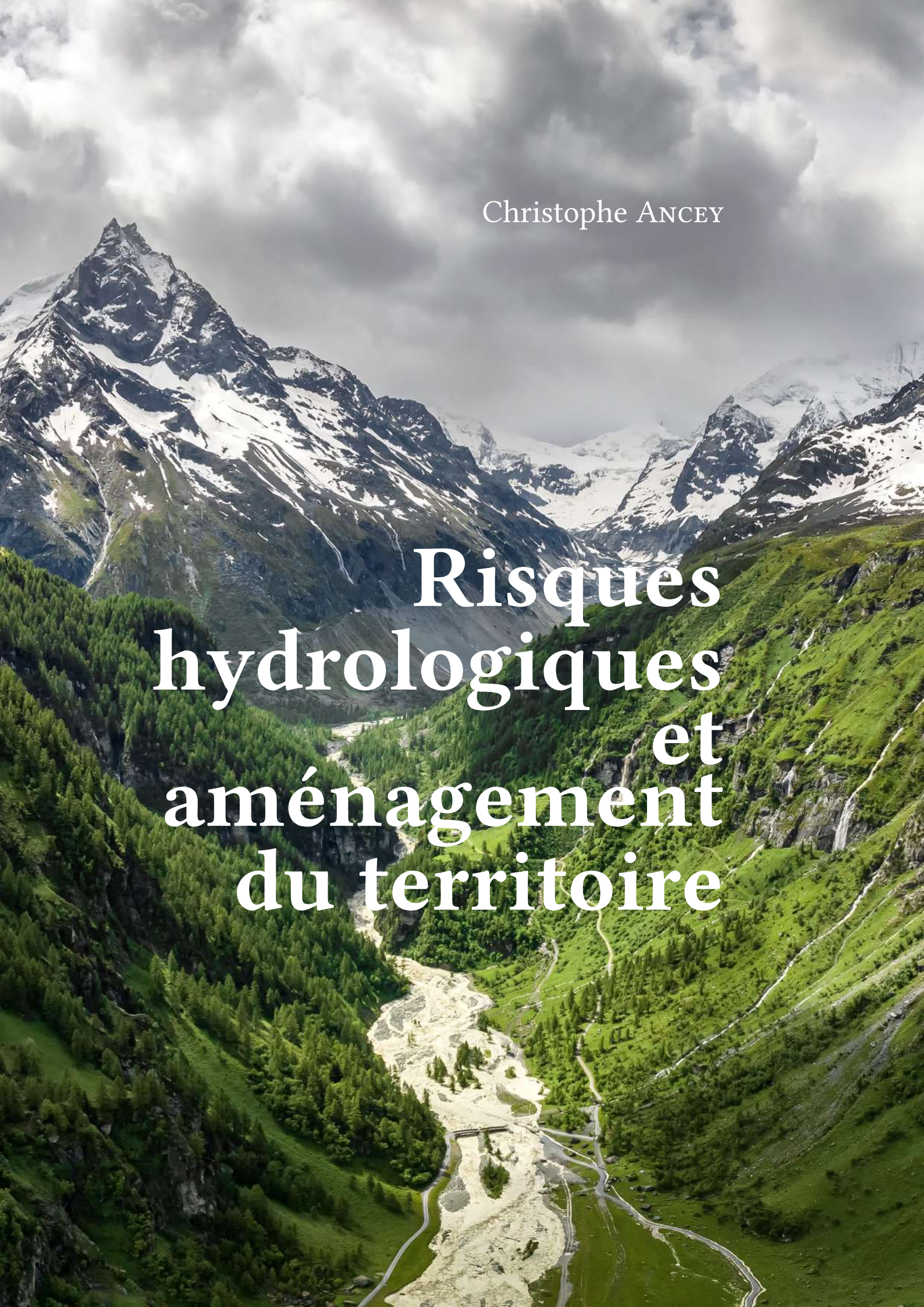


Christophe Ancey

Risques hydrologiques et aménagement du territoire

Christophe Ancey,
EPFL, ENAC/IIC/LHE,
Ecublens, CH-1015 Lausanne, Suisse
christophe.ancey@epfl.ch, lhe.epfl.ch

Risques hydrologiques et aménagement du territoire / C. Ancey
version 20.5 du 12 septembre 2024, Lausanne

Attribution : pas d'utilisation commerciale, pas de modification, 3.0. Licence Creative Common 3.0. Ce travail est soumis aux droits d'auteurs. Tous les droits sont réservés ; toute copie, partielle ou complète, doit faire l'objet d'une autorisation de l'auteur. La gestion typographique a été réalisée à l'aide du package *efrench* de Bernard Gaulle. Tous les clichés sont de Christophe Ancey sauf mention contraire.

Ce livre est le support du cours *Risques hydrologiques et aménagement du territoire* donné en master Sciences et Ingénierie de l'Environnement de l'EPFL. Le lecteur trouvera plus d'informations sur la page web du cours : http://lhe.epfl.ch/hydrologie.php. Mes remerciements vont à Nicolas Andreini, Jean-Julien Dessimoz, Rémy Marquis, Anne-Lise Meyenhofer, et Édouard Boujo pour la relecture du manuscrit.

Crédit des illustrations. **Première de couverture** : la Navisence en crue à Zinal (VS) le 21 juin 2024 (Bob de Graffenried). **Table des matières** : maître Santa Clara de Palencia, détail de *la mort de la Vierge* (musée des Beaux-Arts, Lyon). **Avant-propos** : Hubert Robert, *vue imaginaire de la Grande Galerie du Louvre en ruines* (le Louvre, Paris). **Notations** : Isaack van Ostade, *la rivière gelée* (le Louvre, Paris). **Aller plus loin** : Edouard Manet, *les coquelicots* (exposition « collection Bührle », Fondation de l'Hermitage, Lausanne). **Chapitre 1** : Pieter Bruegel l'Ancien, *le combat de carnaval et carême* (Kunsthistorisches Museum, Vienne). **Chapitre 2** : Félix Cortey, ex-voto représentant la débâcle du Giétro à Sembrancher en 1818 (paroisse de Sembrancher, VS) – cliché Robert Hofer. **Chapitre 3** : Pieter Bruegel l'Ancien, *les mendiants* (le Louvre, Paris). **Chapitre 4** : *papyrus du livre des morts* (le Louvre, Paris). **Chapitre 5** : Alfred Sisley, *l'inondation à Port-Marly* montrant la crue de la Seine de 1876 (musée d'Orsay, Paris). Annexes : *hiéroglyphe dit « menu de Tepemânkh »* (le Louvre, Paris). **Bibliographie** : Gabriel Maelesskircher, *l'apôtre Saint Mathieu à son pupitre* (Museo Nacional Thyssen-Bornemisza, Madrid). **Index** : Matthias Stom, *le souper à Emmaus* (Museo Nacional Thyssen-Bornemisza, Madrid).

« La ciencia engaña de tres maneras: transformando sus proposiciones en normas, divulgando sus resultados preferentemente a sus métodos, callando sus limitaciones epistemológicas. »

Nicolás Gómez dávila, Escolios a un texto implícito, 28

« La science nous trompe de trois manières : en transformant ses propositions en normes, en divulguant ses résultats plutôt que ses méthodes, en passant sous silence ses limitations épistémologiques. »

Table des matières

Table des matières **iv**

1 Aménagement du territoire et risques **1**
1.1 Aménagement du territoire 1
1.1.1 Définition et principes 1
1.1.2 Comparaison avec la France 5
1.2 Enjeux de l'aménagement du territoire en Suisse 8
1.3 Définition et perception du risque 12
1.3.1 Définition du risque 13
1.3.2 Subjectivité du risque 14
1.3.3 Le risque comme construction sociale 18
1.3.4 Risque acceptable, risque accepté 21
1.3.5 Mesures du risque 22
1.3.6 Risque et incertitude 23
1.4 Politiques publiques de prévention 26
1.4.1 Typologie simplifiée des politiques de prévention 26
1.4.2 Gestion intégrée des risques 29
1.4.3 Risque et degré de complexité 31
1.4.4 Expliciter le risque aux populations et aux décideurs 32
1.5 Les controverses dans la gestion du risque 35
1.5.1 Risque et controverse 35
1.5.2 Psychologie du risque d'après Tversky 37
1.5.3 Remise en question des approches classiques de gestion du risque 38
1.5.4 Exemple du reboisement 41

2 Climat et risques hydrologiques **57**
2.1 Variabilité des précipitations 57
2.1.1 Comment marche l'atmosphère ? 58

2.1.2 Le passage d'une perturbation 67
2.2 Changement climatique 73
2.2.1 Aperçu sur l'histoire de la théorie du climat 73
2.2.2 Scénarios de changement climatique 80
2.2.3 Conséquences hydrologiques 86
2.3 Les dangers hydrologiques 89
2.3.1 Inondation et crue 103
2.3.2 Crues torrentielles 116
2.3.3 Débâcle glaciaire 119
2.3.4 Débâcle due à des écroulements 120
2.3.5 Avalanches 124
2.4 Coût des dommages 126
2.4.1 Inondations 126
2.4.2 Avalanches 127

3 Gestion du risque 129
3.1 Démarche générale 129
3.1.1 Phénomène de référence 130
3.1.2 Stratégies de protection 135
3.2 Zonage des risques 136
3.2.1 Aléa, danger, vulnérabilité, et risque : vocabulaire employé . . 136
3.2.2 Des cartes de phénomènes aux plans de zonage 143
3.3 Stratégies de protection 144
3.3.1 Empêcher les phénomènes de se produire 144
3.3.2 Arrêter les écoulements 146
3.3.3 Dévier localement les écoulements 148
3.3.4 Modifier la trajectoire des écoulements 150
3.3.5 Freiner localement les écoulements 152
3.3.6 Forcer le déclenchement des écoulements 154
3.3.7 Contraindre la trajectoire : contenir les écoulements 155
3.3.8 Renforcer les équipements 157
3.4 Mesures réglementaires 158

4 Introduction à la théorie des valeurs extrêmes 161
4.1 Statistique des séries temporelles 162
4.1.1 Loi de valeurs extrêmes (Gumbel, Fréchet, Weibull) 163
4.1.2 Période de retour 166
4.2 Ajustement de lois 168
4.2.1 Principe de l'estimation † 169
4.2.2 Échantillon indépendant et identiquement distribué 171
4.2.3 Détermination de la forme d'une loi 173
4.2.4 Méthode des moments 177
4.2.5 Maximum de vraisemblance 180

4.2.6 Inférence bayésienne 183
4.2.7 Intervalles de confiance et de crédibilité 185
4.3 Maxima sur des blocs de valeurs 193
4.3.1 Problématique 193
4.3.2 Méthode des maxima annuels 196
4.3.3 Méthode des maxima mensuels 196
4.4 Modèles à seuil 198
4.4.1 Modèle à seuil ; méthode du renouvellement 198
4.4.2 Loi généralisée de Pareto 202
4.5 Algorithmes de Metropolis et simulations de Monte Carlo 206
4.5.1 Principe des simulations stochastiques (Monte Carlo) 206
4.5.2 Algorithme de Metropolis–Hastings 208
4.6 Intervalle de confiance des quantiles 209
4.6.1 Problématique 209
4.6.2 Approximation par développement de Taylor 210
4.6.3 Approximation par inférence bayésienne 213

5 Crues liquides et inondations 217
5.1 Quelques rappels d'hydrologie 217
5.1.1 Définitions 217
5.1.2 Effet de l'altitude 222
5.2 Quelques formules utiles 229
5.2.1 Loi de Montana 229
5.2.2 Temps de concentration 230
5.2.3 Durée spécifique 233
5.2.4 Temps de montée 234
5.3 Origine des crues 235
5.4 Méthodes par corrélation statistique 239
5.4.1 Méthode Crupédix 239
5.4.2 Courbe enveloppe 240
5.5 Méthodes statistiques de type gradex 240
5.5.1 Méthode du gradex 240
5.5.2 Méthode QdF 243
5.6 Méthodes de transformation pluie-débit 249
5.6.1 Méthode rationnelle 251
5.6.2 Méthode SCS 251
5.6.3 Méthode Socose 254
5.6.4 Méthode de Zeller 259
5.6.5 Modèle réservoir GR4 264
5.6.6 Modèle réservoir GR4J 269
5.6.7 Méthode Shypre 275
5.6.8 Prise en compte de la fonte nivale 281

A Annexe A : probabilités **287**
A.1 Qu'est ce qu'une probabilité ? . . . 287
A.1.1 Introduction du concept « probabilité » . . . 287
A.1.2 Les règles de base du calcul des probabilités . . . 288
A.1.3 Loi de probabilité . . . 294
A.1.4 Changement de variable . . . 296
A.1.5 Moyenne, variance, moments . . . 296
A.2 Quelques lois de probabilité usuelles . . . 298
A.2.1 Loi de Bernoulli et lois dérivées . . . 299
A.2.2 Loi de Poisson . . . 300
A.2.3 Loi uniforme . . . 300
A.2.4 Loi exponentielle . . . 300
A.2.5 Loi de Laplace-Gauss (ou loi normale) . . . 301
A.2.6 Loi du χ^2_k . . . 302
A.2.7 Loi de Student . . . 303
A.2.8 Loi gamma . . . 304
A.2.9 Loi bêta . . . 304
A.3 Quelques théorèmes importants . . . 305
A.3.1 Inégalité de Markov . . . 305
A.3.2 Inégalité de Chebyshev . . . 306
A.3.3 Loi faible des grands nombres . . . 306
A.3.4 Théorème de la limite centrale . . . 307
A.4 Quelques définitions autour de la notion de série temporelle . . . 308
A.4.1 Série déterministe ou aléatoire . . . 308
A.4.2 Corrélation † . . . 309
A.4.3 Densité de probabilité ; chaîne de Markov † . . . 310
A.5 Histogramme : échantillon de petite taille † . . . 310
A.6 Tests statistiques d'ajustement . . . 312
A.6.1 Test du χ^2 . . . 313
A.6.2 Test de Kolmogorov–Smirnov † . . . 314
A.7 Génération de nombres aléatoires . . . 314
A.7.1 Inversion directe . . . 314
A.7.2 Méthode d'acceptation/rejet . . . 314
A.8 Méthodes stochastiques . . . 315
A.8.1 Exemple : intégration d'une fonction . . . 316

B Annexe B : quelques demonstrations du cours **321**
B.1 Normalité de l'estimateur $\hat{\theta}$ . . . 321
B.2 Approximation de l'information attendue par une une loi du χ^2 . . . 324

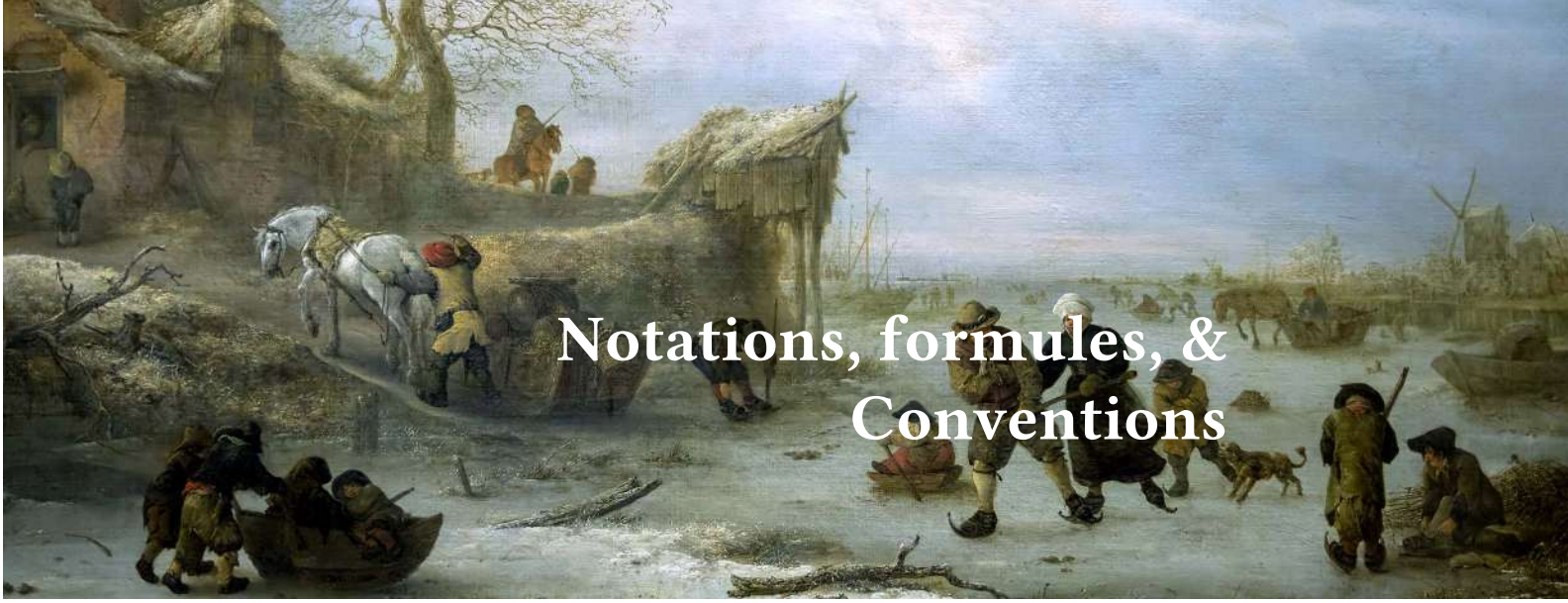
Bibliographie **335**

Bibliographie **335**

Avant-propos

L'objet de ce cours est de fournir une vision moderne de la gestion du risque hydrologique (crue, inondation, avalanche) pour l'ingénieur en sciences environnementales. Outre la nécessaire compréhension des phénomènes naturels impliqués dans les risques hydrologiques, l'ingénieur doit posséder des outils de calcul qui lui permettent de déterminer ce qui peut se produire, c'est-à-dire à la fois l'intensité des phénomènes dommageables et leur probabilité d'occurrence. Il doit également être en mesure d'aider les preneurs de décision dans l'élaboration des politiques publiques d'occupation des sols et de prévention des risques ainsi que dans la réalisation d'ouvrages de protection adaptés à limiter le risque sur un enjeu donné.

Ces outils de calculs sont de deux natures. D'une part, il faut une solide base statistique pour permettre de déterminer ce qui peut potentiellement se produire (comme phénomènes dommageables) à partir d'une connaissance des phénomènes présents et passés. Dans le cadre de ce cours, on s'appuiera principalement sur la théorie des valeurs extrêmes pour proposer une approche statistique rigoureuse. D'autre part, il faut disposer d'outils de calcul déterministes (calcul d'onde crue par exemple) pour déterminer le comportement d'un processus en particulier. Nous présenterons ici quelques outils simples de calcul.



Notations, formules, & Conventions

Les notations et formules suivantes sont utilisées :

- Vecteurs et matrices sont notés en gras.
- Les variables sont italiques.
- Les fonctions et opérateurs sont en caractères romans.
- Les algorithmes sont écrits en caractères sans sérif.
- Pour désigner les densités de probabilité, j'emploie des polices stylisées :
  - $\mathcal{N}$ pour la loi de Laplace-Gauss ou loi normale (voir § A.2.5);
  - $\mathcal{N}_d$ pour sa variante à d dimensions (voir § A.2.5) ;
  - χ^2_k pour la loi du « chi-deux » à k degrés de liberté (voir § A.2.6) ;
  - $\mathcal{E}xp$ pour la loi exponentielle (voir § A.2.4) ;
  - $\mathcal{P}$ pour la loi de Poisson (voir § A.2.2) ;
  - $\mathcal{B}$ pour la loi binômiale (voir § A.2.1) ;
  - $\mathcal{N}eg$ pour la loi binômiale négative (voir § A.2.1) ;
  - $\mathcal{W}e$ pour la loi de Weibull (voir § 4.1.1) ;
  - $\mathcal{G}u$ pour la loi de Gumbel (voir § 4.1.1) ;
  - $\mathcal{F}r$ pour la loi de Fréchet (voir § 4.1.1) ;
  - $\mathcal{P}a$ pour la loi de Pareto (voir § 4.4.2) ;
  - $\mathcal{U}$ pour la loi uniforme (voir § A.2.3).
- Le symbole $\sim$ ou $\leftarrow$ signifie « tiré selon la loi ».
- Le symbole $\propto$ signifie « proportionnel(le) à ».
- L'indice ^{T} après un vecteur signifie le transposé de ce vecteur.
- J'utilise $\mathbf{1}$ pour désigner le vecteur unité.
- Le symbole ♣ indique le début d'un exemple. Le symbole ☡ est employé pour attirer l'attention sur un point difficile. Le symbole ♦ sert à repérer un théorème

tandis que le symbole $\Diamond$ est employé pour les définitions. Le symbole ▶ renvoie à des compléments en annexe. Le symbole $\square$ indique la fin d'un exemple ou d'une démonstration.

- Le symbole $\mathbb{E}$ désigne la moyenne (espérance ou moment d'ordre 1) d'une distribution ou d'un échantillon. Le symbole Var représente la variance, Cov la covariance.
- Pour les opérations différentielles, la notation abrégée $\partial_x f$ signifie $\partial f / \partial x$.
- Les notions difficiles, non nécessaires à la compréhension du cours, mais indispensables pour quelqu'un qui voudrait avoir une bonne maîtrise du contenu du cours, sont signalées à l'aide du symbole †.
- En général, les variables aléatoires sont en lettres capitales tandis que les valeurs particulières qu'elles peuvent prendre sont en minuscules. Ainsi X désigne une variable aléatoire et $X = x$ est une réalisation particulière.

Pour aller plus loin

Ressources

Pour le langage R :

- voir la page du CRAN pour une liste des différents paquets pour le traitement des valeurs extrêmes dans le cadre de la théorie des valeurs extrêmes abordée au chap. 4 ;
- voir la page github pour les modèles réservoir de type GR présentés au chap. 5

R est spécifiquement dédié aux calculs statistiques, et c'est donc le langage où l'on trouvera le plus d'outils pour l'hydrologie statistique. Il existe aussi des environnements spécifiques pour les calculs statistiques et l'inférence bayesienne tels que Stan et JAGS. Il existe également des interfaces R (RStan) et Python (PyStan) pour Stan.

En Python, on a un nombre croissant de modules, dont :

- pyextremes : calage d'une loi de valeurs extrêmes par la méthode du maximum de vraisemblance (voir chap. 4) ;
- pymc : module assez complet permettant de faire des simulations de Monte Carlo pour l'inférence bayesienne.

Les États européens se sont engagés à fournir l'accès libre aux données topographiques, hydrologiques et hydrauliques. C'est le cas déjà de la France :

- Données topographiques : Géoservices
- Données hydrométriques :
  - Mesures *in situ* : Hydro Portail
  - Estimations sur des bassins non jaugés : Shyreg débit
- Données météorologiques :
  - Mesures *in situ* : Météo France

  - Estimations sur des bassins non jaugés : Shyreg pluie
  - Projections climatiques : https://www.drias-climat.fr/Drias les futurs du climat

Je fournis des cahiers Jupyter pour le traitement des données de Météo-France sur ma page github.

Pour l'Union Européenne, le portail Copernicus regroupe un ensemble de données météorologiques et climatiques pour l'Europe, avec à la fois des données reconstituées et des projections climatiques.

