

Chapitre 2: ondes de crue et inondations

Hydraulique à surface libre

Christophe Ancey

Chapitre 5: crues et inondations



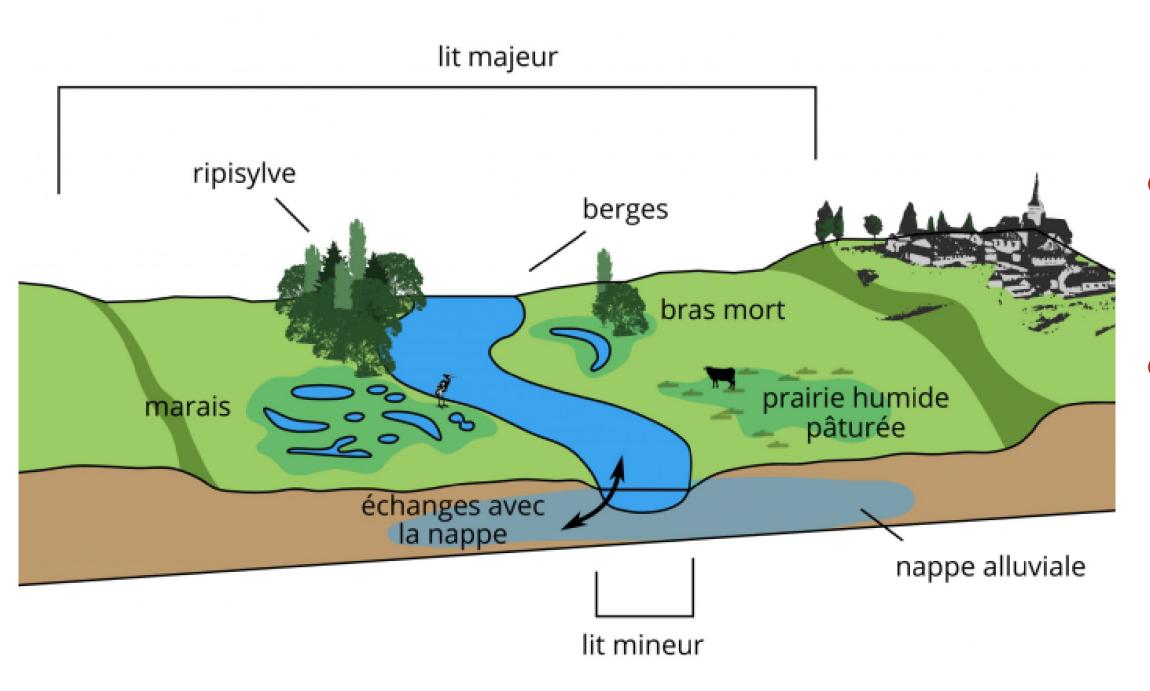


- Crues et inondations: définition, typologie, causes, dommages
- Définitions: hydrogramme, période de retour, temps de concentration, durée spécifique
- Estimation de l'hydrogramme de crue :
 - Estimation des débits par corrélation statistique
 - Modèles QdF
 - Modèles conceptuels pluie-débit
- Propagation de la crue
 - modèle d'advection de la crue
 - modèle diffusif de crue



Inondation et crue





Des cinétiques différentes

- *inondation* : montée des eaux lentes, couvrant de grandes surfaces sur des périodes longues
- crue : montée rapide des eaux, occupation du lit majeur sur des périodes courts

Inondations



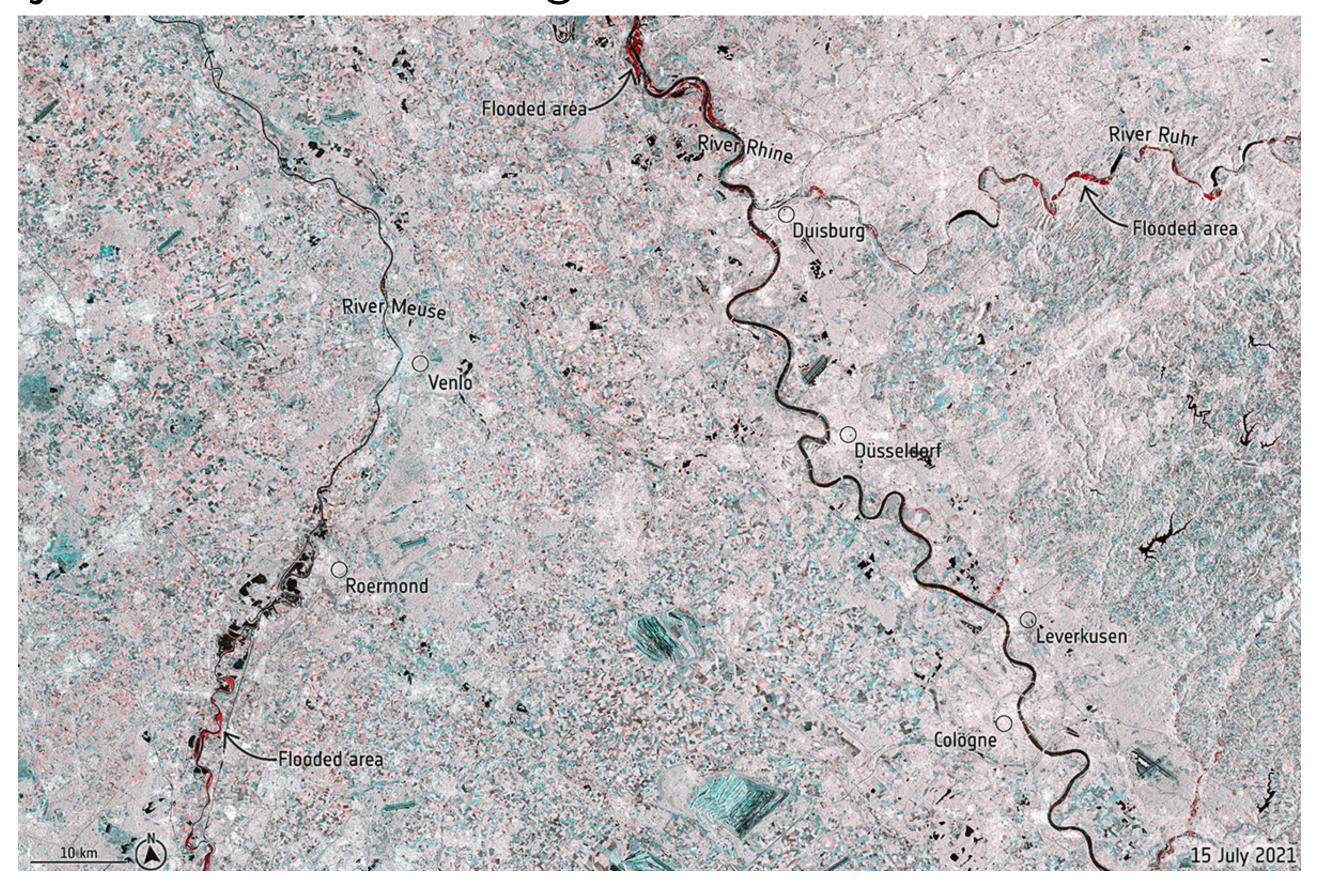
Inondations de juin 2013 en Suisse (Berne), Autriche (plaine du Danube, Melk), Allemagne (Bavière, Straubing)



Inondations: inondations en Allemagne de 2021



Inondations de juillet 2021 en Allemagne



Inondations: inondations en Allemagne de 2021 (2)



Altenburg, 14 juillet 2021



Inondations: grandes inondations au XIXe siècle



Crue du Rhin de 1868



Inondations: grandes inondations au XIXe siècle



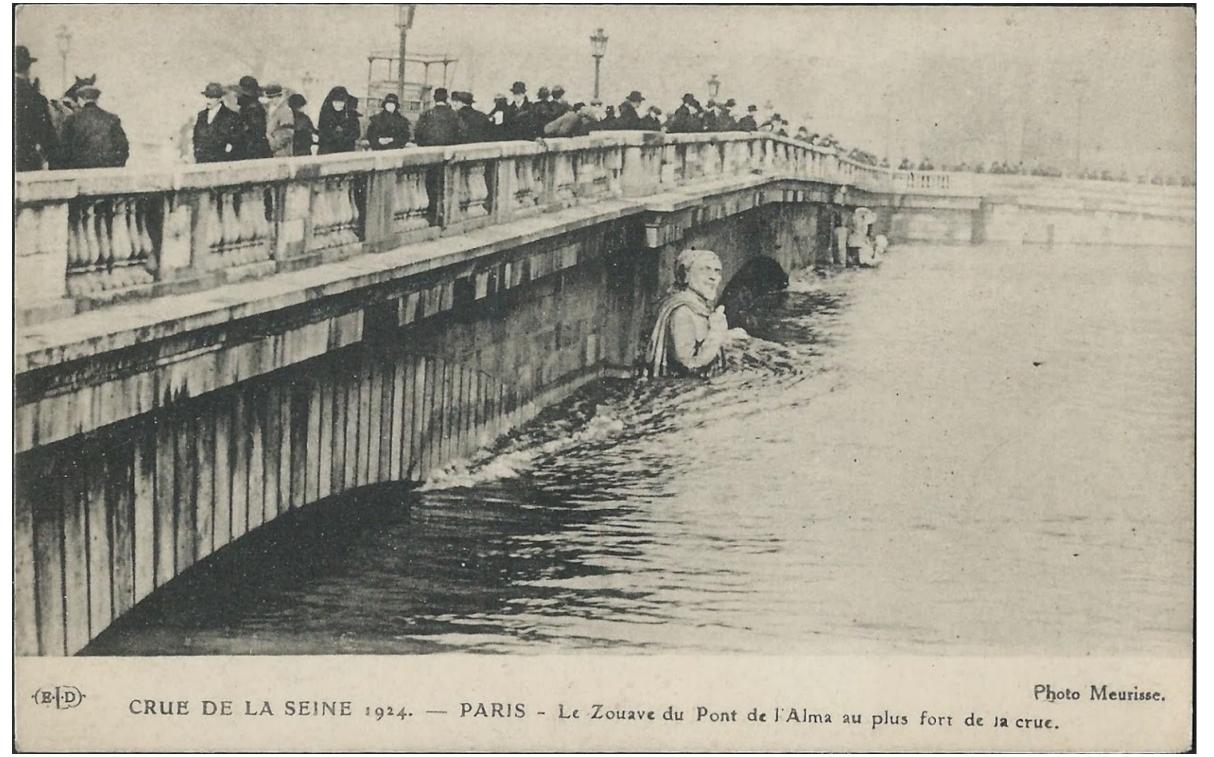
Crue de la Seine de 1876 (A. Sisley)

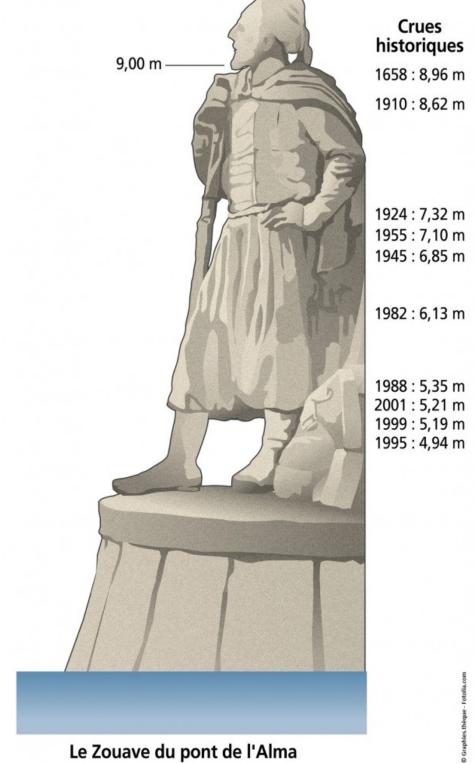


Inondations: crues de la seine



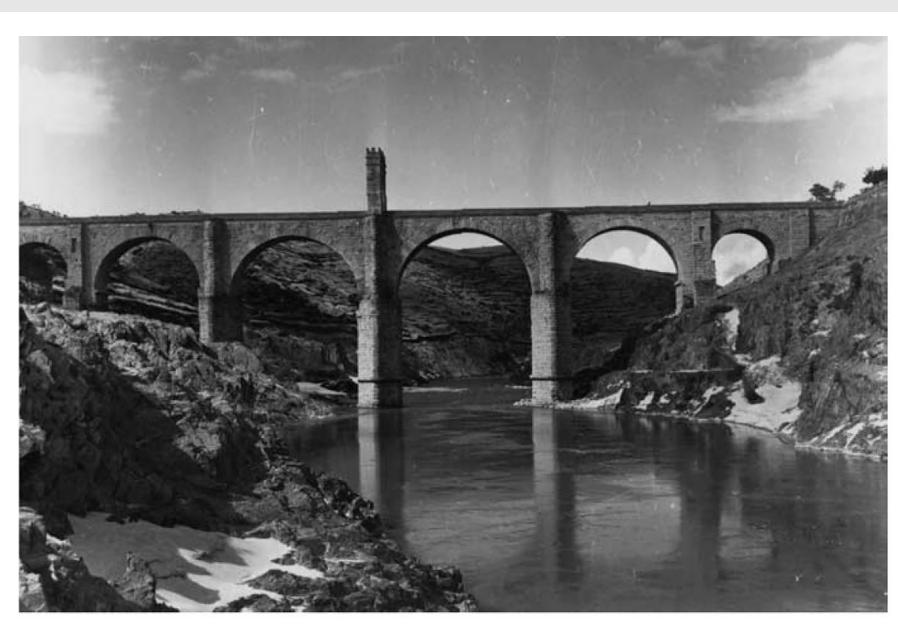
Des crues fréquentes 1910, 1924, 1945, 1955, 1982, 1988, 1995, 1999, 2001,2013, 2016, 2018

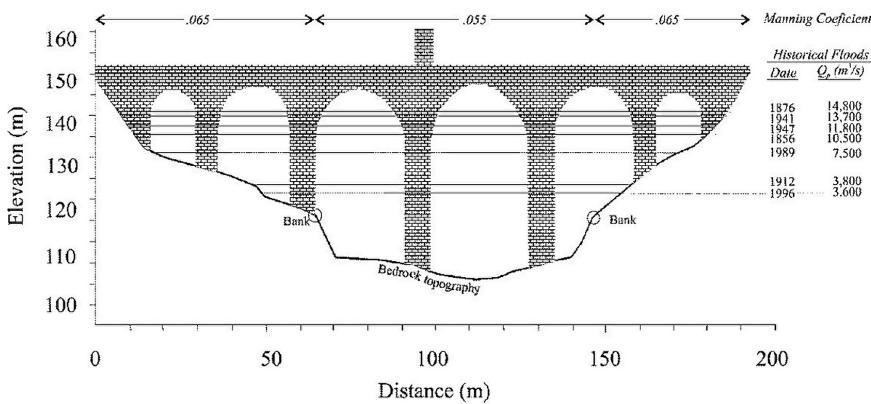




Inondations: information historique abondante







Crues du Tage (pont romain d'Alcantara) \leadsto notion de relation intensité/fréquence (débit fonction de la période de retour T)

Inondations: information historique abondante (2)



