particules si on cherche à évaluer le risque occasionné par des crues avec transport solide.

L'étude d'une particule-test s'est révélée être un moyen très intéressant pour identifier certaines spécificités du transport solide à forte pente. La prochaine étape est de considérer une collection de particules de même taille soumises à un courant d'eau à forte pente. Parmi les problèmes à examiner, il y a ceux liés à la considération d'un lit mobile (évolution du fond, développement de formes, etc.), et à l'interaction des particules transportées. L'analyse de ces problèmes est actuellement abordée dans le cadre d'un nouveau travail de thèse qui vient de débiter au Cemagref.

# BIBLIOGRAPHIE

---

1. Bezzola, G.R., J. Abegg, et M. Jaeggi, *Saltinabrücke Brig-Glis, Rekonstruktion des Hochwassers vom 24. Setpember 1993 in Brig-glis*. Schweizer Ingenieur und Architekt, 1994. **11**: pp. 165-169.
2. Meyer-Peter, E. et R. Müller. *Formulas for bed-load transport*. Intern. Assoc. Hydr. Res., 2nd meeting. 1948. Stockholm.
3. Smart, G.M. et M. Jaeggi, *Sediment transport on steep slopes*. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie. ETH n°64. 1983, Zurich Suisse. 191 p.
4. Couvert, B., et al., *Etude générale sur les seuils de correction torrentielle et les plages de dépôt-1990*. La Houille Blanche, 1991. **6**: pp. 449-456.
5. Rickenmann, D., *Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes*. Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie des Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Mitteilungen 103. 1990, Zürich. 249 p.
6. Richard, D., *Transport solide par charriage torrentiel, Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable*. 1997. pp. 105-121.
7. Koulinski, V., *Etude de la dynamique d'un lit torrentiel par confrontation d'essais sur modèle réduit et d'observations de terrain*. 1993, Université Joseph Fourier: Grenoble. 538 p.
8. Julien, P.Y., *Erosion et sédimentation*, ed. C.U. Press. 1995. 280 p.
9. Shields, A., *Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und Turbulenzforschung auf die Geschiebepbewegung*. 1936. **Miteil., PVWES, Berlin, n°26**.
10. Batchelor, G.K., *A brief guide to two-phase flow, Theoretical et Applied Mechanics*, P. Germain, M. Piau, et D. Caillerie, Editors. 1989, Elsevier Science Publishers B.V. pp. 27-40.
11. Ancey, C., P. Coussot, et P. Evesque, *A theoretical framework for very concentrated granular suspensions in a steady simple shear flow*. Journal of Rheology, 1999. **43**: pp. 1673-1699.
12. Nezu, I. et H. Nakagawa, *Turbulence in open channel flows*. Balkema ed. IAHR Monograph. 1993.
13. Graf, W.H. et M.S. Altinakar, *Hydraulique fluviale. Tome 1 : Ecoulement permanent uniforme et non uniforme*. Vol. 1. 1993, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes. 259 p.
14. Bathurst, J.C. et D.B. Simons, *Hydraulics of mountain rivers*. 1979, Civil Engineering Department: Forts Collins.
15. Bayazit, M., *Free surface flow in a channel of large relative roughness*. Journal of Hydraulic Research, 1976. **2**.
16. Song, T., W.H. Graf, et U. Lemmin, *Uniform flow in open channels with movable gravel bed- Ecoulement uniforme sur lit mobile de gravier dans un canal à pente*. Journal of Hydraulic Research, 1994. **32(6)**: pp. 861-876.
17. Cao, H.H., *Résistance hydraulique d'un lit de gravier mobile à pente raide. Etude expérimentale.*, in *Sciences techniques*. 1985: Lausanne.
18. Whitham, G.B., *Linear and nonlinear waves*. 2 ed, New York: John Wiley & Sons. 636 p.
19. Hu, C. et Y. Hui, *Bed-Load transport. I : Mechanical Characteristics*. Journal of Hydraulic Engineering, 1996. **122(5)**: pp. 245-254.

20. Niño, Y. et M. Garcia, *Gravel saltation. 2. Modeling*. Water Resources Research, 1994. **30**(6): pp. 1915-1924.
21. Barenblatt, G.I., *Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics*. 1996, Cambridge: Cambridge University Press. 386 p.
22. Morsi, S.A. et A.J. Alexander, *An investigation of particle trajectories in two-phases flow systems*. Journal of Fluid Mechanics, 1972. **55**: pp. 193-208.
23. Kurose, R. et S. Kumori, *Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow*. Journal of Fluid Mechanics, 1999. **384**: pp. 183-206.
24. Saffman, P.G., *The lift on a small sphere in a slow shear flow*. Journal of Fluid Mechanics, 1965. **22**(2): pp. 385-400.
25. Rubinow, S.I. et J.B. Keller, *The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid*. Journal of Fluid Mechanics, 1961: pp. 447-459.
26. Patnaik, P.C., N. Vittal, et P.K. Pande, *Lift coefficient of a stationary sphere in gradient flow*. Journal of Hydraulic Research, 1994. **32**(3): pp. 471-480.
27. Murphy, J.P. et H. Hooshiari, *Saltation in water Dynamics*. Journal of Hydraulics Division, 1982. **108**(Hy11): pp. 1251-1267.
28. Patnaik, P.C., N. Vittal, et P.K. Pande, *Drag coefficient of a stationary sphere in gradient flow*. Journal of Hydraulic Research, 1992. **30**: pp. 389-402.
29. Chhabra, R.P., M. Kumar, et R. Prasad, *Drag on spheres in rolling motion in inclined smooth tubes filled with incompressible liquids*. Powder Technology, 2000. **113**: pp. 114-118.
30. Di Felice, R., *A relationship for the wall effect on the settling velocity of a sphere at any flow regime*. International Journal of Multiphase Flow, 1996. **22**(3): pp. 527-533.
31. Maw, N., J.R. Barber, et J.N. Fawcett, *The oblique impact of elastic spheres*. Wear, 1976. **1**: pp. 101-114.
32. Foerster, S., et al., *Measurements of the collision properties of small spheres*. Physics of Fluids, 1994. **6**: pp. 1108-1115.
33. Joseph, G.G., et al., *Particle-wall collisions in a viscous fluid*. Journal of Fluid Mechanics, 2001. **433**: pp. 329-346.
34. Zenit, R. et M.L. Hunt, *Mechanics of immersed particle collisions*. Journal of Fluid Engineering, 1999. **121**: pp. 179-184.
35. Wiberg, P.L. et J.D. Smith, *Model for calculating bed load transport of sediment*. Journal of Hydraulic Engineering, 1989. **115**(1): pp. 101-123.
36. Van Rijn, L.C., *Sediment transport, part I : bed load transport*. Journal of Hydraulic Research, 1984. **110**(10): pp. 1431-1456.
37. Sekine, M. et H. Kikkawa, *Mechanics of saltating grains : II*. Journal of Hydraulic Engineering, 1992. **118**(4): pp. 536-558.
38. Bagnold, R.A., *The flow of cohesionless grains in fluids*. Proceedings of the Royal Society of London, 1956. **249**: pp. 235-296.
39. Wiberg, P.L. et J.D. Smith, *A theoretical model for saltating grains in water*. Journal of Geophysical Research, 1985. **90**(4): pp. 7341-7354.
40. Lee, H.Y. et I.S. Hsu, *Investigations of saltating particle motions*. Journal of Hydraulic Engineering, 1994. **120**(7): pp. 831-845.
41. Niño, Y. et M. Garcia, *Gravel saltation. 1. Experiments*. Water Resources Research, 1994. **30**(6): pp. 1907-1914.

42. Niño, Y. et M. Garcia, *Experiments on saltation of sand in water*. Journal of Hydraulic Engineering, 1998. **124**(10): pp. 1014-1025.
43. Francis, J.R.D. *Experiments on the motion of solitary grains along the bed of a water stream*. in *Proceedings of the royal society of London*. 1973.
44. Abott, J.E. et J.R.D. Francis, *Saltation and suspension trajectories of solid grains in a water stream*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1977. **284**(1321): pp. 225-254.
45. Fernandez-Luque, R. et R. Van Beek, *Erosion and transport of bed-load sediment*. Journal of Hydraulic Research, 1976. **14**(2): pp. 127-144.
46. Jiang, Z. et P.K. Haff, *Multiparticle Simulation Methods Applied to the Micromechanics of Bed Load transport*. Water Resources Research, 1993. **29**(2): pp. 399-412.
47. Buffington, J.M. et D.R. Montgomery, *A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers*. Water Resources Research, 1997. **33**(8): pp. 1993-2029.
48. Gilbert, G.K., *The transportation of debris by running water*. (dans Hu et Hui (1996)) U.S. Geology Survey, 1914(86).
49. Patel, P.L. et K.G. Ranga Raju, *Critical tractive stress of non uniform sediments*. Journal of Hydraulic Research, 1999. **37**(1): pp. 39-58.
50. Wiberg, P.L. et J.D. Smith, *Calculations of the critical shear stress for motion of uniform and heterogeneous sediments*. Water Resources Research, 1987. **23**(8): pp. 1471-1480.
51. Egiazaroff, I.V., *Calculation of nonuniform sediment concentrations*. Journal of Hydraulics Division, 1965. **94**(4): pp. 225-274.
52. Chiew, Y.M. et G. Parker, *Inceptient sediment motion on non-horizontal slopes*. Journal of Hydraulic Research, 1994. **32**(5): pp. 649-660.
53. Lau, Y.L. et P. Engel, *Inception of sediment transport on steep slopes*. Journal of Hydraulic Engineering, 1999. **125**(5): pp. 544-547.
54. Ling, C.-H., *Criteria for incipient motion of spherical sediment particles*. Journal of Hydraulic Engineering, 1995. **121**(6): pp. 472-478.
55. Ancey, C., P. Evesque, et P. Coussot, *Motion of a single bead on a bead row : theoretical investigations*. Journal de Physique I, 1996. **6**: pp. 725-751.
56. Brague, S., *Introduction des forces hydrauliques dans un modèle d'écoulement granulaire 'sec'*. 1999, Cemagref: Grenoble. 38 p.
57. Calmier, S., *Etude microstructurelle du mouvement d'une particule dans un écoulement d'eau : approche théorique et numérique*. 2000, Cemagref: Grenoble. 44 p.
58. Azanza, E., *Écoulements granulaires bidimensionnels sur plan incliné*. 1998, thèse de l'Ecole Nationale des ponts et Chaussées. 239 p.
59. Lee, H.Y. et I.S. Hsu, *Particle spinning motion during saltating process*. Journal of Hydraulic Engineering, 1996. **122**(10): pp. 587-590.
60. Gordon, R., J.B. Carmichael, et F.J. Isackson, *Saltation of plastic balls in a "one dimensional" flume*. Water Resources Research, 1972. **8**(2): pp. 444-459.
61. Rigidel, F.X., et al., *Behaviour of a sphere on a rough inclined plane*. Journal of Physic, 1994. **4**(2): pp. 261-272.
62. Ristow, G.H., F.X. Rigidel, et B. Daniel, *Different characteristics of the motion of a single particle on a bumpy inclined line*. Journal of Physic, 1994. **4**(8): pp. 1161-1172.

63. Lee, H.Y., et al., *Investigations of continuous bed load saltating process*. Journal of Hydraulic Engineering, 2000. **126**(9): pp. 691-700.
64. Gondret, P., Lance, et Petit, *Bouncing motion of spherical particles in fluids*. accepté pour parution dans Physics of Fluids, 2002. **14**(2).
65. Rioual, F., A. Valance, et D. Bideau. *Collision d'un grain sur un empilement bidimensionnel de grains*. in *Colloque de physique et de mécanique des matériaux granulaires 5-7 septembre 2000*. LCPC Paris.

# **ANNEXES**

---

**ANNEXE A : MODELES NUMERIQUE DE *DYNAMIQUE DES CONTACTS***

**ANNEXE B : ÉTUDE LA COLLISION DE LA BILLE SUR LE FOND**

**ANNEXE C : QUANTIFICATION DE LA VARIATION DES DIMENSIONS DES SAUTS**

**ANNEXE D : TESTS DE SENSIBILITE DE LA VITESSE MOYENNE DE LA BILLE**



# ANNEXE A – MODELE NUMERIQUE DE DYNAMIQUE DES CONTACTS

---

## 1 - INTRODUCTION

Le modèle numérique utilisé est un modèle bidimensionnel permettant de modéliser le mouvement de disques ou d'hexagones soumis à leur propre poids et aux forces de contact. La méthode de dynamique des contacts a été conçue par J.J. Moreau dans les années 1980 et l'algorithme a été formulé en collaboration avec M. Jean. La méthode de dynamique des contacts a été appliquée avec succès à différents problèmes, tant statiques que dynamiques. L'originalité de ce modèle réside dans la manière dont sont modélisées les interactions entre les particules : la méthode utilise les lois de contact généralisées de JJ. Moreau dont la spécificité est de décrire les collisions multiples.

Initialement, le modèle est basé sur l'équation de la dynamique faisant intervenir deux contributions dynamiques : le poids propre des particules et les forces de contact. Nous y avons rajouté, lors de deux travaux de stage réalisés durant cette thèse [56-57], des contributions hydrodynamiques, pour que le modèle puisse décrire le mouvement de particules dans un courant d'eau.

## 2 - PRESENTATION DU MODELE DE DYNAMIQUE DES CONTACTS

### 2.1 - Modèle original de dynamique des contacts

Le modèle est basé sur l'équation de la dynamique faisant intervenir deux contributions dynamiques : le poids propre des particules et les forces de contact. Le poids propre de chaque élément est déterminé à partir de sa masse,  $m$  et de l'accélération de la pesanteur  $\mathbf{g}$ . La masse d'un élément est calculée à partir de son volume et de sa masse volumique  $\rho_s$ . Pour un disque d'épaisseur  $l$  et de rayon  $a$ , la masse de l'élément s'écrit  $m = \rho a^2 l$  et le poids s'écrit alors  $\mathbf{p} = \rho a^2 l \mathbf{r}_s \mathbf{g}$ .

La procédure de calcul des forces de contact utilise le modèle de contact de Moreau. Cette procédure de calcul décrit les contacts dans le repère local  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$  dont l'origine correspond au point de contact entre deux éléments  $i$  et  $j$ . Considérons une situation où des sphères identiques de rayon  $a$  et de masse  $m$  sont en contact. A partir de la relation fondamentale de la dynamique écrite, dans  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$ , pour chacune des sphères, on peut exprimer les forces normales  $N^{i,j}$  et tangentielles  $T^{i,j}$  qui s'exercent entre les deux particules  $i$  et  $j$  en fonction de leur vitesse relative au point de contact  $\mathbf{c}_r^{i,j}$  :

$$N^{i,j} = \frac{m}{2}(c_m^{i,j+} - c_m^{i,j-}) + K_n^{i,j} \quad (\text{A.1})$$

$$T^{i,j} = \frac{m}{7}(c_{rt}^{i,j+} - c_{rt}^{i,j-}) + K_t^{i,j} \quad (\text{A.2})$$

Les  $K^{i,j}$  regroupent les contributions provenant des particules voisines aux particules  $i$  et  $j$ . Dans le cas de contacts binaires, les  $K^{i,j}$  sont nuls. Les forces de réaction  $N^{i,j}$  et  $T^{i,j}$  sont calculées à l'aide de deux modèles : le modèle de non-pénétration des éléments de Signorini pour la composante normale et le modèle de Coulomb pour la composante tangentielle (Figure A.1).