Pour la Suisse, il faudra attendre jusqu'au 1er avril 2025 (voir la page de Météo Suisse).

Ouvrages conseillés

- Météorologie et climat
  - Thillet, J.-J., et D. Schueller, *Petit manuel de météo montagne*, Glénat, Grenoble, 2009. Comme son nom l'indique il s'agit d'un livre consacré à la météorologie dans les zones montagnes, avec un accent mis sur les Alpes françaises. Son principal auteur est Jean-Jacques Thillet, un ancien de Météo-France et un des grands pionniers de la prévision météorologique en montagne.
  - Corboz, Y., Météorologie : *100 expériences pour comprendre les phénomènes météo*, Belin, Paris, 2008.
  - Séchet, G., *Y'a plus de saison*, Aubanel, Genève, 2008.
  - Leroy Ladurie, E., *Abrégé d'histoire du climat : du Moyen Âge à nos jours*, Fayard, Paris, 2007.
- Histoire et catastrophes
  - Walter, F., Catastrophes : *une histoire culturelle XVIe siècle–XXIe siècle*, Seuil, Paris, 2008.
  - Walter, F., B. Fantini, and P. Delvaux, Les cultures du risque : (XVIe siècle–XXIe siècle), Presses d'Histoire Suisse, Genève, 2006.
  - Favier, R., *Les pouvoirs publics face aux risques naturels dans l'histoire*, Publications de la MSH-Alpes, Grenoble, 2002.
  - Granet-Abisset, A.-M., and G. Brugnot, *Avalanches et risques. Regards croisés d'ingénieurs et d'historiens*, CNRS MSH Alpes, Grenoble, 2002.
  - Gros, F., *Le principe Sécurité*, Gallimard, Paris, 2012.
- Statistique et théorie des valeurs extrêmes
  - Coles, S. G., *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, London, 2001.
  - Davison, A. C., *Statistical Models*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

  - Reiss, R.-D., and M. Thomas, *Statistical Analysis of Extreme Values*, Birkehaüser, Basel, 2001.
  - Teegavarapu, R.S.V., *Floods in a Chaning Climate: Extreme precipitations*, Cambridge University Press, Cambridge, 2012.
- Approche bayesienne et ingénierie
  - Bernier, J., E. Parent, et J.-J. Boreux, *Statistique pour l'environnement : traitement bayésien de l'incertitude*, 363 pp., Tec & Doc, Paris, 2000.
  - Parent, E., and J. Bernier, Bayesian POT modeling for historical data, *Journal of Hydrology*, 274, 95–108, 2003.
  - Parent, E., and J. Bernier, *Le raisonnement bayesien: modélisation et inférence*, Springer, Paris, 2007.
- Gestion des crues et statistique des débits
  - Meylan, P., A.-C. Favre, et A. Musy, *Hydrologie fréquentielle*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2008.
  - Lang, M., et J. Lavabre (coord.), *Estimation de la crue centennale pour les plans de prévention des risques d'inondation*, Editions Quae, Versailles, 2007.
  - Roche, P.-A., J. Miquel, and E. Gaume, *Hydrologie quantitative : Processus, modèles et aide à la décision*, Springer Verlag France, Paris, 2012.
  - Beven, K., *Environmental Modelling: An Uncertain Future*, Routledge (Taylor & Francis), Oxon, 2009
- Hydrologie physique
  - Musy, A., and C. Higy, *Hydrologie 1. Une science de la nature*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2004.
  - Hingray, B., B. Picouet, et A. Musy, *Hydrologie 2 : une science pour l'ingénieur*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2009.
  - Brutsaert, W., *Hydrology: An Introduction*, 605 pp., Cambridge University Press, Cambridge, 2005.

CHAPITRE 1

Aménagement du territoire et risques

L'OBJET DE CE CHAPITRE est de camper le décor du cours avec d'une part le rappel des objectifs poursuivis en aménagement du territoire et, d'autre part, une introduction à la gestion des risques dans nos sociétés. Nous aborderons la délicate question de la définition du risque et de sa mesure. Comme l'a montré le sociologue allemande Ulrich Beck, les sociétés occidentales sont désormais des « sociétés du risque », où le risque fait partie intégrante de leur fonctionnement, où prévenir, anticiper, et gérer le risque font désormais partie des politiques publiques. Dans le même temps, nos sociétés aiment rationaliser et normaliser (transformer en normes). Le risque n'échappe pas à cette tendance lourde et on le verra à travers plusieurs analyses appuyées d'exemples que les risques génèrent des controverses profondes. Ce ne sont pas seulement les mesures de prévention qui font l'objet de critiques, mais également les approches et la concertation entre acteurs.

1.1 Aménagement du territoire

1.1.1 Définition et principes

Par « aménagement du territoire », on entend la gestion et la planification de l'utilisation du territoire national. Une bonne gestion implique que les surfaces soient aménagées en respectant un certain nombre de principes, au premier rang desquels on trouve naturellement le développement économique, la réponse aux besoins des populations locales, et la préservation des ressources naturelles. La notion d'aménagement du territoire a des dimensions :

- politiques (qui fixent les grandes orientations du développement national),
- juridiques (qui encadrent le développement du territoire),

- administratives (qui mettent en œuvre les instruments de contrôle, décision, etc.),
- techniques (qui fournissent les outils pour les ingénieurs, architectes, etc.).

Volet politique

Pour la Suisse, le but poursuivi dans la politique nationale d'aménagement du territoire est rappelé dans l'article liminaire de la loi fédérale sur l'aménagement du territoire du 22 juin 1979 (LAT, RS 700). Voici ce que dit l'article premier :

> « La Confédération, les cantons et les communes veillent à assurer une utilisation mesurée du sol. Ils coordonnent celles de leurs activités qui ont des effets sur l'organisation du territoire et ils s'emploient à réaliser une occupation du territoire propre à garantir un développement harmonieux de l'ensemble du pays. Dans l'accomplissement de leurs tâches, ils tiennent compte des données naturelles ainsi que des besoins de la population et de l'économie.
>
> « Ils soutiennent par des mesures d'aménagement les efforts qui sont entrepris notamment aux fins :
>
> a. de protéger les bases naturelles de la vie, telles que le sol, l'air, l'eau, la forêt et le paysage ;
> b. de créer et de maintenir un milieu bâti harmonieusement aménagé et favorable à l'habitat et à l'exercice des activités économiques ;
> c. de favoriser la vie sociale, économique et culturelle des diverses régions du pays et de promouvoir une décentralisation judicieuse de l'urbanisation et de l'économie ;
> d. de garantir des sources d'approvisionnement suffisantes dans le pays ;
> e. d'assurer la défense générale du pays.»

Les grandes orientations de la politique suisse en matière d'aménagement du territoire se retrouvent dans la plupart des pays occidentaux, avec toutefois des nuances que l'on retrouve déjà dans le nom même donné à cette thématique : les anglo-saxons parlent de « land-use planning » (ou « spatial planning ») tandis que les germanophones emploient le terme « Raumplanung ». Les grands principes sont les suivants :

- développement raisonné de l'agriculture ;
- préservation du paysage, des forêts, et des sites naturels ;
- contrôle de l'urbanisation (concentration des équipements et habitations) par une juste répartition sur le territoire ;
- garantie de circulation des biens et des personnes (développement d'un réseau de transport) et garantie d'accès aux grands équipements et infrastructures (écoles, centres de loisir, services publics) ;

- dialogue avec les populations concernées ;
- compensation et indemnisation, assurances en cas de catastrophe.

Volet juridique

Plusieurs lois ont transcrit en termes juridiques les grandes orientations souhaitées pour l'aménagement du territoire en Suisse :

- la *loi fédérale sur l'aménagement du territoire* (LAT, RS 700) du 22 juin 1979 fixe les grandes lignes de la politique fédérale en Suisse et donne un cadre général d'organisation. Dans un état fédéral comme la Suisse, il y a une séparation nette entre d'une part la Confédération, qui fixe les orientations et dispose d'un pouvoir d'approbation (art. 11), et les cantons, qui disposent *de facto* du pouvoir de décision : « les cantons règlent la compétence et la procédure » (art. 25). Chaque canton bénéficie donc d'une grande marge de manœuvre dans l'application des directives fédérales et de leur transcription dans le droit cantonal. Outre ses prérogatives en matière de permis de construire, le canton a en charge l'élaboration du « plan directeur », qui dresse à la fois une planification et un outil de coordination des moyens à mettre œuvre dans l'aménagement au niveau cantonal. Le canton est également responsable de la cartographie des dangers naturels et des risques sur son territoire. À noter qu'à l'échelle communale, le zonage et les prescriptions de construction sont consignés dans un document appelé « plan d'affectation » (art. 14). Sites naturels, zones urbanisées, et terres agricoles sont concernés ;
- plusieurs lois, dont la *loi fédérale sur l'aménagement des cours d'eau* (RS 721.00) du 21 juin 1991 et la *loi fédérale sur les forêts* (LFo, RS 921.0) du 4 octobre 1991, fournissent des instruments de gestion du territoire, avec notamment :
  - des mesures d'encouragement et d'accompagnement de la Confédération (subvention pour la construction d'ouvrages de protection, les forêts de protection),
  - des outils de gestion comme les cartes de danger,
  - la collecte de données utiles à la prévision des phénomènes (données hydrologiques),
  - la rédaction de directives techniques,
  - les dispositions légales relatives à l'expropriation,
  - les droits et devoirs respectifs de la Confédération et des cantons.

Pour plus d'information sur le cadre juridique, on consultera le guide « Cadre juridique des cartes de dangers » disponible sur le site Planat (Lüthi, 2004).

Volet administratif

Les instances fédérales et cantonales en charge de l'aménagement du territoire se voient attribuer trois grandes missions :

- l'*identification des dangers* : il faut cartographier les zones soumises à des dangers naturels (cartes de danger) et recenser les événements naturels dommageables (cadastre des événements). Pour chaque danger identifié sur un périmètre donné, il faut déterminer le potentiel de dommages en cas d'événement ;
- la *gestion du risque* : il faut planifier correctement l'usage du sol en fonction des dangers. Lorsqu'il n'est pas possible d'écarter un danger, il convient de prévoir une protection des biens et des personnes. Le niveau de protection dépend de l'enjeu. On considère que des zones habitées constituent un enjeu plus important que des terrains agricoles. La définition des « objectifs de protection » vise à catégoriser les enjeux en fonction de leur importance afin que l'on puisse adapter le niveau de protection ;
- le *contrôle* : tout équipement (habitation, équipement, voie d'accès, etc.) doit faire l'objet d'une autorisation avant sa construction. Cette autorisation et les éventuelles prescriptions qui l'accompagnent sont délivrées au terme d'une instruction du dossier de permis de construire sur la base du plan d'affectation communal. Certains ouvrages nécessitent des contrôles techniques réguliers pour s'assurer de leur bon fonctionnement.

Pour plus d'information sur la prise en compte des dangers naturels dans les plans d'aménagement, on consultera les recommandations « Aménagement du territoire et dangers naturels » disponibles sur le site de l'office fédéral du développement territorial.

Volet technique

Le volet technique comprend une multitude d'actions et d'acteurs :

- études socio-économiques pour évaluer l'intérêt et les besoins en équipements, les lieux à développer, les flux de biens et de personnes ;
- collectes d'informations : données météorologiques, démographie, tourisme, trafic de passagers ou de marchandises, échanges économiques, dispositifs d'alerte, etc. ;
- conception des infrastructures : routes, grands équipements (écoles, administrations, stades, aéroports, ports, etc.) ;
- planification et cartographie : schéma directeur d'aménagement sur le moyen et long termes, plan cadastral, carte de danger, etc.

Dans le cadre de ce cours, nous nous intéresserons plus particulièrement aux dangers naturels qu'il faut prendre en compte dans l'aménagement du territoire, et plus

particulièrement à la gestion des risques hydrologiques : l'accent est plus particulièrement mis sur les dangers hydrologiques tels qu'on peut les rencontrer en zones de montagne et piémont.

1.1.2 Comparaison avec la France

Aperçu historique

Si la France suit une politique d'aménagement de son territoire dont les grandes lignes sont similaires à celles de la Suisse, l'histoire, l'organisation, et la mise en œuvre sont différentes. Contrairement à la Suisse, la France est un pays très centralisé, où le cœur de la nation est Paris. Cette situation est le fruit d'une longue tradition centralisatrice naissant tout d'abord avec les monarques (en lutte contre leurs grands vassaux) au Moyen Âge, par la suite affirmée par les monarques absolus (le roi s'identifiant à la nation), et confirmée par les jacobins sous la Révolution (le centralisme étant alors le garant du maintien de la République).

Paris et sa region ont donc attiré une grande partie de la population et des infrastructures du pays. Dès les années 1950, l'État a tenté de lutter contre cet effet centripète en cherchant un meilleur équilibre dans la distribution des populations, des moyens économiques, et des infrastructures. En 1950, le ministre de la Reconstruction et de l'Urbanisme Eugène Claudius-Petit définit les grandes lignes de la politique française d'aménagement du territoire dans le rapport « Pour un plan national d'aménagement du territoire » :

> « L'aménagement du territoire, c'est la recherche dans le cadre géographique de la France d'une meilleure répartition des hommes en fonction des ressources naturelles et de l'activité économique. »

En 1963, cette volonté de l'État de prendre en main de façon plus active le développement territorial a débouché sur la création d'une agence spécialisée : la *Délégation interministérielle à l'aménagement du territoire et à l'attractivité régionale* (DATAR). Pendant plusieurs décennies, l'aménagement du territoire a été une mission partagée entre plusieurs ministères (Équipement, Environnement ou Écologie, Urbanisme, Industrie) au gré des gouvernements, puis très récemment (2009), le gouvernement Fillon a créé un « ministère de l'espace rural et de l'aménagement du territoire ». Les missions d'aménagement du territoire sont, cependant, toujours partagées par plusieurs ministères, dont celui en charge de l'Écologie pour tout ce qui touche à la prévention des risques.

Rôle central de l'État

Au cours des années 1990, la France a entamé une politique de décentralisation pour redonner plus de latitude aux régions et aux collectivités locales dans l'organisation

socio-économique de leur espace. L'État a toutefois rappelé son rôle prépondérant à travers deux textes de loi : la loi n° 95-115 du 4 février 1995 dite « orientation pour l'aménagement et le développement du territoire », qui a été amendée par la loi Voynet n° 99-533 du 25 juin 1999 dite « orientation pour l'aménagement et le développement durable du territoire ». L'article premier de la loi Voynet affirme le principe suivant :

> « La politique nationale d'aménagement et de développement durable du territoire concourt à l'unité de la nation, aux solidarités entre citoyens et à l'intégration des populations.(...) Déterminée au niveau national par l'État, après consultation des partenaires intéressés, des régions ainsi que des départements, elle participe, dans le respect du principe de subsidiarité [1], à la construction de l'Union européenne et est conduite par l'État et par les collectivités territoriales dans le respect des principes de la décentralisation. Elle renforce la coopération entre l'État, les collectivités territoriales, les organismes publics et les acteurs économiques et sociaux du développement. »

Les missions de la politique d'aménagement du territoire sont données à l'article 2 de la loi Voynet :

> « La politique d'aménagement et de développement durable du territoire repose sur les choix stratégiques suivants :
>
> «– le renforcement de pôles de développement à vocation européenne et internationale, susceptibles d'offrir des alternatives à la région parisienne ;
>
> «– le développement local, organisé dans le cadre des bassins d'emploi et fondé sur la complémentarité et la solidarité des territoires ruraux et urbains. Il favorise au sein de pays présentant une cohésion géographique, historique, culturelle, économique et sociale la mise en valeur des potentialités du territoire en s'appuyant sur une forte coopération intercommunale et sur l'initiative et la participation des acteurs locaux ;
>
> «– l'organisation d'agglomérations favorisant leur développement économique, l'intégration des populations, la solidarité dans la répartition des activités, des services et de la fiscalité locale ainsi que la gestion maîtrisée de l'espace ;
>
> «– le soutien des territoires en difficulté, notamment les territoires ruraux en déclin, certains territoires de montagne, les territoires urbains déstructurés ou très dégradés cumulant des handicaps écono-

1. Le principe de subsidiarité est un principe d'organisation politique qui vise à confier la responsabilité d'une action publique à l'autorité (publique) du niveau le plus faible, autorité qui soit en mesure de résoudre par elle-même les problèmes qui se posent. L'autorité supérieure n'intervient que si l'échelon inférieur n'est pas capable de résoudre tous les problèmes (principe de suppléance).

> miques et sociaux, certaines zones littorales, les zones en reconversion, les régions insulaires et les départements d'outre-mer-régions ultrapériphériques françaises et des pays mentionnés à l'article 22.»

Il n'existe pas de cadre légal unique qui définisse les missions, les tâches, les responsabilités des différents acteurs de l'aménagement du territoire. Pour la partie qui nous intéresse ici, la gestion des risques, il existe un principe général, qui est celui de la responsabilité de l'État, affirmé par exemple dans la circulaire du Ministère de l'Équipement du 17 décembre 1987 (voir aussi article 40 de la loi n° 87-565 du 22 juillet 1987) :

> « Il revient à l'État d'afficher le risque. En effet l'usager d'un service public ou le client d'une installation commerciale peut prétendre au même niveau de sécurité sur tout le territoire »

ou bien dans la circulaire du 20 juin 1988

> « L'État doit afficher les risques en déterminant leurs localisations et leurs caractéristiques et en veillant à ce que les divers intervenants les prennent en compte dans leurs actions. »

S'il revient à l'État de « dire le risque », il n'est en revanche pas responsable de la mise en sécurité :

> « Lorsque l'aménageur, collectivité publique ou investisseur privé, décide d'équiper une zone à risques moyennant des protections, la mise au point d'un projet lui appartient »

(circulaire du Ministère de l'Équipement du 17 décembre 1987), un principe qui date du Code civil napoléonien (article 33 de la loi du 16 septembre 1807 sur la responsabilité pécuniaire des riverains et propriétaires).

Les services de l'État dispose d'une multitude de textes réglementaires pour afficher le risque et autoriser/réglementer/interdire la construction selon le niveau de risque. Initialement, ces textes étaient contenus dans le Code civil et le Code de l'urbanisme, par exemple à travers l'article R111-2

> « Le permis de construire peut être refusé ou n'être accordé que sous réserve de l'observation de prescriptions spéciales si les constructions, par leur situation ou leurs dimensions, sont de nature à porter atteinte à la salubrité ou à la sécurité publique. Il en est de même si les constructions projetées, par leur implantation à proximité d'autres installations, leurs caractéristiques ou leur situation, sont de nature à porter atteinte à la salubrité ou à la sécurité publique. »

Deux lois sont venues compléter les bases légales existantes : la loi n° 85-30 du 9 janvier 1985 dite « Montagne » et surtout la loi n° 95-101 du 2 février 1995 relative à la protection de l'environnement. Cette dernière loi a notamment créé les « plans de prévention

des risques naturels prévisibles » (PPR) en remplacement des « plans d'exposition aux risques » (PER) (MATE, 1997).

1.2 Enjeux de l'aménagement du territoire en Suisse

Les politiques d'aménagement du territoire se mesurent sur le long terme, et de ce fait il est difficile de les évaluer et de les corriger. Elles nécessitent une anticipation de l'évolution de la société. Quels sont les enjeux de l'aménagement du territoire pour un pays comme la Suisse ?

Le premier enjeu est d'accueillir la population et de permettre les moyens de subsistance. La Suisse est le huitième pays le plus peuplé d'Europe avec une densité de 199 hab/km^2 (voir figure 1.1a) ; la densité moyenne sur le continent européen est de 32 hab/km^2, elle atteint 117 hab/km^2 pour l'Union Européenne. Comme les zones montagneuses représentent 63 % du territoire helvétique, la densité effective est plus importante que ce que la valeur moyenne n'indique. Les projections démographiques montrent que la population suisse devrait continuer à fortement croître dans les prochaines années : les démographes prévoient une croissance de 22 % entre 2020 et 2050 alors que pour l'Union Européenne (voir figure 1.1b), ils prévoient un accroissement de 4 % pour l'Union Européenne, avec plusieurs pays en décroissance. Hormis la France, tous les pays limitrophes de la Suisse devraient voir leur population diminuer (c'est le cas de l'Allemagne en dépit de l'accueil de 1,3 millions de réfugiés). L'augmentation de la population suisse tient plus à l'immigration (donc à l'attrait de la Suisse) qu'à sa natalité. Le taux de fécondité est ainsi en constante diminution en Suisse, avec un taux actuel de 1,55 enfants par femme contre 2,08 enfant/femme pour la France et 1,44 enfant/femme pour l'Allemagne. Le problème démographique de la Suisse est au cœur des débats actuels sur le « mitage du territoire » et la régulation des flux migratoires.

Le second enjeu est de permettre le développement d'une activité économique et de la qualité de vie tout en préservant le milieu naturel dans sa diversité et son étendue. La Suisse fait partie des pays les plus riches du monde, avec un produit intérieur brut (PIB) par habitant de 81 200 $. Elle occupe la quatrième position derrière le Luxembourg, la Norvège, et le Qatar. Ces deux derniers devant la richesse nationale à leur sous-sol, on mesure la performance de l'économie Suisse. Il y a presque un paradoxe à la situation économique de la Suisse, qui doit contrebalancer de nombreux obstacles :

- éloignement de la mer ;
- pauvreté en ressources (minerais, agriculture) ;
- relief du pays, rendant le transport plus difficile et plus lent.

Selon les critères actuels de l'ONU, la Suisse de 1780 serait classée parmi les pays du Tiers Monde. En dépit de cela, la Suisse est l'un des pays les plus riches et celui qui investit le plus à l'étranger (par habitant). Elle a bénéficié d'un développement indus-

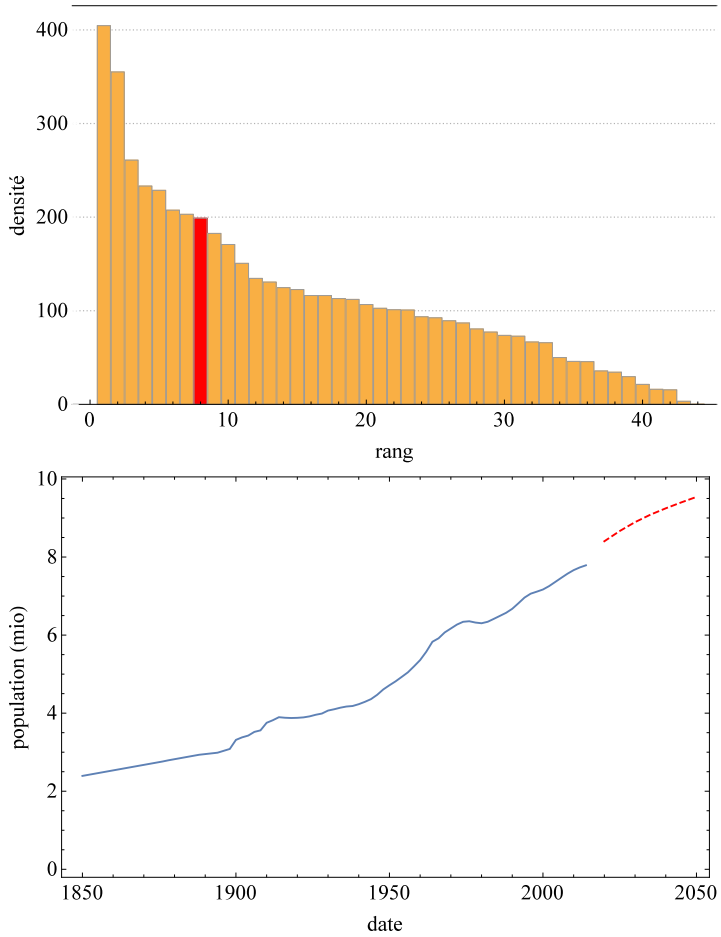


Figure 1.1 – (a) Densité de la population dans les pays européens (la Suisse est indiquée en rouge). (b) Évolution de la population en Suisse depuis 1850 et projection à l'horizon 2050.

triel précoce. Vers 1830, la Suisse était le second pays le plus industrialisé (ramené à sa population), derrière l'Angleterre et devant la Belgique, et loin devant les grands pays continentaux que sont la France et les territoires allemands. Selon l'historien Jean-François Bergier, il y a plusieurs explications à ce miracle économique (Bairoch, 1997; Walter, 2016) :

- la précocité de l'emploi du coton dans l'industrie textile (alors que les autres pays ont misé sur la sidérurgie) ;
- la disponibilité d'une main d'œuvre rurale à niveau d'éducation élevé ;
- la disponibilités de capitaux ;
- la nécessité d'exporter des produits manufacturés pour payer les importations agricoles.