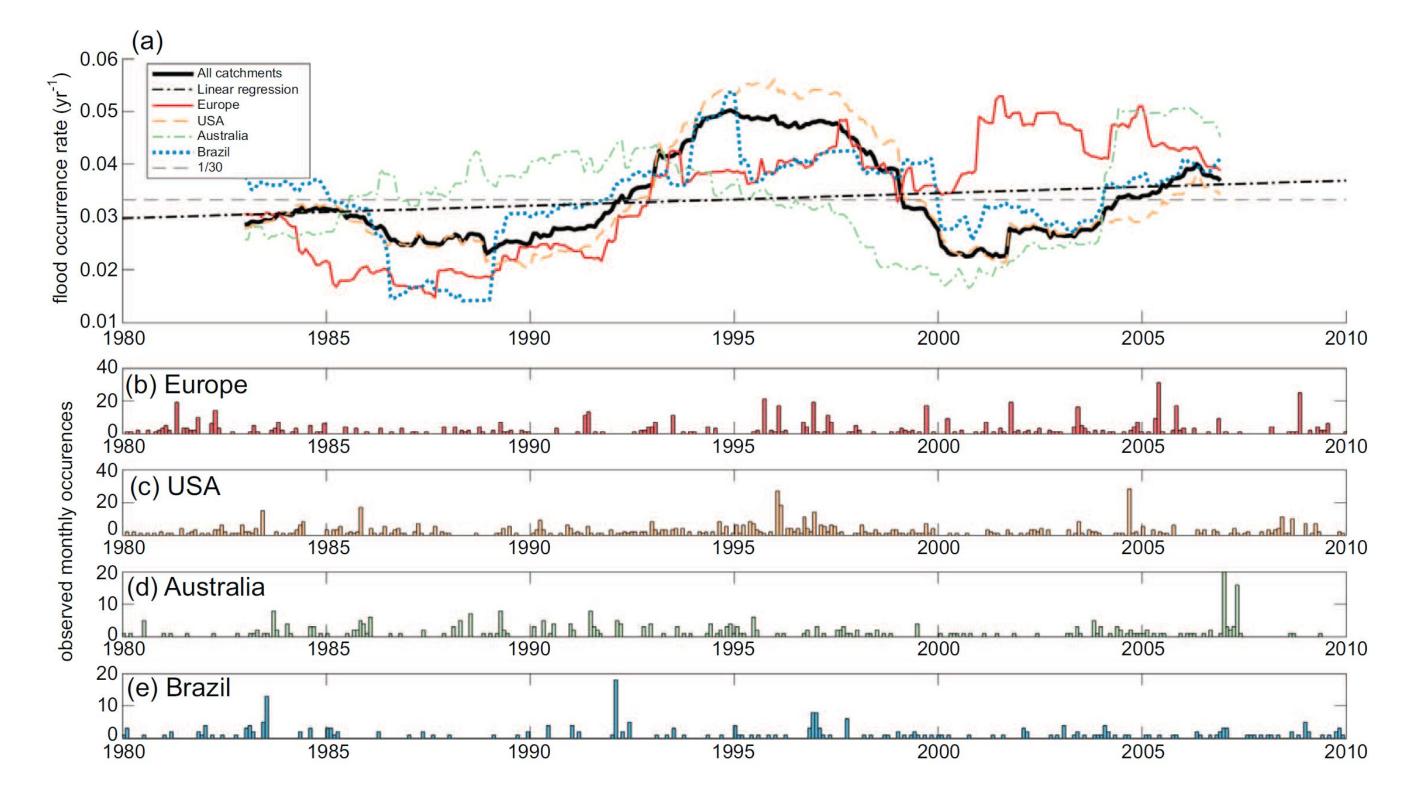
Crue de 1940 du Cher (château de Chenonceau)



Inondations: un risque en augmentation?



Berghuijs, W.R., E.E. Aalbers, J.R. Larsen, R. Trancoso, and R.A. Woods, Recent changes in extreme floods across multiple continents, *Environmental Research Letters*, 12, 114035, 2017.



Inondations liées aux marées et tempêtes



Raz de marée de 1953 sur les Pays-Bas. Tempête Xynthia en 2010 en Vendée.





Inondations d'été



Inondations d'août 2005 en Suisse centrale et orientale (ici Klosters)



Inondations à la fonte des neiges



Inondation de la plaine de l'Isère à Grenoble (mai 2008) par remontée de nappe



Inondations dues aux remontées de nappe ou lac



Inondation de Locarno de 1868 (débordement du Lac Majeur)



Crue éclair



Crue de l'Ouvèze, Vaison la Romaine, 21-22 sep. 1992



Crue due à une rupture de barrage



Rupture du barrage de San Diego, 1916



Crue due à une rupture de barrage



Rupture de barrage de Bento Rodrigues, novembre 2015



Crue due à une débâcle



Débâcle glaciaire du Giétro, juin 1818 (val de Bagnes)



Débâcles glaciaires en Suisse



Événements survenus en Suisse au cours des deux derniers siècles. Les volumes drainés V sont exprimés en millions de m 3 et les débits de pointe en m $^3/s$.

Date Lieu	V	Q_p
1818 Glacier du Giétro (VS)	20	8000 à 20000
1878 Lac de Märjelen, glacier d'Aletsch (VS)	10,7	300
1913 Lac de Märjelen, glacier d'Aletsch (VS)	4,5	195
1943 Glacier de Ferpècle (VS)	1,6	400
1944 Lac de Gorner, glacier du Gorner (VS)	6	200
1951 Lac de Grindelwald (BE)	0,135	74,6
1952 Glacier de Ferpècle (VS)	0,25	230
1968 Lac de Gorner, glacier du Gorner (VS)	2,9	29
2008 Lac de Grindelwald (BE)	0,57	111
2018 Lac des Faverges, glacier de la Plaine Morte (BE, VS	5) 2	80

Submersion due à un tsunami



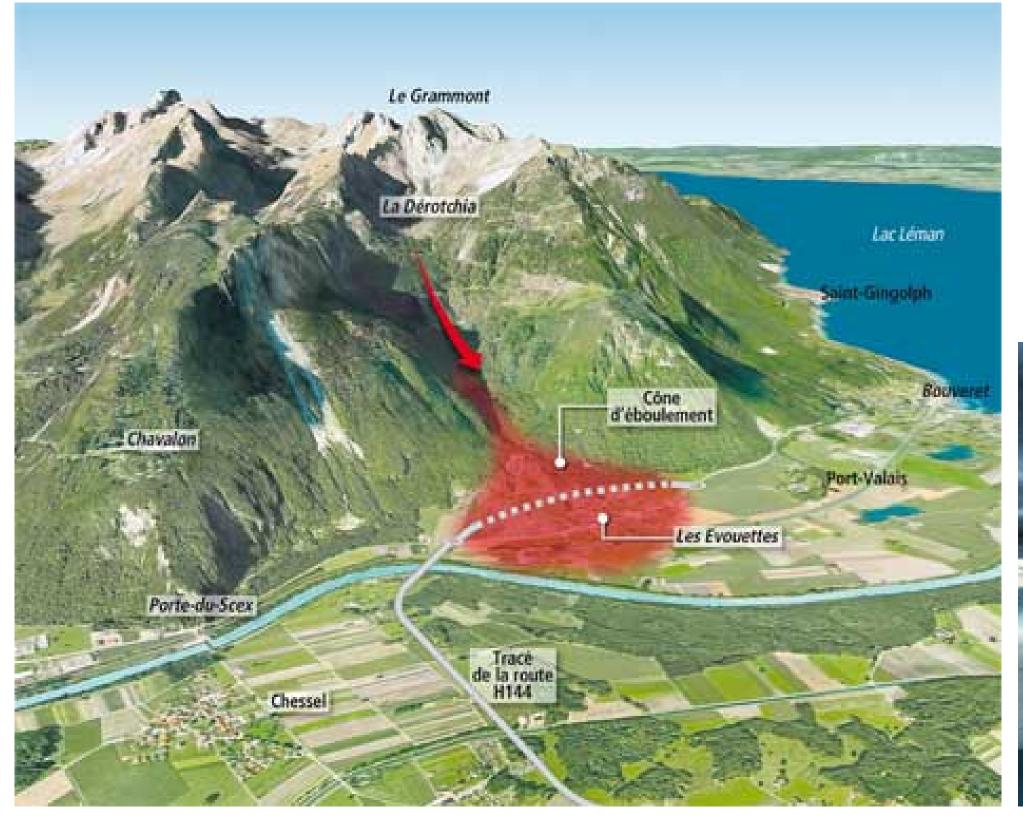
Tsunami de 2011 frappant la région industrielle de Sendai



Submersion due à un tsunami (2)



Vague sur le lac Léman de 563 (voir livre aux PPUR)





Crues torrentielles



Les crues torrentielles sont des écoulements d'eau avec un fort transport solide, qui se produisent dans les torrents et les rivières de montagne ou de piémont :

- Crues avec charriage: le cours d'eau transporte du sédiment grossier par roulement, glissement, saltation le long du lit (processus appelé charriage). L'eau peut charrier plusieurs kg/s (par mètre linéaire) de sédiment.
- Laves torrentielles: lorsque la pente est forte (i>20%), le transport par charriage est instable. Une lave torrentielle est un transport en masse d'un mélange de blocs, de terre, et d'eau, avec concentration solide est importante (>70-80%). Les laves torrentielles ont donc un comportement mécanique très différent des crues liquides et, d'une certaine façon, elles sont plus proches d'une avalanche que d'une crue liquide.

Crues torrentielles (2)



Exemple de la crue de la Navisence en 2018





Crues torrentielles (3)



Charriage torrentiel sur la Navisence en 2018 (Zinal, VS)



Crues torrentielles (4)



Transport solide très concentré : lave torrentielle de Chamoson (VS) en août 2018



Inondations: dommages



Statistiques des inondations catastrophiques par continent sur la période 1985–1999 d'après les données de MünchenRe

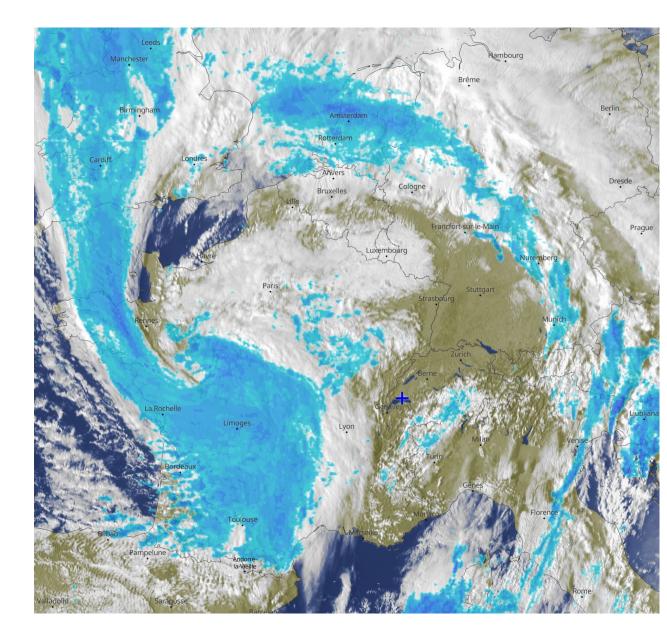
Inondation Pertes économiques Pertes en vie humaine

nombre	millions US\$	nombre
Europe 430 (18 %)	41 230 (15 %)	1 800 (1 %)
Asie 900 (37 %)	192 690 (69 %)	222 780 (88 %)
Amérique du Nord et centrale 420 (17 %)	37 540 (13 %)	3 670 (2 %)
Amérique du Sud 210 (9 %)	4 130 (1 %)	4 480 (2 %)
Afrique 330 (14 %)	1 950 (1 %)	15 810 (6 %)
Océanie 130 (5 %)	2 280 (1 %)	3 290 (1%)
totaux 2410	279 810	251 820

Origine des crues



Tempête Alex du 2–3 octobre 2020



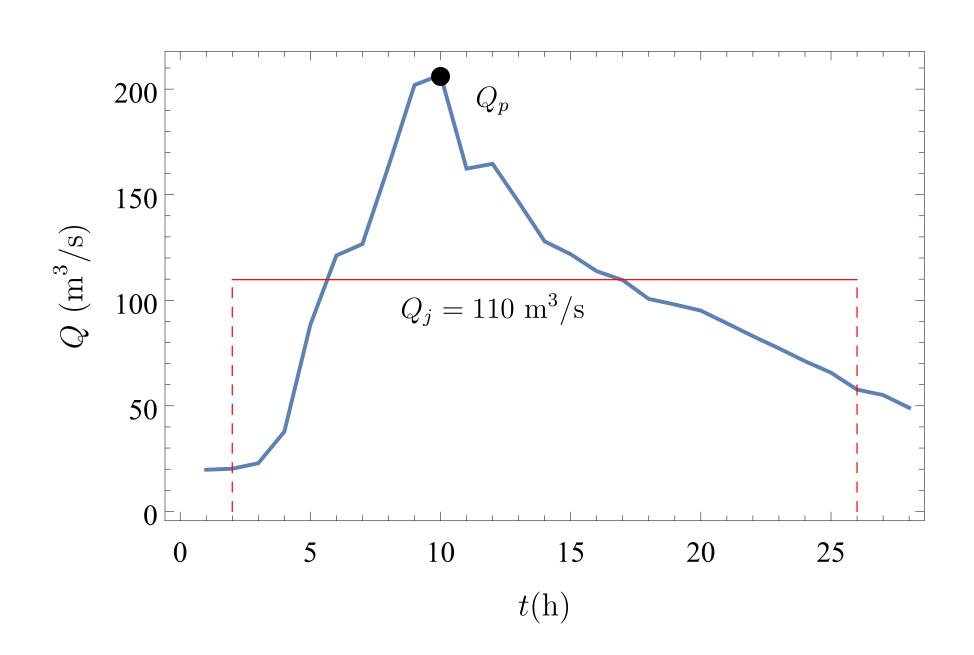
Pas classification générale de l'origine des crues. Pour les Alpes, trois scénarios majeurs :

- pluies brèves et intenses : p. ex. des orages de fin d'après-midi l'été quand il faut chaud et humide. Débits spécifiques $Q_s=1$ –10 m³/s/km², $C_r=0.3-0.8$
- pluies soutenues sur de longues périodes : crues lentes, de plusieurs jours, touchant une vaste région, $Q_s=1$ –2 m $^3/\mathrm{s/km^2}$, $C_r=0.6-1$
- fonte des neiges ou redoux durant l'hiver : crues lentes et étalées sur plusieurs jours à semaines, $Q_s < 1~{\rm m}^3/{\rm s/km}^2$ pour $T=10~{\rm ans}$.