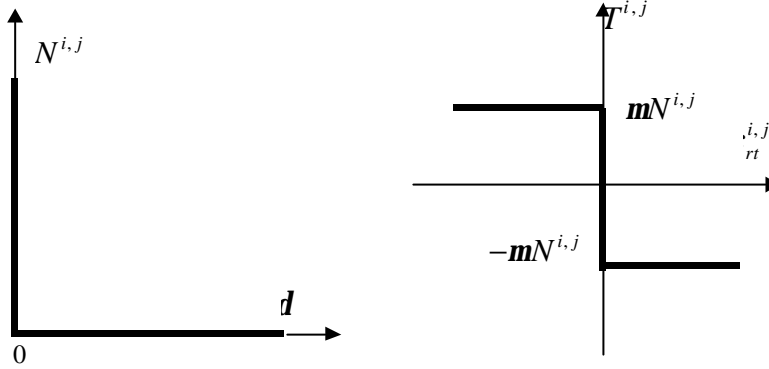


Figure A.1 : Graphes de Signorini et de Coulomb

Lors d'une collision, le modèle opère en deux étapes. (i) La première étape consiste d'abord à passer en revue les couples d'éléments qui sont susceptibles d'entrer en collision. Deux éléments entrent en collision si la distance interstitielle  $d$  qui les sépare est inférieure à une distance d'alerte  $d_{alerte}$ . Ensuite, pour chaque couple tel que  $d < d_{alerte}$  le programme calcule la vitesse d'approche des deux éléments et détermine si le contact va effectivement se produire d'ici la fin du pas de temps du calcul  $t_1$ . Enfin, dans le cas où le choc est prévu, le modèle calcule une force de réaction locale de sens opposé au sens du mouvement relatif des deux éléments et d'intensité telle que  $d$  soit nulle à la fin de la première étape. A l'issue de la première étape, les deux éléments sont en contact et la vitesse relative  $c_m^{i,j}$  a diminué par rapport au début du pas de calcul de sorte que les deux éléments ne se soient pas pénétrés en  $t_1$ . (ii) Au début de la deuxième étape, les deux éléments sont en contact mais la vitesse relative  $c_m^{i,j}$  n'est pas nulle ; les deux éléments peuvent se pénétrer. La deuxième étape consiste alors à calculer la force  $N^{i,j}$ , en appliquant la condition de non-pénétrabilité de Signorini, nécessaire à annuler la vitesse normale au cours du second pas de calcul. Au cours de cette seconde étape le modèle va aussi calculer le mouvement tangential (roulement avec ou sans glissement) de la particule à l'aide du modèle de Coulomb. A l'issue de cette deuxième étape, la particule possède une vitesse dirigée suivant la direction tangente au plan de contact. Autrement dit, après un choc, la vitesse

normale est nulle et la particule repart collée à l'élément avec lequel elle a choqué. Cette condition s'exprime aussi par un coefficient de restitution normal nul.

## 2.2 - Modélisation de l'action de l'écoulement d'eau sur la bille

Pour modéliser le mouvement de particule au sein d'un écoulement d'eau, nous avons introduit au sein de l'équation de la dynamique résolue par le modèle le calcul des efforts exercés par l'écoulement d'eau sur les particules (Figure A.2). L'équation de la dynamique du comportement d'une particule sphérique dans un écoulement d'eau a été donnée au chapitre 1. Ici, nous avons choisi de ne considérer que les termes de poussée d'Archimède, de traînée et de portance. Le régime de l'écoulement autour de la particule, caractérisé par  $R_{ep}$ , est supposé turbulent. La force de portance est modélisée à partir d'une expression similaire à la force de traînée. Strictement, elle dépend du profil vertical de vitesse de l'écoulement autour de la particule que nous ne connaissons pas. Nous préférons alors exprimer la portance en faisant intervenir la vitesse moyenne de l'écoulement.

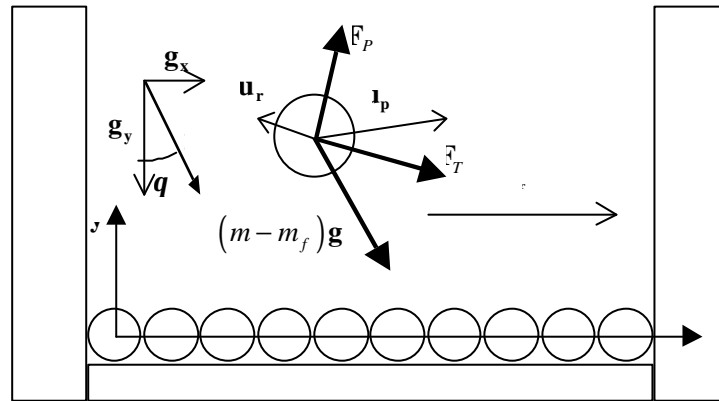


Figure A.2 : Schéma des forces appliquées à la particule (après notre choix).

Compte tenu des forces considérées, l'équation de la dynamique que nous avons programmé dans le modèle s'écrit :

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = (m - m_f) \mathbf{g} - \frac{1}{2} C_T r p a^2 |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) - \frac{1}{2} C_p r p a^2 |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f| \mathbf{z} \wedge (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) + \mathbf{F}_{\text{contact}} \quad (\text{A.3})$$

où le terme  $\mathbf{F}_{\text{contact}}$  intègre les forces de contact calculées selon la procédure décrite au paragraphe précédent,  $C_T$  est le coefficient de traînée et  $C_p$  est le coefficient de portance.

### 3 - DESCRIPTION DES SIMULATIONS NUMERIQUES

#### 3.1 - Analogie entre les expériences et le modèle numérique

Dans notre cas d'étude, les calculs sont effectués pour un canal incliné faisant une pente  $q$  avec l'horizontal. Plutôt que d'incliner le lit de particules dans le modèle, il est plus simple de garder un fond horizontal et d'incliner la force de pesanteur de l'angle  $q$  correspondant à la pente. Le calcul numérique est alors directement effectué dans le repère  $\{x,y\}$  lié au canal (voir Figure A.2).

Une adaptation supplémentaire est le passage de particules tridimensionnelles à des particules bidimensionnelles. Pour garder l'analogie avec les expériences nous avons utilisé dans le modèle numérique des particules d'épaisseur telle que la masse de la particule soit conservée dans les deux types de modélisation. De la même façon, le moment d'inertie de la particule rentré dans le modèle numérique correspond à celui d'une sphère,  $J = 2/5 ma^2$ , et non à celui d'un cylindre. Enfin, les actions hydrodynamiques de portance et de traînée sont appliquées à la section d'une sphère et non à la tranche du disque.

#### 3.2 - Hypothèses, limitations du modèle

##### *a) Mode de calcul des forces*

Il est tout d'abord important de noter que le calcul des forces de contact s'effectue de façon implicite, alors que le calcul des forces hydrodynamiques s'effectue de façon explicite. En d'autres termes, pour le calcul des forces hydrodynamiques, nous avons choisi de prendre la vitesse de la particule évaluée en début du pas contrairement au calcul des forces de contact qui prend la vitesse de la particule en fin de pas.

##### *b) Forces hydrodynamiques*

Le calcul des forces hydrodynamiques fait intervenir deux coefficients  $C_T$  et  $C_p$ . Nous savons que ces coefficients dépendent de  $R_{ep}$  et du confinement de la particule (chapitre 1 et 3). Néanmoins, dans ce modèle, nous avons choisi un  $C_T$  fixe pour un essai donné, et nous testerons l'influence du choix de ce coefficient sur le mouvement des disques. Le coefficient  $C_p$  est pris égal à 0,5 dans toutes les simulations numériques.

##### *c) Loi de collision*

Dans le modèle, le coefficient de restitution normal  $e_n$  est nul. D'après les résultats des expériences en canal de laboratoire présentés au chapitre 3, nous savons que cette hypothèse n'est pas vérifiée,

mais que  $e_n$  vaut environ  $0,4 \pm 0,2$ . La procédure de calcul de la loi de collision du modèle va alors faire perdre à la bille plus d'énergie que dans des expériences physiques. On s'attend à ce que le modèle numérique sous-estime la vitesse observée en canal de laboratoire. Néanmoins, le modèle est très bien adapté pour modéliser certaines configurations. Par exemple, si la bille est en roulement, sa vitesse est dirigée suivant la tangente au plan de contact et la vitesse normale est nulle. Dans ce cas, la valeur du coefficient  $e_n$  est indifférente.

Si la bille est en saltation, la vitesse normale de la bille avant la collision n'est généralement pas nulle. Elle dépend de l'angle avec lequel la bille arrive au niveau du fond,  $\mathbf{a}_f$ , et de l'angle d'impact  $\mathbf{f}$ . Suivant la valeur de ces deux angles, la contribution normale de la vitesse de la bille,  $u_{pn}$ , peut être très faible devant la contribution tangentielle  $u_{pt}$  (Figure A.3). Dans ce cas, le fait d'annuler la vitesse normale, tel que le modèle le fait au cours d'une collision, n'aura pas beaucoup d'incidence sur la vitesse de la bille.

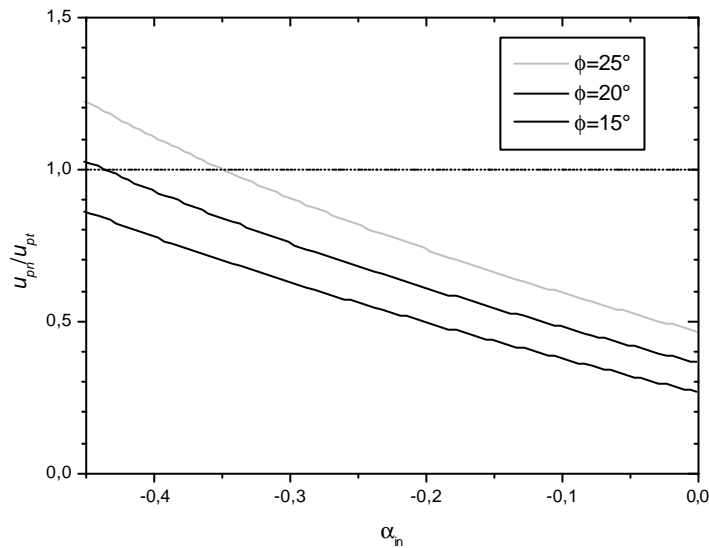


Figure A.3 : rapport entre la vitesse normale au plan de contact  $u_{pn}$  et la vitesse tangentielle au plan de contact en fonction de l'angle incident  $\mathbf{a}_f$  de la trajectoire et du point de l'angle d'impact  $\mathbf{f}$ .

Nous avons reporté sur la Figure A.3 le rapport  $u_{pn}/u_{pt}$  en fonction des angles  $\mathbf{a}_f$  et  $\mathbf{f}$  :

$$\frac{u_{pn}}{u_{pt}} = \frac{-\cos \mathbf{a}_f \sin \mathbf{f} + \sin \mathbf{a}_f \cos \mathbf{f}}{-\cos \mathbf{a}_f \cos \mathbf{f} - \sin \mathbf{a}_f \sin \mathbf{f}} \quad (\text{A.4})$$

Les résultats du chapitre 3 ont montré que (i) la valeur de  $\mathbf{f}$  la plus probable est  $20^\circ$  (ii)  $\mathbf{a}_{in}$  est compris entre  $5^\circ$  (0,09 rad) et  $25^\circ$  (0,44 rad) et pour des écoulement intenses, il tend vers  $15^\circ$  (0,26

rad). Compte tenu de ces remarques, nous avons trouvé que  $u_{pn}/u_{pt}$  variait approximativement entre 1 et 0,4. Pour  $\alpha_f = 15^\circ$  et  $\beta = 20^\circ$ ,  $u_{pn}/u_{pt}$  vaut environ 0,65.

### 3.3 - Expériences numériques

La première étape consiste à configurer le fond en fixant le rayon  $r$  et le matériau des disques qui le constituent. La bille de rayon  $a$  et de masse volumique  $\rho_s$  est positionnée au sommet du premier disque sans vitesse initiale. Nous avons utilisé un fond composé de 100 disques alignés et séparés d'un interstice de 0,2 mm. La longueur du canal numérique vaut alors entre 30 cm (si  $r = 1,5$  mm) et 80 cm (si  $r = 4$  mm). L'inclinaison du canal  $q$  est choisie et les composantes de la constante gravitationnelle sont rentrées suivant x et y selon  $g_x = g \sin q$  et  $g_y = g \cos q$ .

La masse volumique  $\rho$  et la viscosité dynamique  $\mu$  du fluide sont fixées. Le fluide correspond à de l'eau à  $20^\circ$  pour laquelle  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> et  $\mu = 10^{-3}$  kg/s/m. Les paramètres permettant de calculer la vitesse de l'écoulement sont entrés, à savoir : le débit liquide  $Q$  en m<sup>3</sup>/s, la hauteur de l'écoulement  $h$  en m et la largeur de l'écoulement  $B$  en m. La vitesse moyenne de l'écoulement qui est utilisée dans le modèle est la vitesse débitante  $u_f = Q/(hB)$ . Enfin, les coefficients  $C_T$  et  $C_p$  sont fixés et maintenus constants durant l'essai. Les caractéristiques du calcul numérique (pas de temps, nombre d'itérations, etc.) sont fixées et le calcul est lancé.

### 3.4 - Quantités fournies par le modèle

Le modèle numérique calcule diverses quantités : type de contact, déplacement des particules, spin, etc.. Parmi ces quantités, nous retiendrons plus particulièrement la trajectoire de la bille et la vitesse de la bille une fois que celle-ci a atteint un régime permanent. La Figure A.4 montre l'évolution de la vitesse de la bille au cours du temps. On distingue deux régimes : au début du calcul, entre  $t_0$  et  $t_a$ , la vitesse longitudinale de la bille,  $u_{px}$ , augmente rapidement avec le temps ; la bille est en régime accéléré ; au-delà du temps  $t_a$ ,  $u_{px}$  ne varie plus sensiblement au cours du temps et oscille autour d'une valeur moyenne ; la bille est en régime permanent. La vitesse moyenne de la bille est calculée entre les temps  $t_a$  et  $t_{fin}$  qui correspond à la durée du calcul. Dans le cas de l'exemple illustré sur la Figure A.4, la vitesse moyenne est de 0,58 m/s et la variation de vitesse se situe dans un intervalle de 5 % autour de la valeur moyenne.

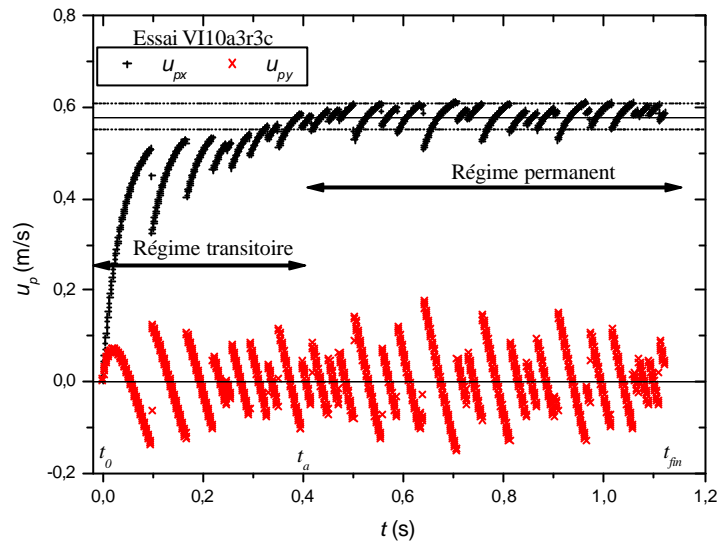


Figure A.4 : Vitesse numérique de la bille en fonction du temps. Mise en évidence du régime transitoire et du régime établi sur lequel est calculée la vitesse moyenne.

Suivant les conditions imposées, il se peut que la bille n’atteigne pas un régime permanent au bout de la distance du canal numérique. Dans ce cas, le calcul est relancé en appliquant à la bille des conditions initiales correspondant à la position et à la vitesse qu’elle avait en bout du canal à l’issue du premier calcul ; cette procédure revient en fait à poursuivre le calcul effectué au premier lancement.

### 3.5 - Tests de sensibilité du modèle aux conditions initiales

Nous avons testé l’influence de la position et de la vitesse initiale de la bille,  $u_{px}^0$ , sur le régime permanent. Le tableau A.1 donne un récapitulatif du test d’influence de la vitesse initiale.

$u_{px}^0$ m/s	$u_{px}$ m/s	variation en % par rapport à $u_{px}^0 = 0$
0,0	0,18225	
0,1	0,18219	0,029
0,2	0,18225	0,001
0,3	0,18228	0,019

Tableau A.1 : tests de l’influence de la vitesse initiale de la bille sur la vitesse en régime permanent. Conditions de l’essai :  $\tan \alpha = 10\%$  ; bille d’acier ;  $a = 3$  mm ; fond en acier ;  $r = 1,5$  mm ;  $Q = 0,11$  l/s ;  $h = 2,3$  cm.

Les résultats montrent que la vitesse initiale n'a pas d'influence sur le régime permanent. Après une période transitoire très brève, la bille retrouve le comportement qu'elle avait lors de l'essai numérique avec une vitesse initiale nulle.

En revanche la position initiale de la bille affecte sa vitesse dans une certaine plage de conditions. La Figure A.5 montre qu'il existe toute une plage de valeurs de la vitesse de fluide pour laquelle la bille est en mouvement si elle est située initialement au sommet d'un disque du fond, et pour laquelle la bille est arrêtée si elle est située initialement dans une dépression entre deux disques du fond. Par contre, pour une vitesse d'écoulement supérieure à la vitesse nécessaire pour mettre en mouvement la bille située dans une dépression entre deux disques, la position initiale de la bille n'affecte plus la vitesse.