L'économie suisse s'est diversifiée : industrie du luxe (textile, horlogerie), machines de précisions, électricité, tourisme. Elle a massivement investi ses capitaux à l'étranger et a implanté des succursales à l'étranger (ce sont les premières multinationales), notamment en Italie. Dès 1870, la Suisse passe de terre d'émigration à terre d'immigration.

Le taux d'étrangers est de 29 % (contre 12 % pour l'UE) en 2015. Par exemple, la Suisse a accueilli les huguenots français chassés après la révocation de l'édit de Nantes par Louis XIV en 1685, le plus souvent des bourgeois et des artisans aisés qui jouèrent un rôle-clé dans la transition économique de la Suisse du XVIIIe siècle. La Suisse a aussi accueilli des entrepreneurs tels que Henri Nestlé (venant d'Allemagne) créateur de la multinationale éponyme (deuxième plus grande entreprise suisse) ou plus récemment Marc Rich (homme d'affaires américain qui a créé Glencore, la plus importante entreprise suisse). En termes de richesse produite, elle occupait la huitième place mondiale en 1830 (en termes de PIB par habitant). En 1913, elle était à la troisième place.

Si la Suisse est un pays très riche, elle est un mauvais élève sur le plan écologique, se plaçant en vingtième position en termes d'empreinte écologique (voir figure 1.2). En novembre 2015, une émission de la RTS résumait la situation : « Si tous les êtres humains vivaient comme un Suisse moyen, ce ne sont pas les ressources d'une, mais de presque trois Terres qui seraient nécessaires pour subvenir à leurs besoins. » Quoique le comportement des individus ne soit pas du ressort des politiques d'aménagement du territoire, la préservation du patrimoine naturel est un point essentiel de ces politiques.

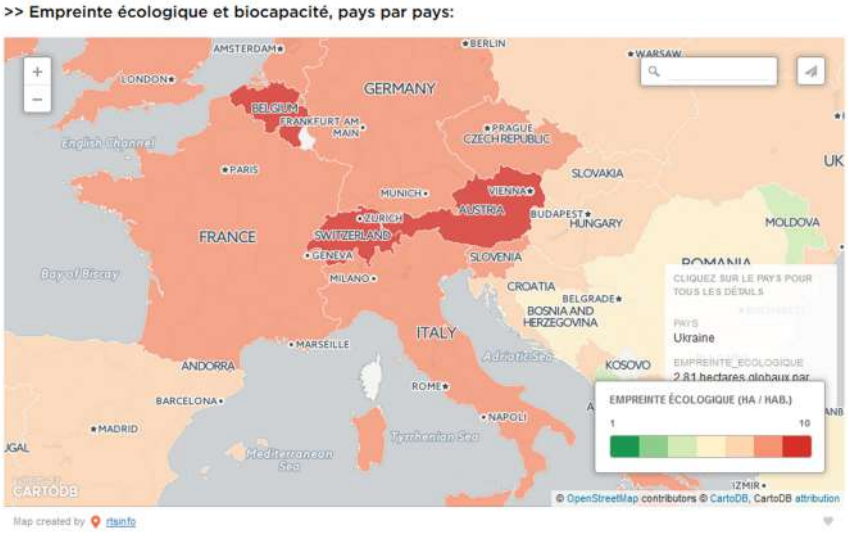


Figure 1.2 – Empreinte écologique des pays européens dont la Suisse. Source : RTS.

Le troisième enjeu est d'assurer une protection efficace contre les dangers naturels (crues, séismes, etc.). Parmi les catastrophes qui ont touché la Suisse depuis 30 ans, il faut indiquer que

- toutes sont d'origine naturelle ;
- la distribution de probabilité des coûts induits par ces catastrophes suit une loi puissance $P \propto d^{-3/4}$ comme le montrent les figures 1.3 ;

– en conséquence, il n'est pas possible de détermine un coût moyen d'une catastrophe, ce qui est un défi majeur pour les compagnies d'assurances et de réassurance.

L'événement le plus coûteux été constitué par les inondations de 2009 (avec 2,1 milliards de francs, soit 3 % du budget de la confédération). Des événements dépassant les 10 milliards de dommage sont certains sur le siècle à venir. La compilation des données des assurances cantonales (voir 1.4) montre également un accroissement du coût des dommages induits par les dangers naturels. Le volet « danger naturel » des politiques d'aménagement du territoire est donc un point essentiel pour assurer la pérennité économique du pays. En Suisse, seuls les risques industriel (effondrement de la capacité de production et transport d'électricité, appelé encore *blackout*) et sanitaire (pandémie) ont été identifiés comme plus significatifs en termes de dommages si on prend le siècle comme échelle de temps (voir figure 1.5) (Hohl & Brem, 2015). La Revue Militaire Suisse avait consacré un numéro en 2018 sur les conséquences d'un blackout en Suisse ; si la panne du réseau électrique ne pouvait être rapidement résolue, il y aurait un effet domino conduisant à une situation de chaos et des émeutes dans le pays (Chambaz, 2018).

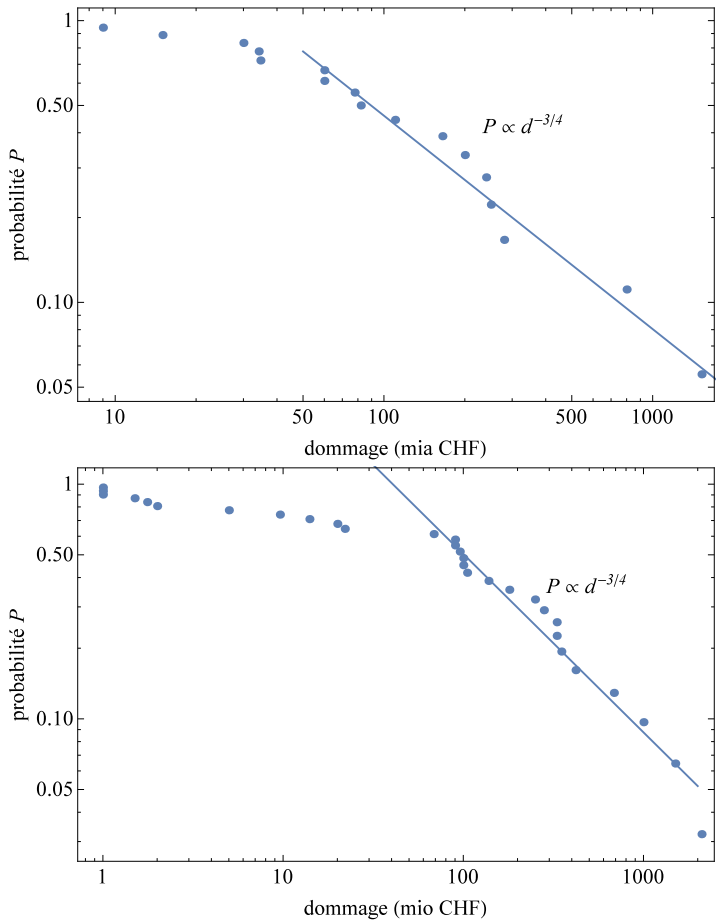


Figure 1.3 – (a) Coût aux assurances et (b) Coût total des dommages. Source : EMDAT.

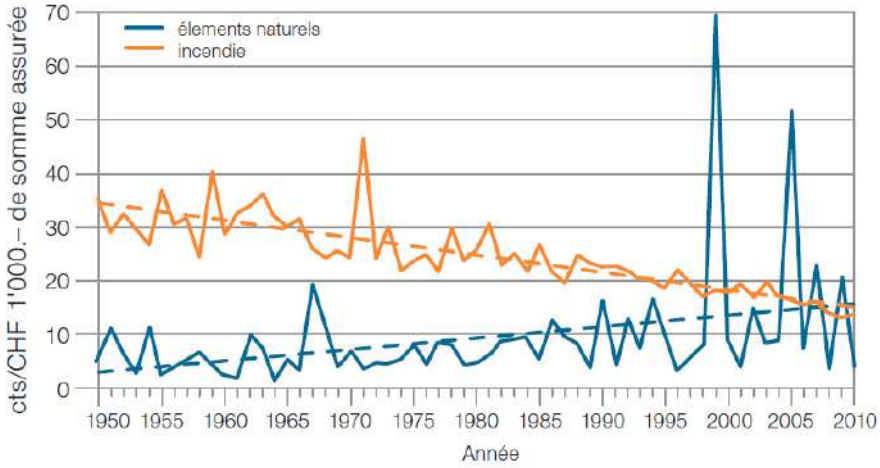


Figure 1.4 – Évolution du coût des dommages assurés par les assurances cantonales. Source : ECA.

1.3 Définition et perception du risque

La perception du risque est cruciale (Lagadec, 2012). Pour lutter contre un risque, encore faut-il en être conscient ! Cela appelle donc des procédures qui permettent d'identifier un risque, de le mesurer, et de définir des mesures de prévention si on estime que le risque est trop grand. Si cette démarche peut sembler simple, elle se révèle en pratique fort tortueuse. Citons quelques exemples de problèmes récents et posons-nous la question de comment les risques sont perçus/ressentis/identifiés et comment ils sont traités par les médias et les pouvoirs publics :

- risques environnementaux : plantation d'organismes génétiquement modifiés, crise de la vache folle, grippe aviaire, pollution de l'air (ozone), du sol (nitrates), des eaux (métaux lourds, composés chimiques, dérivés du pétrole), pluies acides ;
- risques industriels : explosion de l'usine AZF à Toulouse en 2001, incendie de la plate-forme BP dans le golfe du Mexique en avril 2010 ;
- risques sanitaires : coronavirus, SIDA, hépatite, sang contaminé, amiante, effets de la canicule de 2003, radon, antenne-relais de téléphonie mobile ;
- risques liés au transport : sécurité routière, accidents aériens comme l'avion d'Air France en juin 2009 entre Rio de Janeiro et Paris ;
- risques climatiques : débat autour du réchauffement climatique ;
- risques sociaux : terrorisme, mouvements sociaux violents, guerre civile.

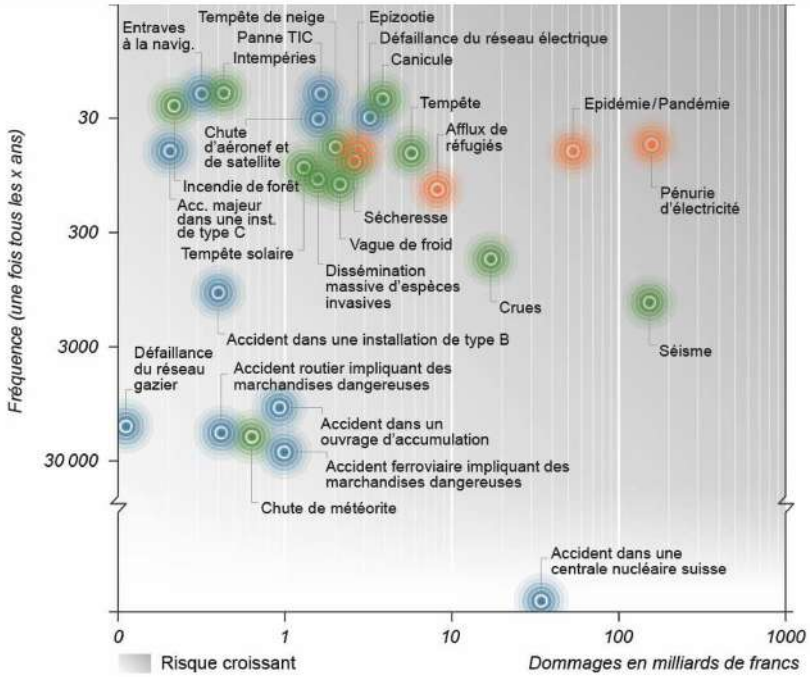


Figure 1.5 – Diagramme des risques pour la Suisse. Représentation des risques de 27 scénarios pour lesquels une fréquence a pu être estimée. Plus un scénario se situe en haut à droite, plus élevé est le risque associé. Les dommages sont composés des indicateurs de dommages agrégés et sont traduits sous forme monétaire. Les menaces d'origine naturelle sont représentées en vert, celles d'origine technique en bleu et celles d'origine sociétale en orange. Source : Office fédéral de la protection de la population (OFPP).

1.3.1 Définition du risque

Les mots *risque*, *risk*, *Risiko*, *rischio*, et *riesgo* employés en français, anglais, allemand, italien, ou espagnol dérivent tous du bas latin *risicum* (ou *resicum*), un mot qui apparaît au XIIe siècle dans des documents contractuels pour désigner les dangers auxquels étaient exposés les navires marchands italiens (Piron, 2004) ; le sens est alors voisin de « mauvaise fortune ». Le vocabulaire s'est enrichi à partir du XVIIIe siècle avec d'autres nuances autour du thème « risque » telles que périple, danger, sinistre, fléau, désastre, vulnérabilité, résilience, etc. en français (hazard, disaster, vulnerability, resilience en anglais).

Pour l'ingénieur[2], le risque se définit et se mesure. Le problème est qu'on ne s'en-

2. C'est évidemment une vision un peu simplificatrice que dénoncent le sociologue et l'historien des risques (Borraz, 2007).

tend toujours pas sur ce que le mot risque veut dire. Le dictionnaire Littré le définit ainsi

> « Étymologie : a. italien *risco*, risque, prob. du latin *resecum*, objet coupant, écueil, d'où risque encouru par les navires, de *resecare*, couper
> « Risque, n. m. Péril dans lequel entre l'idée de hasard. « Encore même qu'on ne coure nul risque de la vie », Pascal. »

Le Larousse définit le risque ainsi

> « Risque, n. m. (ital. *risco*). 1. Danger, inconvénient plus ou moins probable auquel on est exposé. ◊ À risque(s) : prédisposé à certains inconvénients ; exposé à un danger, à une perte, à un échec ; qui présente un danger. 2. Préjudice, sinistre éventuel que les compagnies d'assurance garantissent moyennant le paiement d'une prime. »

La mesure du risque est tout aussi problématique. Dans bien des domaines, le risque est défini comme

$$\text{risque} = \text{fréquence/probabilité potentielle d'occurrence} \times \text{intensité/sévérité du risque},$$

alors que d'autres le définissent plutôt comme

$$\text{risque} = \text{vulnérabilité de l'objet} \times \text{intensité du risque} \times \text{fréquence du phénomène}.$$

Dans des systèmes plus complexes (systèmes industriels par exemple), le risque global résulte d'une multitude de facteurs et il est donc nécessaire de généraliser la notion de risque en considérant le risque associé à des actions/événements individuels

$$\text{risque} = \sum \text{probabilité de l'événement} \times \text{son intensité} \times \text{facteur de pondération}.$$

1.3.2 Subjectivité du risque

Le risque est subjectif ou plus exactement, nous avons une perception subjective du risque. Chacun de nous a une conscience plus ou moins aiguisée du risque qu'il prend ou bien auquel il est soumis. Cette prise de conscience est plus ou moins une bonne représentation du risque réel. La perception du risque est fonction du contexte socio-économique dans lequel nous évoluons, du caractère propre des individus (aversion ou amour du risque), et de la représentation dans les médias et l'opinion publique.

C'est ainsi qu'assez étrangement, les enquêtes d'opinions montrent que dans les pays occidentaux, les personnes interrogées considèrent que nous sommes soumis à un risque croissant ; par exemple, aux États-Unis, 78 % des personnes sondées pensent que le niveau général de risque a fortement augmenté au cours des 20 dernières années (Wilson & Crouch, 2001). Pourtant, l'espérance de vie dans les pays occidentaux est en

forte augmentation depuis 1945. La figure montre l'évolution de l'espérance de vie en Suisse depuis 1880 : on y voit une augmentation à peu près linéaire sur 130 ans, qui a amené l'espérance de vie de 40 à 80 ans. Une évolution similaire existe dans les pays européens et en Amérique du Nord. Le tableau 1.1 montre l'évolution au cours de la dernière décennie pour quelques pays de l'Union Européenne et la Suisse ; là encore, les progrès sont réguliers.

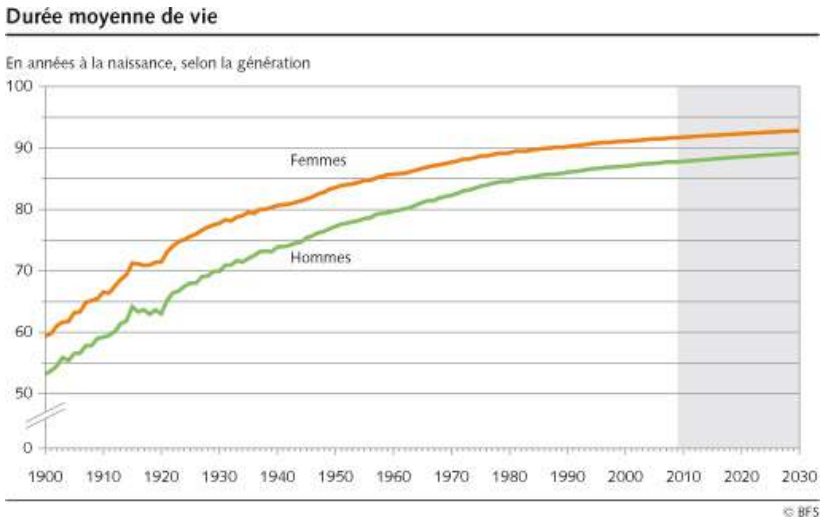


Figure 1.6 – Évolution de l'espérance de vie en Suisse depuis 1880 d'après le site de l'office fédéral de la statistique. www.bfs.admin.ch. Voir aussi(Robine & Paccaud, 2004).

Tableau 1.1 – Évolution de l'espérance de vie (à la naissance) au sein de la zone Euro (16 pays) pour les deux sexes, en Allemagne, France, Royaume-Uni (R-U), Italie, et Suisse. Source : Eurostat.

	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Zone euro	78,38	78,96	79,00	79,83	80,55	80,1	81,4	81,7	81,6	82,0	82,4	81,6
Allemagne	78,05	78,62	78,63	79,43	80,09	80,3	80,6	80,6	80,7	81,1	81,3	80,8
France	78,88	79,25	79,28	80,34	81,29	81,6	81,9	82,4	82,4	82,8	83,0	82,4
Italie	79,60	80,20	80,03	80,92	81,57	82,1	82,4	82,9	82,7	83,1	83,6	82,7
R-U	77,48	78,24	78,40	79,17	79,84	80,5	80,4	81,1	81,0	81,3	81,3	
Suisse	79,87	80,45	80,69	81,45	82,03	82,3	82,8	82,9	83,0	83,7	84,0	83,9

Dans un rapport de 2006 sur la perception du terrorisme en Europe, un sondage révèle que 67 % des Européens considéraient que le terrorisme international était une menace très importante et croissante pour la sécurité de l'Europe (Collectif, 2006). Dans

ce même sondage, les armes de destruction massive (nucléaires, chimiques, bactériologiques) et la montée de l'extrémisme musulman sont citées par plus de 60 % des personnes interrogées comme des risques très importants. La même étude montrait que cependant, le risque lié au terrorisme n'avait jamais été aussi faible dans les pays occidentaux et le nombre de victimes du terrorisme avait diminué[3]. La figure 1.7 montre l'évolution du nombre de victimes dans le monde depuis 1970. En Europe (hors Russie), le taux de décès par attentat terroriste est de 0,65 par million d'habitants en moyenne pour la décennie 2005–2015, un chiffre à comparer par exemple avec le taux de suicide, qui est pour l'Union Européenne de 110 par million d'habitants (130 pour la Suisse). Si le risque lié au terrorisme est sans doute l'un des risques les plus faibles pour les sociétés occidentales, il est l'un des plus sur-représentés et médiatisés. Il est intéressant de noter que c'est le risque qui a induit la plus coûteuse politique de prévention puisque, par exemple, la seconde guerre d'Irak (mars à avril 2003) qui a été motivée pour prévenir le risque terroriste aurait coûté plus de 2000 milliards de dollars (Bilmes & Stiglitz, 2006).

Régulièrement dans les médias, des crimes atroces commis sur des enfants ou des personnes âgées suscitent toujours un grand émoi. Comme pour le terrorisme, nombreux sont ceux qui considèrent que notre société est de plus en plus violente. Pourtant, en ce qui concerne les violences graves sur les personnes, le nombre de victimes d'homicide a fortement diminué depuis le début de siècle, et la diminution continue mais à un taux moindre depuis les années 1980 : pour la France ou la Suisse, le taux d'homicides était de voisin 2 pour 10^5 habitants au début des années 1980 contre 1 à la fin des années 2000 (source : Institut national des hautes études de la sécurité et de la justice). Aux États-Unis, le taux d'homicides varie entre 5 et 10 victimes pour 10^5 habitants. Si on compare aux autres causes de décès (voir 1.2), on voit que la criminalité représente 0,1 % des causes de décès en Suisse.

3. Au cours de la décennie 2000–2010, on retient : les attentats du 11 septembre 2001 à New York et Washington (2976 victimes), ceux du 11 mars 2004 à Madrid (191 victimes), ceux du 7 juillet 2005 à Londres (56 morts) et la double attaque du 22 juillet 2011 à Oslo (77 morts). À ces attaques dues à des extrémistes s'ajoute une multitude de petits attentats le plus souvent sans victimes, dus aux séparatistes et à des mouvements anarchistes ou d'extrême droite. On peut se reporter au rapport annuel du Conseil de l'Europe pour le détail dans l'Union européenne. Toutefois, à partir des années 2000, les actes terroristes ont été plus nombreux et violents en Europe : Mohammed Merah tue 7 personnes en 2012 à Toulouse, les attentats de janvier 2015 font 17 morts en région parisienne (dont 12 pour le journal satirique Charlie Hebdo), ceux de novembre 2015 frappant le cœur de Paris causent la mort de 130 personnes. Puis on déplore 32 morts en mars 2016 à Bruxelles, 86 morts à Nice en juillet 2016 (attentat au camion fou), 12 morts à Berlin en décembre 2016, 5 et 7 morts à Londres en mars et juin 2017, 13 morts à Barcelone en août 2017.