Définitions utiles Hydraulique à surface libre

Définitions: hydrogramme



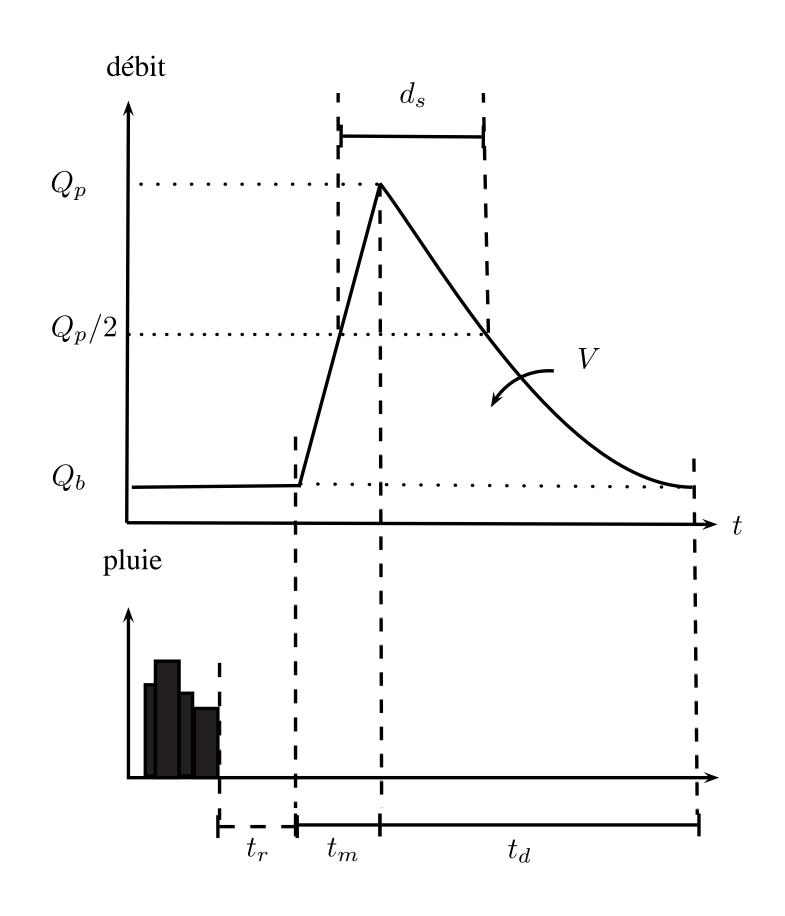


 Débit de pointe : valeur maximale du débit. Le débit de pointe est un débit instantané, qui est difficile à estimer si l'on dispose de chroniques de débits avec des pas de journaliers. Il est parfois possible de déterminer le débit de pointe instantané $Q_{\scriptscriptstyle \mathcal{D}}$ à partir du débit moyen journalier Q_j à l'aide du coefficient de pointe :

$$Q_p = rQ_j \text{ avec } r = 1 + \left(\frac{2,66}{S}\right)^{0,3}$$

Définitions: hydrogramme (2)





- Temps de montée: temps entre le débit avant la crue (débit de base) et le débit de pointe.
- Temps de réponse: temps entre la fin de la pluie et le débit de pointe.
- Temps de concentration : temps que mettrait une goutte entre le moment où elle tombe et le moment où elle franchit les limites du bassin-versant après avoir rejoint le cours d'eau.
- Durée spécifique d_s : temps durant lequel le débit instantané est supérieur à un seuil $s=\frac{1}{2}Q_p$.

Définitions: période de retour



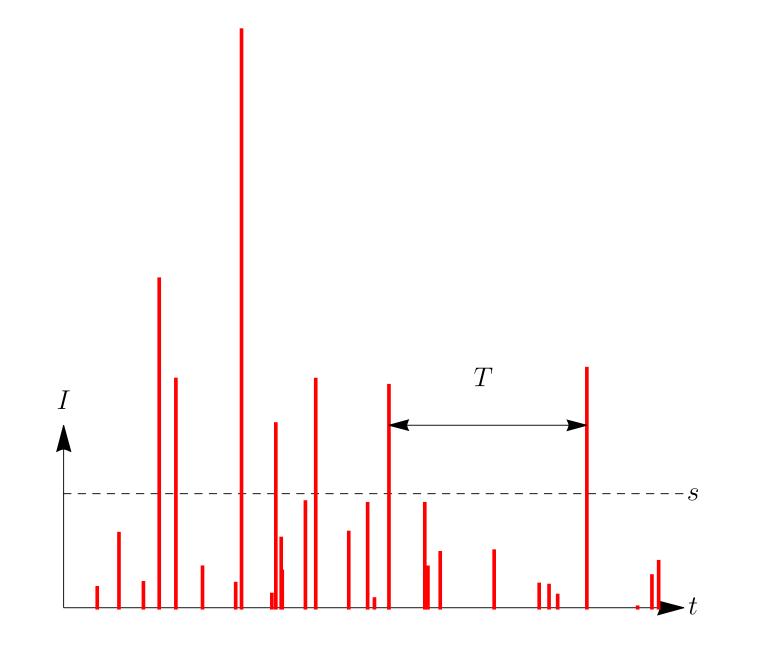
T : intervalle de temps moyen entre deux événements, dont l'intensité atteint ou dépasse un certain seuil s

Un événement de période de retour T a en moyenne une probabilité 1/T de se produire chaque année. Ainsi la crue centennale est :

- une crue qui se produit en moyenne tous les cent ans;
- ullet il y a en moyenne chaque année une probabilité de 1 % qu'une crue centennale ou plus rare se produise.

On relie la période de retour à la probabilité de dépassement $P(s)=\mathrm{prob}[I>s]$ ou de non-dépassement P'=1-P :

$$T = \frac{1}{P} = \frac{1}{1 - P'}$$



Définitions: période de retour (2)

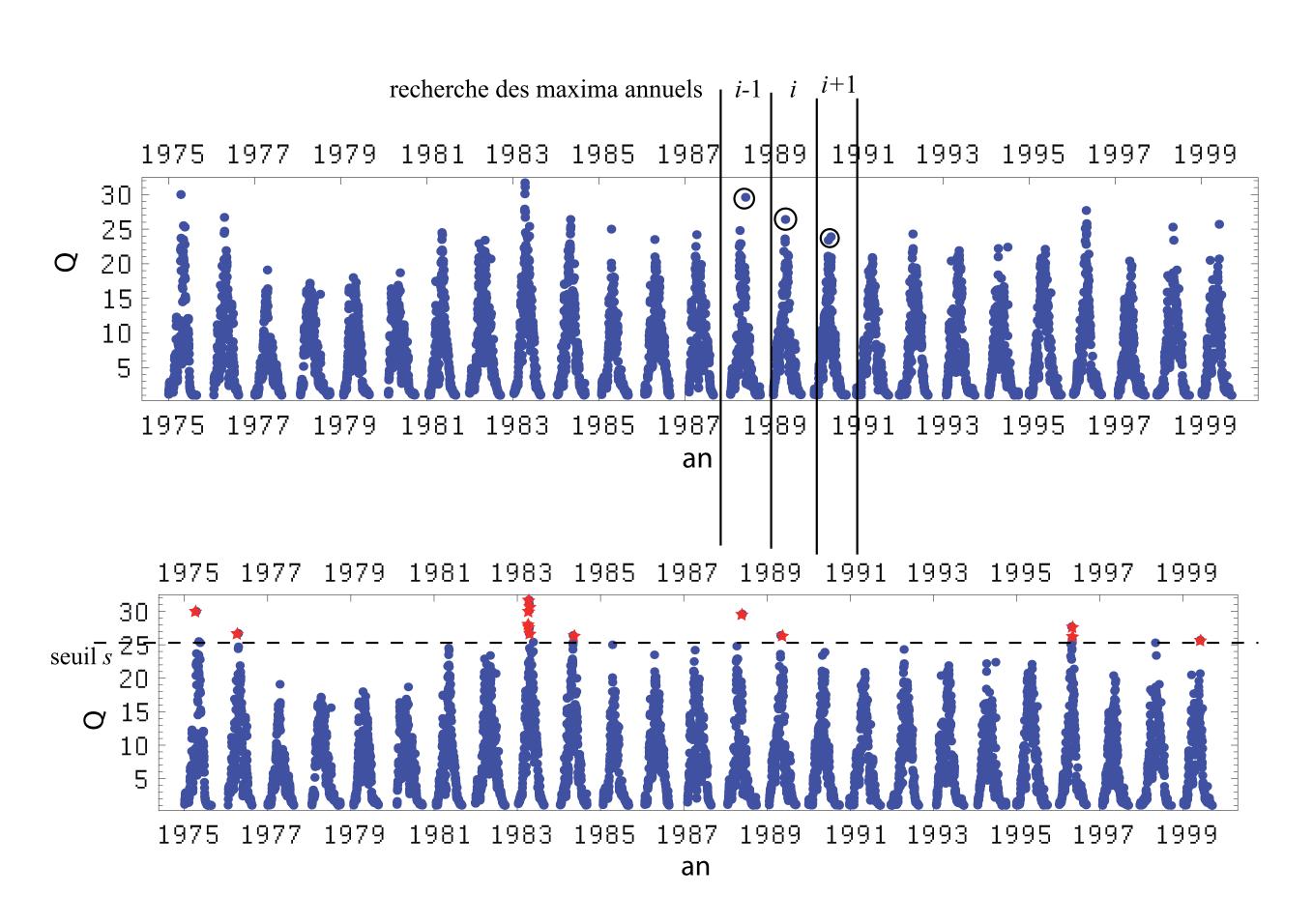


Relation entre période de retour T (en années), probabilité de dépassement P=1/T, et de non-dépassement P'=1-P

T (ans)	P	P'
1	1	0
10	0,1	0,9
100	0,01	0,99
1000	0,001	0,999

Définitions: période de retour (3)





Problématique: on a des données et on cherche à ajuster une loi de valeurs extrêmes sur les maxima de ces données

$$Q = f(T)$$

avec T la période de retour exprimée en années et Q le quantile (la valeur prise par le débit). Deux façons de définir des maxima :

- maxima: maximum annuel
- maxima: toute valeur au-dessus d'un seuil

Définitions: période de retour (4)



Théorie des valeurs extrêmes : soit une série aléatoire stationnaire composée d'événements indépendants tirés de la même loi de probabilité y_i . Comment sont distribués les maxima $x_k = \max y_i$ (un pas de temps donné)?

Les maxima sont distribués selon la loi de valeurs extrêmes

$$P(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp\left[-\left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma}\right)_{+}^{-1/\xi}\right]$$

où
$$(x)_{+} = \max(0, x)$$
.

On l'appelle la distribution généralisée des valeurs extrêmes, notée souvent GEV dans la littérature technique pour Generalized Extreme Value. Attention, le terme élevé à la puissance $-1/\xi$ peut être négatif.

Définitions: période de retour (5)



Densité de probabilité, fonction de répartition P (dépassement), quantiles C pour les lois de valeurs extrêmes, période de retour comme $T=P^{-1}$

fonction

$$\xi \neq 0$$

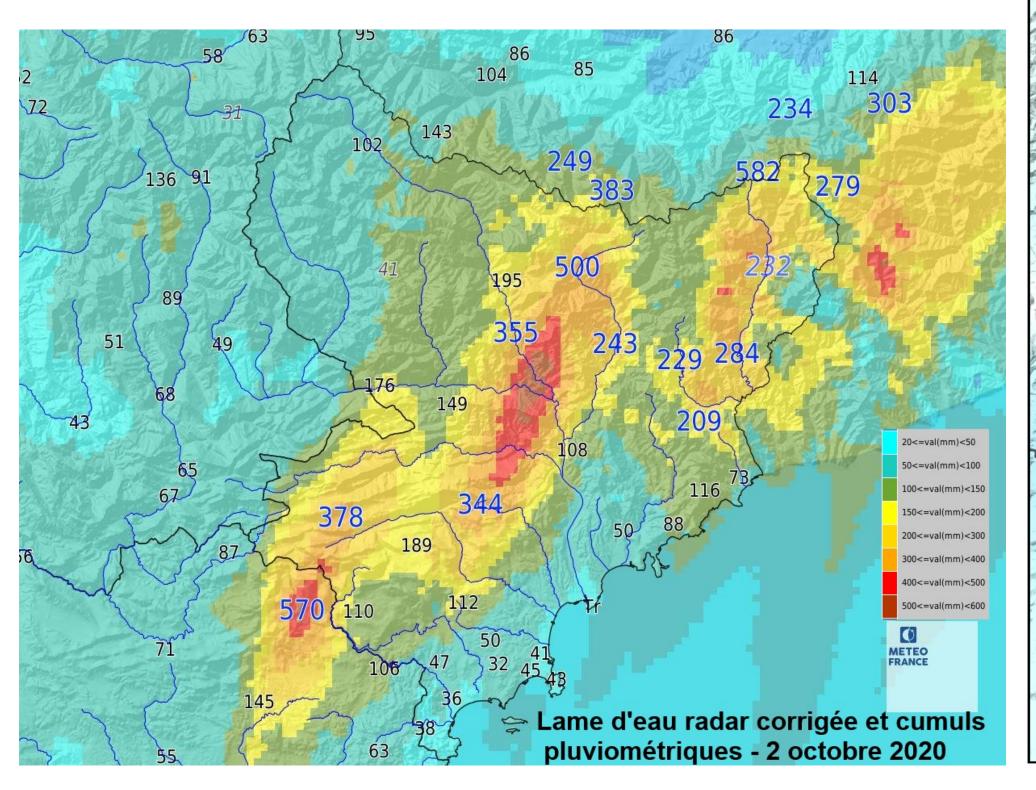
$$\xi = 0$$

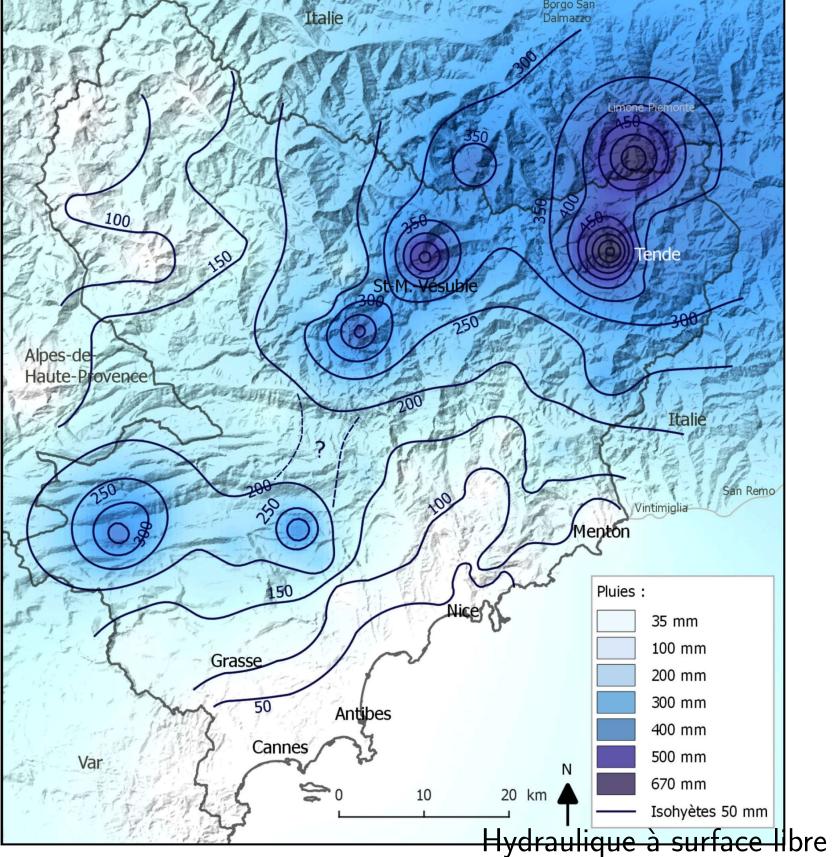
$$\text{densit\'e} \quad \frac{1}{\sigma}e^{-\left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)_+^{-1/\xi}}\left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)_+^{-\frac{\xi+1}{\xi}} \qquad \frac{1}{\sigma}e^{\frac{\mu-c}{\sigma}}-e^{\frac{\mu-c}{\sigma}}$$
 fonc. de répartition
$$P=e^{-\left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)^{-1/\xi}} \qquad P=e^{-e^{\frac{\mu-c}{\sigma}}}$$
 quantile $(C(P))$ $C=\mu-\frac{\sigma}{\xi}\left(1-(-\ln(1-P))^{-\xi}\right)$ $C=\mu-\sigma\ln(-\ln(1-P))$ quantile $(C(T))$ $C=\mu-\frac{\sigma}{\xi}\left(1-(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right))^{-\xi}\right)$ $C=\mu-\sigma\ln\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)$

Définition: horsain



Pluie sur les Alpes Maritimes 2 octobre 2020





Définition: horsain (2)