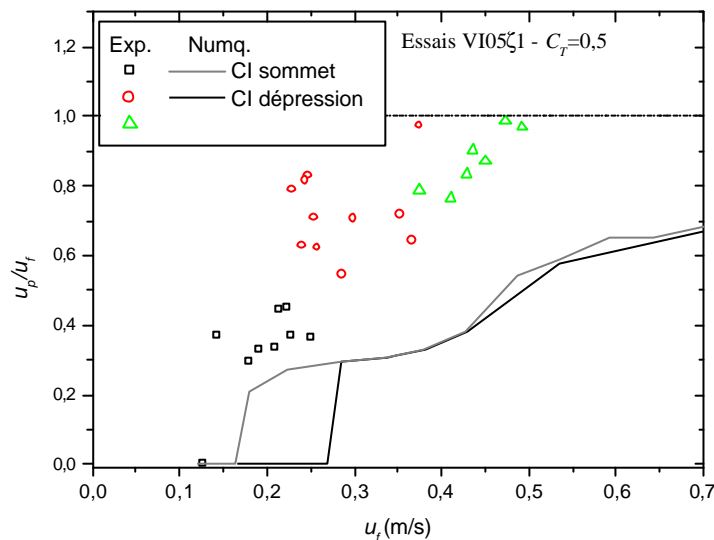


Figure A.5 : influence de la position initiale de la bille sur sa vitesse moyenne. Les tests ont été réalisés avec (i) la bille situé initialement au sommet d'un disque du fond ; (ii) avec une bille située dans un creux entre deux disques du fond.

## 4 - TESTS DE SENSIBILITE DU MODELE

### 4.1 - Test de sensibilité du modèle à la vitesse du courant d'eau

La vitesse du courant d'eau qui est entrée dans le modèle, correspond à la vitesse débitante mesurée dans un écoulement d'eau claire. Or, à proximité de la bille, la vitesse de l'écoulement peut être 1,2 à 1,4 fois plus importante que  $u_f$  à cause de la présence de la bille dans l'écoulement. Afin de voir si la vitesse de l'écoulement peut expliquer l'importance des écarts observés entre simulations et expériences en canal, nous avons réalisé les trois séries d'essais numériques suivantes : une première

série en entrant la vitesse  $u_f$  mesurée en eau claire, une deuxième série avec  $1,2u_f$  et la troisième avec  $1,5u_f$ .

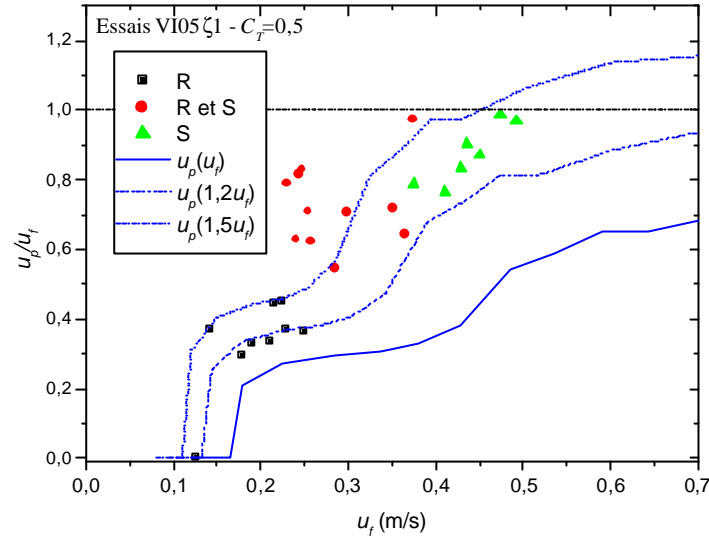


Figure A.6 : étude de sensibilité du modèle de dynamique des contacts à la vitesse de l'écoulement  $u_f$ . Les données expérimentales sont représentées par les symboles pleins; elles sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, sur un fond composé de demi-cylindres de même rayon. Les données issues du modèle de dynamique des contacts correspondent aux symboles vides et ont été calculées avec  $\tan \mathbf{q} = 5 \%$ ,  $\mathbf{z} = 1$  et  $C_T = 0,5$ .

La Figure A.6 reporte les résultats obtenus qui montrent que la vitesse de la bille est assez sensible à la valeur de  $u_f$  : quand  $u_f$  augmente de 20 %, la vitesse adimensionnelle de la particule augmente d'environ 30 %. Les résultats expérimentaux sont relativement bien décrits pour les données calculées avec une vitesse de fluide comprise entre  $1,2u_f$  et  $1,5u_f$ .

Ces tests mettent en évidence qu'une mauvaise évaluation de la vitesse de l'écoulement peut engendrer des écarts importants sur la vitesse de particule. Il est alors primordial de bien connaître la vitesse caractéristique de l'action de l'écoulement sur la particule qui doit être entrée dans les modèles.

#### 4.2 - Test de sensibilité du modèle à la modélisation des actions hydrodynamiques : coefficient de traînée

Jusqu'ici, nous avons supposé que le coefficient de traînée  $C_T$  valait 0,5. Or, du fait du confinement de la particule entre deux parois latérales,  $C_T$  peut valoir jusqu'à deux ou quatre fois plus. Afin de tester la sensibilité du modèle numérique au coefficient de traînée, nous avons réalisé deux séries d'essais numériques : la première série d'essais avec  $C_T = 0,5$  et la deuxième avec  $C_T = 2$ .

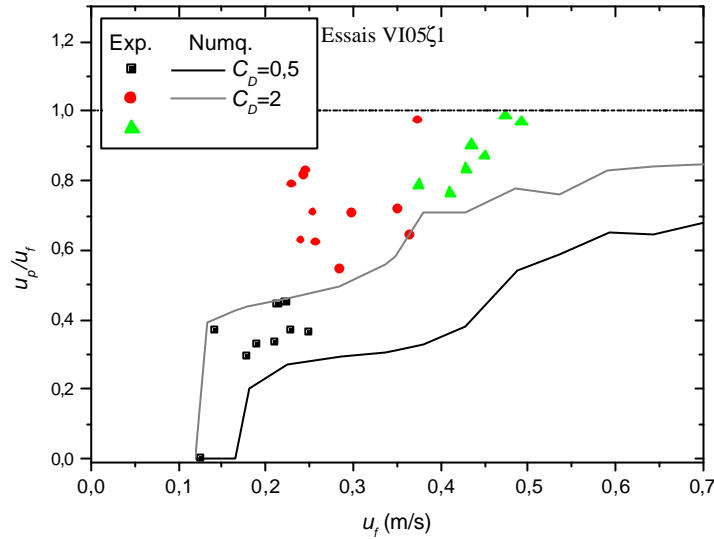


Figure A.7: étude de sensibilité du modèle de dynamique des contacts au coefficient de traînée  $C_T$ . Les données expérimentales sont représentées par les symboles pleins ; elles sont issues des essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm, sur un fond composé de demi-cylindres de même rayon. Les données issues du modèle de dynamique des contacts correspondent aux courbes et ont été calculées avec  $\tan \boldsymbol{q} = 5\%$ .

La Figure A.7 reporte les résultats obtenus qui montrent que la vitesse du disque est assez sensible à la valeur de  $C_T$ . Quand  $C_T$  augmente de 0,5 à 2, la vitesse adimensionnelle de la sphère augmente de 30 % à 50 % pour le régime de roulement, et de 70 % à 85 % pour le régime de saltation. La connaissance du coefficient  $C_T$  apparaît alors comme un facteur important qui affecte sensiblement le mouvement de la particule via la force de traînée.

### 4.3 - Coefficient de restitution normal

Le choix de la vitesse du courant d'eau et la valeur de  $C_T$  peuvent expliquer l'essentiel des écarts observés entre modèle et expériences. Cependant, il faut aussi rappeler que dans le modèle la vitesse de la particule diminue aussi à cause de la modélisation des chocs qui lui font perdre la totalité de son énergie dans la direction normale. Si cela ne se voit pas au niveau de la vitesse moyenne de la particule, en revanche cela se voit nettement au niveau de la trajectoire de la particule. La Figure A.8 reporte la comparaison entre une trajectoire typique de saltation mesurée en canal de laboratoire et des trajectoires calculées avec le modèle de dynamique des contacts. Les trajectoires ont été obtenues pour une bille de rayon 3 mm en mouvement sur un fond incliné à 10 % et composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Nous avons calculé deux trajectoires : la première en prenant la vitesse mesurée en eau

claire qui vaut  $u_f = 0,67$  m/s (courbe en trait continu), et la deuxième en prenant  $1,4u_f$  (courbe en trait pointillé).

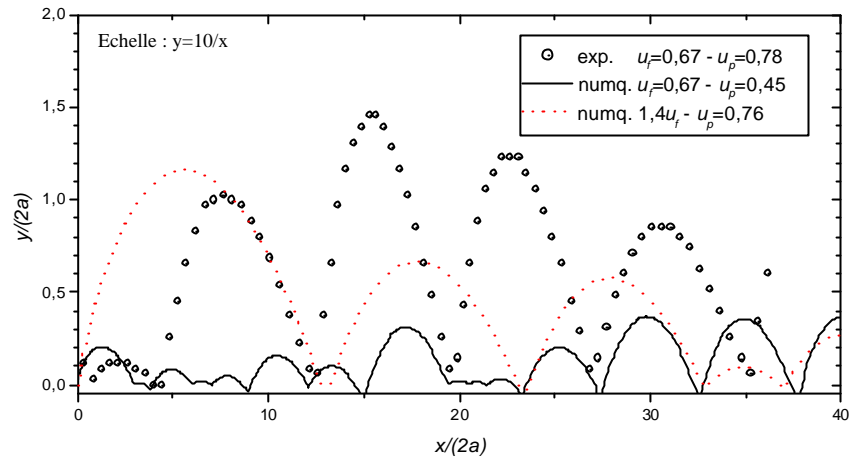


Figure A.8 : trajectoire de saltation mesurée et calculée à partir du modèle de dynamique des contacts.

La Figure A.8 montre que la trajectoire simulée avec  $u_f = 0,67$  m/s est constituée de sauts considérablement plus petits que ceux mesurés en laboratoire. La trajectoire simulée avec  $1,4u_f$  se rapproche plus de la trajectoire mesurée. Cependant, alors que la longueur des sauts de la trajectoire simulée est plus importante que celle des sauts de la trajectoire mesurée, leurs hauteur reste inférieure aux observations. Nous pensons que cela est typiquement dû au fait que la vitesse normale de la particule soit nulle après un choc. Comme l'avait déjà observé Wiberg [50], il faut modéliser le choc de la particule avec un coefficient de restitution normal différent de zéro.



# ANNEXE B – ÉTUDE DE LA COLLISION DE LA BILLE AVEC LE FOND

## 1 - INTRODUCTION

Dans cette annexe, il s'agit d'étudier les chocs de la bille avec le fond du canal. Nous examinons successivement trois cas de figures. Le premier est le cas d'un choc dans l'air, le second dans l'eau au repos et le dernier dans l'eau en écoulement. Pour chaque configuration, l'objectif est de décrire et quantifier le changement de quantité de mouvement et la discontinuité du mouvement de la bille occasionnés par un choc.

## 2 - PROCEDURE DE CALCUL DES PARAMETRES DESCRIPTIF DU CHOC

### 2.1 - Définitions des paramètres calculés

Strictement, un choc est décrit dans le repère lié à la collision. Ce dernier est un repère local de vecteur directeur  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$  dont l'origine est située au point de contact entre la bille et le demi-cylindre. Le vecteur  $\mathbf{n}$  est porté par la droite reliant le centre du cylindre et le centre de la bille et il est dirigé du centre du cylindre vers le centre de la bille. Le vecteur  $\mathbf{t}$  est porté par le plan de contact et est directement normal à  $\mathbf{n}$ .

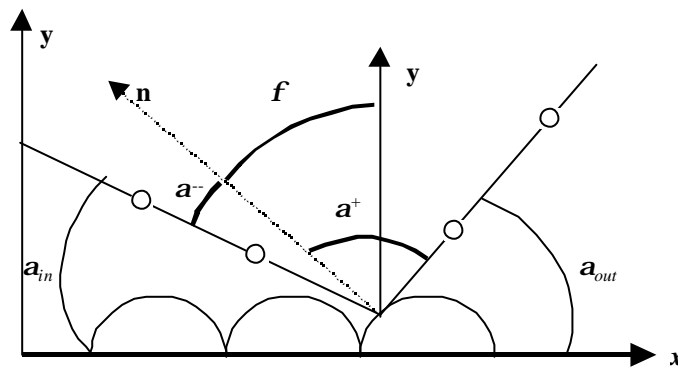


Figure B.1 : définitions des grandeurs décrivant la collision entre la bille et un demi-cylindre du fond.

La loi de choc peut être déterminée par les coefficients  $e_n$  et  $e_t$ . Le coefficient  $e_n$  (Equation. (7.7)) est le rapport des vitesses normales de la bille, écrites dans le repère  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$ , après le choc et avant le choc :

$$e_n = \frac{u_{pn}^+}{u_{pn}^-} \quad (\text{B.1})$$

Le coefficient  $e_n$  est le rapport des vitesses tangentielles de la bille, exprimées par rapport au point de contact. Son calcul nécessite de connaître les vitesses de rotation de la particule avant le choc et après le choc. Les résolutions spatiales et temporelles de la caméra ne nous permettent pas de mesurer ces grandeurs et par conséquent  $e_n$  ne sera pas déterminé.

Nous avons aussi calculé le coefficient  $e$  qui est défini comme le rapport entre les normes du vecteur vitesse de la bille après la collision et avant la collision. Ce coefficient peut aussi être interprété comme la racine carrée du rapport entre l'énergie cinétique de translation après et avant la collision. Ce coefficient n'est pas nécessairement inférieur à 1 car il inclut l'effet de la rotation de la particule. Il est défini par :

$$e = \frac{|\mathbf{u}_p^+|}{|\mathbf{u}_p^-|} \quad (\text{B.2})$$

Nous avons aussi déterminé les angles  $\mathbf{a}^-$  et  $\mathbf{a}^+$  décrits sur la Figure B.1. L'angle  $\mathbf{a}^-$  correspond à l'angle entre le vecteur vitesse avant le choc  $\mathbf{u}_p^-$  et le vecteur  $\mathbf{n}$  et l'angle  $\mathbf{a}^+$  à l'angle entre le vecteur vitesse après le choc  $\mathbf{u}_p^+$  et le vecteur  $\mathbf{n}$ .

## 2.2 - Procédure de calcul de $e_n$ à partir de $u_{px}$ et $u_{py}$

Pour calculer  $e_n$ , nous avons besoin de connaître  $u_{pn}^-$  et  $u_{pn}^+$ . L'obtention de ces quantités est loin d'être évidente. Les différentes étapes à réaliser pour les obtenir sont d'abord la détermination de  $u_{px}$  et  $u_{py}$  (étape (i)) avant et après la collision, ensuite la détermination du point de contact entre la bille et le demi-cylindre (étape (ii)), et enfin la déduction des vitesses  $u_{pn}^-$  et  $u_{pn}^+$  (étape (iii)).

- (i)  $u_{px}$  et  $u_{py}$  sont déterminés à partir de  $\mathbf{u}_p$  selon la procédure décrite au paragraphe 4.2.c. Le vecteur pré-collision  $\mathbf{u}_p^-$  correspond au dernier vecteur vitesse mesuré avant la collision et le vecteur post-collision  $\mathbf{u}_p^+$  correspond au vecteur vitesse mesuré juste après la collision. Pour déterminer  $\mathbf{u}_p^-$  et  $\mathbf{u}_p^+$  il faut veiller à ne pas identifier l'un des vecteurs à un vecteur erroné comme illustré sur la Figure B.2. Du coup, sur la Figure B.2,  $\mathbf{u}_p^-$  correspond non pas au vecteur vitesse calculé entre (2) et (3), mais au vecteur calculé entre les points (1) et (2). Dans cet exemple,  $\mathbf{u}_p^+$  correspond au vecteur vitesse calculé entre les points (3) et (4). A cause de la

résolution temporelle de la caméra, les vitesses utilisées pour le calcul de  $e_n$  ne correspondent pas exactement au vitesse pré et post-collisionnelles. L'incertitude de mesure sur les vitesses est difficilement quantifiable. Nous pensons cependant que  $u_p^-$  est surestimé et que  $u_p^+$  est sous-estimé à cause du rôle du fluide interstitiel durant la collision ; celui-ci a pour effet de freiner les deux sphères qui se rapprochent, et inversement à favoriser leur séparation. Comme  $e_n$  est égal au rapport entre les vitesses après et avant la collision, nous pouvons supposer très grossièrement que les deux effets se compensent et que  $e_n$  est assez bien estimé par notre méthode.