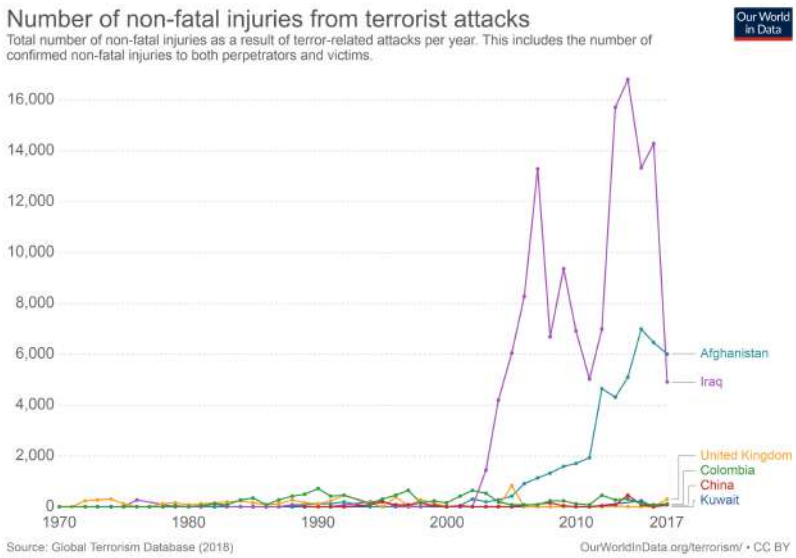


Figure 1.7 – Évolution du nombre de victimes d'actes terroristes dans le monde depuis 1970. Source : ourworldindata.org.

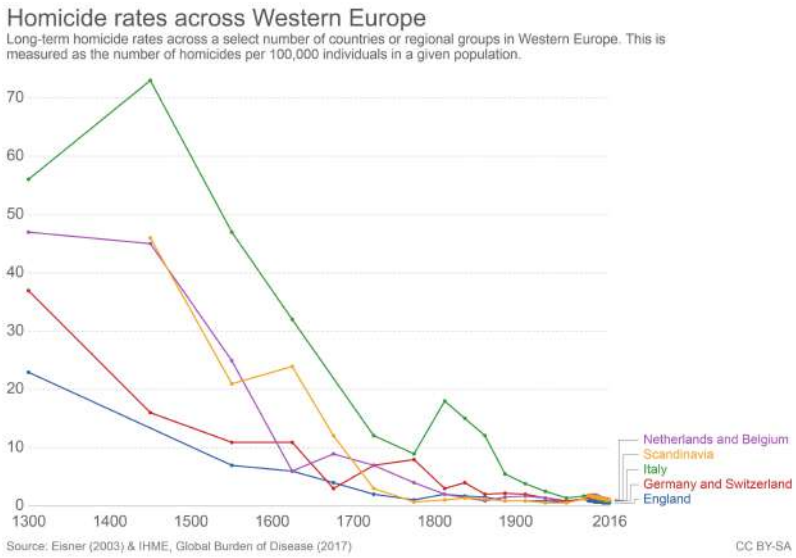


Figure 1.8 – Évolution du nombre de victimes d'homicide (taux d'homicides pour 100 000 habitants en Europe depuis le Moyen Âge. Source : ourworldindata.org.

Tableau 1.2 – Taux de mortalité en Suisse (pour cent mille habitants) : cause accidentelle et principales maladies en 2015. Les causes criminelles (homicides, actes de terrorisme) ne sont pas reportées. Sources : Office fédéral de la statistique et Bureau de prévention des accidents.

Causes		Hommes	Femmes
Maladies infectieuses		6,9	4,4
Tumeurs		163,7	106,4
	intestin	10,4	6,8
	poumons	36,3	18,3
	sein	0,1	20,3
Diabète sucré		10,1	6,6
Démence		29,1	35,3
Appareil circulatoire		154,5	103,7
Appareil respiratoire		36,7	22,6
Cirrhose alcoolique		6,5	2,5
Accidents et morts violentes		48,3	33,1
	circulation routière	4,2	1,5
	sport	3,2	0,6
	habitat, loisir	24,3	25,3
	suicides	16,6	5,7
toutes causes		1003	682

1.3.3 Le risque comme construction sociale

Dès les années 1970, anthropologues, historiens, géographes, et sociologues se sont intéressés à la prise de conscience du risque par les sociétés humaines (Nelkin, 1989; Jasanoff, 1998; Renn, 1998; Cœur *et al.*, 1998; Pigeon, 2002; Favier, 2007; Granet-Abisset, 2012). Un des points forts est la convergence des analyses pour montrer que la perception du risque ou sa gestion n'est pas un fait de nos sociétés, mais qu'au contraire toutes les sociétés ont leur propre représentation du risque. Ces analyses contrastent donc avec d'autres théories, qui considèrent la perception du risque comme une construction mentale/comportementale (le risque comme possibilité de perte ou de dommage) (Tversky & Kahneman, 1991) ou technique (le risque calculable) (Beck, 2008). Pour reprendre les mots de l'anthropologue américaine Mary Douglas, le risque est une « construction sociale » (Douglas, 1986).

Les analyses des sociologues cherchent aussi à battre en brèche la dichotomie faite entre sociétés anciennes et sociétés modernes : les sociétés anciennes seraient marquées par la superstition et la fatalité, ne voyant dans les catastrophes que le signe de la volonté divine tandis que les sociétés modernes auraient une approche rationnelle déve-

loppant des outils scientifiques d'analyse et en mettant en œuvre des techniques de prévention et de lutte contre les forces naturelles. Selon les sociologues, les anciens percevaient souvent la survenue d'une catastrophe comme un message divin (une punition ou un avertissement qu'il convenait de déchiffrer) quand il y avait transgression de règles morales ou sociales ; la catastrophe est donc une manifestation divine qui pointe un égarement, un écart de conduite d'individus ou de la collectivité dans son entier. Les modernes voient la catastrophe naturelle comme un dysfonctionnement, une erreur humaine, un défaut d'attention, un manque d'anticipation, le non-respect de normes, mais dans la plupart des cas de figure, il s'agit de la transgression d'une norme. De ce point de vue, la perception des risques et des causes de catastrophes a changé de centre de gravité (de l'origine divine à la cause naturelle ou l'erreur humaine), mais elle repose toujours sur l'idée que c'est une erreur/trangression (plus que de la fatalité) qui est la cause des dommages. Dans son étude sur les rapports de l'homme aux catastrophes, l'historien François Walter notait que « la plupart des auteurs dessinent une ligne de partage entre le traitement irrationnel des désastres caractéristique des sociétés anciennes et une gestion mesurée et scientifique dévolue aux modernes. (...) il convient de réagir à toute forme d'infantilisation généralisée des sociétés du passé » (Walter, 2008). Il résumait ainsi l'évolution de la construction du risque :

> « Ces nombreuses réflexions stimulantes ont permis d'échapper à l'emprise d'un modèle téléologique enchaînant des étapes chronologiques réductionnistes. Celles-ci se contentaient un peu vite du passage d'une société de la fatalité à une société de la sécurité ; de l'arrachement progressif au poids de la nature et de la confrontation inéluctable à un autre danger bien plus grand, l'homme lui-même. Il est parfaitement réducteur de s'en tenir à « trois phases distinctes » qui scanderaient l'histoire. La première serait celle de la punition et de la vengeance divines ; la seconde, de type fataliste, aboutirait avec les Lumières ; la troisième incriminerait la responsabilité humaine avec une évolution allant d'explications univoques (la recherche du bouc émissaire) vers des explications plurivoques. Pour pédagogique qu'elle soit et si elle n'est pas totalement fausse, cette chronologie mérite révision et affinement. En réalité, les temporalités sont beaucoup plus imbriquées. Étudier la catastrophe à partir des catégories construites par chaque société en son temps, déterminer la pluralité des discours et différencier les types d'acteurs, tels sont dès lors les prémisses de toute recherche. Aux multiples calamités, les sociétés ont surtout tenté de conférer du sens. L'explication scientifique, le recours au religieux, la sublimation esthétique, les différentes formes de fiction et de mise en scène graphique sont autant de moyens culturels pour gérer la catastrophe ou anticiper le risque. »

Certains sociologues et historiens vont encore plus loin dans leur analyse en avançant que le risque sert la structuration sociale d'une société, en particulier pour les sociétés occidentales modernes en asseyant le rôle de l'État et en assurant un pacte

social à partir su XIXe siècle. Il y a en effet un intérêt pour l'État de s'appuyer sur une représentation rationnelle du risque, qui permette de promouvoir ou maintenir un ordre social, notamment en imposant un certain modèle de gestion du territoire ou des normes sanitaires ou sécuritaires où l'État se porte comme garant de la sécurité collective (Gros, 2012). Pouvoir expliquer la catastrophe, c'est pouvoir éviter le mouvement de panique ou la défiance au sein des populations, qui au Moyen Âge a pu conduire à des courants spontanés de révolte[4]. C'est ainsi qu'au milieu du XIXe siècle, les inondations n'étaient plus présentées comme la manifestation de la colère divine, mais comme la conséquence d'une surexploitation des forêts de montagne (voir § 1.5.4). Il y avait donc un coupable tout désigné : le paysan de montagne, responsable du surpâturage et du déboisement des versants, donc responsable des crues. Cela a permis aux états européens de mettre en place une politique de gestion du territoire et de prévention en affirmant le rôle central des administrations étatiques et en se substituant aux autorités locales (Walter, 2008).

Des anthropologues défendent même l'idée que le risque a une fonction sociale en catégorisant la société en strates selon leur perception du risque (Renn, 1998). Ainsi pour expliquer la variabilité de la perception du risque selon les individus, Douglas (1986) développe une *théorie culturelle du risque* et distingue quatre groupes dans toute société structurée :

- le premier groupe se caractérise par un fonctionnement hiérarchique et bureaucratique. L'appareil administratif en fournit l'image type. Ce groupe a pour but la survie et stabilité du système social. La lutte contre les risques (lutte contre les maladies, les catastrophes naturelles, etc.) permet d'imposer un contrôle sur la société (gestion du territoire, régulation et surveillance des flux de population ou de marchandises, politiques sanitaires comme les campagnes de vaccination ou le traitement des eaux usées, etc.) et d'asseoir le rôle de l'État comme garant de la sécurité des biens et des personnes. Pour les bureaucrates, la promulgation de normes et règlements est une façon de lutter contre des menaces extérieures tout en maintenant une cohésion interne ;
- le second valorise l'initiative personnelle, donc la prise de risque à l'échelle de l'individu comme opportunité. Les entreprises en sont un exemple, mais dans le domaine privé, les adeptes de sports à risque (alpinisme, navigation, etc.) en

4. Le Moyen Âge fut agité par divers mouvements sociaux : des mouvements religieux comme le millénarisme qui interprétait les catastrophes comme autant de signes précurseurs de l'Apocalypse et du retour du Christ, des révoltes paysannes remettant en cause l'ordre public (révolte des Paysans dans le centre de l'Allemagne, avec le prêtre Thomas Münzer prêchant un anarchisme chrétien au début du XVIe siècle ou révolte des Paysans de John Ball à la fin du XIVe siècle dans le sud de l'Angleterre), jacqueries contre les nobles et bourgeois (soulèvement paysan survenu en 1358 dans le nord de la France ravagé par la Guerre de Cent Ans, « Carnaval de Romans » de 1580 où un événement festif dégénéra en bain de sang avec pour toile de fond le ressentiment accumulé entre classes sociales), Croisades d'enfants, des pâtres, et des gueux, animées par des ermites comme Foulques de Neuilly, souvent partant du nord de l'Europe au début du XIIIe siècle.

fournissent un autre exemple. Dans le premier cas, il y a opportunité d'un gain financier ou d'un succès sur un marché compétitif alors que dans le second, il s'agit plus d'un plaisir, le besoin de défi, ou la recherche d'une reconnaissance. Dans tous les cas, ce groupe est hostile à une régulation excessive (par l'État ou les collectivités) car cela réduit leur marge de manœuvre, leur potentiel de gain, ou leur liberté d'action ;

- le troisième groupe regroupe tous les mouvements qui se définissent par leur lutte contre quelque chose qui se révèle nuisible sur le long terme, par exemple les écologistes contre les risques qui pèsent sur l'environnement du fait des activités humaines. Ce sont souvent des mouvements égalitaristes, qui misent sur la coopération entre individus et l'équité pour promouvoir une société plus juste et durable à leurs yeux. Ils s'opposent donc au second groupe, dont les valeurs sont axées sur la liberté et la compétition entre individus. Ils peuvent aussi s'opposer au premier groupe en se présentant comme une voie alternative de société. Le risque est alors la raison d'être d'une association de moyens pour lutter contre un ordre établi ;
- le quatrième regroupe ceux qui subissent et voient les choses avec fatalité. Le risque est subi. Le risque est une composante, parmi d'autres, du milieu dans lequel les gens évoluent. Il s'agit de la grande majorité de la population. Ils font en général confiance dans la hiérarchie pour assurer leur protection. Ils ont une vision confuse de la nature des risques et ne réagissent que lorsqu'ils sont concernés directement par une menace particulière.

1.3.4 Risque acceptable, risque accepté

Le risque est dit *acceptable* quand il a été réduit à un niveau tolérable pour un (ou des) individu(s) ou une entité. La notion de « tolérable » renvoie ici au fait que le niveau de risque est consistant avec les autres risques auxquels l'individu ou l'entité est soumis. On parle aussi de *risque accepté* pour désigner un risque auquel un individu se soumet en toutes connaissances de cause. Par exemple, un skieur accepte le risque d'avalanche dans sa pratique du ski hors des pistes, c'est-à-dire qu'il a conscience qu'un accident d'avalanche peut survenir et que malgré cela, il s'engage dans une pente potentiellement dangereuse.

Un risque peut être acceptable, mais il peut ne pas être accepté. Par exemple, si on revient sur le cas des accidents d'avalanche impliquant des skieurs, on peut considérer que le risque est faible par rapport à d'autres activités comme les sports nautiques (voir tableau 1.3) donc acceptable de ce point de vue, mais il n'est pas accepté par tout un chacun. En effet, chaque hiver les accidents d'avalanche provoquent des tollés et des avis très tranchés sont exprimés dans les médias pour interdire ou réglementer le ski hors-piste.

Tableau 1.3 – Comparaison entre taux de mortalité liés à des risques naturels (a) et ceux dus à des accidents de la vie quotidienne (b), et à une pratique d'une activité sportive (c) : nombre de victimes en moyenne par an pour 1 million d'habitants (a, b) ou de pratiquants (c). Valeurs pour les pays occidentaux sur la période 1980–2008. Sources diverses.

Nature	*Taux*
(a) *risque naturel* :	
– foudre	0,2
– crue	0,5
– avalanche	0,5 – 4
(b) *risque domestique* :	
– noyade	10–16
– overdose (drogue)	50–60
– suicide	100–200
– accident de la circulation	130–150
– accident domestique	110–330
– grippe	300–400
– tabac	3 000–5 000
(c) *risque sportif* :	
– football	60
– ski	410
– alpinisme	600
– plongée	1 260
– nautisme	8 000

1.3.5 Mesures du risque

Toute évaluation objective du risque devrait se fonder sur une mesure du risque. Une mesure courante du risque est de calculer un taux d'accidents, un nombre de victimes, un montant de dommages de façon relative ou bien absolue. Si on prend l'exemple de la sécurité routière, la mesure du risque se fait en comptabilisant le nombre de victimes (décédées dans un intervalle de 30 jours après l'accident) de façon absolue ou relativement à une autre grandeur représentative :

- le nombre de morts sur la route ;
- le nombre de morts par rapport à la population du pays ;
- le nombre de morts par rapport au nombre de kilomètres parcourus.

On pourrait tout aussi bien définir le risque « routier » en prenant le nombre d'accidents, le nombre de blessés, ou les coûts humain et matériel. Le choix de la mesure du risque n'est pas anodin car il conditionne l'interprétation des résultats qu'on en tire.

Par exemple, une étude suédoise sur le cancer du sein a suivi 280 000 femmes (Gigerenzer, 2003). Elle a montré que la mortalité des femmes âgées de plus 40 ans était de 4 ‰sans dépistage du cancer, avec et 3 ‰avec dépistage. Qu'en conclure ? Cela semble militer en faveur d'une campagne massive de dépistage puisqu'elle permet une réduction relative de 25 % de la mortalité. Toutefois, en chiffres absolus, la baisse n'est que 1 ‰, et si l'on calcule le gain en termes d'espérance de vie pour une femme, il est en moyenne de 12 jours, ce qui est équivalent à rouler 450 km en moins chaque année. Interrogées sur le sujet, les femmes surestiment d'un facteur 60 le nombre de vie sauvées et se focalisent sur cette forme de cancer (il y a un risque quasi équiprobable de cancer des poumons ou colorectal, deux formes plus meurtrières).

1.3.6 Risque et incertitude

Une autre notion intimement liée à la définition et à la mesure du risque est l'*incertitude*. On dit qu'un phénomène est incertain lorsque :

- on a peu de connaissances sur le phénomène, ce qui empêche de le prévoir/décrire finement. Par exemple, la quantité de pluie qui a déclenché une crue sur un bassin versant peut être estimée, mais elle n'est pas connue parfaitement car on ne peut faire des mesures de pluie qu'en nombre très limité de points du bassin-versant. *Incertitude* signifie *manque de connaissance* ;
- le phénomène est aléatoire, c'est-à-dire il varie stochastiquement. La quantité de pluie cumulée sur une année est une variable aléatoire ; on ne peut pas être certain à l'avance de la quantité de pluie qu'il va tomber, mais si on dispose de données suffisantes, on peut décrire les propriétés statistiques comme la pluie moyenne annuelle ou la variance. *Incertitude* signifie *variabilité* ;
- le phénomène pourrait être décrit de façon déterministe, mais la description est tellement complexe que l'on a intérêt à remplacer une connaissance complexe par une connaissance incertaine, mais formulée simplement. La physique des fluides offre de nombreux exemples : le mouvement brownien, la turbulence, etc.

Mesurer un risque lié à processus stochastique est – au moins sur le principe – relativement simple puisqu'une étude statistique des données permet de caractériser les variations. L'incertitude porte principalement sur la prévision dans le temps car pour le reste, on peut décrire plus ou moins finement ce qui peut se passer. Par exemple, le cancer lié au tabac est un « risque stochastique » : on ne peut être certain qu'un fumeur développe un cancer et que le cas échéant, il en meurt, mais à partir d'une étude médicale, on peut établir la probabilité que tel soit le cas au vu des caractéristiques de ce fumeur ; renouvelant cette analyse sur l'ensemble de la société, on peut prédire raisonnablement le nombre de gens qui vont décéder d'un cancer lié au tabagisme.

Mesurer un risque qui n'est pas lié à un phénomène stochastique est bien plus délicat. Prenons le cas du risque climatique. L'évolution du climat n'est pas certaine, mais des scénarios élaborés par les scientifiques à l'aide de modèles numériques, il

apparaît fortement vraisemblable que les températures continuent de monter si rien n'est fait, ce qui conduirait à un dérèglement climatique. Dans ce cas de figure, on ne dispose pas de données et de connaissances pour mesurer le risque. Comment répondre objectivement à la question « quel est le risque que la température moyenne annuelle de la Terre augmente de 1 ℃ d'ici les dix prochaines années ? ». Ici, le risque va traduire le degré de plausibilité du scénario et il sera en pratique impossible de le confirmer ou d'infirmer ce scénario même après que l'événement est survenu. Ainsi, toujours avec notre question du risque climatique, s'il ne se passe rien, que peut-on en conclure ? Que les prévisions étaient fausses ? Que l'on est dans la marge d'incertitude du phénomène ? Ou bien la politique de prévention mise en place par les états a été payante ?

Une remarque utile concerne la différence entre *incertitude* et *erreur*. Là encore, pas de consensus absolu et universel, mais plutôt une tendance : on parle d'erreur pour désigner les imperfections/défaillances d'un modèle (erreur de précision numérique, erreur liée à des hypothèses simplificatrices, etc.), d'un système (erreur de fonctionnement due à une surchauffe), ou d'un protocole (erreur de mesure). L'erreur peut être systématique et/ou aléatoire.

Un autre problème lié aux incertitudes est la validité du message que l'on souhaite transmettre. Par exemple, la figure 1.9(a) montre une augmentation de 500 % du nombre de jeunes filles victimes d'auto-mutilation aux États-Unis sur la période 2007–2020. Cette augmentation est considérable et elle est bien plus marquée que pour d'autres classes d'âge, ce qui a laissé penser qu'il y avait un problème spécifique urgent à régler pour cette catégorie d'adolescentes [5]. Toutefois, si on prend en compte l'intervalle de confiance, la conclusion est un peu moins nette, surtout si on cale un modèle. Par exemple, un modèle linéaire ajusté sur les données acquises de 2001 à 2013 fournit la tendance taux $= 26{,}4 + 0{,}8(\text{an} - 2001)$, et cette tendance est quasiment entièrement contenue dans l'intervalle de confiance à 95 %. Ce modèle accréditerait l'idée que le nombre de jeunes victimes d'auto-mutilation n'a que peu varié au cours des dernières années. En l'absence d'informations supplémentaires, notamment sur le calcul des données, il est difficile de conclure.

5. Voir par exemple l'exemple de l'analyse de Zach Rausch qui pointe les effets nocifs des réseaux sociaux.

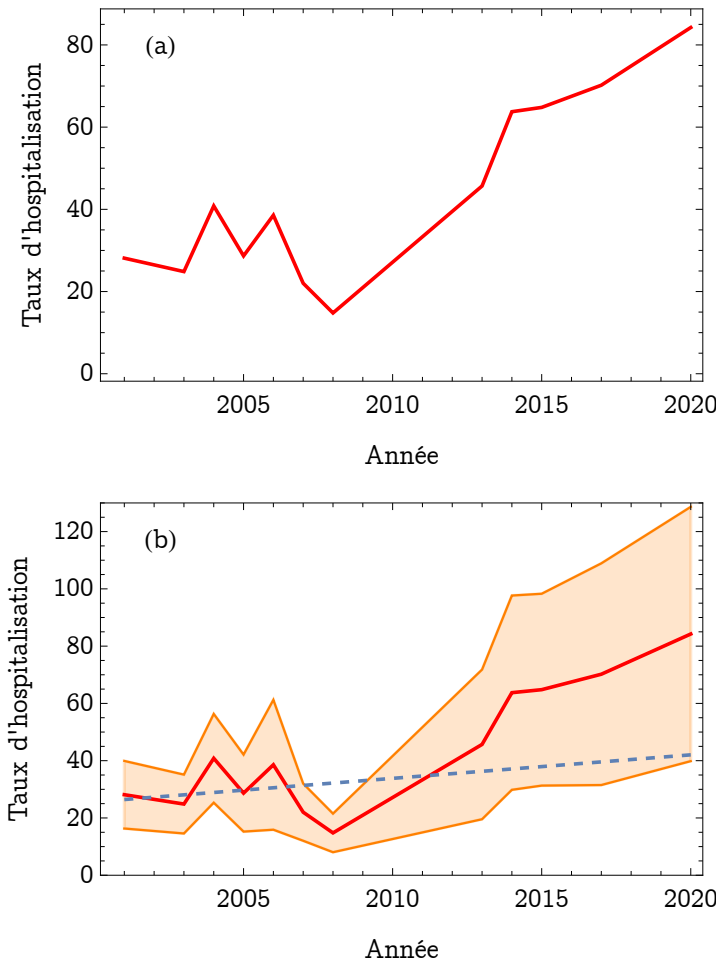


Figure 1.9 – Taux d'hospitalisation (pour 10^5 habitants) de jeunes filles âgées de 10 à 14 ans aux États-Unis, qui se seraient auto-mutilées. Source : US Center for Disease Control and Prevention. (a) Valeurs moyennes. (b) Valeurs moyennes avec intervalle de confiance à 95 % (bande orange). La courbe tiretée est la tendance linéaire calée sur les données 2001–2013 : taux $= 26{,}4 + 0{,}8(\text{an} - 2001)$.