Pluie sur les Alpes Maritimes 2 octobre 2021

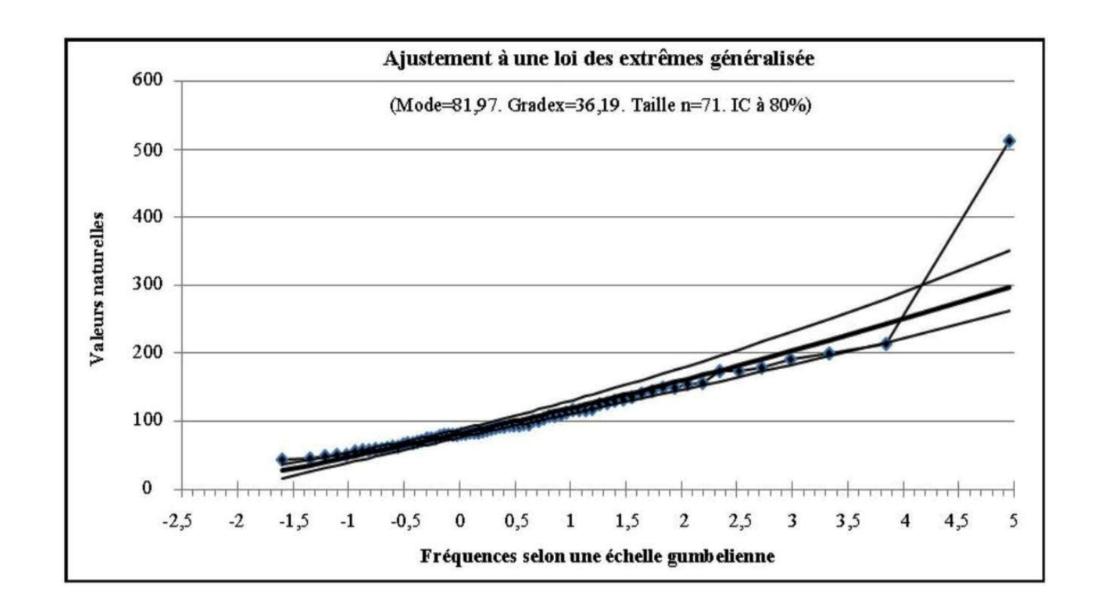


La situation avant/après la tempête Alex dans la ville de Roquebillière. Images pré-catastrophe (Esri World Imagery, 2016), images post-catastrophe (Pléiades, CNES 2020, distribution Airbus DS), images post-catastrophe au format carte (Sertit 2020)

Définition: horsain (3)



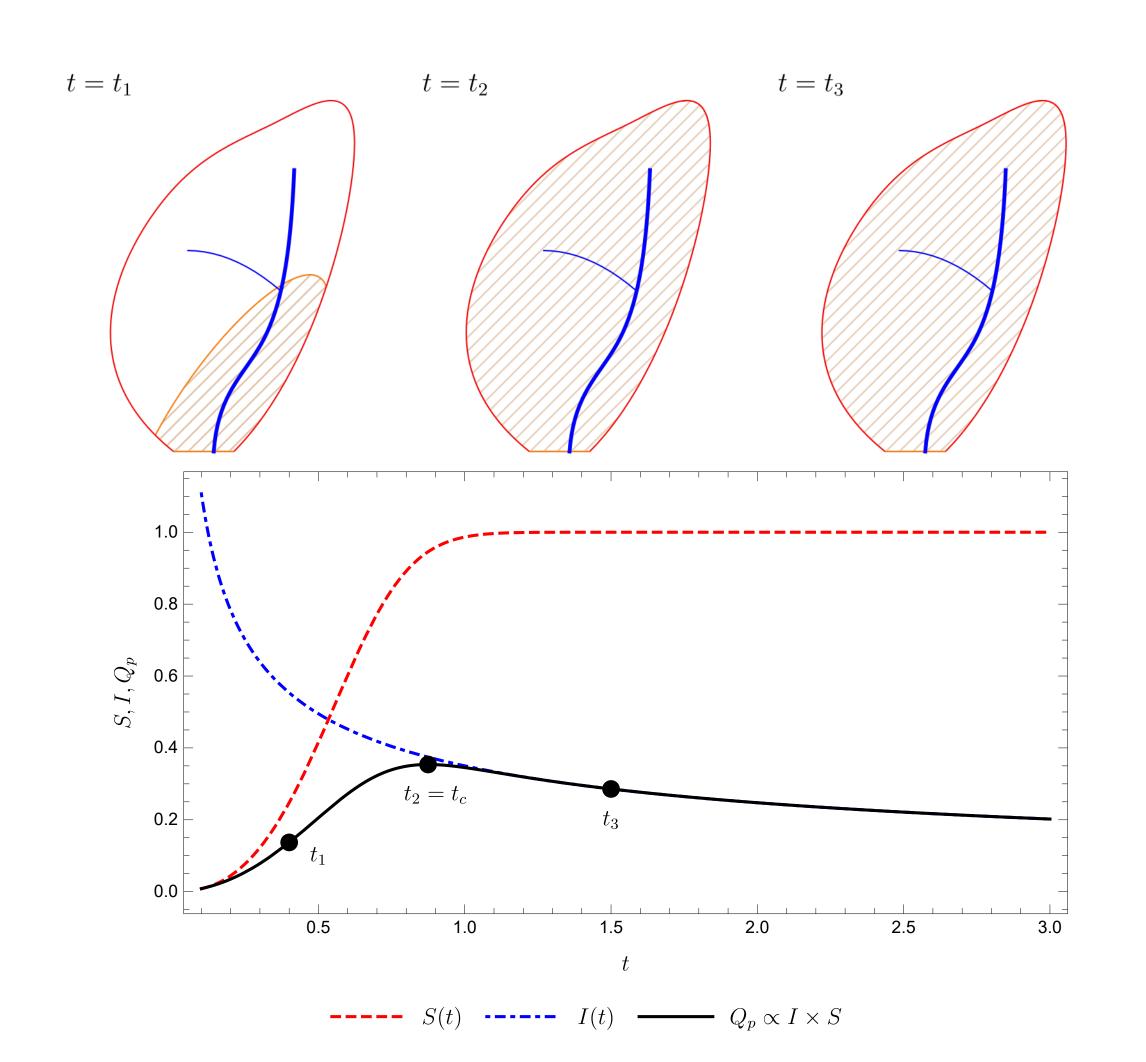
Pluie sur les Alpes Maritimes 2 octobre 2021



Carrega, P., and N. Michelot, Une catastrophe hors norme d'origine météorologique le 2 octobre 2020 dans les montagnes des Alpes-Maritimes, *Physio-Géo. Géographie physique et environnement* 16, 1-70, 2021.

Définitions: temps de concentration





Temps de concentration t_c : temps maximal pour qu'une goutte parcoure tout le bassin-versant entre l'endroit où elle tombe et l'exutoire de ce bassin. C'est une grandeur conceptuelle importante. Il est censé donner le débit de pointe maximal:

- $\bullet t < t_c$, tout le BV ne participe pas
- $t>t_c$, tout le BV participe, mais l'intensité de la pluie diminue $(I\propto t^{-b})$

Définitions: temps de concentration (2)



Beaucoup de formules empiriques. Par exemple la formule de Turraza :

$$t_c = 0.108 \frac{\sqrt[3]{SL}}{\sqrt{i_m}}$$

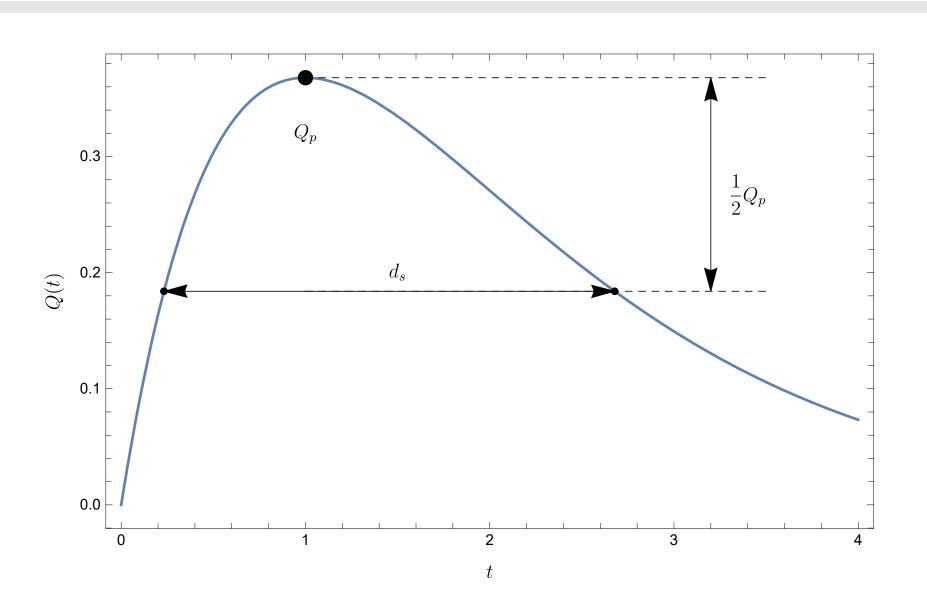
- ullet t_c : temps de concentration en h
- S: surface du bassin-versant en km 2
- ullet L: longueur du chemin hydraulique le plus long en km
- $ullet i_m$: pente moyenne pondérée le long du thalweg en % définie comme

$$\frac{1}{\sqrt{i_m}} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{m} \frac{\ell_k}{\sqrt{i_k}}$$

avec ℓ_k la longueur du k tronçon du thalweg, de pente i_k

Définitions: durée spécifique





Durée spécifique d_s : pendant laquelle le débit est supérieur ou égal à la moitié du débit de pointe. Elle peut se calculer avec des formules empiriques, par exemple pour les petits BV:

$$\ln d_s = 0.375 \ln S + 3.729$$

- d_s : durée spécifique en mn (valable pour $4 \le d_s \le 300$ mn);
- S: surface du bassin-versant en km 2 (valable pour $10^{-2} < S < 15 \text{ km}^2$).

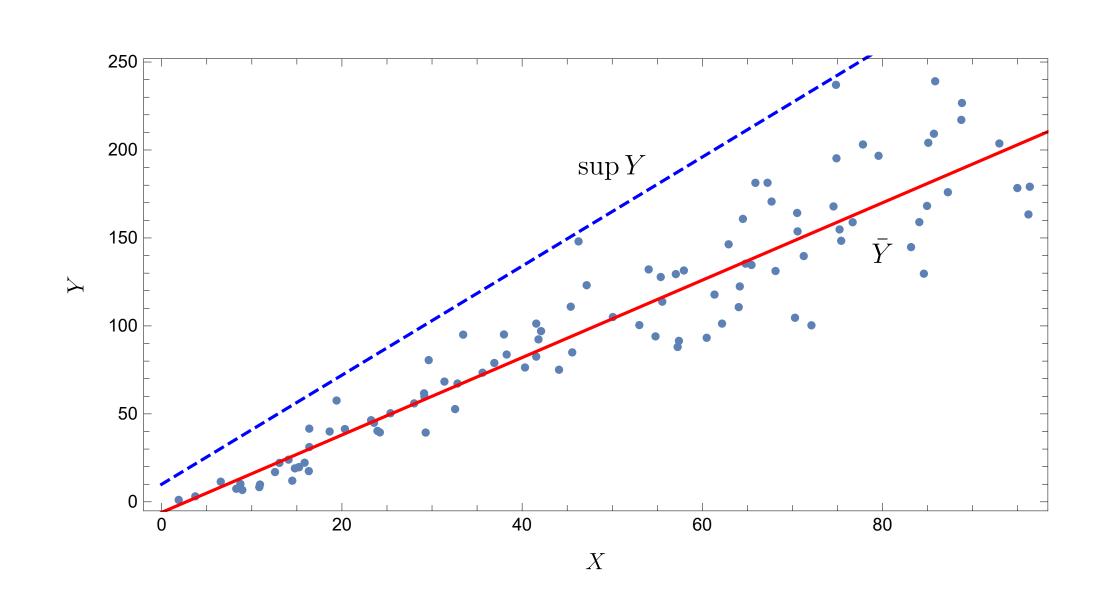
Estimation des hydrogrammes de crue





Méthode par corrélation statistique





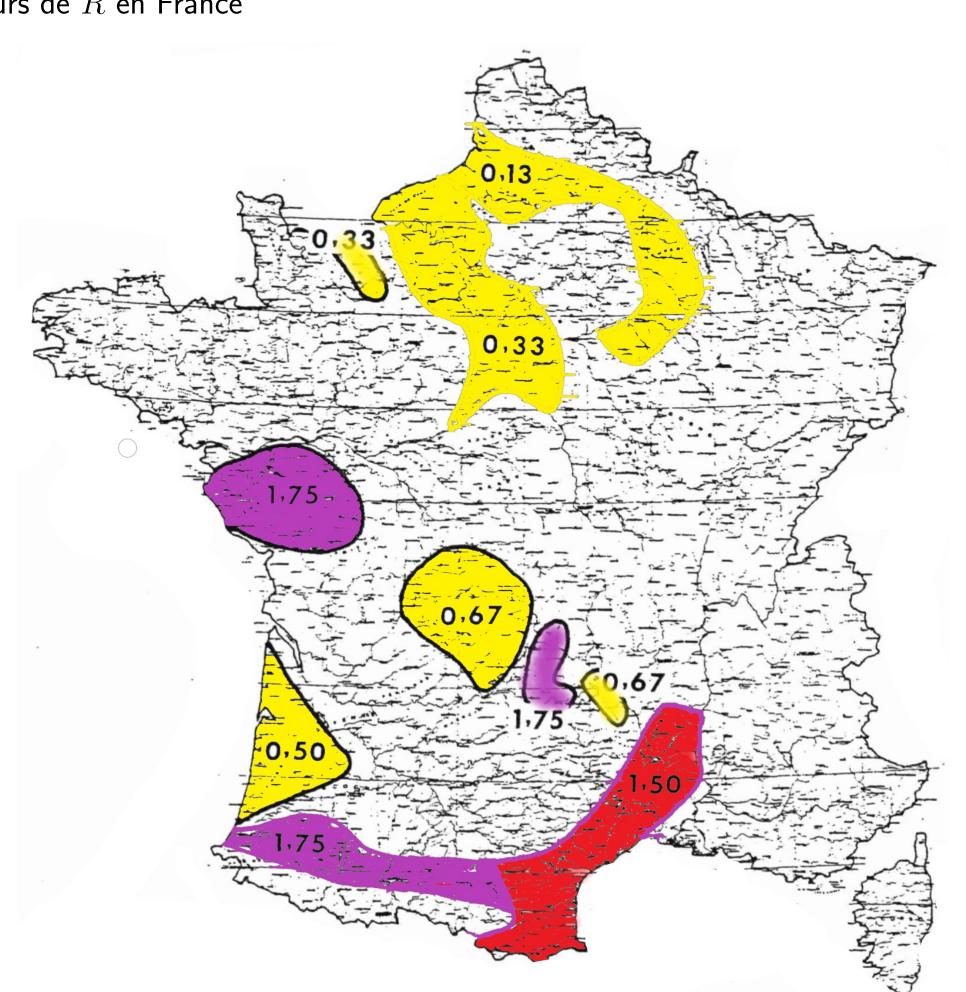
Deux approches pour l'étude de Y(X):

- on cherche à décrire le comportement moyen : $\bar{Y}(X)$. Par exemple, calage par la méthode des moindres carrés
- on cherche à fournir la borne supérieure comportement moyen : $\sup Y(X)$ (courbe enveloppe)

Méthode par corrélation statistique: Crupédix



Valeurs de R en France



Méthode Crupédix : débit de pointe pour T=10 ans. Formule a été obtenue à partir de 630 bassins-versants avec $S=1,4-52\times 10^3$ km 2 :

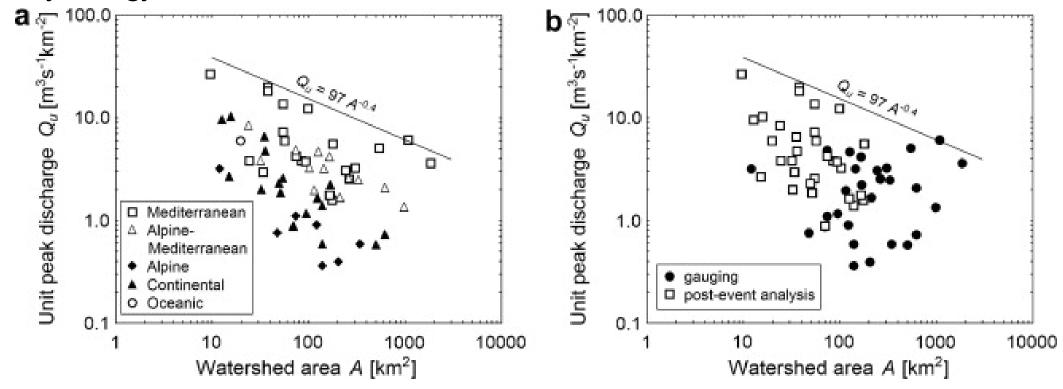
$$Q_{crup.} = \hat{Q}_{p,10} = RS^{0,8} \left(\frac{P_{j,10}}{80}\right)^2$$
 [m³/s],

S surface du BV en km 2 , $P_{j,10}$ pluie journalière décennale (en mm), et R un coefficient régional qui vaut R=1 partout en France sauf mention contraire.