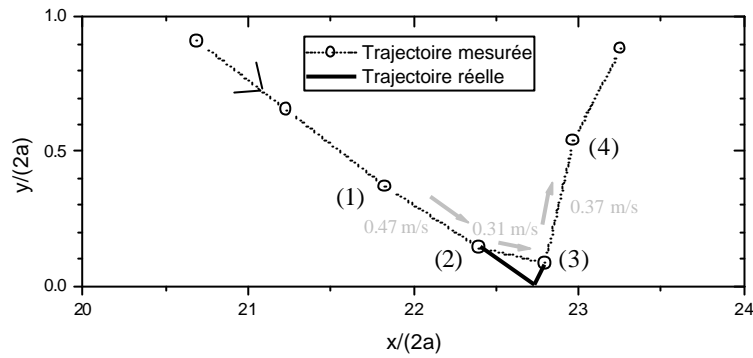


Figure B.2: élimination des vecteurs vitesse erronés. Conditions expérimentales : verre ;  $\tan \alpha = 5\%$  ;  $r = 3\text{ mm}$  ; Essai 20.

- (ii) Les mesures effectuées par prises de vues ne nous fournissent pas (ou très rarement) directement le point de contact. En effet, le processus de collision est très rapide en comparaison de la fréquence d'acquisition de la caméra et, par conséquent, nous n'avons pas (ou très rarement) d'images correspondant à l'instant de la collision. Le point de contact est alors déterminé en extrapolant les trajectoires du centre de masse de la particule obtenue avant le choc et après le choc (Figure B.1). Sur la Figure B.2, cela consiste à extrapoler l'élément de trajectoire avant le choc, dont font partie les points (1) et (2), au-delà du point (2) et à extrapoler l'élément de trajectoire après le choc, dont font partie les points (3) et (4), avant le point (3). Le point de contact est alors repéré par  $\mathbf{f}$  qui est l'angle entre les vecteurs  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{n}$ . L'angle  $\mathbf{f}$  est calculé par la relation :

$$\sin \mathbf{f} = (x_{top} - x_{contact}) / (r + a) \quad (\text{B.3})$$

où  $x_{top}$  et  $x_{contact}$  sont respectivement l'abscisse du centre du cylindre où se déroule le choc et l'abscisse du centre de masse de la bille lorsqu'elle est au contact du demi-cylindre. Pour vérifier notre procédure de calcul, nous avons évalué la distance entre le centre de la bille au

moment du contact et le centre de la rugosité donnée par  $\|\mathbf{x}_{top} - \mathbf{x}_{contact}\|$  ; nous avons trouvé que cette distance vaut  $(r+a) \pm 5\%$ . Ce résultat montre que notre méthode de détermination du point de contact est satisfaisante.

- (iii) La vitesse  $u_{pn}^-$  (respectivement  $u_{pn}^+$ ) se calcule alors à partir de  $\mathbf{f}$  et de la projection sur  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  de  $\mathbf{u}_p^-$  (respectivement  $\mathbf{u}_p^+$ ) suivant la relation :

$$u_{pn}^- = -u_{px}^- \sin \mathbf{f} + u_{py}^- \cos \mathbf{f} \quad (\text{B.4})$$

Finalement, le coefficient de restitution normal s'écrit :

$$e_n = \frac{-u_{px}^+ \sin \mathbf{f} + u_{py}^+ \cos \mathbf{f}}{-u_{px}^- \sin \mathbf{f} + u_{py}^- \cos \mathbf{f}} \quad (\text{B.5})$$

Etant donné les incertitudes de mesure sur l'angle  $\mathbf{f}$  et sur les vitesses, nous avons trouvé que le calcul du coefficient  $e_n$  s'accompagne d'une incertitude inférieure à 15 %.

### 2.3 - Procédure de calcul de l'angle incident $\mathbf{a}^-$ et de l'angle de réflexion $\mathbf{a}^+$

Les angles  $\mathbf{a}^-$  et  $\mathbf{a}^+$  se calculent à partir des angles  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{a}_f$  et  $\mathbf{a}_d$  suivant les relations :

$$\mathbf{a}^- = -\mathbf{f} + \mathbf{p}/2 + \mathbf{a}_f \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{a}^+ = -\mathbf{f} - \mathbf{p}/2 + \mathbf{a}_d \quad (\text{B.7})$$

où les angles  $\mathbf{a}_{in}$  et  $\mathbf{a}_{out}$  sont calculés par rapport à la direction moyenne de l'écoulement. Ils sont obtenus à partir du vecteur vitesse instantané de la bille  $\mathbf{u}_p(t)$  calculé aux instants correspondant au début du saut,  $t_d$ , et à la fin du saut,  $t_f$ , suivant les relations :

$$\mathbf{a}_d = \tan^{-1} \left( \frac{u_{py}(t_d)}{u_{px}(t_d)} \right) \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{a}_f = \tan^{-1} \left( \frac{u_{py}(t_f)}{u_{px}(t_f)} \right) \quad (\text{B.9})$$

où  $u_{px}$  et  $u_{py}$  sont respectivement la composante longitudinale et la composante normale au plan incliné du vecteur vitesse de la bille  $\mathbf{u}_p$ . Etant donné les incertitudes de mesure sur  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{a}_f$  et  $\mathbf{a}_d$ , le calcul des angles  $\mathbf{a}^-$  et  $\mathbf{a}^+$  s'accompagne d'une incertitude inférieure à 15 %.

## 2.4 - Procédure de calcul de la distribution de fréquence relative

Nous avons observé que les grandeurs mesurées fluctuaient beaucoup pour des conditions données. Pour décrire la gamme des valeurs prises par une grandeur  $q$ , nous avons utilisé un graphique qui reporte la distribution, noté  $P(q)$  ou  $P$ , de fréquence relative de la grandeur  $q$ . Nous décrivons maintenant le protocole utilisé pour obtenir cette distribution. Soit  $n$  le nombre de mesures réalisées pour la grandeur  $q$ . La première étape consiste à ranger les  $n$  mesures dans des classes  $i$ , la classe  $i$  comportant  $n_i$  mesures. On calcule ensuite la fréquence relative dans chacune des classes. La fréquence relative est définie comme le rapport entre le nombre d'éléments appartenant à la classe et le nombre total de mesures réalisées. Pour la classe  $i$  elle s'écrit :

$$P_i = \frac{n_i}{n} \quad (\text{B.10})$$

La distribution  $P$  est alors la représentation graphique de la fréquence relative calculée dans chaque classe. Pour tracer ce graphique nous attribuons la fréquence relative  $P_i$  à la valeur du centre de la classe  $i$ . Les points sont ensuite reliés entre eux par une droite ou une courbe.

## 3 - COLLISION DANS L'AIR

### 3.1 - Collision de la bille avec le fond fixe

#### 3.1.1 - Description des expériences

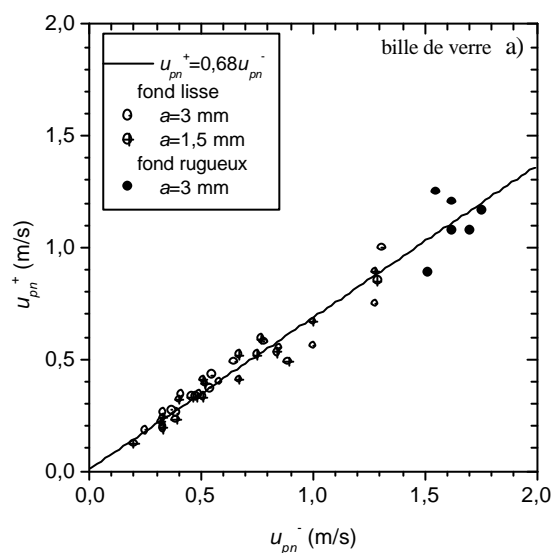
Les expériences ont été réalisées avec des billes d'acier et des billes de verre de rayon 3 mm ou 1,5 mm. Dans un premier temps, nous avons mesuré le coefficient de restitution des billes d'acier et des billes de verre à partir de leur rebond sur le fond lisse. La procédure consistait à lâcher verticalement la bille dans le canal et à filmer son rebond sur le fond. Le mouvement de la bille est enregistré avec la caméra en mode *partial scan 100*. A partir des images nous extrayons les vitesses pré et post-collision de la bille. Comme la bille chute verticalement et que le fond est horizontal alors la bille arrive suivant la normale au plan de contact ; l'angle d'impact  $f$  est nul et  $e_n$  se calcule suivant :  $e_n = u_{py}^+ / u_{py}^-$ . Afin de faire varier la vitesse de la bille avant la collision, nous avons lâché la bille de différentes altitudes variant entre 1 ou 2 centimètres et une dizaine de centimètres.

Dans un deuxième temps, nous avons mesuré le coefficient de restitution d'une bille de verre à partir de son rebond sur un fond *uniforme* composé de cylindres de rayon 3 mm. Comme la bille chute verticalement et que le fond n'est plus localement horizontal, la bille arrivera avec un angle d'impact variable. Cette deuxième série nous a permis de tester notre procédure de calcul de  $e_n$  à partir des quantités  $f, u_{px}^+, u_{px}^-, u_{py}^+$  et  $u_{py}^-$ .

Les billes étant en mouvement dans l'air, nous connaissons la loi d'évolution de leur vitesse au cours du temps ; nous l'avons alors utilisé pour extrapoler nos mesures de vitesse avec pour objectif de calculer les vitesses  $u_{px}^+$ ,  $u_{px}^-$ ,  $u_{py}^+$  et  $u_{py}^-$  au moment du choc. Le reste de la procédure de calcul est similaire à la procédure décrite dans les paragraphes précédents.

### 3.1.2 - Résultats

La Figure B.3 représente la vitesse normale des particules après le choc en fonction de la vitesse normale avant le choc dans le cas du rebond d'une bille sur le fond lisse ou sur le fond rugueux. Les données suivant une tendance linéaire, nous avons calé sur chaque série une loi de la forme  $y = bx$  où le coefficient  $b$  correspond au coefficient de restitution normal  $e_n$ . Pour les billes d'acier, nous avons trouvé un coefficient de restitution égal à  $0,51 \pm 0,06$ . Pour les billes de verre,  $e_n = 0,68 \pm 0,07$ . Pour les deux matériaux, nous avons trouvé un coefficient constant sur la plage de vitesse considérée.



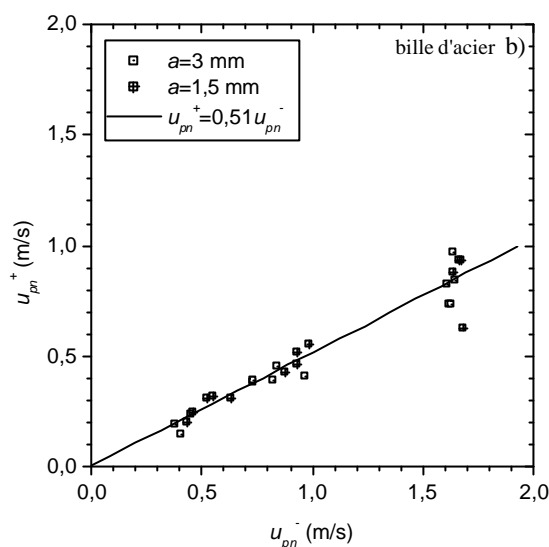


Figure B.3: vitesse normale de la bille après le choc  $u_{pn}^+$  en fonction de la vitesse normale avant le choc  $u_{pn}^-$ . a) Cas de la bille de verre rebondissant sur le fond lisse ou sur le fond uniforme composé de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm. b) Cas de la bille d'acier rebondissant sur le fond lisse. La pente des droites obtenues donne le coefficient de restitution normal bille/socle.

La Figure B.3 montre aussi que la taille de la bille n'affecte pas la valeur du coefficient. Enfin, nous n'avons pas observé de différence entre les résultats obtenus sur fond lisse et sur le fond rugueux, ce qui montre que notre procédure de calcul de  $e_n$  à partir des quantités  $\mathbf{f}$ ,  $u_{px}^+$ ,  $u_{px}^-$ ,  $u_{py}^+$  et  $u_{py}^-$  est assez fiable.

Les résultats que nous avons trouvés ont été obtenus à partir d'essais réalisés dans le canal étroit. Lorsque la bille arrive au niveau du socle, elle rebondit sur le fond, mais il est possible qu'elle rebondisse aussi sur les parois latérales du canal. Malheureusement, notre matériel de mesure ne nous permet pas de discerner la collision entre la bille et le fond d'éventuelles collisions entre la bille et les parois latérales. Le coefficient de restitution mesuré est alors un coefficient de restitution effectif qui tient compte de la présence des parois. Le coefficient mesuré pourrait être plus faible que le coefficient que l'on aurait pu mesurer s'il n'y avait pas les parois.

### 3.2 - Collision de la bille sur un lit de billes - Influence de la nature du fond

Nous avons effectué quelques tests afin de déterminer la valeur du coefficient de restitution normal  $e_n$  en fonction de la nature du fond du canal étroit. Nous avons testé trois types de fond : le fond usiné qui est constitué d'une seule pièce dans laquelle les rugosités ont été découpées, un fond constitué d'une couche de billes de verre juxtaposées, et un fond constitué de 4 couches de billes empilées en

réseau triangulaire. Les tests ont été réalisés dans le cas d'une bille de verre chutant dans l'air. Ils ont consisté à lâcher la bille sur chacun des fonds et à enregistrer la trajectoire de la bille. Le coefficient  $e_n$  est ensuite calculé selon la procédure décrite au paragraphe 2.2 de cet annexe. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau B.1 suivant.

Nature du lit	Fond usiné	1 couche de billes	4 couches de bille
$\bar{e}_n$	0,66	0,33	0

Tableau B.1 : récapitulatif de la valeur du coefficient de restitution normal  $\bar{e}_n$  en fonction de la nature du fond. Les données sont issues de tests réalisés dans l'air avec une bille de verre.

Nous avons trouvé que le coefficient  $e_n$  est affecté par la nature du fond. Il est beaucoup plus important pour le fond d'une seule pièce que pour le fond composé de billes. Dans le cas d'un lit de billes, une partie de l'énergie est dissipée par la déformation du fond.

## 4 - COLLISION DANS L'EAU AU REPOS

### 4.1 - Description des expériences pour la mesure de $e_n$

Les essais consistaient à lâcher une bille de verre dans de l'eau au repos et à suivre son mouvement jusqu'à son rebond sur le fond horizontal, lisse ou rugueux. Le mouvement de la bille, lors de ses rebonds sur le fond, est filmé avec la caméra. Le coefficient  $e_n$  est déterminé suivant la procédure décrite au paragraphe 2.2 ci-dessus. Pour ces expériences nous avons utilisé des billes de verre de rayons 1,5 mm ou 3 mm, et nous avons lâché la bille dans différentes hauteur d'eau (entre 2 et 10 cm) pour qu'elle arrive au niveau du fond avec une vitesse  $u_{pn}^-$  variable.

### 4.2 - Comparaison entre une collision dans l'air ou dans l'eau

Dans ce paragraphe il s'agit d'examiner la perte de vitesse de la bille,  $u_{pn}$ , au cours du choc dans l'eau au repos et de la comparer avec les résultats obtenus dans l'air. Pour ce faire, nous avons reporté sur la Figure B.4 la vitesse de la bille après le choc,  $u_{pn}^+$ , en fonction de sa vitesse avant le choc  $u_{pn}^-$  pour les essais réalisés dans l'air et dans l'eau au repos.

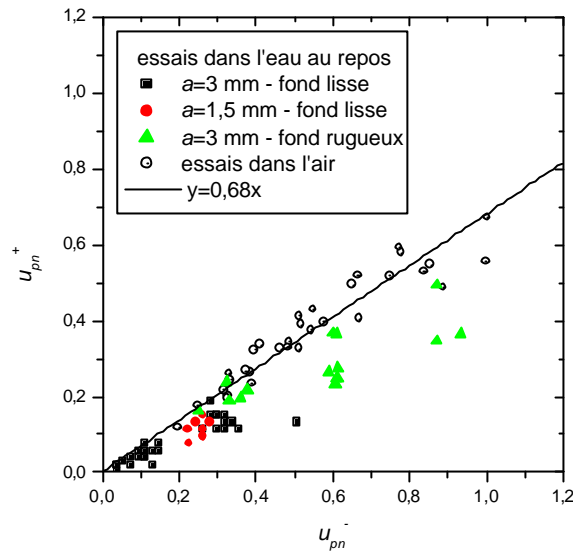


Figure B.4 : vitesse de la bille après le choc en fonction de la vitesse de la bille avant le choc. Comparaison des résultats obtenus dans l'air et dans l'eau.