1.4 Politiques publiques de prévention

1.4.1 Typologie simplifiée des politiques de prévention

Plusieurs plans d'action peuvent être esquissés :

- la *politique de l'interdiction* : il s'agit d'une vision extrême, où l'on fait tout pour réduire le risque à zéro en s'attaquant aux causes (présumées) du risque. Par exemple, pour réduire le trou d'ozone et le risque climatique induit, les gouvernements de l'Union Européenne ont banni l'usage des gaz chlorofluorocarbones (appelé gaz CFC) utilisés dans les systèmes de refroidissement et de climatisation (Protocole de Montréal de 1987). L'industrie les a donc substitués par des gaz hydrochlorofluorocarbones (HCFC) et hydrofluorocarbones (HFC), qui ne s'attaquent pas à l'ozone atmosphérique ; il s'est malheureusement avéré depuis que ces gaz participent à l'effet de serre car leurs molécules sont jusqu'à 10^4 plus efficaces que le dioxyde de carbone (McNeill, 2010).
- la *politique du bon sens* : c'est traditionnellement la politique employée le plus fréquemment. Les risques ne sont pas niés, mais ne sont pas analysés de façon poussée ; les décisions sont prises en « bon père de famille ». Ainsi, à la fin du XIXe siècle et au début du XXe siècle, on s'est rendu compte que l'ajout de chlore dans l'eau permettait de la purifier et d'éviter la propagation de maladies infectieuses comme la typhoïde dans les réseaux d'adduction d'eau des grandes villes. La chlorination a donc été massivement pratiquée jusqu'à ce qu'on se rende compte des effets induits négatifs (développement de composés cancérigènes). Les études ultérieures menées à la fin du XXe siècle laissent penser que le bénéfice induit par l'utilisation du chlore reste bien supérieur au risque de cancer qu'il induit et l'Organisation mondiale de la santé a préconisé son emploi, ce qui justifie *a posteriori* le bien-fondé de cette politique de lutte contre les maladies. Il existe des cas inverses où ce qui semblait être du bon sens à l'époque s'est révélé être de piètre efficacité. Par exemple, longtemps la forêt a été vue comme un moyen de protection par les forestiers européens pour lutter contre les crues et les avalanches. C'est ainsi qu'à la fin du XIXe siècle, l'ingénieur du génie rural Demontzey [6] préconisait l'« extinction des torrents par le reboisement ». Un siècle plus tard, les études sur les effets globaux de la forêt sur la génération des crues sur un grand bassin-versant ont montré que le risque n'avait été que faiblement atténué, voire parfois augmenté (problème des bois flottants) alors que

6. Prosper Demontzey (1831–1898) était un ingénieur des Eaux et Forêts français. Il a été un artisan du reboisement comme moyen de lutte contre les crues torrentielles et l'érosion, suivant en cela Alexandre Surell. Il s'est beaucoup intéressé à différentes techniques associant génie civil et revégétalisation. Il est l'auteur de plusieurs études sur le reboisement et la sélection des essences. Il a également l'un des premiers à comprendre la plus-value de la photographie dans l'étude du paysage.

le coût de la forêt de protection devenait de plus en plus élevé compte tenu de sa fragilité et du coût croissant de la main d'œuvre (voir § 1.5.4).

– l'*analyse risque-bénéfice* et l'*analyse multi-critère* : c'est la procédure préconisée par les spécialistes du risque. On cherche à optimiser le niveau de protection par rapport à un ensemble de critères objectifs (le coût économique par exemple) ou subjectifs (l'aversion du risque). Elle est pratiquée par les ingénieurs depuis fort longtemps. Le naturaliste Lenoble (1926) dans son étude sur la prévention des crues notait :

> « Et puis, quand il s'agit de protéger une œuvre matérielle, la raison commande de supputer le doit et l'avoir. Cette année même, au cours d'une excursion dans la vallée de Saint-Gervais, mon premier mouvement fut de m'étonner de l'insouciance des hommes qui ont installé, sur le Bon-Nant, au confluent du torrent de Bionnassay, une usine électrique. En cas de renouvellements possible de la catastrophe de 1892, elle sera balayée. Et cependant, en réfléchissant, je dus reconnaître que les ingénieurs ont été de sages calculateurs. En effet, la probabilité est qu'une nouvelle poche d'eau ne se formera, si l'on s'en rapporte au passé, que dans les quelques centaines d'années, dans plusieurs milliers peut-être ; on a donc la quasi-certitude d'amortir l'usine bien auparavant, et le quantum de la provision à introduire de ce fait au bilan est insignifiant. La mauvaise affaire serait précisément d'engager, dans la vallée du torrent de Bionnassay, des dépenses considérables en boisement ou barrages dont l'amortissement et l'entretien annuel dépasseraient de loin la valeur du risque, sans qu'on soit sûr de le supprimer. »

La difficulté vient de la technicité croissante de l'analyse, qui peut rendre les résultats difficilement compréhensibles par les décideurs ou les populations, voire induire de la défiance. Parmi les critères objectifs, l'estimation du coût économique (coût de la protection et estimation des dommages et des vies humaines en cas de problème) reste un exercice difficile. Comment évaluer le prix d'une vie humaine ? L'analyse coûts-bénéfices est celle qui est recommandée par le ministère de l'environnement pour la gestion du risque d'inondations. Ainsi, le Centre Européen de Prévention et de gestion des Risques d'Inondation indique (CEPRI, 2011) :

> « Les analyses économiques du risque d'inondation sont restées relativement peu nombreuses en France jusqu'à ces dernières années. Le manque de méthodologies, de données facilement accessibles, le tout en lien avec une absence d'obligation réglementaire, a pu en être partiellement la cause et freiner le développement d'une culture de l'évaluation et la constitution d'un savoir-faire français en la matière tandis que nos voisins européens (le Royaume-Uni, la Suisse, l'Allemagne notamment) prenaient vigoureusement cette voie. Cependant, la nécessité d'éclairer les décisions, d'asseoir les

> argumentaires, de mieux connaître la réalité des impacts des inondations et de hiérarchiser l'action en matière de gestion du risque d'inondation a, dans un contexte de resserrement budgétaire généralisé, mis en lumière la nécessité de recourir davantage aux approches économiques et en particulier aux analyses coût/bénéfice (ACB). Celles-ci sont désormais de plus en plus incontournables pour prétendre à l'octroi de subventions de l'État ou de l'Europe (FEDER). C'est en particulier le cas des projets PAPI (Programme d'action de prévention des inondations) qui doivent répondre au cahier des charges de février 2011 pour les mesures dites structurelles c'est-à-dire qui ont un impact sur l'aléa. Ainsi, « les projets candidats à la labellisation PAPI devront nécessairement procéder à l'analyse des coûts du programme au regard de ses bénéfices attendus et fournir les résultats de cette analyse. Pour les actions d'investissement importantes (25 % du montant total du programme ou montant global des travaux ou aménagement supérieur à 2 M€), des analyses coût bénéfice sont à réaliser. Le Ministère en charge du Développement durable (MEDDTL) entend induire une évolution notable de la manière de concevoir et de justifier des mesures de réduction du risque. »

– le *principe de précaution* : à partir des années 1990, le recours au « principe de précaution » est devenu de plus en plus fréquent dans les politiques publiques, notamment dans la gestion de la crise de la « vache folle » ou d'accidents marquants comme le crash du Concorde en 2000. Au printemps 2010, après l'éruption du volcan islandais Eyjafjallajöll, les autorités européennes interdirent les vols civils pendant plusieurs jours en évoquant le principe de précaution, ce qui causa des pertes évaluées à plus de 4 milliards de francs aux compagnies aériennes. Défendu par les uns comme un principe de bon sens en l'absence de données, attaqué par les autres comme une dérobade, un concept plus dangereux que les risques dont il est censé nous prémunir, ou le « moteur de l'inaction », le principe de précaution est devenu l'argument majeur des politiques européennes chaque fois qu'un risque n'est pas lié à un processus stochastique, mais traduit l'absence de connaissances. Le 15ième principe de la Déclaration de Rio énonce :

  > « L'absence de certitudes, compte tenu des connaissances scientifiques et techniques du moment, ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement à un coût économiquement acceptable. »

  Ce principe a été repris en France dans la loi de 1995 relative au *renforcement de la protection de l'environnement*. Le principe de précaution s'intercale donc entre la politique maximaliste du « risque zéro », qui n'est pas tenable en pratique, et la vision minimaliste du risque calculable et prévisible en obligeant à prendre en considération des risques incertains, mais possibles sur la base des connaissances actuelles (Montain-Domenach, 2005). La Suisse s'est alignée sur

la position de l'Union Européenne qui a fixé les critères d'application du principe de précaution. Un groupe de travail réuni par l'Office fédéral de la santé publique énonçait les règles suivantes :

> « L'acception suisse du principe de précaution au sens strict est similaire à celle de l'Union Européenne, telle que définie dans la communication de la Commission du 2.2.2000. Elle peut être résumée comme suit :
>
> « Si des dommages graves et irréversibles menacent la santé de l'homme, des animaux ou des plantes ou l'environnement, l'absence de certitude scientifique quant au rapport de cause à effet d'un produit ou d'un processus ne doit pas retarder l'adoption de mesures de protection. Le recours au principe de précaution suppose que deux critères « si » soient satisfaits (dans quels cas y a-t-il application) :
>
> 1. Il s'agit d'un intérêt public prépondérant ;
> 2. Il existe de premiers indices scientifiques révélant des dommages graves ou irréversibles ou tout au moins une hypothèse du risque scientifiquement plausible.»

Tableau 1.4 – Sommes remboursées par les assurances cantonales suisses pour la décennie 1999–2008 en millions de CHF (pour les 19 cantons pour lesquels l'assurance via le VKF est obligatoire). Source : *Vereinigung der kantonalen Feuerversicherungen* (www.vkf.ch).

Nature	*Montant total* (MCHF)	*Part relative* (%)
tempête	869,3	26,8
grêle	728,4	22,4
inondation	1474,7	45,4
avalanche	138,9	4,3
éboulement	35,2	1,1

1.4.2 Gestion intégrée des risques

Longtemps la lutte contre les risques s'est faite de façon isolée et dans l'espoir de supprimer les problèmes. Au fil des années, il est apparu que cette approche pouvait causer plus de problèmes qu'elle n'en résolvait. Par exemple, la construction des digues de protection contre les crues a posé des problèmes sur le long terme dans le transfert des sédiments (causant aggradation et dégradation dans les cours d'eau) ou dans la biodiversité. Dans la gestion des risques hydrologiques, il faut souvent travailler à l'échelle du bassin-versant, et non plus chercher à se protéger localement contre les crues (Lane,

2017). Cette gestion globale nécessite une approche multidisciplinaire (écologie, hydrologie, hydraulique, urbanisme, aménagement du territoire, alerte et organisation des secours.

De nos jours, on tend à favoriser une approche globale de la gestion du risque. Cette approche a notamment mis en avant à travers des conférences internationales organisées par l'Organisation des Nations Unies pour améliorer la résilience des sociétés humaines (conférence de Sendai au Japon en 2015). En Suisse, la plate-forme interdisciplinaire Planat définit ainsi la gestion intégrée des risques :

> « Les éléments suivants jouent un rôle essentiel dans la gestion intégrée des dangers naturels :
>
> «– Recenser et évaluer les risques : les risques liés à tous les processus naturels dangereux sont recensés et évalués périodiquement.
>
> «– Agir de manière uniforme : les niveaux de sécurité devant être atteints sont toujours fixés conjointement en suivant une procédure homogène.
>
> «– Tenir compte des conditions-cadre : les entités qui portent une responsabilité ou un risque se réfèrent aux recommandations régissant le niveau de sécurité devant être atteint. Mais elles considèrent également le contexte local et les attentes d'autres domaines.
>
> «– Exploiter les possibilités d'action : toutes les options envisageables pour améliorer et maintenir la sécurité sont évaluées. Elles comprennent des me-sures d'aménagement du territoire ainsi qu'organisationnelles, biologiques et techniques. Ces mesures sont combinées de manière optimale dans le cadre d'une planification intégrée et examinées sous les angles de leur effet, de leur utilité, de leur coût et de leur proportionnalité. Les synergies possibles avec d'autres tâches et le degré d'acceptabilité des risques résiduels jouent aussi un rôle décisif dans le choix des variantes et dans la décision d'appliquer des mesures. Les ouvrages de protection sont entretenus et leur efficacité est vérifiée périodiquement.
>
> «– Tenir compte des incertitudes : les incertitudes sont nommées, quantifiées autant que possible, signalées et prises en compte dans les décisions.
>
> «– Peser les intérêts et poser des priorités : les décisions concernant la réalisation de mesures définissent à quel point les risques seront évités, atténués ou acceptés. Cela présuppose une pesée des intérêts et des solutions envisageables ainsi qu'une justification fondée des décisions en découlant, car la solution optimale dans l'ensemble n'est pas toujours la meilleure vis-à-vis de chacun des aspects.»

1.4.3 Risque et degré de complexité

Les sociétés modernes ont cherché à améliorer leur résilience, c'est-à-dire leur capacité à surmonter les catastrophes naturelles par des moyens technologiques et des réglementations toujours plus pointues. Cette recherche d'une meilleure résistance entraîne la mise en place de systèmes de plus en plus complexes et onéreux. Le problème n'est pas propre à la lutte contre les dangers naturels. Le grand patron américain Norman Augustine (patron du géant de la défense américaine Lockheed Martin) dénonçait la montée en spirale des coûts de la défense. Il énonçait sa loi (voir figure 1.10) :

> « In the year 2054, the entire defence budget will purchase just one aircraft. This aircraft will have to be shared by the Air Force and Navy 3.5 days each per week except for leap year, when it will be made available to the Marines for the extra day. »

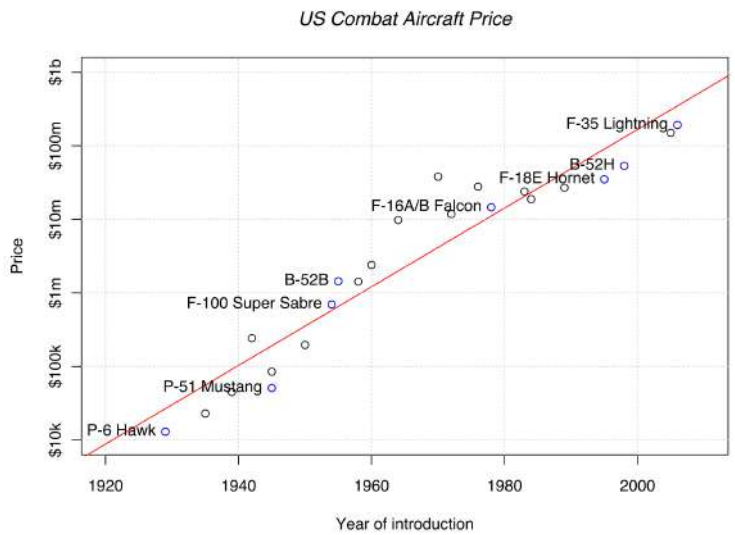


Figure 1.10 – Évolution du coût des avions militaires achetés par le Pentagone.

Dans le domaine des dangers naturels, on peut citer l'accroissement considérable des coûts de la lutte contre les avalanches. Ainsi, en ce qui concerne le déclenchement préventif, les domaines skiables ont longtemps procédé par des purges à l'explosif. Le coût était de quelques dizaines de francs (explosif, détonateur, personnel) et ne nécessitait aucun investissement. De nos jours, des outils tels que le gazex (détonation d'un mélange d'oxygène et de propane, voir chap. 3) sont couramment employés. Ils nécessitent un investissement conséquent (de l'ordre de 100 kCHF par point de tir au gazex, 50 kCHF au catex) sans compter leur maintenance ultérieure. Leur efficacité n'est guère meilleure que de l'explosif, mais ils offrent plus de confort, de rapidité, et de sécurité. La

lutte contre les avalanches dans les stations de ski a connu une augmentation continue de ses coûts et un degré croissant de complexité.

Cette croissance dans la complexité des techniques se voit également dans le flux croissant d'informations constant. Par exemple, si l'on reste dans le domaine des avalanches, on voit que la production d'articles scientifiques recensés par l'Institute for Scientific Information (base de données : web of knowledge) a crû d'un facteur 100 entre 1970 et 2010 (voir figure 1.11), ce qui ne veut pas dire que nos connaissance se sont accrues dans les mêmes proportions. La qualité de l'information est inégale, parfois redondante, parfois contradictoire. Dans tous les cas, un tel flux d'informations rend difficile tout suivi exhaustif de la production scientifique. Il tend aussi à cloisonner les scientifiques et les ingénieurs dans des domaines de plus en plus spécialisés.

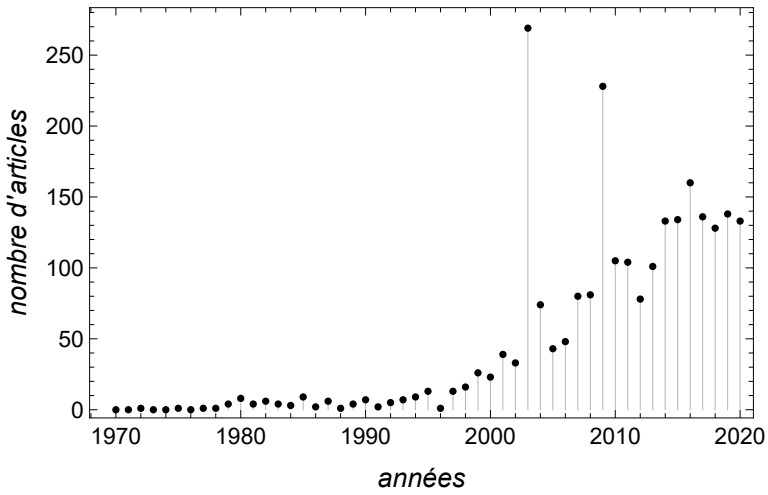


Figure 1.11 – Évolution du nombre d'articles référencés dans Web of Science avec le mot-clé : « snow avalanche ».

1.4.4 Expliciter le risque aux populations et aux décideurs

Expert, public, décideur

Pour analyser le risque, proposer aux décideurs politiques des stratégies de lutte, et faire accepter ou négocier avec les acteurs locaux impliqués, il y a nécessairement une base scientifique et technique importante, mais également des aspects sociologiques, dont l'importance n'est pas moindre. Un biais assez systématique dans notre approche technique du risque est de considérer que le public est généralement ignorant, mal informé, ou sous l'emprise de croyances irrationnelles. Le sociologue Claude Gilbert

dénonçait ainsi le « présupposé de l'irrationalité du public (déterminé par ses perceptions, soumis à ses peurs…) et donc celui de la rationalité des décideurs, des experts, etc. (avec, en arrière-plan, l'opposition entre risques objectifs et risques subjectifs) » (Gilbert, 2008). Ce clivage entre, d'une part, le cercle des sachants (les experts, les décideurs) et, d'autre part, le public se retrouve dans la mise en opposition entre anciens et modernes.

Prenons l'exemple d'un zonage d'un secteur soumis à un risque de crue ; que penser de la confrontation entre un ingénieur hydraulicien, qui arrive avec ses calculs et son analyse, et le riverain, qui a accumulé des décennies d'observations et formule également un avis sur l'origine et le déroulement des crues ? Qui est l'*expert* ? L'ingénieur qui calcule la crue ou le riverain qui la vit ? Lorsque les deux arrivent à des vues divergentes, il est commun pour l'ingénieur de balayer les dires de son contradicteur en mettant en avant le poids de la science.

Le point de vue inverse, à savoir l'excessive défiance vis-à-vis des scientifiques, est un phénomène inquiétant. Un exemple est fourni par les commentaires d'un professeur de médecine, Claude Got, qui s'est beaucoup investi dans la prévention routière en France. Il déclare sur son site « la banalité de l'acte de conduire (…) facilite une prise de parole sans fondement scientifique. Les conducteurs « savent » pourquoi les accidents se produisent et ils en tirent facilement des certitudes quant aux méthodes à mettre en œuvre pour les prévenir. » Dans son livre « The Death of Expertise », l'expert américain en relations internationales Thomas Nichols constate également la défiance grandissante entre citoyens et experts : « These are dangerous times. Never have so many people had access to so much knowledge, and yet been so resistant to learning anything. » Il en pointe les causes variées : (i) une société moderne qui renforce l'ego des individus, (ii) l'effet Dunning–Kruger (plus on est incompétent, plus on a de certitudes que l'on est compétent), (iii) les travers des universités actuelles, où l'éducation de masse a produit une marchandisation du savoir, (iv) une information facilement accessible et en profusion sur internet, sans gage de qualité, (v) l'effondrement du journalisme d'investigation, surtout dans la presse écrite, et (vi) diatribes contre l'expertise scientifique relayées médias et des politiciens (Nichols, 2017). Sur le même sujet, Harry Collins et Dave Levitan montrent comment la sphère politique s'est emparée de certains sujets techniques, tout en décrédibilisant les scientifiques du domaine (Collins, 2014; Levitan, 2017) ; le réchauffement climatique en offre un example saisissant. Les sociologues du risque et des mouvements sociaux pointent la maladresse des acteurs dominants de la scène du risque. Une position que Michel Callon résume ainsi (Callon *et al.*, 2001, pp. 49–53) :

> « les controverses socio-techniques (…) sont fréquemment perçues comme la conséquence d'un déficit de communication et d'information : le savant ou le politique n'ont pas voulu (ou ils n'ont pas réussi à) se faire comprendre du citoyen ordinaire. Au mieux, elles seraient une perte de temps dont on aurait pu faire l'économie, au pire elles seraient la conséquence difficilement évitable de l'état d'arriération intellectuelle d'un peuple

qui a besoin d'être guidé en permanence. (...)

« L'expertise savante comme le volontarisme politique, lorsqu'ils prennent la forme d'un discours d'autorité, échouent aux interrogations des citoyens concernés. Toute tentative pour ignorer la fécondité des disputes, pour réduire les débats à de simples formalités ou pour les corseter dans des procédures aussi stériles qu'obligatoires se retourne tôt ou tard contre ceux qui prétendent « connaître la chanson » et se vantent de ne rien ignorer de l'art de « tirer les ficelles ». (...)