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe



Marchi, L., M. Borga, E. Preciso, and E. Gaume, Characterisation of selected extreme flash floods in Europe and implications for flood risk management, Journal of Hydrology, 394, 118-133, 2010.



Borne supérieure sous forme de loi-puissance

$$Q_p = aS^b$$

 $(Q_p \text{ débit de pointe en } \text{m}^3/\text{s}, S \text{ superficie en } \text{km}^2, a \text{ et } b \text{ deux paramètres qui dépendent du contexte hydrologique}). Généralisation possible, comme p. ex. :$

$$Q_p = \frac{3009,2}{(S+41,31)^{0,78}}S,$$

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe (2)



Valeurs des coefficients a et b selon le contexte météorologique

Zone géographique	a	b	S	T
Gard	30	0,75	20 à 400 km ²	T = 100
Monde	350	0,6	$S \leq 10^4 \text{ km}^2$	rare
Méditerranée	97	0,6	$1~\text{\grave{a}}~10^4~\text{km}^2$	rare
Europe	230	0,43	$1~\grave{\mathbf{a}}~10^4~\mathrm{km}^2$	rare
Monde	850	0,357	$S \ge 100 \text{ km}^2$	extrême
Zone océanique	4,05	0,72	$1~\text{\grave{a}}~10^4~\text{km}^2$	$T \sim 1000~\mathrm{ans}$
Zone de piedmont	7,4	0,72	$1~\text{\grave{a}}~10^4~\text{km}^2$	$T\sim 1000~\mathrm{ans}$
Zone méditerranéenne	e 16,4	0,72	$1~\text{\grave{a}}~10^4~\text{km}^2$	$T\sim 1000~\mathrm{ans}$
Suisse	7,2	0,566	$1~\text{\grave{a}}~10^4~\text{km}^2$	$T=100\ \mathrm{ans}$

Méthode par corrélation statistique: courbe enveloppe (3)

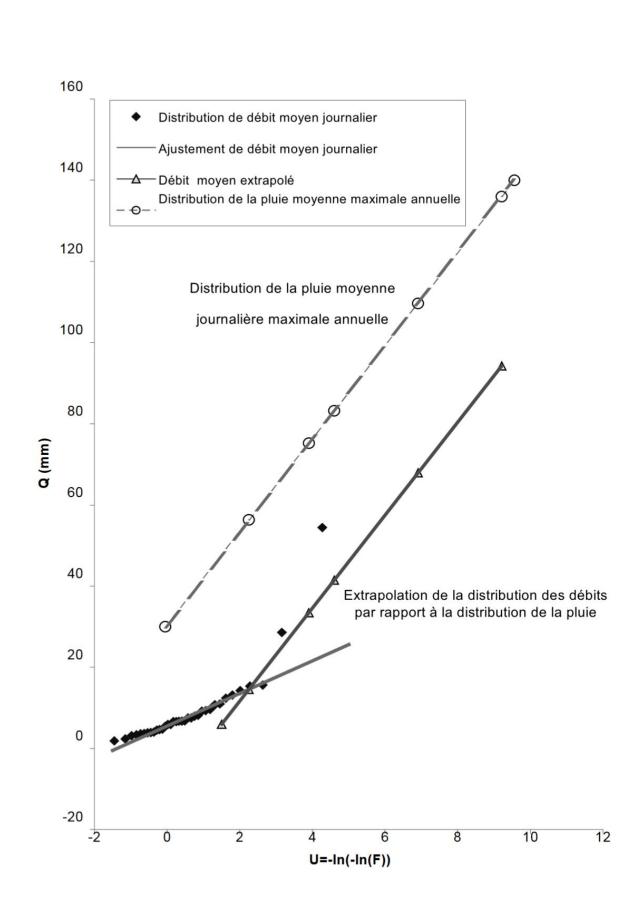


Valeurs des coefficients a et b pour $Q_{p,10}$ pour quelques régions en Suisse

Région	a	b
Jura, Neuchâtel	1,44	0,73
Jura bernois	5,98	0,59
Saint Gall, Thurgovie	2,65	0,61
Zürich	7,86	0,58
Argovie, Bâle	0,68	0,79
Alpes vaudoises	7,18	0,60
Berne	17,66	0,54
Valais central	1,3	0,74
Oberland oriental	1,4	0,78
Tessin occidental	12,41	0,69

Méthode du type Gradex





Djerboua, A., D. Duband, and P. Bois, Estimation des lois des précipitations extrêmes à partir des données journalières complètes, La Houille Blanche, 3, 65-74, 200

Guillot & Duband (1967). Trois hypothèses:

 Distribution exponentielle (approx. de Gumbel) des pluies

$$P_2 - P_1 = G_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

avec $G_p > 0$ le gradex des pluies (mm)

- L'eau précipitée ruisselle sur le sol
- Le temps caractéristique permettant de passer du volume de pluie au débit est le temps de concentration t_c .

Conservation du volume :
$$G_q = \frac{S}{3.6t_c}G_p$$
Hydraulique à surface libre

Méthode de type Gradex: modèle QdF



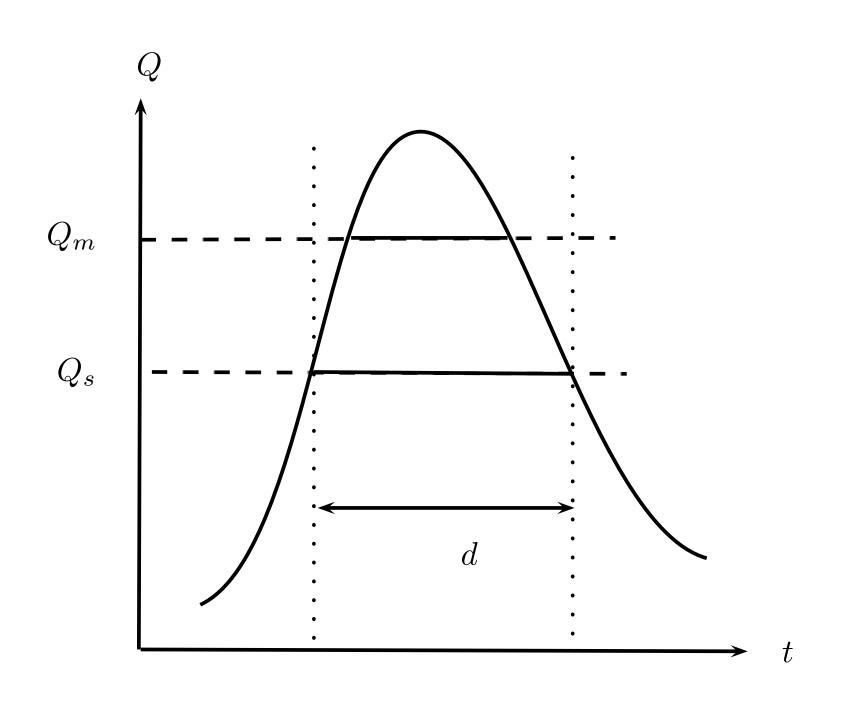
Modèle de Prudhomme, Galéa, & Javelle. Hypothèses:

- 1. QdF: existence d'une relation durée-intensité-fréquence pour les débits
- 2. Extrapolation des quantiles de débit de type gradex : Q(T) varie parallèlement à la courbe des pluies P(T) pour $T\gg 1$
- 3. Existence de « loi-maîtresse » régionale qui permet de représenter la réponse hydrologique. Deux échelles (durée et débit) D_* et Q_* , permettent de relier la réponse d'un bassin-versant (BV) sans observation à celle d'un bassin-versant de référence :

$$\left(\frac{Q(T,d)}{Q_*}\right) = \left(\frac{Q(T,d)}{Q_*}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{d}{D_*}\right) = \left(\frac{d}{D_*}\right)$$

Méthode de type Gradex: modèle QdF (2)





Pour un hydrogramme « mono fréquence »

- le débit seuil $Q_s(d)$ de durée d est la plus grande valeur de débit qui est systématiquement dépassée au cours d'une durée d de la crue. La relation $Q_s(d)$ est unique et continue;
- le débit moyen $Q_m(d)$ de durée d est la valeur moyenne du débit sur une durée d.

On peut définir $D_* = d_s$ (durée spécifique); temps adimensionnel: $\eta = d/d_s$. On prend $Q_* = Q_{10}$ (à estimer par une méthode tierce).

Méthode de type Gradex: modèle QdF (3)



Comme pour le gradex, la conservation du volume d'eau précipitée donne

$$G_q = \frac{S}{3.6t_c}G_p$$

avec S la surface du bassin-versant exprimée en k^2 et d la durée de la pluie en h (\hat{G}_p est donc aussi le gradex des débits de durée d). Loi débit-fréquence :

$$\frac{Q(T,\,d)}{Q_*} = A(\eta) \ln T + B(\eta) \quad \text{pour } 0,\!5 \leq T \leq 20 \text{ ans},$$

$$\frac{Q(T,\,d) - Q(10,\,d)}{Q_*} = C(\eta) \ln \left(1 + \frac{A(\eta)T - 10}{C(\eta)}\right) \quad \text{pour } 20 \leq T \leq 1000 \text{ ans},$$

Les fonctions A, B, et C sont de la forme $f(\eta)$ avec

$$f(\eta) = \frac{1}{\alpha_1 \eta + \alpha_2} + \alpha_3.$$

Méthode de type Gradex: modèle QdF (4)



Valeurs des coefficients α_i pour les fonctions A, B, et C lorsqu'on cherche à calculer le débit seuil sur une période d

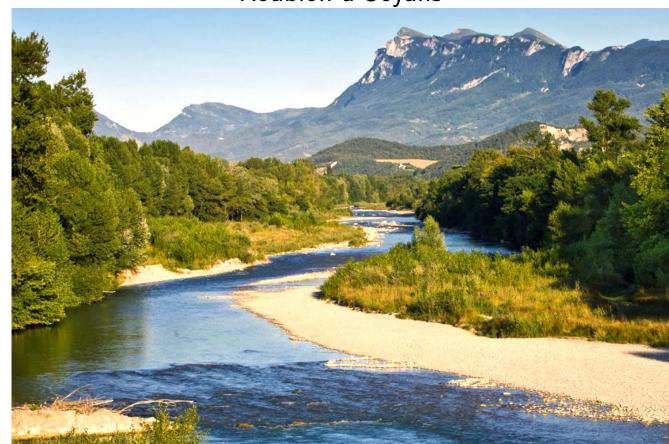
Modèle		A		•	B			C	
	$lpha_1$	$lpha_2$	$lpha_3$	$lpha_1$	$lpha_2$	$lpha_3$	$lpha_1$	$lpha_2$	$lpha_3$
Soyans	2,57	4,86	0	2,10	2,10	0,050	1,49	0,660	0,017
Florac	3,05	3,53	0	2,13	2,96	0,010	2,78	1,77	0,040

Vandenesse 3,970 6,48 0,010 1,910 1,910 0,097 3,674 1,774 0,013

Méthode de type Gradex: modèle QdF (5)



Roubion à Soyans





Les réponses hydrologiques

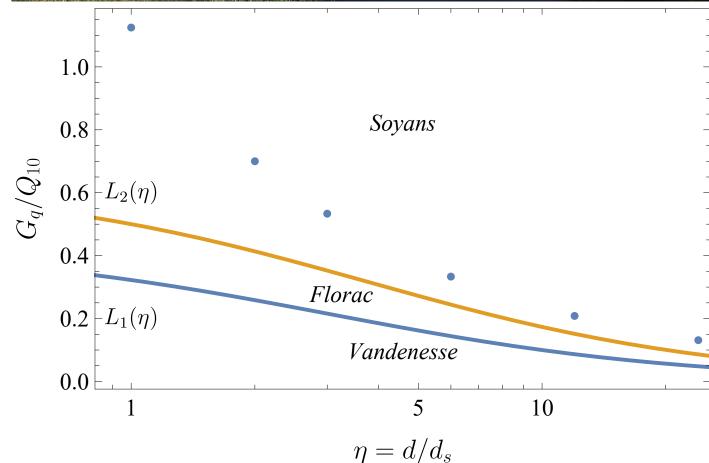
- type « Soyans » (Drôme provençale) : caractéristique des bassins-versants avec des écoulements rapides et un faible stockage (climat méditerranéen). Crues éclair sans continuité avec les crues ordinaires
- type « Florac » (Cévennes, Lozère). Crues rapides, mais avec un stockage; une partie de l'eau stockée est restituée durant la crue, ce qui allonge la durée de la crue et augmente son volume, sans toutefois accroître le débit de pointe

Méthode de type Gradex: modèle QdF (6)



Dragne à Vandenesse





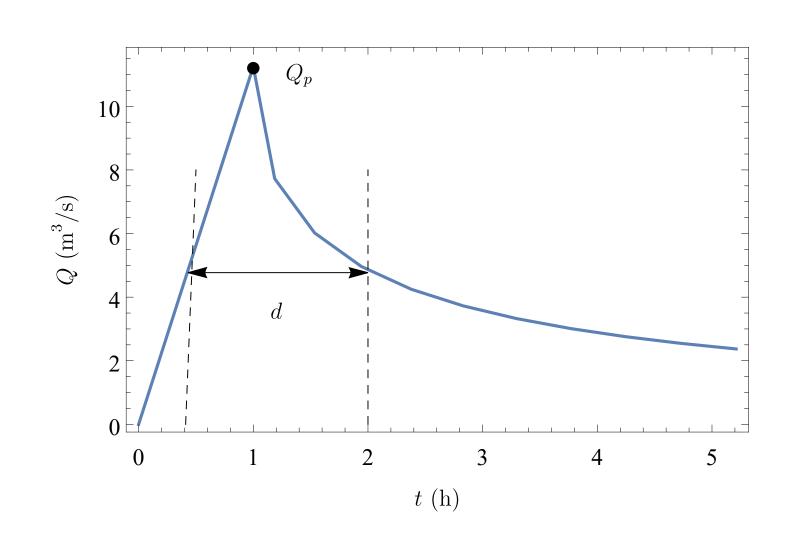
 type « Vandenesse » (Nièvre, Bourgogne): des crues volumineuses qui s'étalent sur des durées longues comme c'est souvent le cas pour les régions à dominante océanique.