La Figure B.4 montre d'abord que, malgré les différences de conditions expérimentales, les données dans l'eau au repos suivent la même tendance. Pour une vitesse  $u_{pn}^-$  donnée, la bille repart, après la collision, avec une vitesse  $u_{pn}^+$  plus faible dans l'eau que dans l'air. Si on cale une loi linéaire sur les données correspondant aux collisions dans l'eau, on trouve  $e_n = 0,46 \pm 0,04$ , alors que dans l'air nous avons trouvé  $e_n = 0,68 \pm 0,07$ . La variation de quantité de mouvement de la bille lors d'un choc avec le fond dans l'eau est environ 40 % plus importante que celle observée dans l'air.

#### 4.3 - Comparaison de nos résultats avec ceux de Gondret

Dans ce paragraphe il s'agit d'étudier le coefficient de restitution normal en fonction du nombre de Stokes et de comparer les résultats avec ceux obtenus par Gondret [64]. Pour ce faire, nous avons regroupé nos données en 6 séries qui se distinguent par la vitesse  $u_{pn}^-$  et la taille de la bille, donc par le nombre de Stokes  $St = 2/9 \cdot \mathbf{r}_s / \mathbf{r} \cdot u_p a / \mathbf{n}$ . Pour chaque série, nous avons calculé la moyenne et l'écart type des coefficients  $e_n$  et  $St$ . Les résultats obtenus sont reportés sur la Figure B.5 sous la forme de rapport  $e_n/e_{n,\max}$  en fonction du nombre de Stokes. Le coefficient  $e_{n,\max}$  correspond au coefficient de restitution mesuré dans l'air et vaut 0,68 pour nos expériences. La Figure B.5 reporte aussi les résultats issus des expériences de Gondret.

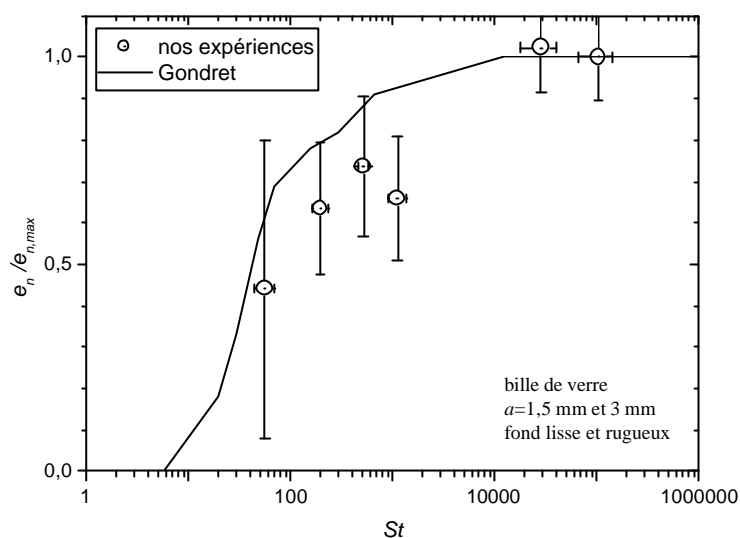


Figure B.5 : rapport  $e_n/e_{n,max}$  en fonction du nombre de Stokes  $St$  pour une collision entre une bille et un socle horizontal lisse dans l'eau au repos. Le coefficient  $e_{n,max}$  correspond au coefficient de restitution mesuré dans l'air.

Les expériences que nous avons réalisées ne nous ont pas permis d'étudier une grande étendue de valeurs du nombre de Stokes. Néanmoins, la Figure B.5 montre que, dans la gamme de valeurs testées, le coefficient  $e_n/e_{n,max}$ , tend à augmenter quand le nombre  $St$  augmente. Nos résultats sont assez proches de ceux obtenus par Gondret [64]. Les données correspondant à  $St$  compris entre 100 et 1000 ont été obtenues dans l'eau. Dans ces conditions, la variation de  $St$  est due à la variation de la taille de la bille ou de sa vitesse. On peut dire que, dans l'eau, le coefficient  $e_n$  augmente quand la vitesse d'approche de la bille  $u_{pm}^-$  ou la taille de la bille augmente.

## 5 - COLLISION DANS UN COURANT D'EAU

L'objet de l'étude de la collision dans un courant est double. D'une part il est de voir si les conditions hydrauliques interviennent lors d'un choc de la bille avec le fond ou bien si le processus de choc est identique au cas de l'eau au repos. D'autre part il est de décrire la discontinuité du mouvement de la bille induite par son choc avec un demi-cylindre du fond. On décrit le choc à deux niveaux : au niveau microstructurel, il est décrit dans le repère local  $\{\mathbf{n}, \mathbf{t}\}$  déterminé par le point de contact entre la bille et le fond. A cette échelle nous caractérisons le choc par les paramètres  $\mathbf{f}$ ,  $e_n$  et  $e$ . Au niveau macroscopique, on se place dans le repère de l'écoulement  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  ; dans ces conditions

seule une approche statistique est possible, car on s'affranchit du détail des rugosités du fond, de la rotation de la bille etc. A cette échelle le choc nous caractérisons le choc à l'aide de  $e$ ,  $\mathbf{a}_d$  et  $\mathbf{a}_f$ .

### 5.1 - Les conditions expérimentales des essais

Les essais exploités pour traiter le problème des chocs de la bille avec le fond, ont été réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm en mouvement de saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm et incliné à 10 % ou 15 %. La gamme de débit liquide variait de 0,016 l/s à 0,13 l/s ce qui correspond à des vitesses débitantes comprises entre 0,5 m/s et 0,92 m/s. Un des objectif de cette étude étant de tester l'influence des conditions hydrauliques sur le processus de choc, nous avons séparé ces essais en 4 classes d'écoulement selon la vitesse débitante. Leurs caractéristiques sont décrites dans le tableau B.2.

Écoulement	Variation de $u_f$	Nombre de données
(1)	$0,5 < u_f < 0,6$	31
(2)	$0,64 < u_f < 0,66$	23
(3)	$0,73 < u_f < 0,78$	35
(4)	$0,82 < u_f < 0,92$	23

Tableau B.2: nomenclature des 4 types d'écoulements.

### 5.2 - Localisation du point de contact lors du choc de la bille avec un demi-cylindre

Le point d'impact de la bille sur un demi-cylindre du fond est repéré par l'angle d'impact  $f$  (Figure B.1). Afin de voir si l'intensité du courant d'eau influençait  $f$ , nous avons calculé la moyenne et l'écart type propre à chacun des écoulements décrits dans le tableau B.2. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau B.3 et montrent que, dans nos conditions expérimentales, l'angle  $f$  n'est pas affecté par la vitesse de l'écoulement.

Écoulement	(1)	(2)	(3)	(4)
$\bar{f}$	19,7	18,6	19,5	18,9
$s_f$	11	8,5	9,4	7,7
minimum	-6,5	1,6	0	-1,6
maximum	32	32	34	32,7

Tableau B.3 : tableau récapitulatif des valeurs moyennes, de l'écart type, de l'angle d'impact  $f$  pour les quatre types d'écoulements décrits dans le tableau B.2.

### 5.2.1 - Coefficient de restitution normale $e_n$ dans un courant d'eau

Afin de voir si l'intensité du courant d'eau influençait  $e_n$ , nous avons calculé la moyenne et l'écart type propre à chacun des écoulements décrits dans le tableau B.2. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau suivant.

Écoulement	$\bar{e}_n$	$s_{e_n}$	minimum	maximum
(1)	0,42	0,17	0,07	0,81
(2)	0,42	0,19	0,03	0,79
(3)	0,40	0,20	0,03	0,84
(4)	0,38	0,25	0,05	0,99

Tableau B.4 : tableau récapitulatif des valeurs moyennes, de l'écart type, des valeurs minimum et maximum, du coefficient de restitution normal  $e_n$  pour les quatre types d'écoulements décrits dans le tableau B.2.

Les données du tableau B.4 indiquent tout d'abord que la dispersion du coefficient  $e_n$  est très élevée ; il est alors difficile de conclure sur l'influence de la vitesse de l'écoulement sur  $e_n$ . Néanmoins, les valeurs moyennes obtenues pour les quatre écoulements sont très proches. Nous aurions tendance à dire que  $e_n$  ne dépend pas des conditions hydrauliques de l'écoulement. Pour les quatre écoulements confondus,  $e_n$  vaut en moyenne  $0,4 \pm 0,2$ .

### 5.3 - Etude de la relation entre les angles $\mathbf{a}^-$ et $\mathbf{a}^+$

Dans ce paragraphe il s'agit de comparer les angles  $\mathbf{a}^-$  et  $\mathbf{a}^+$  qui sont repérés par rapport à la normale au plan de contact  $\mathbf{n}$ . A priori ces deux angles ne sont pas simplement reliés car l'angle après le choc  $\mathbf{a}^+$  dépend de la rotation propre de la bille qui est ici négligée.

Nous avons reporté sur la Figure B.6 l'angle  $\mathbf{a}^+$  en fonction de l'angle  $\mathbf{a}^-$  pour les quatre écoulements étudiés. Cette figure montre que globalement  $|\mathbf{a}^+| > |\mathbf{a}^-|$ . Cela signifie que la bille repart avec une trajectoire qui se rapproche plus de la direction tangentielle au plan de contact qu'elle ne l'était avant la collision. Dans certains cas, la bille repart avec un angle  $\mathbf{a}^+$  de  $90^\circ$  c'est-à-dire tangentiellement au plan de contact. La Figure B.6 montre aussi que, bien que les données soient assez dispersées, l'angle  $|\mathbf{a}^+|$  a tendance à augmenter quand  $\mathbf{a}^-$  augmente, et que l'intensité de l'écoulement n'influence pas vraiment cette tendance. A partir des données pour les quatre

écoulements confondus, nous avons calculé la valeur moyenne  $\langle \mathbf{a}^+ \rangle$  et l'écart type des angles  $\mathbf{a}^+$  mesurés étant donné une plage de variation de l'angle  $\mathbf{a}^-$ . Les résultats de la valeur moyenne sont synthétisés dans le tableau B.5 et nous les avons reportés sur la Figure B.6. L'écart type était de  $7^\circ$  quelle que soit la plage de valeurs de l'angle  $\mathbf{a}^-$  considérée. A partir du calage d'une régression linéaire sur les valeurs moyennes obtenues, nous avons trouvé :

$$\mathbf{a}^+ = -0,38\mathbf{a}^- - 53 \quad (\text{B.11})$$

où les angles  $\mathbf{a}^+$  et  $\mathbf{a}^-$  sont exprimés en degrés.

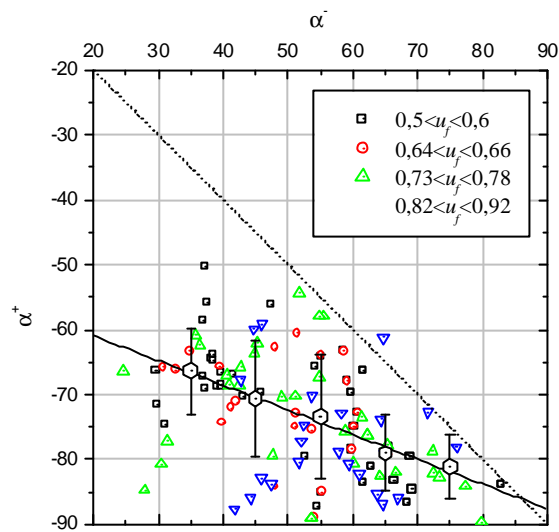


Figure B.6 : angle post-collision  $\mathbf{a}^+$  en fonction de l'angle pré-collision  $\mathbf{a}^-$ .

$\mathbf{a}^-$ ( $^\circ$ )	$30 < \mathbf{a}^- < 40$	$40 < \mathbf{a}^- < 50$	$50 < \mathbf{a}^- < 60$	$60 < \mathbf{a}^- < 70$	$70 < \mathbf{a}^- < 80$
$\langle \mathbf{a}^+ \rangle$ ( $^\circ$ )	-66,4	-70,7	-73,5	-79	-81

Tableau B.5 : tableau récapitulatif des valeurs moyennes de l'angle  $\mathbf{a}^+$  calculées pour une plage de valeurs de l'angle  $\mathbf{a}^-$ .

## 5.4 - Etude du rapport de la norme des vitesses $e$

### 5.4.1 - Influence de la vitesse de l'écoulement

Afin de voir si l'intensité du courant d'eau influençait  $e$ , nous avons calculé la moyenne et l'écart type propre à chacun des écoulements décrits dans le tableau B.2. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau B.6 suivant.

Écoulement	(1)	(2)	(3)	(4)
$\bar{e}$	0,85	0,92	0,88	0,86
$s_e$	0,11	0,12	0,11	0,07
minimum	0,62	0,72	0,65	0,71
maximum	1,09	1,30	1,11	0,99

Tableau B.6 : tableau récapitulatif des valeurs moyennes, de l'écart type, du coefficient  $e$  pour les quatre types d'écoulements décrits dans le tableau B.2.

Les résultats reportés dans le tableau B.6 montrent que, dans nos conditions expérimentales, le coefficient  $e$  n'est pas affecté par la vitesse de l'écoulement.

#### 5.4.2 - Influence du paramètre de rugosité $z$

Les résultats obtenus pour ce coefficient, impliquant le rapport des normes de vitesse de la bille après et avant la collision, à l'échelle microscopique reste valable à l'échelle macroscopique. Ici, on cherche en plus à relier le coefficient  $e$  avec le paramètre de rugosité  $z$ . Pour ce faire, nous avons calculé la distribution de fréquence relative  $P(e)$  pour trois types de fonds différents : deux fonds uniformément rugueux composés de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm ou  $r=4$  mm et le fond irrégulier ( $r=al$ ) composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm,  $r=3$  mm et  $r=4$  mm. Les résultats sont reportés sur la Figure B.7 qui montre que les trois distributions peuvent être approchées par une loi normale de manière très satisfaisante. La moyenne  $m$  et l'écart type  $s$  des distributions sont reportés dans le tableau B.7. Les résultats de ce tableau montrent que la moyenne de la distribution tend à diminuer quand la taille des demi-cylindres augmente. Ils montrent aussi que le coefficient  $e$  est plus faible dans le cas du fond aléatoire que dans le cas du fond uniforme ; la différence est surtout marquée entre le fond uniformément rugueux composé de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm et le fond irrégulier.

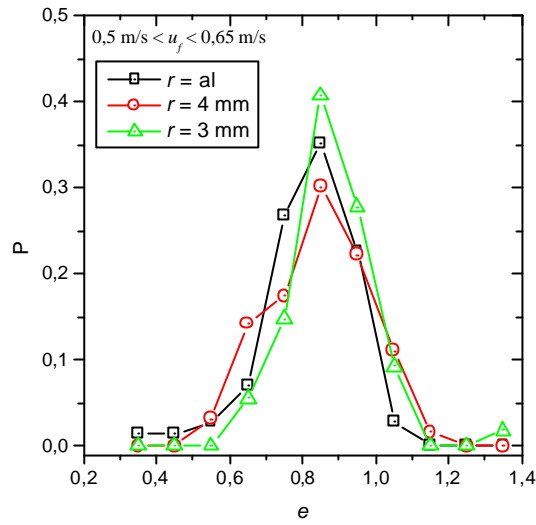


Figure B.7 : distribution de fréquence relative du coefficient  $e$  pour trois types de fonds différents : deux fonds uniformément rugueux composés de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm ou  $r=4$  mm et le fond irrégulier composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm,  $r=3$  mm et  $r=4$  mm. Les données sont issues des expériences réalisées pour  $\tan\alpha = 10\%$  et  $\tan\alpha = 15\%$  et telles que  $0,5 < u_f < 0,65$ .

$r$	al	4 mm	3 mm
$m$	0,82	0,84	0,88
$s$	0,13	0,13	0,12

Tableau B.7 : récapitulatif des valeurs des paramètres des distributions du coefficient  $e$  en fonction des rugosités du fond.

## 5.5 - Relation entre les angles $\alpha_f$ et $\alpha_d$

### 5.5.1 - Recherche d'une éventuelle relation

On cherche à comparer les angles  $\alpha_f$  et  $\alpha_d$  qui sont repérés dans le repère de l'écoulement. A priori ces deux angles ne sont pas simplement reliés car l'angle après le choc  $\alpha_d$  dépend de la rotation propre de la bille et de l'angle d'impact qui sont à l'échelle macroscopique négligés. C'est en effet ce que montre la Figure B.8 qui reporte l'angle  $\alpha_d$  avec lequel la bille entame un saut en fonction de l'angle  $\alpha_m$  avec lequel elle a terminé le saut précédent. L'angle  $\alpha_f$  varie entre  $0^\circ$  et  $35^\circ$  et l'angle  $\alpha_d$  varie entre  $0^\circ$  et  $70^\circ$ .