« On peut dire que la controverse enrichit le sens d'une situation. En effet, tous les grands projets d'aménagement ou de réforme sociale poursuivent des objectifs précis mais partiels. Ils répondent à des besoins ou à des demandes, jugés légitimes, qui peuvent être ceux d'une agence ou d'un organisme publics cherchant à étendre ou à renouveler leur champ d'action (modernisation des moyens de transport, résolution du problème des déchets nucléaires ou encore élargissement des politiques de lutte contre les stupéfiants) (...). La délimitation et la formulation initiales de ces besoins s'accomplissent généralement dans des cercles fermés (cabinets politiques, administrations centrales, directions d'entreprises publiques, etc.). Mais un tel confinement ne peut être durable. Tout processus de décision exige un travail d'ouverture, de décision, ne serait-ce qu'en raison de la nécessité de mobiliser les acteurs qui permettront de faire aboutir le projet. »

Pour l'ingénieur, comme pour le médecin ou le décideur politique, il est donc toujours tentant de s'abriter derrière la rationalité de sa démarche et d'arguer de l'irrationalité du public pour imposer ses vues. Il est clair que la pratique expose à la rencontre d'un grand nombre de personnes, dont le discours est soit très bancal, soit très partial, et qu'en conséquence, le praticien a tendance à balayer toute objection à son analyse. Cependant, les erreurs d'appréciation des « experts » sont tellement nombreuses qu'elles ont, dans le même temps, conduit à décrédibiliser la parole de l'expert auprès du grand public. Ce fossé entre public et praticiens/décideurs existe et tend à s'accroître ; pour l'ingénieur en charge de dossier de risque, il faudra composer avec cet aspect « sociologique » du mieux possible.

En pratique

C'est en grande partie sur l'expérience et le savoir-faire du chargé d'étude que repose cette tâche d'analyse et d'explication du risque aux populations concernées d'une façon transparente et argumentée. Comment en pratique peut-on faire passer un message technique à ceux qui vont prendre une décision ou ceux qui vont bénéficier/subir la politique de lutte ? Vaste débat dont on peut ici apporter quelques pistes de réflexion :

– une façon de mettre en perspective un risque est de le comparer avec d'autres

risques. Le tableau 1.3 fournit ainsi une liste d'activités et le risque d'accident mortel lié à ces activités. On note la forte variabilité des taux de mortalité ; pour une analyse sociologique de la question, on peut également noter le décalage entre le risque réel et le risque perçu par la population ;

- indiquer la méthodologie choisie, les étapes du raisonnement, les données sélectionnées ou écartées devient de plus en plus fondamentale. Il faut ainsi noter que si les études de risque faisaient quelques pages il y a une dizaine d'années et se contentaient le plus souvent d'esquisser la solution, on observe de nos jours une augmentation sensible du volume des rapports, avec une description de plus en plus poussée de l'analyse de la problématique ;
- préciser clairement le vocabulaire employé et éviter le jargon technique sont des recommandations couramment faites et rarement suivies. La multiplication des termes et leur chevauchement partiel (par exemple, quelle est la différence entre risque, aléa, danger ?) font que des spécialistes ne se comprennent pas toujours. Comment espérer que le commun des mortels saisisse la subtilité conceptuelle entre deux mots voisins dans le langage courant (danger et risque par exemple) ?
- le passage de l'analyse scientifico-technique des phénomènes à une définition des moyens de lutte nécessite également d'être clair tant sur la définition de la méthode que sur la prise en compte des avantages/inconvénients/répercussions.

1.5 Les controverses dans la gestion du risque

1.5.1 Risque et controverse

De toutes les actions menées par les états dans le domaine public, la gestion des risques est certainement le point qui provoque le plus de controverses et d'incompréhension entre les autorités, les techniciens, et les populations, notamment lors des crises à un point tel que d'un point de vue sociologique, on peut penser que la controverse est une dimension essentielle de la notion de risque (Borraz, 2007). Les derniers mois ont été riches en crises qui illustrent les problèmes de gestion des risques :

- Gestion de la grippe H1N1 : en juin 2009, l'Organisation mondiale de la santé (OMS) lançait une alerte de pandémie concernant la grippe porcine ou grippe H1N1. Cette grippe était décrite comme d'une très grande virulence et susceptible de causer des millions de morts[7]. Plusieurs états européens ont suivi les recommandations de l'OMS et commandé des doses de vaccin en très grand nombre (13 millions de doses pour la Suisse, 94 millions pour la France) auprès de grands groupes pharmaceutiques. À l'été 2010, la pandémie est déclarée finie

7. Le virus souche H1N1 avait causé en 30 et 100 millions de morts en 1918 au lendemain de la première guerre mondiale. Cette grippe plus connue sous le nom de « grippe espagnole » fit plus de victimes que la guerre elle-même.

par l'OMS. Sur le plan sanitaire, on dénombre 20 morts de la grippe H1N1 en Suisse (contre 400 en moyenne pour la grippe saisonnière), 312 en France, environ 18 000 dans le monde. Le coût financier de la prévention a été colossal, avec 84[8] millions CHF pour la Suisse et 420[9] millions € pour la France juste pour les vaccins ; le coût total de la campagne de vaccination en France a été évalué à 2,5 milliards €. Le bilan financier et humain a provoqué un scandale en Europe. Par sa résolution 1749, l'Assemblée parlementaire du Conseil de l'Europe dénonce la gabegie financière, le manque de transparence de l'OMS, et la possible collusion entre experts et groupes pharmaceutiques :

> « L'Assemblée parlementaire est alarmée par la façon dont la grippe pandémique H1N1 a été gérée non seulement par l'Organisation mondiale de la santé (OMS) mais aussi par les autorités de santé compétentes tant au niveau de l'Union européenne qu'au niveau national. Elle s'inquiète notamment de certaines répercussions de décisions et d'avis ayant entraîné une distorsion des priorités au sein des services de santé publique à travers l'Europe, un gaspillage de fonds publics importants et l'existence de peurs injustifiées relatives aux risques de santé encourus par la population européenne en général.
>
> « L'Assemblée fait état d'un grave manque de transparence dans les prises de décisions liées à la pandémie, qui soulève des préoccupations concernant l'influence que l'industrie pharmaceutique a pu exercer sur certaines décisions parmi les plus importantes concernant la pandémie. L'Assemblée craint que ce manque de transparence et de responsabilité ne fasse chuter la confiance accordée aux conseils des grands organismes de santé publique. Cela pourrait se révéler désastreux en cas d'une nouvelle maladie de nature pandémique qui pourrait être beaucoup plus grave que la grippe H1N1. »

– Tempête Xynthia et crues dans le Var : la France a été touchée par deux événements de grande ampleur en 2010. Le 28 février, la concomitance d'une forte marée et du passage d'une dépression rapide et profonde sur l'Europe provoque des vents tempétueux et des inondations causant un lourd bilan humain : la mort de 65 personnes, dont 53 sur le littoral atlantique français. Le 15 juin, le sud de la France, principalement le Var, est touché par des pluies exceptionnelles (400 mm aux Arcs près de Draguignan). On dénombre 25 victimes. Dans les deux cas, une vive polémique a éclaté à propos du zonage de risque. L'État français est rapidement intervenu à propos des inondations en Charentes-Martimes et en Vendée en mettant en œuvre des opérations de secours de grande ampleur et en évoquant le classement en zone inconstructible d'une partie du littoral concerné par les inondations, parlant de « zones noires », ce qui provoqua un tollé parmi la

8. D'après un article de Frédéric Vassaux du 12 janvier 2010 dans l'Illustré.
9. Voir l'analyse sur le site actualités news environnement.

population locale et les élus [10]. Le chef de l'État Nicolas Sarkozy reconnaissait [11] :

> « La catastrophe du 28 février n'est pas seulement le produit d'événements climatiques. Je vais prendre mes responsabilités. Cette catastrophe est le résultat d'une cascade de décisions litigieuses ou contraires au bon sens, de négligences, de prescriptions non respectées, d'expertises négligées sont mises en œuvre pour prévenir ou garder le contrôle sur des événements redoutés, et que les conséquences peuvent être atténuées. (...) J'entends remettre de l'ordre dans notre politique de prévention et de gestion des risques. »

Les controverses récentes fournissent des éléments intéressants pour appréhender comment est géré le risque dans les sociétés occidentales :

- elles mettent en évidence l'existence d'un paradigme universel – tel que défini par (Gilbert *et al.*, 2007) (voir § 1.5.3) – du risque pour les autorités ;
- l'existence de controverses permet d'éclairer les rapports entre acteurs, public, et autorités. La perception des risques et leur traitement illustrent souvent les clivages et antagonismes qui existent entre ces différents intervenants ;
- il existe un discours étatique qui « continue de revendiquer le monopole de la sécurité », mais en pratique, l'État devient un acteur parmi d'autres, un « facteur de risque », perdant son rôle d'ordonnateur au profit d'un rôle de régulateur (Borraz, 2008) ;
- dans le même temps, les lanceurs d'alerte, les associations et agences non gouvernementales, et les privés investissement de plus en plus la place laissée par l'État, agissant par là en contre-pouvoir face aux groupes industriels, aux états, etc. (Beck, 2003).

1.5.2 Psychologie du risque d'après Tversky

Si l'on prend un sujet commun comme la sécurité routière, la gestion du risque – ici la mise en place de politique publique de prévention et de répression des accidents – peut apparaître bien fondée ou peu adéquate selon la manière dont on présente et interprète les chiffres. Le débat autour de la sécurité routière se nourrit du clivage net entre pro- et anti-répression. Les politiques publiques polarisent l'attention sur la vitesse comme facteur premier du risque, et donc la solution est d'imposer un contrôle des vitesses sur les routes. La stagnation voire l'augmentation du nombre de tués sur les routes est considérée par les tenants de ces politiques comme le signe d'un relâchement, et donc comme la nécessité de renforcer le système de contrôle des vitesses. Sans surprise les opposants à ce durcissement voient là le signe d'un échec de la politique de répression.

10. Voir l'article de Samuel Laurent dans le Monde daté du 19 avril 2010
11. Discours du 16 mars 2010 à la Roche-sur-Yon

Ce constat avait été fait par un groupe de socio-économistes américains conduits par Amos Tversky[12], selon qui la perception du risque et l'estimation de la meilleure façon de s'en protéger dépendent de façon critique de la manière dont la problématique est posée. La démonstration apportée par Tversky était la suivante. Il posa à des étudiants d'une grande université[13] la question « en admettant qu'il y ait un risque d'une épidémie violente sur le sol américain et que deux stratégies de lutte s'offrent à vous : (i) avec le programme de lutte A, on peut sauver la vie de deux cents personnes ; (ii) avec le programme B, il y a 33 % de chances qu'on puisse sauver 600 personnes, mais 66 % qu'on ne puisse sauver personne, lequel de ces deux programmes vous semble le plus pertinent ? » 72 % des étudiants ont répondu que le programme A était le plus adapté. Les étudiants préféraient opter pour une stratégie sans surprise que pour une stratégie où un risque apparaissait, alors qu'au final, les deux programmes offraient des perspectives identiques en valeur moyenne. Les étudiants montraient donc une aversion au risque.

Tversky posa ensuite la question différemment : « on a maintenant le choix entre deux autres programmes. Avec le programme C, on est sûr que 400 personnes vont décéder des suites de l'épidémie, alors que si on adopte le programme D, il y a 33 % de chances que finalement, personne ne meure, mais 66 % que 600 personnes ne survivent pas. » Là encore, en termes de valeur moyenne, les deux assertions sont équivalentes et l'une est exprimée comme une certitude, alors que l'autre prend en compte un risque d'échec. À cette question, 78 % des étudiants ont répondu par le programme D, montrant qu'ils étaient capables de prendre des risques. Dans la première formulation du problème, Tversky a présenté les gains escomptés alors que la seconde formulation est basée sur les pertes possibles.

1.5.3 Remise en question des approches classiques de gestion du risque

Sur la base d'études menées dans différentes branches (mais principalement le risque industriel), des sociologues français ont brossé un portrait de ce que l'on pour-

12. Amos Tversky (1937–1996) a été un des pionniers des sciences cognitives. Il s'est notamment intéressé à la perception du risque économique et il a développé avec Daniel Kahneman (prix Nobel d'économie 2002) la théorie des perspectives (prospect theory) selon laquelle les personnes réagissent différemment aux perspectives de gain ou de perte en fonction des circonstances : si elles ont réalisé des gains, elles souhaitent les consolider et évitent donc les risques. En cas de pertes financières, surtout si celles-ci sont importantes, elles sont disposées à prendre des risques d'autant plus importants puisqu'elles estiment qu'elles n'ont plus rien à perdre. On pourra utilement se rapporter à l'excellent ouvrage de Kahneman (2011), qui offre une belle perspective sur la prise de décision et tous ses biais.

13. Un aspect intéressant des études de Tversky a été de montrer le caractère quasi-universel des réponses apportées : il y a une certaine stabilité dans les réponses apportées indépendamment des conditions géographiques/sociales ou de l'époque.

rait appeler le « modèle dominant » en matière de gestion des risques Gilbert *et al.* (2007). Selon ces auteurs, il existe actuellement un paradigme universel employé par les autorités en charge des dossiers de risque et qui est construit sur 6 prédicats qui s'articulent autour des notions de *responsabilité*, de *pouvoir de la technologie*, et d'*efficacité des normes* :

1. la sécurité des personnes est la priorité absolue ;
2. tous les moyens disponibles doivent être mis en œuvre pour garantir cette sécurité au travers d'actions de prévention ;
3. la maîtrise des risques est rendue possible grâce à la science et la technologie ;
4. la connaissance des risques sert de fondations à l'élaboration de normes, règles, et procédures, qui peuvent servir à encadrer et gérer les activités à risque ;
5. la sécurité dépend de l'élimination des erreurs et pannes par une stricte application des règles et par un suivi de cette application ;
6. la sécurité dépend également de la capacité des acteurs et organisations à apprendre des incidents, dysfonctionnements, accidents, où la sécurité a pu être sous-estimée à des degrés divers.

Les premier et second prédicats sont sans doute une conséquence de l'évolution de l'ordre moral au sein des sociétés occidentales, qui depuis deux générations n'ont pas connu de fléaux tels que guerre, famine, catastrophe naturelle, ou pandémie. L'accident en général, et l'accident mortel en particulier sont donc de plus en plus rejetés par nos sociétés. Une conséquence est que les responsabilités sont recherchées dès qu'il y a accident (voir point 6), ce qui à son tour génère une pression supplémentaire sur les autorités publiques pour qu'elles mettent tout en œuvre pour lutter contre les risques. L'affaire du sang contaminé[14] est souvent considérée comme ayant été un tournant chez les politiques, qui préféreraient lancer des actions coûteuses que de se voir reprocher de n'avoir rien fait.

Les troisième et quatrième prédicats affirment qu'une prévention efficace est rendue possible de nos jours grâce aux développements technologiques. La technologie permet d'identifier les dangers, de modéliser les processus, de mesure ou d'évaluer les paramètres-clés, et de prédire le comportement du système. La gestion moderne du risque se construit en trois phases : (i) si possible, l'élimination du risque à sa source,

14. Au cours des années 1980, des chercheurs ont mis en évidence la transmission du virus du SIDA par le sang. Cette découverte a amené à modifier le traitement des prélèvements sanguins, mais il y a eu un retard conséquent entre le moment où la découverte a été diffusée et le moment où les autorités sanitaires ont pris leurs décisions. Le scandale est né en France en 1991 lorsqu'une journaliste a révélé que le *Centre national de transfusion sanguine* avait sciemment distribué de 1984 à 1985, des produits sanguins dont certains contaminés par le virus du SIDA à des hémophiles. Le scandale déboucha sur la mise en examen de plusieurs hommes politiques, dont le premier ministre (Laurent Fabius) et le secrétaire d'état à la santé (Edmond Hervé), et de plusieurs médecins. Si les décideurs politiques furent reconnus innocents par la Cour de justice de la république (seule instance qui a le pouvoir de juger des élus en France), le responsable du CNTS a été lourdement condamné par la justice ordinaire.

(ii) le suivi des procédures, (iii) la mise en place de barrières pour atténuer le risque résiduel et tendre vers le risque zéro. Gilbert *et al.* (2007) résument ainsi la gestion des risques :

> « La maîtrise du risque se rapporte essentiellement à une stratégie normative qui consiste à modéliser, décrire, et spécifier un monde parfait sur le plan opérationnel. Elle implique la prescription d'actions et de comportements qui sont censés assurer que l'on reste au sein de cet environnement (règles de bonne conception, procédures opérationnelles), que des actions sont mises en œuvre pour prévenir ou garder le contrôle sur des événements redoutés, et que les conséquences peuvent être atténuées. »

Les normes sont par exemple les procédures d'« assurance qualité » ou de « charte qualité » mises en place par les entreprises et administrations.

Le cinquième et sixième prédicats sous-tendent que dans un système normalisé (dont le fonctionnement a fait l'objet de normes) la sécurité dépend principalement du respect des normes, règles, et procédures. Le non-respect de celles-ci, qu'il soit intentionnel ou accidentel, est une menace à la sécurité du système et doit donc être sanctionné. Les politiques publiques s'attachent donc non seulement à éviter que les règles de sécurité puissent être mal exécutées par les intervenants, mais également à définir des mesures visant à punir les violations manifestes des règles. Un exemple frappant de cette évolution des politiques de prévention est donné par les débats autour de l'interdiction du ski hors-pistes ou bien les poursuites contre les skieurs qui ne tiennent pas compte des avertissements et mettent en danger la vie des skieurs sur piste. Ainsi, un responsable de la police cantonale du Valais déclarait après l'avalanche sur les pistes de ski d'Anzère : « Il s'agit d'envoyer un message : les skieurs qui ne respectent pas les autres peuvent être poursuivis ».

Selon Gilbert *et al.* (2007), ce modèle de gestion du risque est voué à l'échec sur le long terme car il méconnaît gravement la problématique du risque dans son entier :

- pour la plupart des structures concernées par le risque, le risque est une contrainte parmi d'autres. Si le risque zéro est un but, il ne constitue pas en soi l'objectif d'absolue priorité. L'entreprise fait face à une multitude d'impératifs d'ordre économique, social, etc., ce qui nécessite de trouver des « compromis » entre toutes les contraintes ;
- la nécessaire existence de compromis entre différentes contraintes est souvent occultée car la reconnaissance d'une certaine tolérance en matière de sécurité est de moins en moins bien perçue par l'opinion publique (ou est supposée moins bien perçue). Tant que la situation ne conduit pas à des problèmes qui sont médiatisés ou dénoncés par une des parties, l'arbitrage est maintenu de façon tacite et implicite, loin de tout regard extérieur. Cette occultation conduit donc à un divorce entre la gestion ordinaire du risque et l'affichage public ;
- la complexité des processus et de leurs interactions ainsi que l'incertitude as-

sociée aux mesures des paramètres sont tellement grandes qu'il est illusoire de penser qu'on puisse arriver à une description précise des composantes d'un système ;
- la sécurité ne se réduit pas à la stricte obéissance aux règles, elle dépend aussi du degré de développement de la culture de sécurité au sein de l'entreprise et de l'établissement d'un lien de confiance entre les intervenants ;
- la mise en place de normes a pour conséquence de rigidifier un système. Cela le rend, certes, plus résistant face à un certain nombre de dangers, mais l'absence d'adaptation, le manque de souplesse, l'excès d'attention portée à certains phénomènes peuvent fragiliser le système vis-à-vis de nouveaux dangers ;
- sur le plan neurologique ou moteur, le fonctionnement humain n'opère pas par élimination des erreurs à leur source, mais par tâtonnement, avec des procédures de détection et de correction de l'erreur ;
- les accidents ne sont que rarement la conséquence d'une erreur facilement identifiable, mais au contraire le résultat d'une « chaîne d'événements » ;
- l'analyse de systèmes complexes courants (opération chirurgicale, vol d'un avion, etc.) montre que les opérateurs commettent une multitude d'erreurs, qui sont rapidement rattrapées. Il y a donc un ajustement permanent du système pour éviter une erreur fatale.

Au final, Gilbert *et al.* (2007) concluent que « le modèle sécuritaire (...) fondé sur un cadre de référence idéal (risque zéro, qualité absolue) est donc irréaliste. » Selon ces auteurs, il est nécessaire de ne pas rechercher un fonctionnement optimal d'un système par rapport aux erreurs et pannes, mais de rechercher une maîtrise dynamique des risques en offrant un meilleur suivi et une plus grande capacité d'adaptation/réponse.

1.5.4 Exemple du reboisement

Problématique

Au cours du XIXe siècle, les pays européens furent frappés par des crues exceptionnelles avec une fréquence telle que les autorités publiques s'interrogèrent sur les causes de ces catastrophes et les moyens de les prévenir. En particulier, à au moins deux reprises au cours du XIXe siècle, l'Europe a connu des crues catastrophiques (Cœur, 2004; Lang & Coeur, 2014; Ford, 2018; Fressoz & Locher, 2020) :

- les inondations de 1840 à 1843 ;
- les crues de 1856 à 1857 (voir figures 1.12 et 1.13).

Ces événements ont poussé les états européens à réagir [15]. En Suisse, jusqu'au milieu du XIXe siècle, les communautés villageoises géraient de façon autonome leurs

15. Nous ne parlerons pas ici du Japon, qui est un autre pays pionnier en matière de reboisement. À la suite des conflits incessants entre seigneurs de la guerre, d'un accroissement de la

Figure 1.12 – Crue catastrophique de la Saône à Lyon (France Rhône) avec le quai Saint-Antoine le long de la Saône totalement inondé en mai 1856. Source : Louis Froissard Archives de la ville de Lyon. La crue de 1856 est la première crue qui a été documentée par des photographies, dont certaines séries furent commandées par le gouvernement. À partir de là, la photographie deviendra un précieux auxiliaire à la fois pour témoigner de l'ampleur des dommages, mais également comme outil de communication des collectivités et de l'État (voir figure 1.14).

forêts. Dès 1803, on voit apparaître les premières lois cantonales, notamment dans le Valais. Dans les années 1850 à 1860, plusieurs hommes politiques et ingénieurs ont travaillé à ce que la Confédération prît en main la question du reboisement comme moyen de lutte contre les crues ; deux professeurs de la toute jeune ETHZ, Elias Landolt et Carl Culmann, remettent plusieurs rapports au Conseil fédéral, suggérant des pistes. Toutefois, dans la première constitution suisse de 1848, la Confédération n'avait aucune compétence en matière de police forestière, qui restait du domaine des cantons

population, d'une surexploitation de la forêt pour le bois de construction et le chauffage, et du défrichage pour augmenter la surface agricole, la forêt japonaise se trouvait en forte régression. La mise en place d'un nouveau système politique, très centralisé (shoguns de l'ère Tokugawa) au début du XVIIe siècle, changea la donne lorsque les Japonais prirent conscience de l'impact négatif de la déforestation, notamment en ce qui concerne l'érosion de pentes dominant la zone côtière. Au début du XVIIIe siècle, le pays lança des programmes de reboisement et de régulation stricte des espaces forestiers (production et transport du bois, usage du bois) (Diamond, 2005).