Modèles délimités par le comportement du gradex des pluies adimensionnels

$$L_1(\eta) = \frac{1}{0,768\eta + 2,332}$$
 et $L_2(\eta) = \frac{1}{0,419\eta + 1,580}$

Méthode de type Gradex: modèle QdF (7)



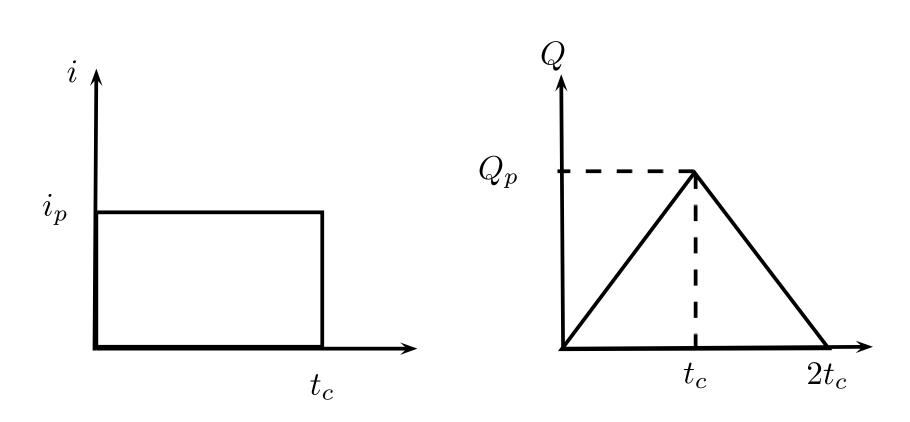


Hydrogramme de période de retour T :

- $t < d_s$, une courbe (droite) de montée : $Q = Q_m t/d_s$. Il y a une augmentation linéaire du débit Q jusqu'au temps $t = d_s$ où $Q = Q_p$
- $t=d_s$, un débit de pointe : $Q_p=Q_m(T,\,d_p)$. C'est le débit moyen instantané, donc un débit observé sur une durée $d_p=1$ s =0,0003 h
- $t>d_s$, une courbe de décrue : $Q=Q_s(T,\,d)$. Le débit à l'instant t se calcule à partir du débit seuil dépassé sur une durée $d=t-d_sQ/Q_m$

Transformation pluie-débit: méthode rationnelle





Réponse : hydrogramme triangulaire, de durée $2t_c$ et de débit de pointe Q_p . Conservation du volume de crue

$$V_c = 2 \times \frac{1}{2} Q_p t_c,$$

où C ($0 < C \le 1$) est le coefficient de ruissellement de pointe, et du volume de pluie

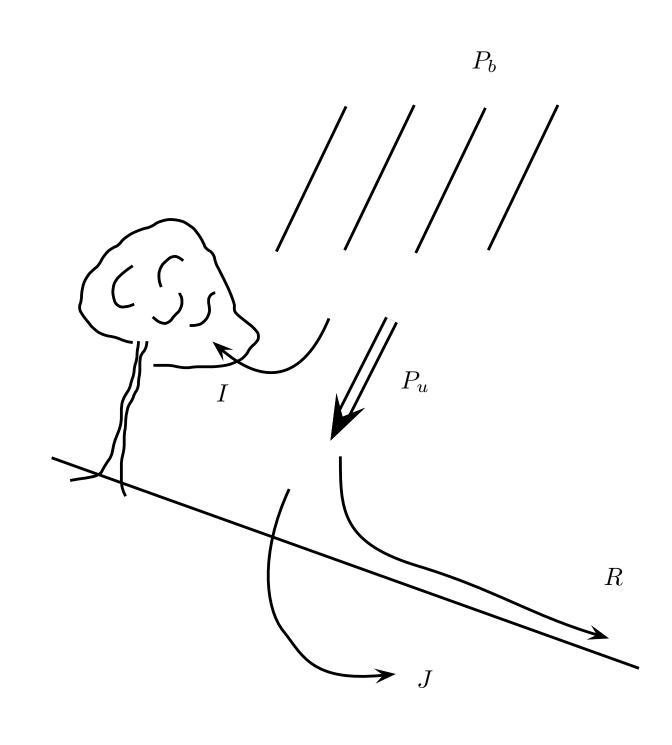
$$Q_p = Ci_p S$$
.

 $(i_p \text{ est exprimé en mm/h, et } Q_p \text{ en m}^3/\text{s})$. On trouve

$$Q_p = \frac{Ci_p S}{3.6} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Transformation pluie-débit: méthode SCS





Quatre hypothèses:

1. une partie est interceptée par la végétation (I, en mm)

$$P_u = P_b - I$$

2. la pluie participe au ruissellement R(t) et à l'infiltration J(t)

$$P_u = R + J$$

3. Rapport entre eaux ruisselée (R) et précipitée (P_u) lié aux volumes J(t) infiltrée et maximale d'eau J_{∞}

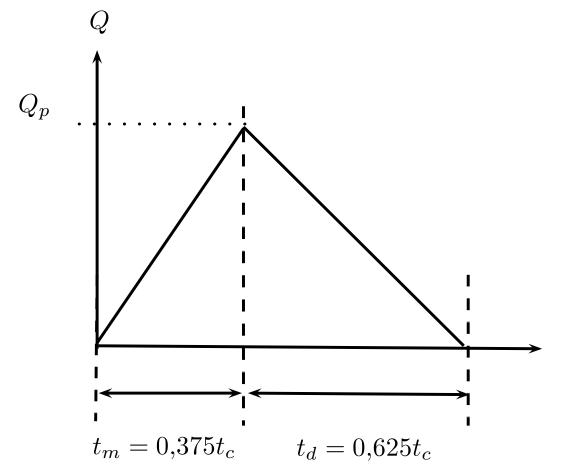
$$\frac{R(t)}{P_u} = \frac{J(t)}{J_{\infty}}$$

4. interception par la végétation indépendante de la pluie utile, mais reliée à J_{∞} : $I=0.2J_{\infty}$.

Transformation pluie-débit: méthode SCS (2)



Hydrogramme de crue



On déduit la relation

$$\frac{R}{P_u} = \frac{P_u}{P_u + J_\infty}.$$

De là, on déduit que la quantité d'eau ruisselée vaut

$$R = \frac{P_u^2}{P_u + J_{\infty}} = \frac{(P_b - 0.2J_{\infty})^2}{P_b + 0.8J_{\infty}}.$$

Le volume de crue étant R, on déduit que si t_c est le temps de concentration, t_m le temps de montée (estimé ici à $t_m=0.375t_c$), on déduit

$$Q_p = 2 \frac{SR}{3.6t_c} \approx 0.2 \frac{SR}{t_m} \text{ [m}^3/\text{s]},$$

Transformation pluie-débit: méthode SCS (3)



L'interception moyenne du bassin-versant est alors calculée par une moyenne pondérée

$$\frac{J_{\infty}}{S} = \sum_{i} \frac{J_{i}}{S_{i}}.$$

Chaque valeur de J_i est évaluée à partir du coefficient de ruissellement C_n

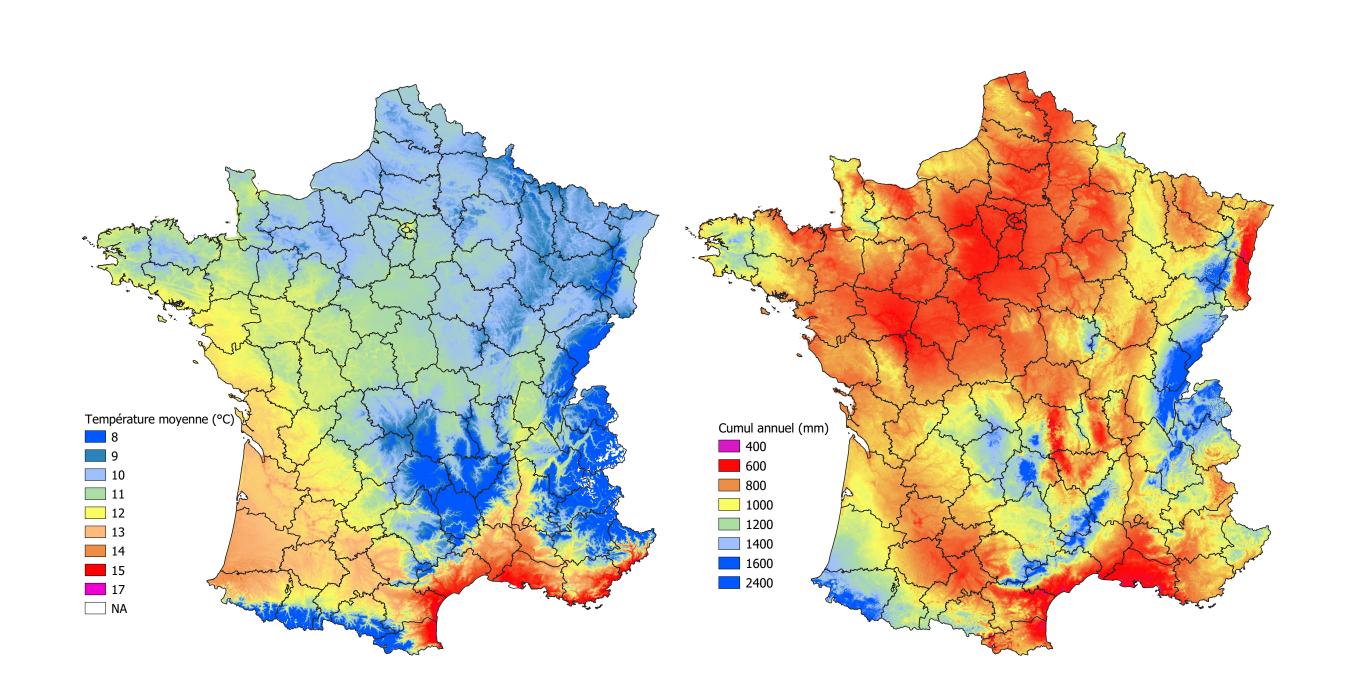
$$J_i = 25.4 \left(\frac{1000}{C_n} - 10 \right).$$

Quelques valeurs guides de C_n selon le type de sol et la densité de la végétation. Sol A : sol sablonneux (très perméable), sol B : sol sableux ou limoneux (perméable), sol C : sol argileux à limoneux, sol D : sol argileux (très peu perméable).

culture	végétation	sol A	sol B	sol C	sol D
jachère		77	86	91	94
céréales	lâche	63	74	82	85
	dense	61	73	81	84
légumineuse	lâche	64	75	83	85
	dense	55	69	78	83
prairie		30	58	71	78
bois	lâche	45	66	77	83
	dense	25	55	70	77
pistes, routes		72	82	87	89

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe





Paramètre de rétention J et la durée spécifique d_{s}

$$\ln d_s = -0.69 + 0.32 \ln S + 2.2 \sqrt{\frac{P_a}{P_{10}t_a}},$$

$$J = 260 + 21 \ln \frac{S}{L} - 54 \sqrt{\frac{P_a}{P_{10}}},$$

avec J exprimée en mm, d_s en h, P_a le cumul annuel moyen de précipitations (en mm), P_{10} la pluie maximale journalière décennale (en mm), t_a la température moyenne annuelle réduite au niveau de la mer (en °C), L le chemin hydraulique le plus long jusqu'à l'exutoire, S la surface en km 2

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe (2)



Le débit de pointe décennal est

$$Q_{10} = \xi \frac{kS}{(1,25d_s)^b 15 - 12\rho} \quad [\text{m}^3/\text{s}].$$

avec k l'indice pluviométrique

$$k = \frac{24^b}{21} \frac{P_{10}}{1 + \frac{\sqrt{S}}{30\sqrt[3]{d_s}}},$$

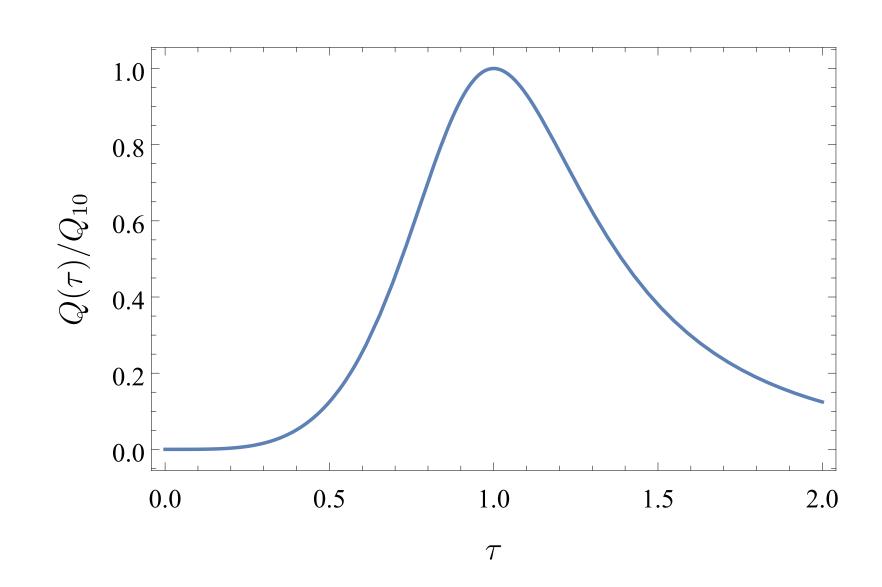
avec b le coefficient de Montana. La méthode Socose définit également deux paramètres

$$\rho = 1 - 0.2 \frac{J}{k(1,25d_s)^{1-b}}$$

et ξ est un paramètre proche de 1.