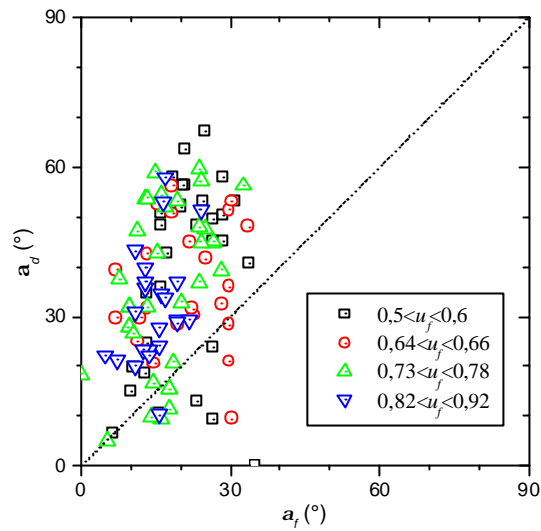


Figure B.8 : angle  $\mathbf{a}_d$  en fonction de l'angle  $\mathbf{a}_f$ . Les données ont été obtenues à partir d'expériences réalisées avec une bille de verre de rayon  $a=3$  mm sur un fond rugueux uniforme de rayon  $r=3$  mm et pour  $\tan\mathbf{q}=10\%$  et  $\tan\mathbf{q}=15\%$ .

Pour caractériser la dispersion de l'angle  $\mathbf{a}_d$ , nous avons calculé la distribution de fréquence relative  $P(\mathbf{a}_d)$ . Nous avons trouvé que cette distribution est approximativement uniforme pour les quatre écoulements. Nous avons reporté dans le tableau B.8 la valeur moyenne  $m$  et l'écart type  $\mathbf{s}$  des quatre distributions calculées. Nous déduisons des résultats de ce tableau que les quantités  $m$  et  $\mathbf{s}$  ont tendance à diminuer quand l'intensité de l'écoulement augmente.

Écoulement	(1)	(2)	(3)	(4)
$m$	38,6	36,3	36,2	32
$\mathbf{s}$	19	12	16	11
minimum	0	9,5	5,2	10,3
maximum	67,4	56,3	59,7	58

Tableau B.8 : récapitulatif de la valeur moyenne  $m$  et de l'écart type  $\mathbf{s}$  de l'angle  $\mathbf{a}_d$  pour les quatre types d'écoulement dont les caractéristiques sont décrites dans le tableau B.2.

### 5.5.2 - Influence de la taille des demi-cylindres du fond sur $\mathbf{a}_d$

Dans ce paragraphe, il s'agit de voir si l'angle  $\mathbf{a}_d$  peut être relié aux caractéristiques macroscopiques du fond. On regarde si la taille des demi-cylindres du fond ou leur disposition suffit à expliquer la dispersion de  $\mathbf{a}_d$ . Avec cet objectif en tête, nous avons reporté sur la Figure B.9 la

distribution de fréquence relative de l'angle  $\alpha_d$  pour trois types de fonds différents : deux fonds uniformes composés de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm ou  $r=4$  mm, et le fond aléatoire composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm,  $r=3$  mm et  $r=4$  mm. La Figure B.9 indique que les trois distributions sont assez similaires.

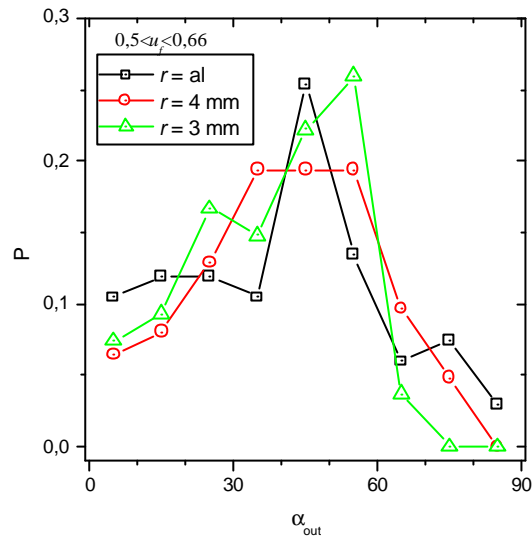


Figure B.9 : distribution de l'angle  $\alpha_d$  pour trois types de fonds différents : deux fonds uniformes composés de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm ou  $r=4$  mm et le fond aléatoire composé de demi-cylindres de rayon  $r=1,5$  mm,  $r=3$  mm et  $r=4$  mm. Les données sont issues des expériences réalisées pour  $\tan \mathbf{q} = 10\%$  et  $\tan \mathbf{q} = 15\%$  et  $0,5 < u_f < 0,66$ .

Nous avons reporté dans le tableau B.9 la valeur moyenne  $m$  et l'écart type  $s$  des trois distributions calculées  $P(\mathbf{a}_d)$ . Nous déduisons des résultats de ce tableau que  $s$  a tendance à augmenter quand la taille des demi-cylindres augmente. Ils montrent aussi que  $s$  est plus important dans le cas du fond aléatoire que dans celui des fonds uniformes. En revanche, la valeur moyenne de  $\mathbf{a}_{out}$  est à peu près identique pour les trois fond et vaut environ  $40^\circ$ .

r	al	4 mm	3 mm
m	41	41	37,5
s	22	17,5	16

Tableau B.9 : récapitulatif des valeurs des paramètres des distributions de l'angle  $\mathbf{a}_{out}$  en fonction des rugosités du fond.

## 5.6 - Conclusion

L'étude de la collision de la bille avec le fond a permis de confirmer qu'il existe une différence entre un choc dans l'air et un choc dans l'eau au repos ou en écoulement. En revanche, nous n'avons trouvé de différence dans la variation de quantité de mouvement de la bille entre un choc dans l'eau au repos ; ce résultat reste à confirmer car nos données sont très dispersées.

Les quelques essais de choc de la bille avec un lit fixe ou un lit de bille montre qu'il y a une nette différence de la valeur du coefficient de restitution suivant la nature du lit et le nombre de couches de billes composant le fond. Ce résultat est conforme à ce que Rioual [65] avait pu mesurer pour une bille de verre lancée sur un empilement bidimensionnel de grains. Il avait pu mettre en évidence que le coefficient de restitution diminuait avec la hauteur de l'empilement et qu'il saturait à partir de 6 couches.

# ANNEXE C –

## QUANTIFICATION DES VARIATIONS DES DIMENSIONS DES SAUTS ET DE LA VITESSE MOYENNE SUR UN SAUT

---

### 1 - VARIATION DES DIMENSIONS DES SAUTS

Les dimensions des sauts qui apparaissent dans cette partie correspondent aux dimensions d'un saut en particulier. Nous avons observé que pour des conditions hydrauliques, de pente et de rugosité du fond données, les dimensions des sauts variaient fortement d'un saut à un autre. Afin de quantifier ces variations, nous examinons les distributions de fréquence des dimensions des sauts. La procédure de calcul de la distribution de fréquence  $P$  a été donnée au chapitre 3.

#### 1.1 - Variation des dimensions des sauts en fonction des conditions hydrauliques

##### 1.1.1 - Conditions hydrauliques testées

Les données exploitées pour traiter ce problème sont issues des expériences réalisées dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a=3$  mm sur un fond incliné à 5 % et composé de demi-cylindres de rayon  $r=3$  mm. Suivant les conditions expérimentales, la distribution de probabilité a été calculée sur un nombre de sauts variant entre 11 et 19. Parmi ces essais, nous avons choisi trois jeux de données correspondant à trois intensités d'écoulement. Les caractéristiques de ces essais sont résumées dans le tableau suivant :

$h_r$	$u_f$	$N_*$
1,1	0,43	2,08
1,85	0,45	2,3
2,37	0,47	2,5

*Tableau C.1 : conditions hydrauliques des expériences exploitées pour quantifier la variation des dimensions des sauts. Les quantités  $h_r, u_f, N_*$  désignent respectivement la hauteur du courant d'eau relativement au diamètre de la bille, la vitesse débitante de l'écoulement et un nombre sans dimension similaire à la contrainte de cisaillement adimensionnelle.*

##### 1.1.2 - Résultats

La Figure C.1 reporte la distribution de fréquence relative cumulée pour les dimensions des sauts. La Figure C.1.a reporte les résultats concernant la hauteur des sauts, alors que la Figure C.1.b reporte les résultats sur leur longueur. La Figure C.1.a montre que la distribution de  $H_s$  est affectée par

l'intensité de l'écoulement. L'augmentation des conditions hydrauliques a deux effets principaux sur la distribution. D'une part, elle a pour effet d'élargir la distribution en augmentant la valeur de la hauteur de saut maximum : par exemple pour  $N_* = 2,08$  la quantité  $H_s$  varie entre 0,1 et 1 alors qu'elle varie entre 0,1 et 1,7 pour les deux autres conditions.

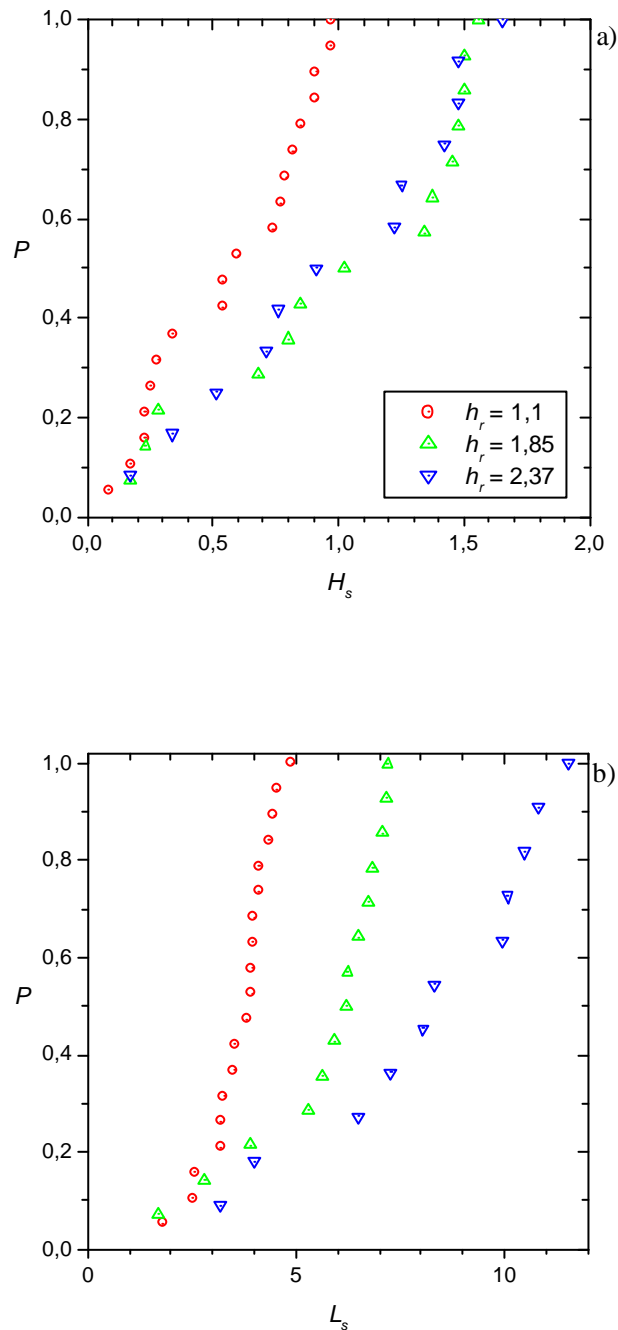


Figure C.1 : distribution de fréquence relative cumulée des dimensions des sauts. a) distribution de la hauteur des sauts. b) distribution de la longueur des sauts. Les distributions ont été obtenues dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a=3$  mm en saut sur un fond rugueux composé de cylindres de rayon  $r=3$  mm et incliné à 5 %. Suivant la valeur de  $N_*$  les distributions ont été calculées sur un nombre de sauts compris entre 11 et 19.

La Figure C.1.b montre que la distribution de  $L_s$  est aussi affectée par l'intensité de l'écoulement. L'augmentation de  $N_*$  a trois effets principaux sur la distribution. Elle a pour premier effet d'élargir la distribution : par exemple, pour  $N_*=2,08$  la longueur  $L_s$  varie entre 2 et 5 alors que pour  $N_*=2,5$  elle varie entre 3 et 12. Elle a pour second effet de décaler la distribution vers des valeurs de  $L_s$  plus grandes, autrement dit les valeurs minimum et maximum de  $L_s$  tendent à augmenter quand  $N_*$  augmente.

$h_r$	$H_s$	CV	$L_s$	CV	$N_{\text{sauts}}$
1,1	0,58	53 %	3,67	21 %	19
1,85	1,02	50 %	5,66	30 %	14
2,37	1	50 %	8,2	34 %	11

Tableau C.2 : caractéristiques des dimensions des sauts en fonction de l'intensité de l'écoulement caractérisé par  $h_r$ .

Nous avons reporté dans le tableau C.2 les dimensions des sauts moyennées sur les  $N_{\text{sauts}}$  observés et le coefficient de variation  $CV$ . Le coefficient  $CV$  est défini comme le rapport entre la valeur moyenne de la distribution et son écart-type. Il reflète les variations des dimensions d'un saut à un autre. Les résultats du tableau C.2 montrent que, du fait des différences observées sur les distributions, la valeur moyenne des dimensions des sauts est affectée par l'intensité de l'écoulement. La hauteur et la longueur des sauts croissent quand  $N_*$  augmente. Les résultats du tableau C.2 montrent aussi que le coefficient  $CV$  est très important. Il vaut près de 50 % pour la hauteur des sauts et environ 30 % pour la longueur des sauts. Malgré l'importance des variations, nous pouvons dire que l'intensité de l'écoulement affecte les quantités  $H_s$  et  $L_s$ .

## 1.2 - Variation des dimensions des sauts suivant le paramètre de rugosité

### 1.2.1 - Conditions expérimentales

Les données exploitées pour traiter ce problème sont issues des expériences réalisées dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm sur un fond incliné à 15 % et pour un débit liquide de 0,02 l/s ( $N_*=4,7$ ). Suivant les conditions expérimentales, la distribution a été calculée sur un nombre de sauts variant entre 16 et 23 sauts.

### 1.2.2 - Résultats

Nous avons reporté sur la Figure C.2 la distribution de fréquence cumulée pour les dimensions des sauts en fonction du paramètre de rugosité  $z$ . La Figure C.2.a montre que la distribution de  $H_s$  est affectée par le paramètre de rugosité. L'augmentation de  $z$  a pour effet de décaler la distribution vers des valeurs de hauteur de saut plus grandes. Par exemple pour  $z = 0,5$ , la quantité  $H_s$  varie entre 0,2 et 1, alors qu'elle varie approximativement entre 0,15 et 1,2 pour  $z = 1,33$ . Pour le cas du fond aléatoire, la distribution se décale vers des valeurs de  $H_s$  encore plus grandes en comparaison à celles obtenues pour les fonds uniformes.

La Figure C.2.b montre que la distribution de  $L_s$  est aussi affectée par les rugosités du fond. L'augmentation de  $z$  a pour effet de décaler la distribution vers des valeurs de longueur de saut plus petites. Par exemple pour  $z = 0,5$  la quantité  $L_s$  varie entre 2,5 et 5,7, alors qu'elle varie approximativement entre 1,5 et 5,5 pour  $z = 1,33$ . Pour le cas du fond aléatoire, la distribution se décale vers des valeurs de  $L_s$  encore plus petites en comparaison à celles obtenues pour les fonds uniformes.

Nous avons reporté dans le tableau C.3 les dimensions des sauts, moyennées sur les  $N_{sauts}$  observés, et le coefficient de variation  $CV$ . Ces résultats montrent que, du fait des différences observées sur les distributions, la valeur moyenne des dimensions des sauts est affectée par les rugosités. Alors que la valeur moyenne de la hauteur du saut augmente quand  $z$  augmente, la valeur moyenne de la longueur des sauts diminue. Cependant, au regard du coefficient  $CV$ , nous pouvons dire que  $z$  n'affecte pas les dimensions moyennes des sauts. Nous déduisons aussi du tableau C.3 que le coefficient  $CV$  est affecté par  $z$ . Alors que le coefficient  $CV$  correspondant à la hauteur des sauts à tendance à diminuer quand  $z$  augmente, le coefficient  $CV$  correspondant à la longueur des sauts à tendance à augmenter.

$z$	$H_s$	CV	$L_s$	CV	$N_{sauts}$
0,5	0,58	48 %	4,7	18 %	17
1	0,76	37,5 %	4,7	14 %	16
4/3	0,78	38,5 %	4,2	21 %	19
al	0,97	34 %	3,8	31 %	23

Tableau C.3 : caractéristiques des dimensions des sauts en fonction du paramètre de rugosité  $z$  et de l'irrégularité du fond.