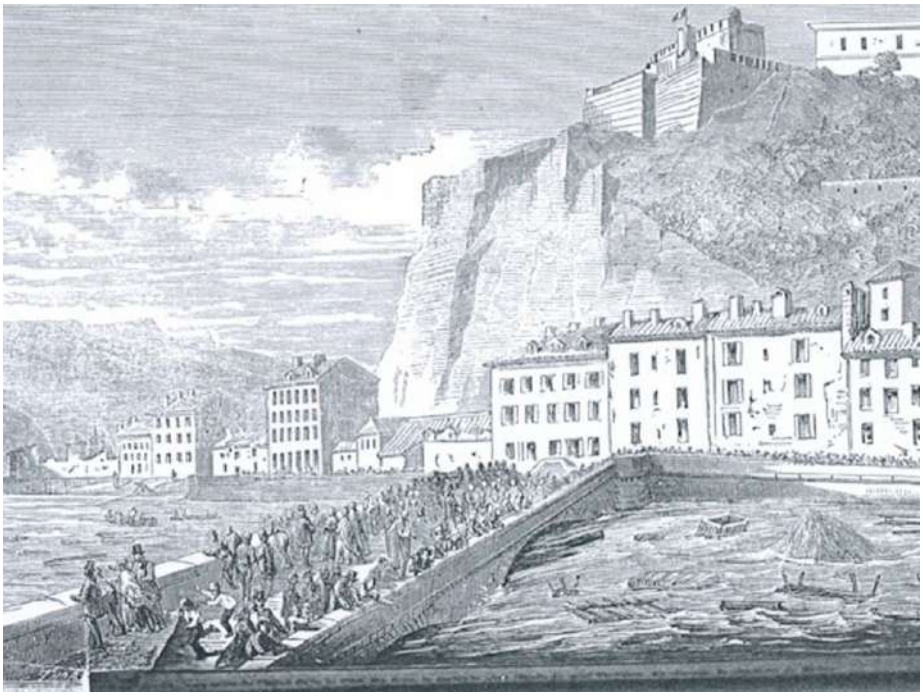


Figure 1.13 – Crue catastrophique de l'Isère à Grenoble (Isère) en novembre 1859.

(Schuler, 2004). Il faut attendre 1874 pour voir la révision de la constitution (article 24 relatif à la surveillance des eaux et des forêts de montagne) et la création d'un service fédéral forestier calqué sur le modèle des Grisons. En 1876, la première loi fédérale sur la police des forêts entre en vigueur. Elle prévoit l'interdiction des coupes et l'obligation du reboisement dans les forêts de protection. La loi de 1910 complète le cadre réglementaire en mettant en place des subventions fédérales, qui lancèrent une série de grands travaux de protection sur tout le territoire national[16].

Pendant environ trois décennies (1830 à 1860), l'État français a été tenaillé entre d'un côté les tenants de la politique du reboisement prônée par les administrations et de l'autre les élus locaux soucieux de donner satisfaction aux agriculteurs peu enclins à l'amputation de leur terrain (Bravard, 2002), ainsi que quelques rares érudits et ingénieurs comme François Vallès et Maurice Champion, pour qui la forêt ne pouvaient jouer qu'un rôle secondaire (Ford, 2018; Fressoz & Locher, 2020). Les crues du début des années 1840 donnèrent l'impulsion à une réflexion plus approfondie sur les moyens de lutte, avec deux grandes options :

– la correction des rivières, avec par exemple l'endiguement des principaux cours

16. Voir l'article d'Anton Schuler sur la forêt dans le Dictionnaire historique de la Suisse. Un historique plus complet est donné dans le rapport Wald- und Forstgeschichte par Anton Schuler, Matthias Bürgi, Wener Fischer, et Katja Hürlimann publié en 2000 par l'ETHZ.

d'eau ;
- le traitement des versants, avec principalement le reboisement des versants dénudés, l'interdiction du défrichement, et la limitation du pâturage.

En France, deux lois essentielles ont consacré la forêt comme moyen privilégié de lutte contre les crues (Besson, 1996; Brugnot, 2002) :

- la loi du 28 juillet 1860 (sous le Second Empire) confia au service des Eaux et Forêts la mission de corriger les torrents et reboiser les montagnes. Cette loi faisait suite à d'autres lois promulguées par Napoléon III à la fin des années 1860 pour créer des ouvrages de protection contre les crues ;
- la loi du 4 avril 1882 corrigea le cadre d'intervention du service des Eaux et Forêts. La forêt ne devenait plus un outil de prévention, mais une technique curative. On ne parlait plus de reboisement, mais de « restauration des terrains en montagne », une expression qui a été figée à travers le nom de l'organisme qui est né à cette occasion.

En Italie, la loi du 20 juin 1877 engagea l'état italien dans une politique active de protection des forêts, avec à la fois des limitations fortes des coupes forestières et des plans de reboisement (Bonardi, 2002). Toutefois, compte tenu des difficultés économiques et du développement industriel dans l'Italie réunifiée, la loi fut marginalement appliquée, ce qui eut pour conséquence, en particulier, un accroissement des surfaces déboisées (entre 1870 et 1920, la surface forestière diminua d'environ 15 %). En réaction, le gouvernement promulgua la loi du 2 juin 1910 dite Loi Luttazzi, qui a notamment institué la création d'un Corps royal des forêts regroupant plus de 3000 gardes forestiers.

La forêt comme moyen de prévention

La forêt a été vue dès le Moyen Âge comme une valeur économique, qu'il fallait non seulement préserver, mais développer (Buridant, 2002). Sous le ministère de Colbert en France à la fin du XVIIe siècle, le corps des Eaux et Forêts se voit ainsi considérablement renforcer. Il faut attendre le début du XIXe siècle pour voir un fort regain d'intérêt pour la forêt en Europe, un intérêt croissant qui s'est traduit en France par la création de l'école forestière de Nancy en 1824 et la promulgation du Code forestier en 1827. En Italie, la première école forestière fut créée en 1869 à Vallombrosa (Florence).

La doctrine sur le rôle de protection de la forêt a été élaborée dès le milieu du XIXe siècle, notamment en France avec la publication en 1840 de l'ouvrage d'Alexandre Surell[17] ouvrage qui eut un retentissement considérable (Surell, 1870). Surell écrivait

17. Alexandre Charles Surell (1813–1887) était un ingénieur français des Ponts et Chaussées. Il a commencé sa carrière dans les Hautes-Alpes, étape importante de sa carrière où il rédigea le livre « Étude sur les torrents des Hautes-Alpes » qui le rendit célèbre auprès de plusieurs générations de forestiers et de géographes. Il poursuivit sa carrière dans la Compagnie des Chemins de fer du Midi, dont il devint le directeur en 1859.

ainsi :

> « Lorsqu'on examine les terrains au milieu desquels sont jetés les torrents d'origine récente, on s'aperçoit qu'ils sont toujours dépouillés d'arbres et de toute espèce de végétation robuste. Lorsqu'on examine d'une autre part les revers dont les flancs ont été récemment déboisés, on les voit rongés par une infinité de torrents du troisième genre, qui n'ont pu évidemment se former que dans ces derniers temps. Voilà un double fait bien remarquable… On peut appeler en témoignage de ces remarques toute la population de ce pays. Il n'y a pas une commune où l'on n'entende raconter à des vieillards que sur tel coteau, aujourd'hui nu et dévoré par les eaux, ils ont vu se dresser autrefois de belles forêts, sans un seul torrent. Considérons donc cette influence comme une chose démontrée, et résumons-la dans les deux propositions suivantes :
>
> 1. la présence d'une forêt sur sol empêche la formation des torrents ;
> 2. le déboisement d'une forêt livre le sol en proie aux torrents.»

L'ingénieur des Eaux et Forêts Paul Mougin[18] a analysé dans le détail le rôle de la forêt. Sa description du rôle de la forêt dans le cycle de l'eau est toujours d'actualité. Selon Mougin (1914, 1931), la forêt a trois rôles majeurs :

- grâce au phénomène d'évapotranspiration, elle permet d'intercepter une partie des eaux de pluie ;
- elle exerce une résistance au ruissellement, ce qui permet d'étaler les crues et éviter des pics de crue ;
- elle permet de lutter contre l'érosion en maintenant le sol grâce au réseau de racines.

Il défendit la thèse selon laquelle la forêt avait un impact profond sur le climat à travers plusieurs processus :

- la montée des températures ;
- l'augmentation de la pression atmosphérique ;
- une fréquence accrue des orages ;

18. Paul Mougin (1866–1939) était un ingénieur des Eaux et Forêts français. Il commença sa carrière à Grenoble, mais il fit l'essentiel de sa carrière en Savoie, où il se spécialisa dans la correction torrentielle. Son premier travail d'importance a été la dérivation (par une galerie) du torrent de Saint-Julien en Maurienne, qui marqua son intérêt pour les ouvrages de correction torrentielle (seuils, barrages, galeries). Il a aussi été un ardent artisan du reboisement, s'illustrant notamment par des études minutieuses des archives départementales pour prouver sa théorie du déboisement des Alpes au cours des derniers siècles. Il a été l'un des premiers à s'intéresser à la collecte de données nivométriques et à l'observation des avalanches, suivant en cela l'exemple de l'ingénieur forestier suisse Johann Coaz. Il est sans doute l'auteur du premier modèle de calcul du mouvement d'une avalanche. Il a plusieurs ouvrages et rapports, fruit d'un travail considérable de collecte et d'analyse des informations sur l'érosion torrentielle, les forêts, et les avalanches.

- une fonte des neiges plus rapide ;
- la modification du régime des eaux de surface et des cours d'eau.

À l'époque de Mougin, on ne parlait pas de réchauffement climatique. Mougin ignorait donc que la remontée des températures observée depuis la fin du petit âge glaciaire était liée à une modification globale du climat (éventuellement déjà avec une influence anthropique) et donc pour lui, il ne pouvait y avoir qu'une cause : le déboisement. Mougin (1914) affirme donc que « pendant toute la période où les forêts étaient détruites on constate une augmentation de la température moyenne annuelle. (...) le chanoine Vaullet, après 40 ans d'observations, signalait le même fait démontré par la comparaison des températures depuis le début du siècle. Parmi les causes de la modification du climat, il place au premier rang, le déboisement. » Il avança également en comparant le nombre de crues et le nombre d'hectares défrichés qu'il y avait un lien étroit entre déboisement et nombre de crue : « au XVIIIe siècle, la Leysse a eu huit crues dommageables et trente-huit crues au XIXe siècle ; les crues sont donc devenues 4,7 fois plus fréquentes. Or, en 1738, la forêt couvrait 5398 hectares, soit 53,2 % du bassin de réception ; en 1910, elle ne s'étend plus que sur 3945 hectares, c'est-à-dire qu'elle a perdu 26,9 % de son étendue. » Lutter contre les crues, c'est donc avant tout lutter contre le déboisement. La doctrine française jusqu'à la seconde guerre mondiale, doctrine en vigueur dans tous les pays alpins, a été de mettre en avant une politique intensive de reboisement. Une doctrine qui se résume en la phrase lapidaire de Surell, reprise par Prosper Demontzey : « la forêt seule peut venir à bout des torrents » (Demontzey, 1894).

Causes du déboisement

Comme le déboisement était considéré être la cause des crues que connaissait l'Europe en cette fin de XIXe siècle, il fallait trouver un responsable de ce déboisement. Le coupable fut vite trouvé : c'est le paysan et le berger, dont l'incurie était la cause de tous les malheurs. Écoutons Surell (1870) à ce sujet :

> « Dans ce magnifique bassin, la nature avait tout prodigué. Les habitants ont joui aveuglément de ses faveurs ; ils se sont endormis au milieu de ses dons. Ingrats, ils ont porté inconsidérément la hache et le feu dans les forêts qui ombrageaient les montagnes escarpées, la source ignorée de leurs richesses. Bientôt ces pieds décharnés ont été ravagés par les eaux. Les torrents se sont gonflés... des terrains immenses ont été engravés... Bientôt Crévoux, Boscodon, Savines et tous les torrents auront anéanti ce beau bassin qui, naguère, pouvait être comparé à tout ce que les plus riches contrées possèdent de plus fertile et de mieux cultivé (...) Tous les hommes qui ne sont pas aveuglés par l'ignorance, ou dont le cœur ne s'est pas desséché par l'égoïsme, expriment la pensée qu'il serait temps enfin d'arrêter les progrès toujours croissants d'une si effrayante dévas-

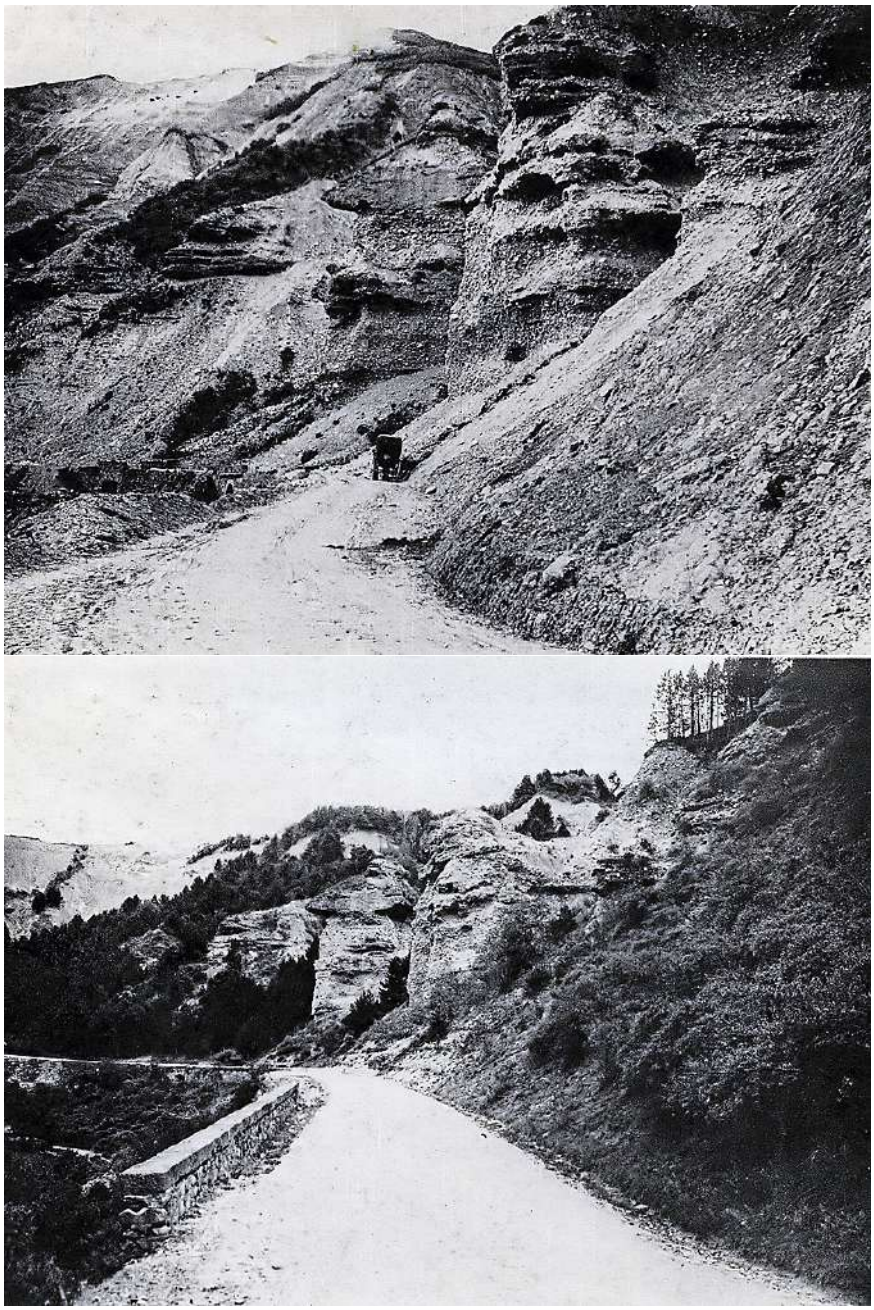


Figure 1.14 – Deux clichés de la série domaniale de Saint-Laurent-en-Beaumont (France, Isère) : (a) 1886 ; (b) 1929. L'utilisation intense de la photographie a permis non seulement de livrer un témoignage de l'évolution du paysage, mais également de montrer l'efficacité du reboisement. D'après (Mougin, 1931).

> tation. Ils gémissent sur les maux sans nombre causés par le déboisement des montagnes… Entendons les cris de détresse d'une population alarmée sur son avenir. »

Envoyé par le gouvernement de la Révolution, l'ingénieur Lomet (1795) notait au cours d'un voyage à Barèges en 1794, que c'est le déboisement qui est à l'origine des catastrophes récentes :

> « Autrefois, toutes les montagnes qui dominent Barèges étaient revêtues de bois de chêne jusque vis-à-vis de la vallée d'Escoubous. Des hommes actuellement vivants en ont vu les restes et les ont achevés… Les habitants des plateaux ont tout ravagé eux-mêmes, parce que ces pentes étant les premières découvertes par leur exposition et par la chute des avalanches, ils y ont de bonne heure un pâturage pour leurs moutons, et que, le jour où ils les y conduisent, ils oublient que pendant l'hiver ils ont frémi dans leurs habitations de la peur d'être emportés avec elle par ces neiges, dont ils provoquent obstinément la chute. »

La littérature des forestiers et des géographes livre un florilège de clichés. Le géographe Jean-Yves Puyo livre quelques morceaux croustillants (Puyo, 1999) : « Le pasteur n'a pas le sentiment des égards dus aux forêts », « le fond du caractère du montagnard est l'imprévoyance absolue, l'inertie systématique opposées à toute idée du progrès, à toute tentative d'amélioration, l'esprit est encore plus malade que le sol. », « c'est à l'imprévoyance des habitants, bien plus qu'à la constitution géologique du sol, qu'il faut attribuer le rapide écroulement des monts. »

Il ne faut toutefois pas croire que ces avis caricaturaux résultaient d'une analyse sommaire des causes du déboisement. Paul Mougin a entrepris une œuvre gigantesque de collecte d'informations historiques, d'observations naturalistes, et de données scientifiques sur le problème. Dans sa monographie sur les torrents de Savoie, Mougin (1914) défendit l'idée que les Alpes étaient à l'époque romaine couvertes de forêts épaisses : « Que les Alpes aient jadis été plus boisées qu'aujourd'hui, tout le démontre, et d'abord, la légende et la tradition. ». Le déboisement a commencé être pratiqué massivement au Moyen-Âge. Il a d'abord été le fait des religieux, pour qui la déforestation était presque un acte de foi à une époque où les croyances païennes considéraient les forêts comme la demeure des divinités. Puis, les besoins en pâtures, bois de chauffage, bois de construction, mais aussi le gaspillage et les guerres ont pendant des siècles amené à la destruction de la forêt. La forte poussée démographique du XVIIIe siècle et XIXe siècle n'a fait qu'accroître la pression sur la forêt. Si, à la lumière des avancées de nos connaissances sur la protohistoire et l'histoire des populations alpines, il paraît exagéré de dire que les Alpes étaient couvertes d'épaisses forêts, il faut reconnaître que la forêt a connu une forte régression dans les Alpes entre le XVIe siècle et le XIXe siècle. Les études historiques sur les communautés villageoises comme l'étude sur Vallorcine menée par Gardelle (1988) témoignent des rapports étroits entre l'homme et la forêt. Si la forêt est perçue à la fois comme une richesse et une protection (contre les avalanches), cela

n'a pas empêché qu'elle soit surexploitée en dépit des règlements communaux (coupe affouagère[19], droit de pâture) et des édits/lois de l'administration. En 1860, le syndic de Vallorcine dressa un tableau très sombre de la forêt communale, qui représente les trois-quart des espaces boisés : « l'état des forêts communales et les délits multiples qui s'y commettent les menacent d'une destruction partielle et prochaine ».

Alternatives au reboisement

À la fin du XIXe siècle, le reboisement n'a pas été l'unique stratégie de lutte contre les crues. Les états se sont aussi lancés dans de gigantesques travaux de correction torrentielle et d'endiguement des rivières. Dans un premier temps, les ingénieurs se sont principalement intéressés aux grands ouvrages de génie civil tels que les digues le long des rivières et les barrages pour fixer les sédiments. Cependant, assez rapidement, les dommages substantiels causés aux ouvrages de protection torrentielle posaient le problème de la rentabilité économique des opérations. Dans le canton de Vaud, l'ingénieur Alexis Chessex écrivait[20]

> « On a, pendant vingt ans, construit d'innombrables barrages qui devaient permettre de reboiser les ravins. Nos paysans voulaient s'y opposer; ils durent se résigner à payer d'énormes impôts pour solder ces travaux qu'ils savaient inutiles. Heureusement, la société des forestiers suisses s'est décidée il y a deux ans, à adresser à toutes les municipalités du pays une brochure dans laquelle elle déclare enfin que le principe des grands barrages est économiquement faux ; l'aveu est complet. »

À la fin du XIXe siècle, les ingénieurs se sont donc orientés vers des ouvrages de plus petite taille en complément des opérations de révégétalisation : des seuils pour fixer le lit d'un torrent, les clayonnages[21] pour limiter l'érosion des berges, les banquettes pour réduire le ruissellement et l'érosion sur des flancs de montagne, et les galeries de dérivation.

Résistance au reboisement

Bien avant la mise en place des grandes lois de la fin du XIXe siècle, les autorités locales ont tenté de lutter contre la déforestation en promulguant des édits visant à

19. L'affouage est un droit accordé aux habitants d'une commune de pratiquer certaines coupes de bois dans les forêts communales pour un usage domestique (chauffage, cuisson).

20. Cité par Félix Briot dans « Nouvelles études sur l'économie alpestre : diverses questions générales et monographies » (Berger-Levrault & Cie, Paris 1907).

21. Assemblage de pieux et de branchages servant à retenir le sol non ou faiblement végétalisé.

Figure 1.15 – En haut à gauche, travaux de clayonnage sur des berges ; en haut à droite, construction d'un barrage sur le Nant Trouble (Savoie) en 1890. En bas, seuils construits par le service RTM à la fin du XIXe siècle sur le Nant Saint-Claude (Savoie). Les deux photographies d'archive sont tirées du livre de Jeudy (2006).

limiter ou interdire l'exploitation du bois. La « mise à ban[22] » des forêts ayant une fonction de protection a été mise en œuvre dès le Moyen Âge. Les plus anciens édits (lettres de ban) créant des « forêts à ban » datent du XIVe siècle dans les cantons de Schwytz et d'Uri ; en 1397, la forêt (*Bannwald*) protégeant Andermatt fut mise en ban : « le profane qui oserait porter la hache sur celui-ci [la forêt d'Andermatt] serait puni de mort » (Rabusseau, 2007).

Au XIXe siècle, les forestiers se plaignaient que les populations locales étaient rétives. Mougin (1914) dénonçait l'incivisme des populations, la corruption, et le manque de gardes forestiers : « Malgré cela, combien de délits demeuraient impunis, à cause du

22. La notion de *ban* renvoie à la double notion d'un droit féodal et d'exclusion. Le mot « ban » se retrouve en français moderne dans des mots comme *forban*, verbes comme *bannir*, *mettre au ban* (exclure) ou des expressions *publier les bans d'un mariage* (proclamation devant tous), *four banal* (four à disposition d'une communauté). Au Moyen Âge, le ban désignait souvent le droit d'un seigneur de disposer d'un bien, d'en autoriser ou d'en exclure l'usage. Par extension, il désigne, principalement en Suisse, mais également dans certaines régions des Alpes françaises, une forêt servant à protéger un village.