Transformation pluie-débit: méthode SoCoSe (3)





L'hydrogramme associé à cette méthode a pour équation

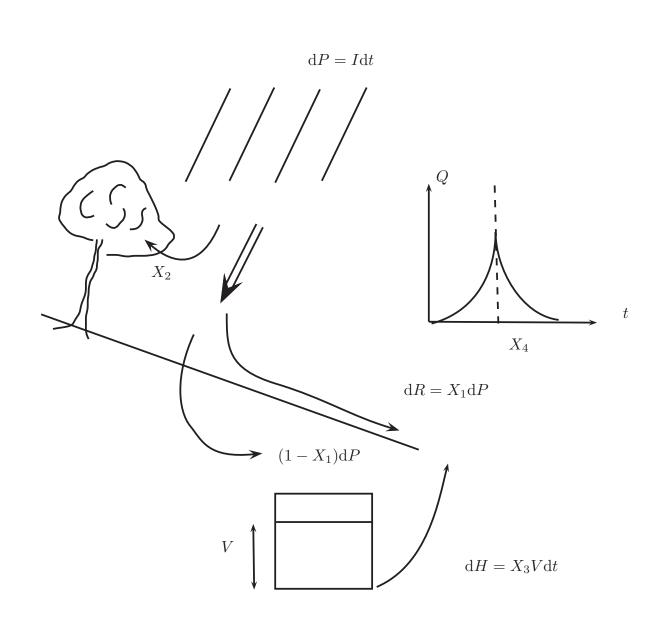
$$Q(\tau) = Q_{10} \frac{2\tau^4}{1 + \tau^8},$$

avec $\tau=2t/(3d_s)$ un temps adimensionnel. La méthode propose aussi un hyétogramme de projet

$$P(t) = a \left(\frac{t}{\left[\left(\frac{t}{d_s} \right)^2 + 2 \frac{d_s}{t} - 2 \right]^{3/7}} \right)^{1-b}$$

Transformation pluie-débit: modèle GR4





Hypothèses du modèle différentiel :

- Interception par la végétation X_2 (en mm)
- Une fois que la capacité d'interception est saturée, il y a ruissellement. La quantité d'eau ruisselée par unité de temps est liée à la pluie précipitée $\mathrm{d}P=I(t)\mathrm{d}t$

$$dR(t) = X_1 dP,$$

avec X_1 un coefficient sans dimension (en %)

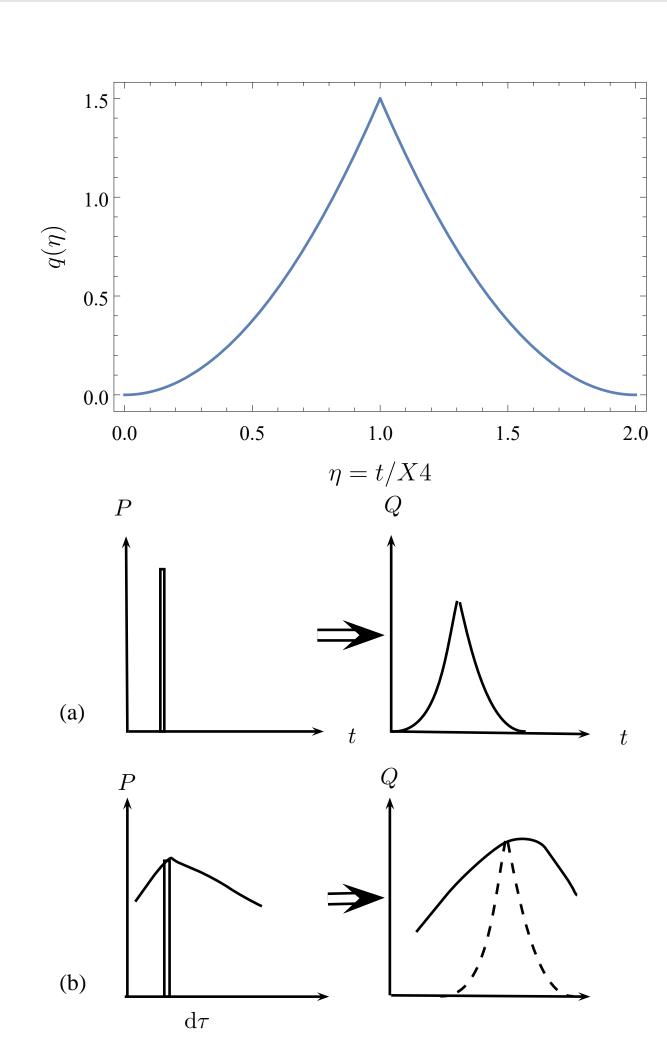
• Une partie de l'eau $(1-X_1)I\mathrm{d}t$ est infiltrée et stockée dans un réservoir (volume initial nul V(0)=0). V est un volume par unité de surface, il s'exprime donc en mm. Une partie du volume stocké est restituée par des écoulements hypodermiques au cours d'eau (avec X_3 un taux de vidange linéaire, en $\%/\mathrm{h}$)

$$dH(t) = X_3V(t)dt$$

• le temps de montée t_m de l'hydrogramme est noté X_4 (en h). On suppose que l'hydrogramme est symétrique, donc $t_d = X_4$. La lame totale d'eau transmise au cours d'eau est T = R + H.

Transformation pluie-débit: modèle GR4 (2)





La fonction de transfert en m/(km s) permet de passer d'une pluie quelconque au débit induit par cette pluie

$$q(t) = \frac{3}{2X_4} \eta^2 \text{ pour } 0 \le \eta \le 1$$

$$q(t) = \frac{3}{2X_4} (2 - \eta)^2 \text{ pour } 1 \le \eta \le 2$$

$$q(t) = 0 \text{ pour } \eta > 2$$

Toute pluie peut être décomposée en une pluie élémentaire

$$P(t) = \int I(\tau) d\tau$$

Le débit est la convolution de la pluie élémentaire et de la fonction de transfert

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t I(\tau) q(t - \tau) d\tau$$

Transformation pluie-débit: modèle GR4 (3)



Considérons une pluie d'intensité constante $I=\mathrm{d}P/\mathrm{d}t=I_0$ pendant une durée t_0 . Le volume V représente l'état du saturation du sol

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -X_3V(t) + (1 - X_1)\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}$$

Durant les premiers instants, la pluie est interceptée. Jusqu'au temps $t_1 = X_2/I_0$, il n'y a pas d'eau qui atteint le sol. On pose $t_1 < t_0$. Pour $t \ge t_1$, l'eau touche le sol, commence à ruisseler et à s'infiltrer. Le niveau du réservoir est

$$V(t) = I_0 \frac{1 - X_1}{X_3} e^{-(t - t_1)X_3} (e^{(t - t_1)X_3} - 1)$$

Le flux d'eau restituée au torrent est donc (pour $t_0 \ge t > t_1$):

$$\dot{T} = X_3 V + X_1 I_0 = I_0 \left((1 - X_1) e^{-(t - t_1)X_3} (e^{(t - t_1)X_3} - 1) + X_1 \right)$$

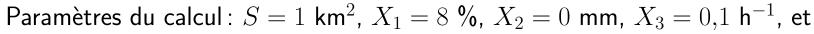
À l'instant t_0 , la pluie s'arrête. Le niveau dans le réservoir diminue

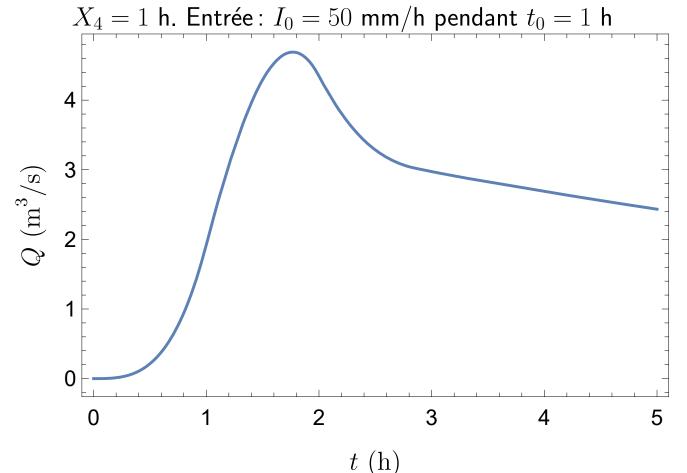
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(t) = -X_3V(t)$$

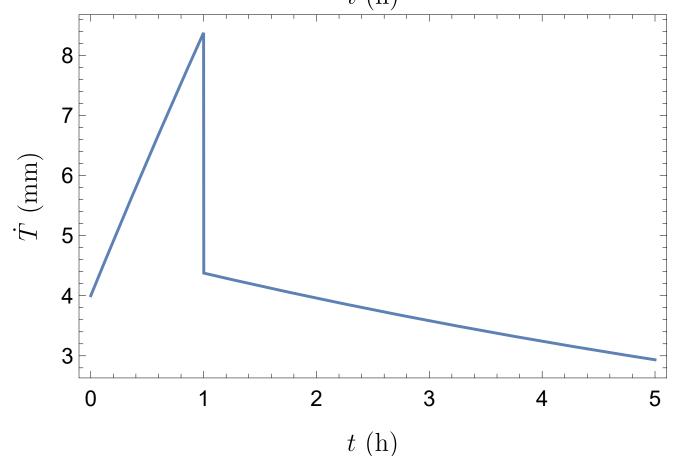
avec pour condition initiale $V(t_0) = V_0 = I_0 \frac{1 - X_1}{X_3} e^{-(t_0 - t_1)X_3} (e^{(t_0 - t_1)X_3} - 1)$.

Transformation pluie-débit: modèle GR4 (4)









La solution est

$$V(t) = V_0 e^{-(t-t_0)X_3}$$

Le flux total d'eau restituée au torrent à l'instant $t>t_0$ est donc

$$\dot{T} = X_3 V = X_3 V_0 e^{-(t-t_0)X_3}$$

Le débit résultant est obtenu par le produit de convolution :

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(\tau) q(t - \tau) d\tau$$

En changeant la variable d'intégration, on obtient la relation suivante

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(t - \tau) q(\tau) d\tau$$

qui s'intègre numériquement facilement.

Propagation d'un volume de crue





Problématique: quelle approximation?



Équations de Saint-Venant dans leur formulation 1D, non conservative :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{u}}{\partial x} = 0$$

$$\underbrace{\varrho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \varrho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}}_{\text{1 inertie}} = \underbrace{\varrho g \sin \theta}_{\text{2 force motrice}} - \underbrace{\varrho g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{3 pression}} - \underbrace{\frac{\tau_p}{h}}_{\text{4 frottement}}$$

Quand l'inertie $\widehat{1}$ est faible, deux équilibres dynamiques possibles :

- proche du régime permanent uniforme et sur de courtes distances : équilibre entre
 - 2 et 4 ~ approximation d'onde cinématique
- sur de longues distances : équilibre entre (2), (3) et $(4) \rightsquigarrow approximation d'onde diffusive$
- Si $\widehat{1}$ n'est pas négligeable \rightsquigarrow équilibre $\widehat{1}$ - $\widehat{3}$ (approximation d'onde linéaire)

Approximation d'onde cinématique



On introduit des échelles

$$\hat{u} = \frac{\bar{u}}{U_*}, \ \hat{x} = \frac{x}{L_*}, \ \hat{t} = \frac{tU_*}{L_*}, \ \hat{\tau}_p = \frac{\tau_p}{\varrho g H_* \sin \theta}, \ \text{et} \ \hat{h} = \frac{h}{H_*},$$

avec U_* , L_* , et H_* des échelles de vitesse, de longueur, de profondeur. On définit le nombre d'aspect et le nombre de Froude

$$\varepsilon = \frac{H_*}{L_*} \ll 1 \text{ et } Fr = \frac{U_*}{\sqrt{gH_*}} = O(1)$$

On obtient pour la conservation de la quantité de mouvement

$$Fr^{2}\varepsilon\left(\frac{\partial\hat{u}}{\partial\hat{t}} + \hat{u}\frac{\partial\hat{u}}{\partial x}\right) = \sin\theta - \cos\theta\varepsilon\frac{\partial\hat{h}}{\partial\hat{x}} - \frac{\tau_{p}}{\varrho gH_{*}}\frac{1}{\hat{h}}.$$

Au premier ordre on a

$$\hat{h}\sin\theta = \frac{\tau_p}{\varrho g H_*}$$

Approximation d'onde cinématique (2)



Avec l'adimensionalisation proposée, l'équation de conservation de la masse est toujours vérifiée

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} = 0,$$

L'équation approchée de conservation de la quantité de mouvement implique un quasi équilibre stationnaire

$$\tau_p(\bar{u},h) = \varrho g h \sin \theta \Rightarrow \bar{u} = U(h)$$

L'équation du mouvement s'écrit donc comme une équation d'advection non linéaire

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU(h)}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}hU(h)}{\mathrm{d}h} \frac{\partial h}{\partial x}$$

La vitesse d'advection est donc (loi de Kleitz-Seddon).

$$c(h) = \frac{\mathrm{d}hU(h)}{\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}h}$$

Approximation d'onde cinématique (3)



La vitesse d'advection est environ 50 % plus importante que la vitesse moyenne $\bar{u}=U(h)$

Exemple 1. Loi de Chézy: $U(h) = C\sqrt{ih}$. Donc la vitesse d'advection est

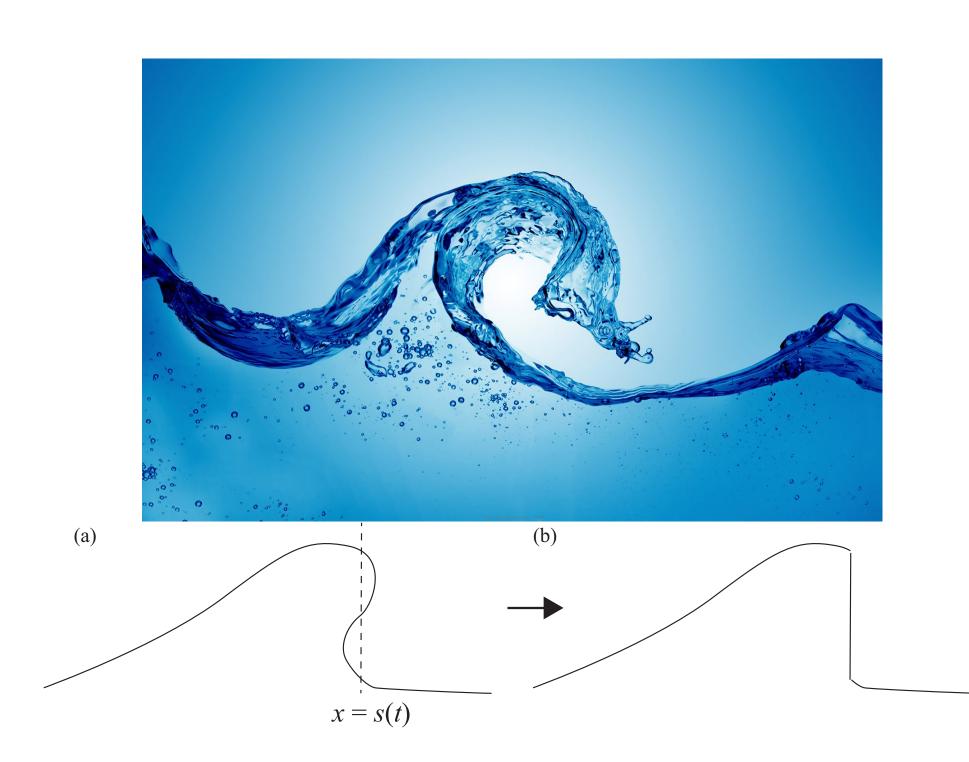
$$c(h) = (C\sqrt{i}h^{3/2})' = \frac{3}{2}C\sqrt{i}h^{1/2} = \frac{3}{2}U(h) = \frac{3}{2}\bar{u}$$

Exemple 2. Loi de Manning-Strickler: $U(h) = K\sqrt{i}h^{2/3}$. Donc

$$c(h) = (K\sqrt{i}h^{5/3})' = \frac{5}{3}K\sqrt{i}h^{2/3} = \frac{5}{3}U(h) = \frac{5}{3}\bar{u}$$

Approximation d'onde cinématique (4)





L'équation d'onde cinématique est

$$\frac{\partial}{\partial t}h(x,t) + c(h)\frac{\partial}{\partial x}(h) = 0$$

avec $c(h) = 5K\sqrt{i}h^{2/3}/3$ la célérité (si on prend Manning-Strickler). On peut l'écrire sous la forme équivalente