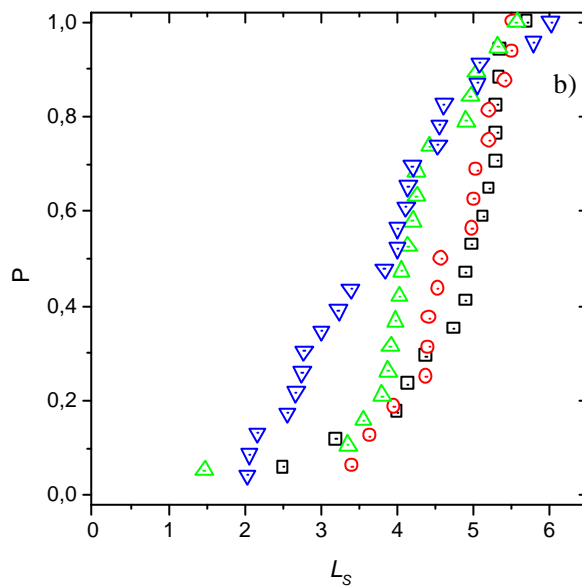
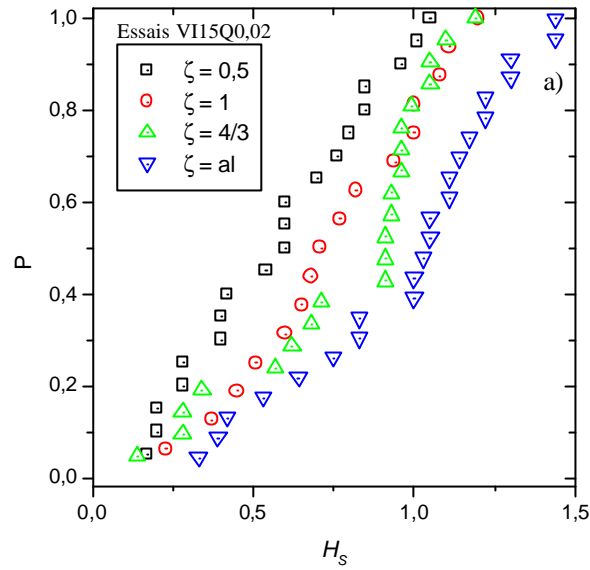


Figure C.2: distribution de fréquence relative cumulée des dimensions du sauts. a) distribution de la hauteur des sauts. b) distribution de la longueur des sauts. Les distributions ont été obtenues dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a=3$  mm en saltation sur un fond incliné à 15 %. Le débit liquide était de 0,02 l/s.

## 2 - VARIATIONS DE LA VITESSE MOYENNE DE LA BILLE

Dans cette partie, nous cherchons à quantifier la variation de vitesse de la bille d'un saut à un autre pour des conditions hydrauliques, de pente et de rugosité du fond données. Pour ce faire, nous

examinons les distributions de fréquence de la vitesse moyenne de la bille calculée sur un saut. La procédure de calcul de la distribution de fréquence  $P$  a été donnée au chapitre 3.

## 2.1 - Variation de la vitesse en fonction des conditions hydrauliques

### 2.1.1 - Conditions expérimentales

Les données exploitées pour traiter ce problème sont issues des expériences réalisées dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm sur un fond rugueux composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Nous avons examiné deux séries de d'essais dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant :

Série	$h_r$	$N_{sauts}$	$q$	Q (l/s)	$u_f$ (m/s)	$N_*$
(1)	1,25	10	0,1	0,035	0,67	5
(2)	1,85	14	0,05	0,035	0,45	2,3

Tableau C.4 : caractéristiques des essais des séries (1) et (2).

### 2.1.2 - Résultats

Nous avons reporté dans le Tableau C.5, les caractéristiques de la vitesse moyenne calculée sur l'ensemble des sauts de chacune des 2 séries. Dans la colonne 3, la quantité  $N_{sauts}$  correspond au nombre de sauts que comporte chaque série.

Série	$h_r$	$N_{sauts}$	$u_p$ (m/s)	$u_{p,min}$ (m/s)	$u_{p,max}$ (m/s)	CV
(1)	1,25	10	0,58	0,49	0,65	8,6 %
(2)	1,85	14	0,425	0,37	0,47	6,6 %

Tableau C.5: caractéristiques des sauts des séries (1) et (2). Les conditions des essais sont résumées dans le tableau C.4.

Le tableau C.5 indique que la vitesse moyenne calculée sur l'ensemble des sauts vaut 0,58 m/s pour la série (1), et 0,425 m/s pour la série (2). Le coefficient  $CV$ , reflétant la variation de vitesse entre les sauts, vaut moins de 10 %.

## 2.2 - Variation de la vitesse suivant le paramètre de rugosité

### 2.2.1 - Conditions expérimentales

Les données exploitées pour traiter ce problème sont issues des expériences réalisées dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm sur un fond incliné à 10 % et pour un débit liquide de 0,035 l/s ( $N_*$  varie entre 3,8 et 5 et  $h_r$  varie entre 1,25 et 1,44). Suivant les conditions expérimentales, la distribution a été calculée sur un nombre de sauts variant entre 10 et 14 sauts.

### 2.2.2 - Résultats

Nous avons reporté sur la Figure C.3 la distribution de fréquence cumulée de la vitesse moyenne de la bille sur un saut en fonction du paramètre de rugosité  $z$ . La Figure C.3 montre que la distribution de  $u_p$  est affectée par le paramètre de rugosité. L'augmentation de  $z$  a pour effet de décaler la distribution vers des valeurs de vitesse plus faibles. Par exemple pour  $z = 0,5$ , la quantité  $u_p$  varie entre 0,56 et 0,66 m/s, alors qu'elle varie entre 0,4 et 0,62 m/s pour  $z = 1,33$ . Pour le cas du fond aléatoire, la distribution se décale vers des valeurs de  $u_p$  encore plus petites en comparaison à celles obtenues pour les fonds uniformes.

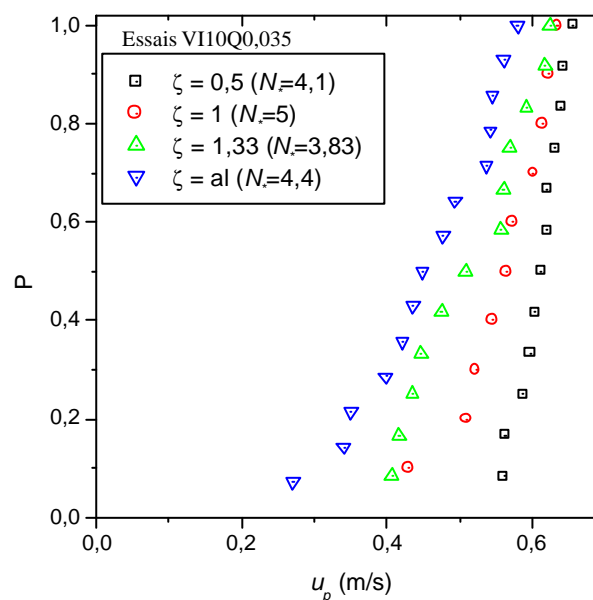


Figure C.3: distribution de fréquence relative cumulée de la vitesse moyenne de la bille sur un saut. La distribution a été obtenue dans le cas d'une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm en saltation sur un fond incliné à 10 %. Le débit liquide était de 0,035 l/s.

Nous avons reporté dans le tableau C.6 la vitesse moyenne de la bille, moyennée sur les  $N_{\text{sauts}}$  observés, et le coefficient de variation  $CV$ . Ces résultats montrent que, du fait des différences observées sur les distributions, la valeur moyenne de la vitesse de la bille  $u_p$  ainsi que le coefficient de variation  $CV$  sont affectés par le paramètre de rugosité  $z$ . Alors que la vitesse moyenne de la bille diminue quand  $z$  augmente, le coefficient  $CV$  augmente.

$z$	$u_p$ (m/s)	$u_{p,\min}$ (m/s)	$u_{p,\max}$ (m/s)	$CV$	$N_{\text{sauts}}$
0,5	0,61	0,56	0,66	4,7 %	12
1	0,56	0,43	0,64	10,6 %	10
4/3	0,52	0,41	0,62	14,7 %	12
al	0,46	0,27	0,58	19,7 %	14

Tableau C.6. : caractéristiques de la vitesse moyenne de la bille en fonction du paramètre de rugosité  $z$  et de l'irrégularité du fond.

On peut conclure de cette étude, que à l'échelle macroscopique les variations de la vitesse moyenne de la bille sur une trajectoire sont dues essentiellement aux rugosités du fond. Celles-ci s'élèvent à près de 20 % dans le cas du fond aléatoire.

### 3 - VARIATION DES DIMENSIONS DU SAUT ET DE LA VITESSE DE LA BILLE EN FONCTION DES CONDITIONS DE DEPART DU SAUT

Les variations de dimension de saut et de vitesse de la bille peuvent être attribuées aux différences de conditions de départ du saut,  $u_p^d$  et  $a_d$  qui sont imposées par les collisions de la bille avec le fond.

#### 3.1 - Influence de $a_d$ sur les dimensions des sauts

Pour approfondir l'étude de l'influence de l'angle de départ des sauts  $a_d$ , nous avons analysé les dimensions des sauts en fonction de la valeur de cet angle. Les données utilisées pour effectuer cette analyse sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre de rayon  $a=3$  mm sur un fond incliné à 5 % et composé de cylindres de rayon  $r=3$  mm. Parmi ces essais, nous avons choisi trois jeux de données correspondant à trois intensités d'écoulement :  $u_f = 0,43$  ( $N_* = 2,08$ ),  $u_f = 0,45$  ( $N_* = 2,3$ ) et  $u_f = 0,47$  ( $N_* = 2,5$ ). Les résultats obtenus sont reportés sur la Figure C.4. Sur la Figure C.4.a, reportant les résultats concernant la hauteur des sauts, nous avons aussi tracé la condition selon laquelle la hauteur des sauts est égale à la hauteur de l'écoulement. Cette condition s'écrit :

$H_s = h_r - 0,5$  pour tenir compte du fait que la hauteur d'eau est comptée à partir du sommet des rugosités situé à un rayon environ au-dessous le centre de gravité de la bille.

Strictement, il faudrait étudier l'influence de  $\mathbf{a}_d$  pour une vitesse  $u_p^d$  fixée ; les données expérimentales ne nous permettent pas de le faire. Aussi, comme  $u_p^d$  peut varier, il faut s'attendre à ce que les résultats soient dispersés. Malgré cela, on voit clairement sur les Figures C.4.a et C.4.b que les dimensions des sauts croissent lorsque l'angle de départ  $\mathbf{a}_d$  augmente. En fait, si on voit une telle corrélation c'est parce que la condition initiale de vitesse  $u_p^d$  ne varie que 10 % d'un saut à un autre, alors que la condition initiale d'angle varie d'au moins 50 %. C'est alors la condition sur l'angle de départ qui est la plus importante dans nos conditions.

On voit clairement sur la Figure C.4.a que  $H_s$  croît lorsque l'angle de départ  $\mathbf{a}_d$  augmente. Par exemple, dans le cas de  $N_* = 2,3$ , nous avons trouvé que pour  $\mathbf{a}_d$  compris entre  $5^\circ$  et  $45^\circ$ , la quantité  $H_s$  varie entre 0,2 et 1,5. Ce résultat est logique et conforme à ce qui est observé dans l'air. En effet, dans l'air, l'altitude maximale atteinte par un projectile varie avec  $(\sin \mathbf{a}_d)^2$ . Néanmoins, cette tendance est moins nette lorsque  $H_s$  se rapproche de  $h_r$ , ou autrement dit lorsque la bille arrive au niveau de la surface libre. Par exemple, pour  $h_r = 1,1$ ,  $H_s$  ne dépasse pas 0,9. Du coup  $H_s$  cesse d'augmenter avec  $\mathbf{a}_d$  à partir d'un angle critique qu'on note  $\mathbf{a}_{dcr}$ . La Figure C.4.a montre que  $\mathbf{a}_{dcr}$  devient plus important quand la hauteur de l'écoulement augmente. Par exemple,  $\mathbf{a}_{dcr}$  vaut environ  $30^\circ$  pour  $h_r = 1,1$ , alors qu'il vaut approximativement  $45^\circ$  pour  $h_r = 1,85$ . Au delà d'un certain angle  $\mathbf{a}_{dcr}$  les sauts de la bille sont tronqués à cause de la présence de la surface libre. Ce phénomène observé à l'échelle macroscopique peut être relié au mécanisme de développement d'une force de rappel, due aux effets de capillarité, lors de la déformation de la surface libre par la bille.

La Figure C.4.b reporte les résultats concernant la longueur des sauts. Elle montre que, pour les angles les plus faibles,  $L_s$  croît lorsque l'angle de départ augmente. Pour les angles les plus importants, la tendance s'inverse. Par exemple, dans le cas de  $N_* = 2,3$ , nous avons trouvé que pour  $\mathbf{a}_d$  compris entre  $5^\circ$  et  $45^\circ$ , la quantité  $L_s$  varie entre 2 et 7 ; au delà, pour  $\mathbf{a}_d > 45^\circ$ ,  $L_s$  chute de 7 à 5. La variation de  $L_s$  en fonction de  $\mathbf{a}_d$  est assez naturelle et ressemble à ce qu'on peut observer dans l'air. En effet, dans l'air, la longueur parcourue par un projectile lancé avec un angle  $\mathbf{a}_d$  et une vitesse initiale donnée est maximum pour  $\mathbf{a}_d = \mathbf{p}/4 - \mathbf{q}/2$  où  $\mathbf{q}$  désigne l'angle d'inclinaison du fond. Néanmoins, la croissance de  $L_s$  cesse pour des valeurs d'angle plus petite. Cet angle correspond approximativement à l'angle  $\mathbf{a}_{dcr}$  pour lequel la hauteur du saut cesse aussi de croître. Finalement, la surface libre a aussi pour effet de tronquer la longueur des sauts.

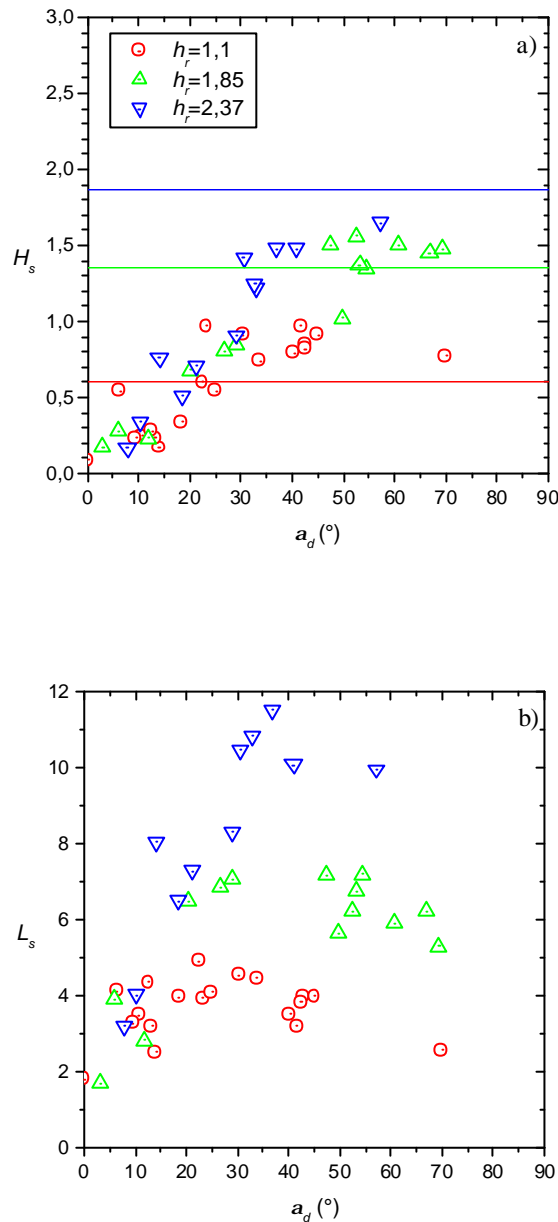


Figure C.4 : variation des dimensions des sauts en fonction de l'angle initial du saut  $\mathbf{a}_d$ . a) variation de la hauteur du saut en fonction de  $\mathbf{a}_d$ . b) variation de la longueur du saut en fonction de  $\mathbf{a}_d$ . Les données ont été obtenues dans le cas de bille de verre de rayon  $a=3$  mm sur un fond, incliné à 5 % et composé de cylindres de  $r=3$  mm. Parmi ces essais, trois séries sont reportées dont les conditions correspondent à  $h_r=1,11$  ( $N_*=2,08$ ),  $h_r=1,85$  ( $N_*=2,3$ ), et  $h_r=2,37$  ( $N_*=2,5$ ).