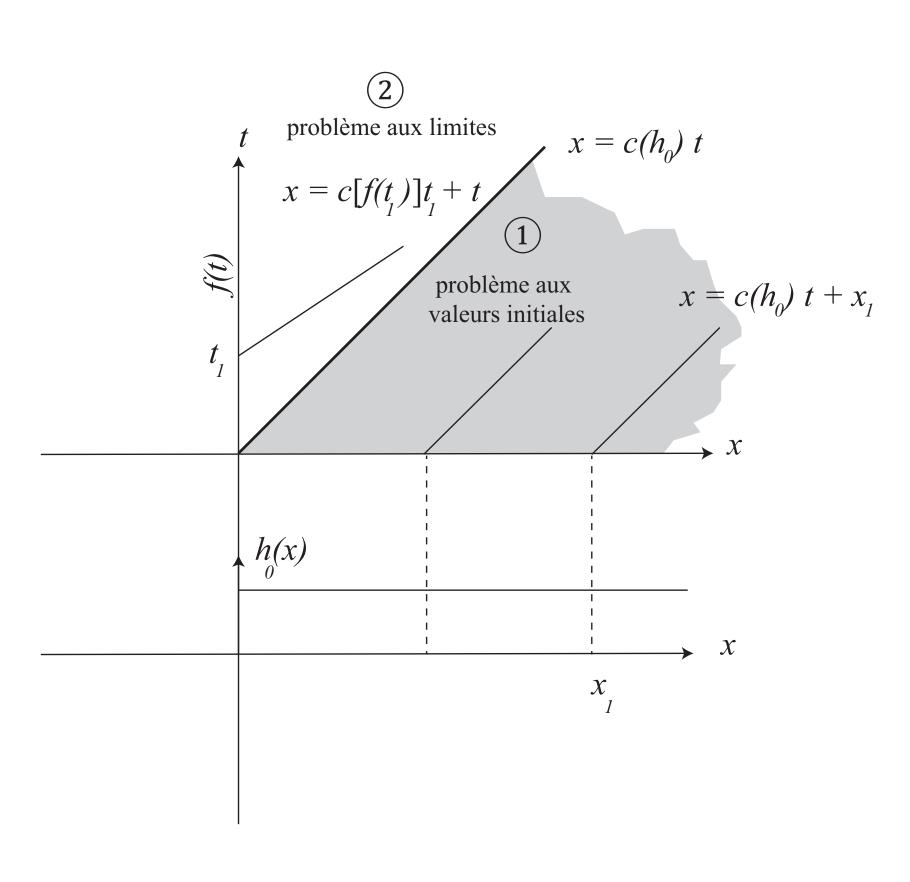
$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}=0$$
 le long d'une courbe caractéristique $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\xi}=c(h)$

où ξ est une variable auxiliaire. Toutes les courbes caractéristiques sont des droites. Si deux courbes se croisent, il y a un choc en x=S(t) dont la vitesse est donnée par Rankine-Hugoniot

$$\dot{S} = \frac{[\![hU(h)]\!]}{[\![h]\!]} = \frac{K\sqrt{i}(h^{5/3} - h_0^{5/3})}{h - h_0}$$

Approximation d'onde cinématique (5)





Exemple de problème BIVP (boundary initial value problem).

Hydrogramme de départ On modélise la crue par la méthode rationnelle

$$q(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_c} q_p & \text{pour } 0 \le t \le t_c, \\ \left(2 - \frac{t}{t_c}\right) q_p & \text{pour } 2t_c \ge t > t_c. \end{cases}$$

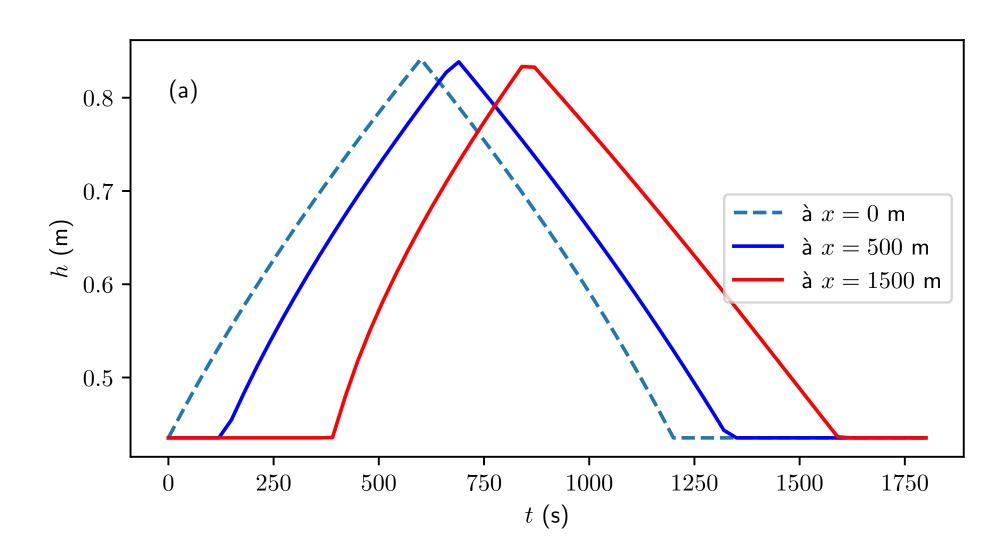
avec q_p le débit de pointe et t_c le temps de concentration. Ce débit peut être converti en équivalent hauteur d'eau pour fournir une condition à la limite à l'EDP

$$h(0,\,t)=f(t)=\begin{cases} \left(\frac{q_p-t}{K\sqrt{i}t_c}\right)^{3/5}+h_0 & \text{pour } 0\leq t\leq t_c,\\ \left(\left(2-\frac{t}{t_c}\right)\frac{q_p}{K\sqrt{i}}\right)^{3/5}+h_0 & \text{pour } 2t_c\geq t>t_c. \end{cases}$$

Condition initiale: $h(x,0) = h_0$

Approximation d'onde cinématique (6)

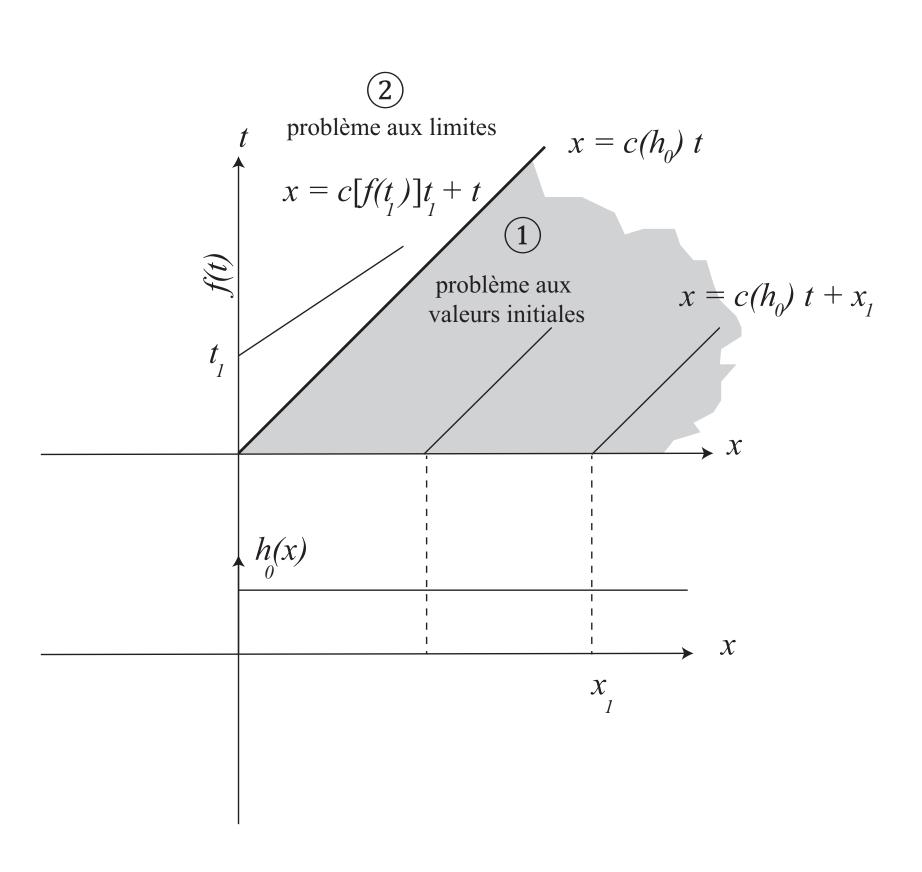




Pour aller à $x=1500\,\rm m$, il a fallu 240 s. On déduit que la vitesse moyenne du pic de crue est de 6,2 m/s, soit une valeur 5 % supérieure à la vitesse estimée par la formule de Kleitz-Seddon .

Approximation d'onde cinématique (7)





Deux domaines dans le diagramme : ① (zone d'influence de la conditions initiale) et ② (zone d'influence de la condition aux limites) Résolvons l'équation d'onde cinématique sous forme caractéristique pour ①

$$\frac{\partial t}{\partial s} = 1, \frac{\partial x}{\partial s} = c(h_0) \text{ et } \frac{\partial h}{\partial s} = 0$$

avec pour conditions initiales

$$x(s=0) = x_1, t(s=0) = 0 \text{ et } h(s=0) = h_0$$

L'integration est triviale :

$$h(x,t) = h_0$$

Dans le domaine (2)

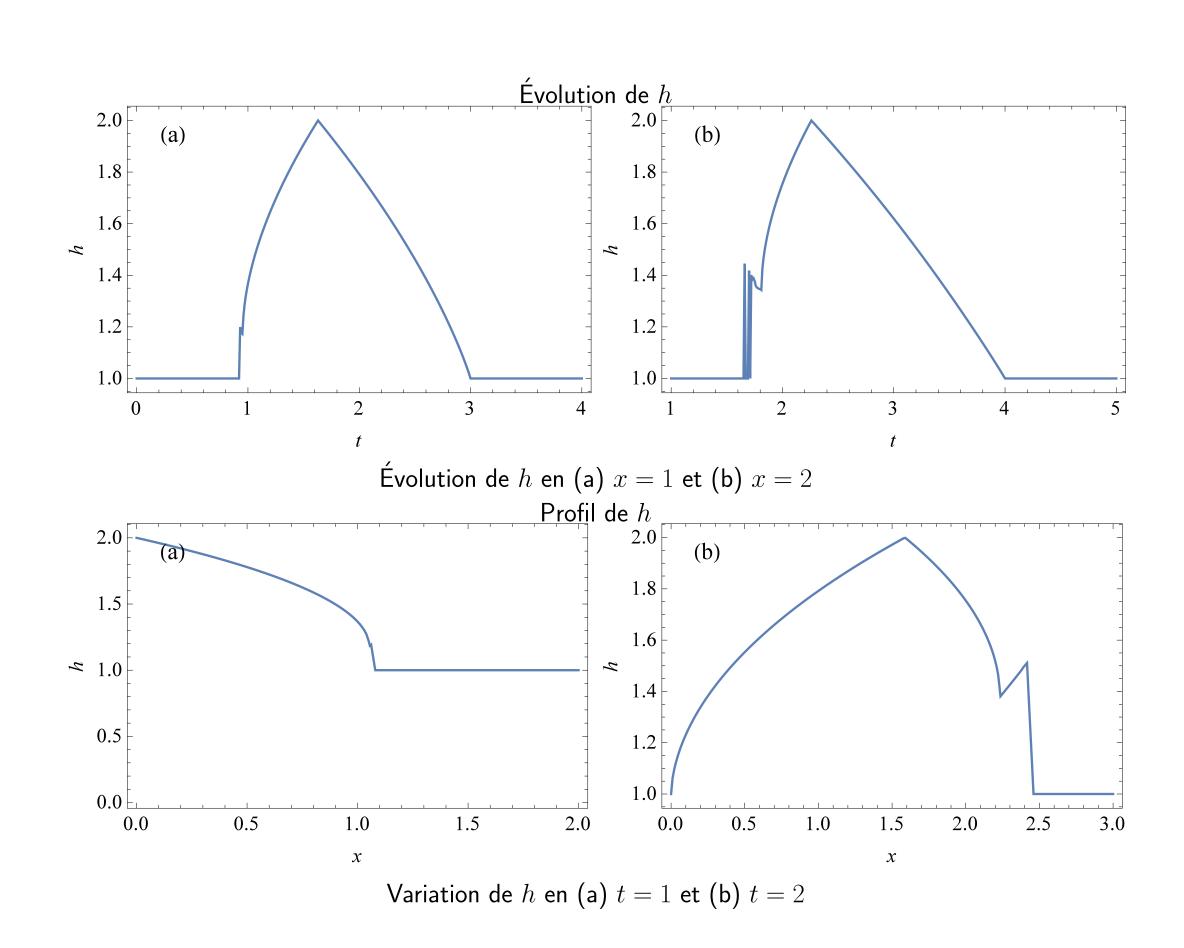
$$\frac{\partial t}{\partial s} = 1, \frac{\partial x}{\partial s} = c(h) \text{ and } \frac{\partial h}{\partial s} = 0.$$

Les conditions initiales pour le problème aux limites s'écrivent sous forme paramétrique

$$x(s=0)=0,\ t(s=0)=t_1$$
 et $h(s=0)=f(t_1)$
Hydraulique à surface libre

Approximation d'onde cinématique (8)





La solution est implicite et doit être résolue numériquement

$$t = s + t_1$$
$$x = c(f(t_1))s$$
$$h = f(t_1)$$

Certaines caractéristiques se coupent : un choc se forme. Il faudrait compléter l'analyse en détaillant les conditions de formation du choc (voir chap. 3)

Approximation d'onde diffusive



Quand la pente du lit est très faible, il n'est pas rare que $\sin \theta \sim \varepsilon$ voire $\sin \theta \ll \varepsilon$. Cela implique que pour les rivières à faible pente, on ne peut pas négliger le gradient de pression puisqu'il est du même ordre de grandeur, voire supérieur, que la force motrice.

Les équations du mouvement sont composées de l'équation de continuité

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0,$$

et de l'équation de conservation de la quantité de mouvement sans les termes inertiels

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \tan \theta - \frac{\tau_p}{\varrho g h \cos \theta},$$

En combinant les équations, on trouve :

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \varrho g h \cos \theta \left(\frac{\partial \tau_p}{\partial q}\right)^{-1} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \tau_p}{\partial h} - \frac{\tau_p}{h}\right) \left(\frac{\partial \tau_p}{\partial q}\right)^{-1} \frac{\partial q}{\partial x}$$

Approximation d'onde diffusive (2)



Linéarisation

$$q = q_0 + q'$$
 et $h = h_0 + h'$,

auteur de l'état de l'écoulement en régime permanent uniforme (q_0, h_0) et la perturbation de l'état d'équilibre (q', h'). On obtient une équation d'advection-diffusion linéaire :

$$\frac{\partial q'}{\partial t} = D \frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} + C \frac{\partial q'}{\partial x}.$$

avec le coefficient de diffusion :

$$D = \varrho g h_0 \cos \theta \left(\frac{\partial \tau_p(q_0, h_0)}{\partial q_0} \right)^{-1}$$

et le coefficient d'advection

$$C = -\left(\frac{\partial \tau_p(q_0, h_0)}{\partial q}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \tau_p(q_0, h_0)}{\partial h_0} - \frac{\tau_p(q_0, h_0)}{h_0}\right).$$

Approximation d'onde diffusive (3)



Dans le cas d'une loi de Manning-Strickler, on a

$$au_p = rac{arrho g}{K^2} rac{ar{u}^2}{h^{1/3}} = rac{arrho g}{K^2} rac{q^2}{h^{7/3}}$$

et donc le coefficient de diffusion et la vitesse d'advection sont

$$D = \frac{1}{2}q_0 \cot \theta \text{ et } C = \frac{5}{3}\bar{u}_0 = \frac{dq_0}{dh_0}.$$

La vitesse d'advection est la même dans le modèle d'onde diffusive et dans l'approximation d'onde cinématique.

L'onde de débit est advectée à la vitesse $C=\frac{5}{3}u_0$, mais diffuse également avec un coefficient D proportionnel au débit initial q_0 . L'onde diffusive tend à s'étaler au cours du mouvement ne subit pas de choc.