### 3.2 - Influence de $\mathbf{a}_d$ sur la vitesse moyenne de la bille sur un saut isolé

Afin de voir plus précisément si l'angle de départ  $\mathbf{a}_d$  influence la vitesse moyenne de la bille sur un saut, nous avons reporté sur la Figure C.5 la vitesse adimensionnelle moyenne  $u_p/u_f$  en fonction de l'angle de départ du saut  $\mathbf{a}_d$ . On note que la vitesse initiale  $u_p^d$  peut varier d'un saut à un autre et

que sa variation reste toujours inférieure à 10 %. Nous avons testé deux séries d'essais réalisés avec une bille de verre de rayon 3 mm en saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm et tels que  $Q=0,0351/s$ . La première série (1) est telle que  $\tan\mathbf{q}=10\%$  et  $h_r=1,25$  ( $N_*=4,9$ ) ; la deuxième série (2) est telle que  $\tan\mathbf{q}=5\%$  et  $h_r=1,85$  ( $N_*=2,3$ ).

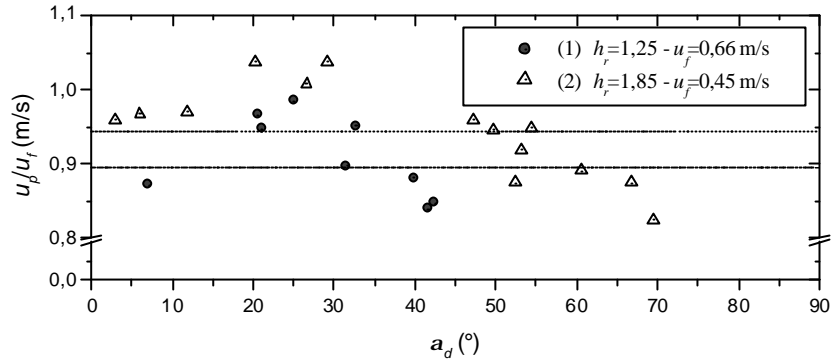


Figure C.5 : vitesse moyenne adimensionnelle  $u_p/u_f$  sur un saut en fonction de l'angle de départ du saut  $a_d$ . Les résultats de deux séries d'essais ont été reportés. Les conditions des essais correspondent à :  $a=3$  mm ;  $r=3$  mm ; bille de verre ;  $Q=0,035$  l/s. La première série d'essais reportée sur la figure a été réalisée avec  $\tan\mathbf{q}=10\%$  et  $h_r=1,25$  ( $N_*=4,9$ ). La deuxième série avec  $\tan\mathbf{q}=5\%$  et  $h_r=1,85$  ( $N_*=2,3$ ).

Nous voyons sur la Figure C.5 que la vitesse moyenne adimensionnelle  $u_p/u_f$  est influencée par l'angle  $a_d$ . Nous observons un comportement similaire pour les deux séries d'essais. Quand  $a_d$  augmente, nous avons observé que dans un premier temps,  $u_p/u_f$  augmente et ensuite,  $u_p/u_f$  diminue. L'angle pour lequel la vitesse  $u_p/u_f$  est maximum dépend des conditions de l'écoulement. Il vaut  $a_d = 25^\circ$  dans le cas de l'écoulement (1) et  $a_d \approx 40^\circ$  dans le cas de l'écoulement (2).



# ANNEXE D - TESTS DE SENSIBILITE DE LA VITESSE DE LA BILLE

## 1 - SENSIBILITE DE LA VITESSE DE LA BILLE A LA NATURE DU FOND

Tous nos essais ont été réalisés avec un fond usiné constitué d'une seule barre en acier dans lequel les rugosités ont été découpées. Dans l'objectif de tester si la nature du lit affecte la vitesse de la bille, nous avons réalisé des expériences avec un fond constitué de billes de verre juxtaposées de rayon  $r = 3$  mm. Le fond peut être composé d'une ou de quatre couches de billes superposées. Pour cette étude de sensibilité, les tests ont été réalisés avec une bille de verre de rayon  $a = 3$  mm et pour des inclinaisons du fond de 5 % et 10 %.

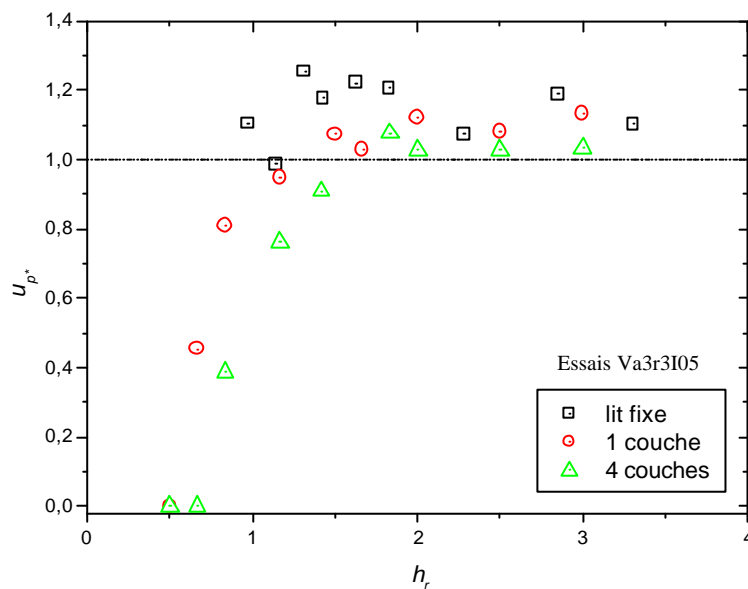


Figure D.1 : influence de la nature du lit sur la vitesse d'une bille en saltation.

Nous avons reporté sur la Figure D.1 les résultats obtenus pour la pente de 5 % sous la forme de la vitesse adimensionnelle de la bille  $u_{p*} = u_p / u_f$  en fonction de la hauteur relative du courant d'eau  $h_r = h / (2a)$ . La Figure D.1 montre que pour  $h_r < 2$ , la vitesse de la bille est sensiblement affectée par la nature du lit. La vitesse  $u_{p*}$  est plus importante sur le fond usiné que sur le fond constitué d'un lit de billes.

Ce résultat peut être attribué à la nature des chocs de la bille avec le fond. Nous avons observé dans l'annexe B que le coefficient de restitution normal est plus faible pour un lit composé de couches de

bille que pour un lit fixe. En d'autres termes, cela signifie la bille perd plus de quantité de mouvement lors d'un choc avec une bille du lit que lors d'un choc avec un demi-cylindre du fond fixe. On suppose que ce résultat reste valable pour un choc dans l'eau. Pour les petites hauteurs d'eau les chocs avec le fond sont nombreux et on distingue alors une différence de vitesse de la bille due à la nature du lit. En revanche, pour les plus grandes hauteur d'eau, et donc pour des écoulements plus intenses, la différence s'atténue car c'est alors l'action de l'écoulement d'eau qui s'impose par rapport aux actions de contacts.

## 2 - SENSIBILITE DE LA VITESSE DE LA BILLE A SA TAILLE ET SA DENSITE

### 2.1 - Vitesse de la bille en fonction de son rayon

Pour tester l'influence de la taille des billes sur leur vitesse, nous avons réalisé deux séries de mesures. Les essais des deux séries ont été réalisés avec une bille de verre et un paramètre de rugosité  $z = 1$ . L'inclinaison du fond variait entre 5 % et 20 %. La première série (I) a été réalisée avec une bille de rayon 3 mm et un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm alors que la deuxième série (II) a été réalisée avec une bille de rayon 1,5 mm et un fond composé de demi-cylindres de rayon 1,5 mm. Pour conserver constant le confinement de la bille entre les deux séries d'essais, la série (I) a été réalisée dans un canal de largeur  $B = 7$  mm alors que pour la série (II), nous avons utilisé un canal de largeur  $B = 4$  mm.

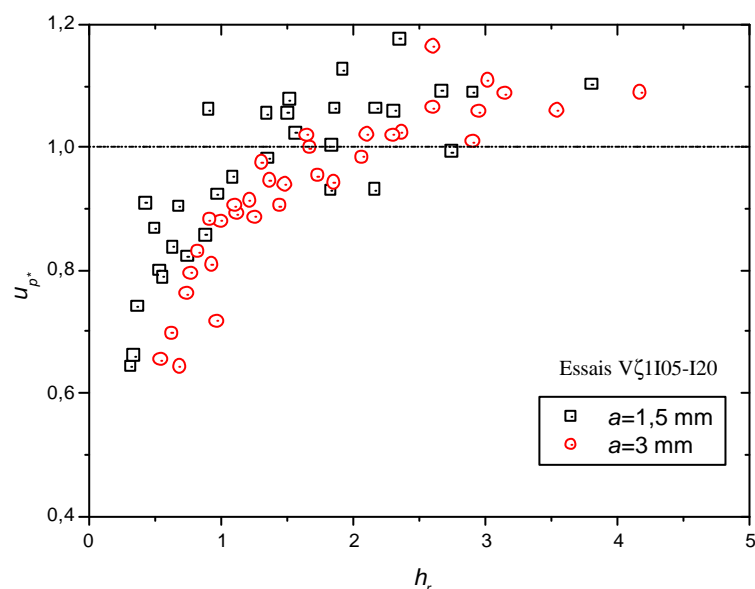


Figure D.2 : vitesse  $u_{p*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$  pour une bille de rayon 1,5 mm ou 3 mm. Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre et un fond incliné à 10 %.

Sur la Figure D.2, nous avons reporté les données des séries (I) et (II) sous la forme de la vitesse adimensionnelle  $u_{p*}$  en fonction de  $h_r$ . Cette figure indique qu'il n'y a pas de différence de comportement entre les deux séries pour  $h_r > 1$ . La bille de rayon 1,5 mm suit la même tendance que la bille de rayon 3 mm.

## 2.2 - Vitesse de la bille en fonction de sa densité

Afin de tester l'influence de la densité du matériau sur la vitesse  $u_{p*}$ , nous avons réalisé des essais avec une bille de verre et une bille d'acier. Les résultats de ces séries ont été obtenus avec une bille de rayon 3 mm en saltation sur un fond composé de demi-cylindres de rayon 3 mm. Pour la première série, l'inclinaison du fond valait  $\tan\alpha = 10\%$  et pour la deuxième série,  $\tan\alpha = 20\%$ . Nous avons reporté sur la Figure D.3 les résultats pour la vitesse adimensionnelle  $u_{p*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$ , pour deux séries d'essais.

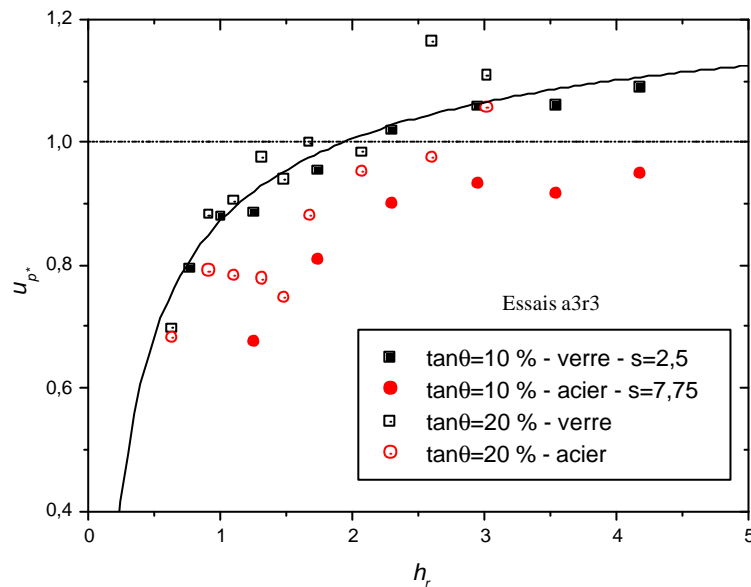


Figure D.3: vitesse  $u_{p*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$  dans le cas d'une bille d'acier et d'une bille de verre.

Comme on pouvait s'y attendre en raison du poids de la bille, la Figure D.3 montre que, toute chose étant égale par ailleurs, la bille de verre est plus rapide que la bille d'acier. Cette tendance est plus nette pour les petites hauteurs d'eau et pour  $\tan\alpha = 10\%$ . Ces résultats peuvent se justifier respectivement par les remarques suivantes :

- pour des conditions données, les sauts de la bille d'acier sont plus courts que ceux de la bille de verre : les taux de collision et d'intersection avec la surface libre ( $u_p/l_s$ ) sont plus élevés pour la bille d'acier. De plus, à chaque choc avec le fond, la bille d'acier perd 30 % d'énergie de plus que la bille de verre.
- La quantité  $u_p/l_s$  (taux de collision et d'intersection) est plus élevée pour les écoulements de faible hauteur (Figure 8.7).
- Pour une hauteur  $h_r$  donnée, les sauts des billes sont plus courts à faible pente, et donc la quantité  $u_p/l_s$  plus élevée.

### 3 - SENSIBILITE DE LA VITESSE DE LA BILLE AU CONFINEMENT

Pour tester l'influence de la taille de la bille relativement à la largeur du canal, nous avons réalisé trois séries de mesures avec des valeurs différentes du paramètre  $2a/B$ . Les essais des trois séries ont été réalisés avec une bille de verre, un paramètre de rugosité  $z = 1$  et une inclinaison du fond de 10 %. Les deux premières séries correspondent aux séries (I) et (II) décrites dans le paragraphe 2.1 précédent. La troisième série (III) a été réalisée avec une bille de rayon 1,5 mm et un fond composé de demi-cylindres de rayon 1,5 mm dans le canal de largeur  $B = 7$  mm. Ainsi, le paramètre  $2a/B$  vaut respectivement pour les séries (I), (II) et (III) : 6/7, 3/4 et 3/7. Nous avons reporté sur la Figure D.4 la vitesse adimensionnelle  $u_{p*}$  en fonction de  $h_r$  pour ces trois séries de mesures.

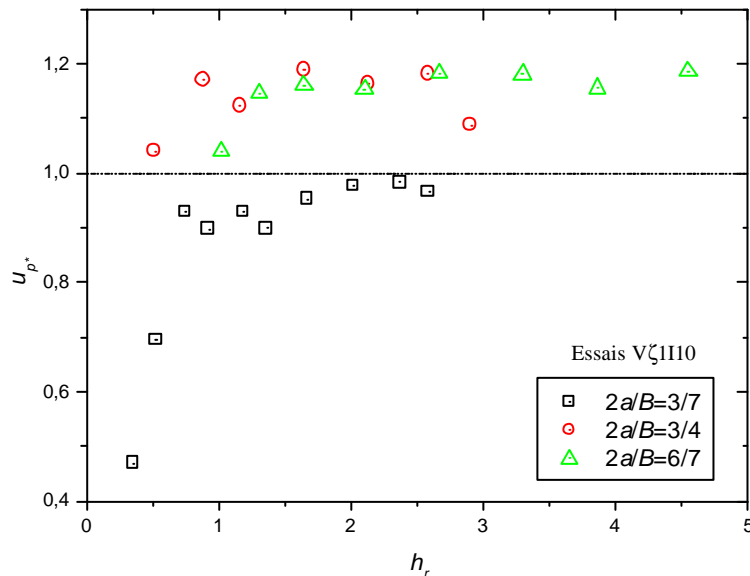


Figure D.4 : vitesse  $u_{p*}$  en fonction de la hauteur relative  $h_r$  pour différents rapports  $2a/B$ . Les données sont issues des expériences réalisées avec une bille de verre et un fond incliné à 10 %.

Cette figure montre que  $u_{p^*}$  a tendance à être plus grande quand le facteur  $2a/B$  augmente. Cette tendance est surtout marquée entre  $2a/B=3/7$  et les deux autres séries. Par exemple nous trouvons que pour  $h_r=2$ , la vitesse  $u_{p^*}$  vaut 1 pour  $2a/B=3/7$ , alors qu'elle vaut que 1,2 pour  $2a/B=6/7$ . C'est donc la bille la plus confinée entre les parois qui avance le plus rapidement.

Cette tendance peut s'expliquer par les résultats de l'étude menée sur la chute de la bille dans l'eau au repos entre deux parois latérales. En effet, nous avons trouvé que la bille occupant la plus grande partie de la section d'écoulement subissait la plus forte action de traînée de la part du fluide. Dans les expériences dont il est question ici, la force de traînée est dirigée dans le sens du courant d'eau car  $u_p < u_f$ , et c'est alors la bille la plus confinée entre les parois qui est la plus rapide.