Figure 1.16 – Forêt en ban d'Andermatt (UR) en 1848. Aquarelle attribuée à J. Bridges (Hochschulbibliothek Luzern). D'après la thèse de Rabusseau (2007).

nombre insuffisant des préposés et de la trop grande étendue de leur triage. (...) Une multitude de délinquants mal surveillés ou pactisant avec les gardes avaient dilapidé les forêts communales. (...) Le nombre du personnel subalterne devrait donc être augmenté si l'on ne veut pas voir réduire à une simple fiction la surveillance et la protection des forêts ». Il faut dire que pendant plusieurs décennies, les gardes forestiers étaient assez complaisants car issus des vallées dont ils avaient la surveillance, ils connaissaient la pauvreté des gens. L'administration reprochait la connivence entre habitants et gardes. Ainsi, en 1868 à Vallorcine, le Conservateur des forêts se plaignait que « le garde de Vallorcine qui est de la commune, éloigné de ses chefs, s'abandonne à toutes les influences, et principalement à celles des autorités locales qui peuvent en abuser » et il obligea la commune à engager un garde extérieur à la vallée (Gardelle, 1988).

La mise en place des lois sur la forêt a entraîné une forte réaction des populations montagnardes, très pauvres. Si les vols de bois sont fréquents, c'est que c'est une condition de survie pour des populations extrêmement pauvres, ce que Gardelle (1988) résumait de la façon suivante : « l'administration, dont les ingénieurs se recrutent dans la haute bourgeoisie des plaines, ne peut pas comprendre ces Vallorcins si lointains qui

ne survivent qu'en volant du bois pour faire leurs seilles, en raclant la litière[23], en laissant échapper leurs chèvres à travers la forêt. » L'historien Jérôme Buridant concluait « sur ce plan, l'administration pratique une certaine forme de despotisme éclairé, en cherchant faire le bonheur des peuples contre leur gré » (Buridant, 2002). Quoique l'administration forestière minimisa la résistance vue tout au plus comme « l'expression d'intérêts personnels isolés[24] », la législation subit plusieurs infléchissements sous les coups de boutoir des élus locaux (Jeudy, 2006). La loi du 8 juin 1864 autorisa l'engazonnement comme alternative au reboisement, ce qui permettait de réintroduire les activités pastorales. Dès 1876, le gouvernement tenta d'encourager la création de fruitières[25] et le développement de troupeaux bovins au lieu des moutons et chèvres, qui causaient plus de dommages aux forêts. En France, la loi de 1882 avec l'instauration du service RTM marque un changement de cap dans la politique nationale sans pour autant changer l'impopularité auprès des populations locales, une situation que Buridant (2002) résume ainsi : « pour les populations montagnardes, [la restauration des terrains en montagne] a été imposée par les gens de la plaine, d'abord et avant tout pour défendre les villes de piémont des inondations. Défaut de dialogue, incompréhension mutuelle, errements du législateur, manque de politiques d'accompagnement : sur ce plan, il faut avouer que le reboisement des montagnes est aussi un échec. »

Avec l'exode rural qui débute à la fin du XIXe siècle et s'amplifie au XXe siècle, la pression sur la forêt diminue fortement. La vive opposition qui existait entre populations autochtones et administration s'apaisa fortement. La première guerre mondiale marqua également la fin de la grande ère de la restauration en montagne.

Critique de la doctrine forestière

Dans son étude sur l'effet du reboisement, le botaniste Félix Lenoble, farouche adversaire de Mougin, concluait (Lenoble, 1926) :

> « D'ailleurs les travaux de reboisement et de correction de torrents ont-ils une efficacité bien sérieuse contre ces paroxysmes des forces naturelles en montagne ? C'est douteux. La grandeur des masses en mouvement, l'influence du relief et l'action de la pesanteur ont ici une prépondérance telle que les obstacles qui leur sont opposés artificiellement figurent de simples fétus. La prétention de l'homme de maîtriser ces phénomènes, formidables à l'égard de sa faiblesse, fait penser à celle d'une fourmi qui croirait en remuant quelques grain de sable consolider les ruines de la cathédrale de Reims. »

23. Les seilles étaient des seaux en bois de mélèze et servaient au transport de l'eau ou du lait. Le bois de litière et le bois mort étaient ramassés pour le chauffage.

24. Expression tirée des « Comptes rendus des travaux de 1862 » (Imprimerie Nationale, Paris) et citée par Buridant (2002).

25. Une fruitière est une coopérative formée pour l'exploitation du lait et la fabrication des fromage ; c'est un terme employé principalement dans les Alpes.

Les géographes, plus particulièrement les géographes français, se sont montrés particulièrement critiques (Veyret, 1943).

Aujourd'hui, les études hydrologiques n'ont certes pas permis de trancher de façon catégorique le débat sur le rôle des forêts sur les crues. Il n'y a pas de réponse universelle à cette problématique car chaque bassin-versant a ses propres spécificités. Toutefois, le consensus scientifique est le suivant : s'il est avéré que les forêts ont une influence positive sur la genèse et la propagation des crues en diminuant et étalant le volume de crue, elles n'ont qu'un rôle faible à marginal lors des phénomènes de grande ampleur. Par exemple, en Suisse et en France, les crues d'août 2005 ont montré que les forêts n'avaient pas empêché la formation de crues torrentielles et inondations importantes et que, pis encore, elles avaient contribué à augmenter les dommages à cause des bois flottants (Schwitter & Bucher, 2009). En outre, la comparaison entre des bassins-versants avec des couvertures végétales différentes ne montre pas systématiquement une efficacité plus grande de la forêt pour freiner le ruissellement des eaux de surface (Richard, 2002; Rey *et al.*, 2004; Cosandey *et al.*, 2005) : c'est en général la perméabilité du sol qui est le facteur clé.

Épilogue

La controverse très vive entre scientifiques et forestiers existe toujours. La forêt joue un rôle sur le plan hydrologique en interceptant les pluies, en favorisant l'infiltration, en maintenant les sols en place grâce au réseau racinaire, et en assurant une humidité de l'air grâce à l'évapotranspiration et donc des précipitations plus régulières (Spracklen *et al.*, 2012; Meier *et al.*, 2021).

Si certains considèrent encore que la forêt joue un rôle déterminant dans la prévention des crues (Combes *et al.*, 1995; Laurance, 2007; Alila *et al.*, 2009; Kirchner *et al.*, 2020), la plupart pensent qu'il s'agit d'un rôle mineur, voire d'un mythe. Calder & Aylward (2006) résument ainsi la situation :

> « Il y a un écart croissant entre la perception du public et les preuves scientifiques concernant les causes des crues, leurs impacts, et les bénéfices des mesures de prévention. Pour nous, cet écart résulte de l'intense promotion de certains types d'utilisation du sol et d'interventions techniques par des groupes d'intérêt particulier en l'absence de toute diffusion de données scientifiques qui auraient pu permettre de développer une vue contraire. Pour nous, cet écart a pu aboutir non seulement à gaspiller des fonds de développement (jusqu'à 10 milliards de dollars par an) pour des objectifs irréalisables, mais également à blâmer de façon injustifiée des populations montagnardes de pratiques qui n'ont en général qu'un impact limité sur les crues à l'aval. (...) Ce que l'on peut reconnaître, avec certitude, c'est que des solutions de gestion simplistes et populistes telles que les programmes commerciaux de reforestation qui sont souvent mis

> en avant, ne peuvent pas offrir une solution générale et, dans la plupart des situations, ont un intérêt au mieux marginalement positif et, au pire, des impacts négatifs. »

Propos exagérés ? Examinons ce que disait Yves Cassayre, alors responsable du service national RTM, devant les sénateurs en 2002 [26]

> « Au milieu du siècle dernier, il n'y avait jamais eu autant de population en montagne dans l'histoire. Cette population était essentiellement constituée d'agriculteurs-éleveurs qui avaient entrepris pour leur subsistance d'importants défrichements, ayant pour conséquences du surpâturage et une accélération de l'érosion en montagne. Des rapports d'ingénieurs l'avaient déjà relevé dans les années 1840-1850.
>
> « La reprise de l'érosion en montagne a vraiment été constatée dans la décennie 1850-1860. Cette décennie a en effet été marquée par d'importantes crues de la Garonne, du Rhône et de la Loire, tous ces fleuves prenant leur source dans les départements de montagne. Les dégâts occasionnés par ces inondations étaient intervenus non pas uniquement dans les régions de montagne, mais aussi vers l'aval des fleuves. Le phénomène physique était le suivant : la montagne étant déboisée, les sols étaient mis à nu, entraînant d'une part des crues plus fortes puisque les sols épongeaient moins, et d'autre part un entraînement beaucoup plus important de matériaux solides. Ces phénomènes d'inondations au cours de cette décennie ont occasionné un grand nombre de victimes et de dégâts.
>
> « L'intervention des pouvoirs publics date de 1860 et du vote de la première loi, une loi sévère de l'État centralisateur qui avait fait le raisonnement suivant : « les populations de montagnes ont mal géré leur terrain, on les exproprie, et l'État reboise ». Il est certain que cette mesure a engendré des résistances dans bien des campagnes, puisque cette loi privait certains agriculteurs de pâturages. Cette loi a ensuite été modifiée en 1864, 1880 et 1882, amendée à plusieurs reprises, passant d'un reboisement unique à un reboisement associé à un ré-engazonnement (à vocation de pâturage).
>
> « Ce reboisement a commencé à porter ses fruits, mais vers 1890, les praticiens se sont aperçus qu'il fallait également effectuer des travaux de génie civil. Ces missions de reboisement ont naturellement été confiées à l'administration des Eaux et forêts de l'époque. Cette politique volontariste de l'État fut assortie de crédits réguliers et abondants. Les expropriations se sont faites de plus en plus à l'amiable. La réussite des grands reboisements a été patente, surtout dans les Alpes du Nord et les Pyrénées. »

Ce responsable reprend l'antienne du montagnard dont l'irresponsabilité est la cause

26. Audition de M. Yves Cassayre, délégué national aux actions de restauration des terrains en montagne (RTM) (3 avril 2002). Source senat.fr.

des crues majeures du XIXe siècle, et de l'action salutaire de l'État. S'ils avaient été prononcés en 1902, ces propos n'auraient pas choqué, mais en 2002, ils illustrent que les services de l'État ont du mal à reconnaître leurs erreurs et qu'en dépit de l'évidence scientifique qui s'accumule, on maintient des fictions et on récrit l'histoire.

CHAPITRE 2

Climat et risques hydrologiques

L'objet de ce chapitre est d'expliquer pourquoi dans une zone à climat tempéré comme l'Europe, les conditions météorologiques peuvent donner naissance à des phénomènes naturels catastrophiques tels que les avalanches, les crues, les coulées de boue. Dans un premier temps, on cherche à expliquer comment fonctionne l'atmosphère et quelles en sont les conséquences en termes de variabilité des conditions météorologiques. Enfin, on passera en revue les différents risques hydrologiques.

2.1 Variabilité des précipitations

Les risques hydrologiques tirent le plus souvent leur origine d'un comportement anormal des conditions météorologiques. Ils sont donc intimement liés aux processus climatiques et aux variations des conditions atmosphériques (vent, humidité, etc.). Il y a quelques raisons bien simples pour lesquelles l'atmosphère n'est jamais stable, mais au contraire toujours agitée et parcourue de courants :

- la terre tourne et ce mouvement de rotation entraîne des mouvements d'air qui sont majoritairement d'ouest en est dans l'hémisphère nord ;
- la terre est chauffée par le soleil, mais les pôles ne reçoivent pas la même quantité de chaleur que l'équateur, ce qui crée un flux du sud vers le nord (toujours pour l'hémisphère nord).

Les conflits de masses d'air entraînent des fluctuations considérables de pression et d'humidité, dont une conséquence directe est la variabilité des conditions météorologiques sous nos latitudes (climat dit tempéré), avec parfois l'occurrence de conditions météorologiques particulièrement défavorables.

La durée des périodes où un régime météorologique prédomine sur une région donnée est généralement cyclique (notamment à cause de l'alternance des saisons), mais

n'est pas périodique. La transition d'un régime à un autre reste toujours difficile à prévoir pour le météorologiste ; cette transition se fait de façon plus ou moins chaotique [1]. Les caractéristiques (force du vent, intensité des pluies, température, etc.) sont également très variables à cause du nombre de processus en interaction.

2.1.1 Comment marche l'atmosphère ?

Dans un premier temps, afin de comprendre de façon basique comment marche l'atmosphère, on peut retenir deux idées force :

- il y a des mouvements d'air dans la couche atmosphérique liés d'une part aux différences de pression (rappelons le théorème de Bernoulli : il existe un mouvement d'air qui va des hautes vers les basses pressions, les zones de basse pression étant celles où la vitesse locale est la plus grande) et d'autre part, à la force de Coriolis (effet centrifuge dû à la rotation de la terre) ;
- il y a des circulations ascendantes et descendantes dues aux différences thermiques : l'air chaud est plus léger et donc a tendance à remonter vers les hautes couches de l'atmosphère (vice versa pour l'air froid).

Ces déplacements d'air à l'échelle atmosphérique peuvent être décrits par le modèle de Palmén–Newton [2] schématisé sur la figure 2.1. La figure 2.2 montre une perspective différente des circulations atmosphériques.

Principes généraux de circulation atmosphérique

Le principe général est le suivant : l'air équatorial est fortement chauffé par le soleil et monte assez rapidement dans les couches supérieures de l'atmosphère jusque vers la troposphère. L'air se refroidissant avec l'altitude, il a ensuite tendance à redescendre vers la surface terrestre. Les montée et descente forment une grosse cellule de convection dite *cellule de Hadley*, qui prend place au-dessus des océans entre l'équateur et les tropiques. Un phénomène inverse se produit aux pôles : le faible ensoleillement et le bilan thermique négative (radiation) provoquent un important refroidissement de l'air, qui a tendance à s'écouler vers le « bas » (le sud pour l'hémisphère nord). Durant sa descente vers le « bas », l'air froid va rencontrer de l'air plus chaud. Cette rencontre n'est

1. La très grande sensibilité des prévisions météorologiques à la moindre variation des données prises en compte avait été illustrée dans les années 1970 par un titre de conférence devenu célèbre du météorologue américain Edward Lorenz, « Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wing in Brazil Set off a Tornado in Texas? », qui donna naissance au fameux « effet papillon » et impulsion à une importante recherche sur le chaos déterministe.

2. Erik Palmén (1898–1985) était un météorologiste finnois. Son livre coécrit avec Chester W. Newton, « Atmospheric Circulation Systems: Their Structure and Interpretation » en 1969 présente ses travaux sur les fronts d'air, le jet stream, et de façon générale la circulation atmosphérique.

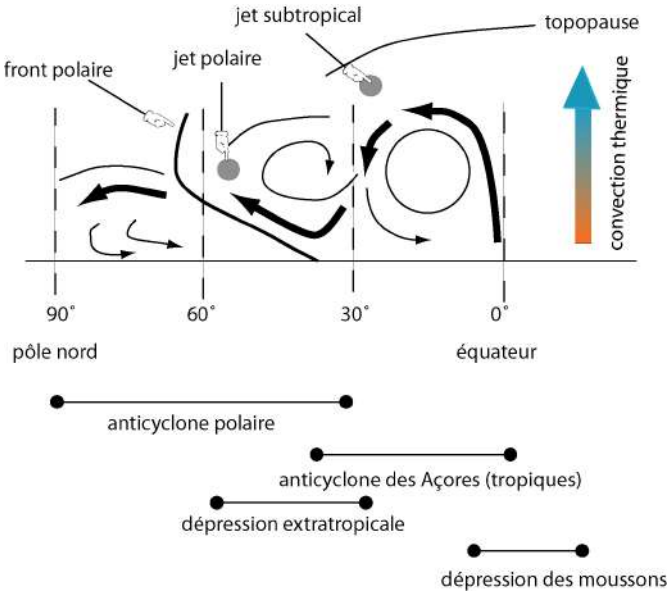


Figure 2.1 – Schématisation des circulations atmosphériques selon le modèle de Palmén-Newton dans un plan vertical.

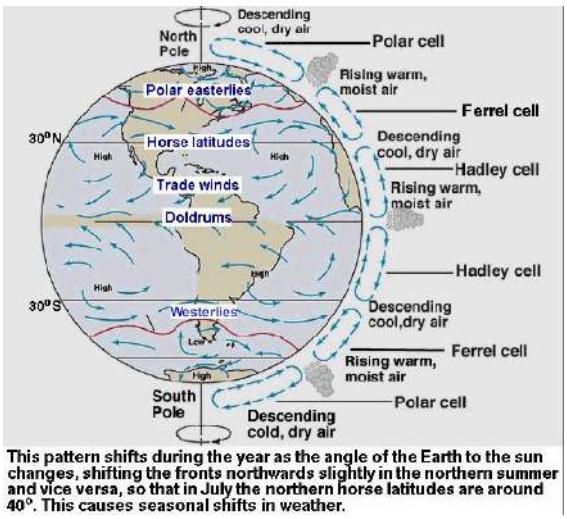


Figure 2.2 – Schématisation des circulations atmosphériques (modèle de Palmén-Newton) selon les hémisphères. Source : University of Oregon.

pas progressive, mais assez brutale et donne lieu à la formation d'une discontinuité appelée *front polaire* qui s'étend jusqu'à nos latitudes vers environ le 40° parallèle. Ce

front est instable ; il oscille en permanence en éjectant de l'air en altitude et il est associé à des vents particulièrement violents au-dessus des océans (les plus connus étant ceux de l'hémisphère sud, ce qui a valu l'appellation de 40° rugissant). Outre ces mouvements dans un plan vertical, il existe des circulations dans un plan transversal, qui assez étrangement sont confinées dans des couloirs bien délimités appelés les *jets* (1 km de haut, 100 km de large) dans lequel le vent s'engouffre et atteint des vitesses élevées (plus de 250 km/h) ; ce sont ces couloirs qui sont par exemple recherchés par les vols transatlantiques de retour d'Amérique.

Il s'agit évidemment d'une vision très simplifiée du problème. Bien d'autres paramètres vont rendre les processus plus complexes. C'est ce que l'on va examiner maintenant. On s'intéresse ici aux principales sources de fluctuations, qui permettent d'expliquer la variabilité et les cycles observés. Il existe d'autres causes de variation climatique liées à l'occurrence de phénomènes géologiques ou astronomiques, dont nous ne parlerons pas ici [3].

Rôle de l'ensoleillement

L'ensoleillement et donc le bilan thermique varient au cours de l'année. Le cycle saisonnier joue sur l'emplacement privilégié des centres dépressionnaires et anticycloniques comme le montre la figure 2.3.

Rôle des océans

L'océan est un réservoir d'énergie. Les échanges thermiques avec l'océan vont amortir ou bien alimenter les instabilités atmosphériques. Ainsi, les courants océaniques comme le gulf stream jouent un rôle important sur le plan climatique. Des phénomènes étranges comme El Niño [4] sont dus à un couplage entre courant marin et circulation atmosphérique sur tout un hémisphère.

3. Par exemple, on rapporte que l'explosion du volcan Tambora (Indonésie) en avril 1815 a entraîné une modification passagère, mais globale de l'atmosphère (cendres, gaz émis), dont les conséquences se sont fait sentir jusque dans l'hémisphère nord en 1815 et 1816 par une baisse spectaculaire des températures.

4. Ce phénomène a été mis en évidence en 1923 par un brillant physicien anglais, Sir Gilbert Walker (1868–1968), qui cherchait à prévoir la mousson (arrivée et intensité des pluies) qui s'abat sur les contreforts himalayens chaque année. À partir d'un travail de dépouillement statistique titanesque (pour les moyens de l'époque), Walker a montré l'existence d'une corrélation forte entre les pressions de part et d'autre de l'océan Pacifique. Ce qui se passe au large de l'Indonésie ou au-dessus du sol indien est fortement dépendant des courants marins le long de la côte péruvienne. Il proposa un index (qui aujourd'hui porte son nom), qui mesure l'écart de pression entre l'est et l'ouest de l'océan Pacifique. Quand l'indice (et donc la différence de pression) augmente, la pression est élevée le long de la côte américaine, entraînant des vents forts (alizés). Lorsque l'indice diminue, les alizés sont moins forts, avec pour conséquence des hivers plus doux sur toute la bordure pacifique du continent nord-américain et une sécheresse

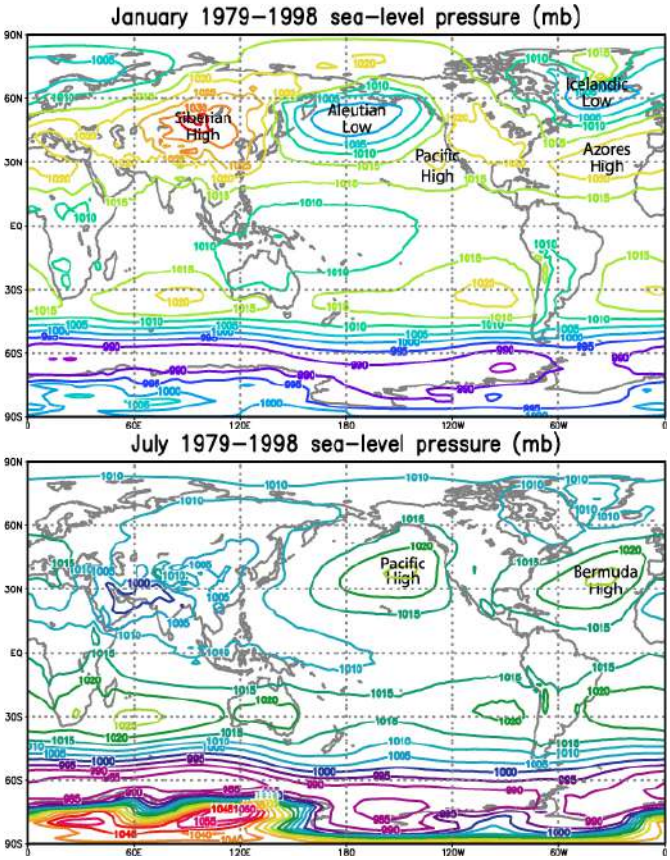


Figure 2.3 – Emplacement des principaux centres anticycloniques (high pression) et dépressionnaires (low pression) sur les deux décennies 1979–98. Source : University of South California Dornsife.

Effet du relief

Sur la surface solide, le relief montagneux ou les plaines sont également des paramètres qui influent sur la circulation atmosphérique. La terre se réchauffe et se refroidit généralement plus vite que les océans, ce qui provoque des vents plus ou mois forts selon l'écart thermique ainsi généré. L'océan offre également bien moins de résistance au vent que la terre ferme (en présence de relief).

Durant l'été, lorsque les champs de pression sont plus homogènes sur l'hémisphère nord, ce sont le plus souvent ces phénomènes convectifs qui prédominent alors et de ce fait, le relief joue un rôle très important. C'est ainsi que des valeurs record de précipitations lors d'orages sont enregistrées sur le sud-est de la France et certaines parties

marquée sur une partie de l'Asie, l'Australie, et la côte est de l'Afrique. El Niño apparaît avec une fréquence irrégulière (une à deux fois par décennie).

des Pyrénées espagnoles. Ainsi en Aragon, à Biescas, un orage dont l'intensité dépassa les 100 mm de pluie en 10 min provoqua une crue d'un torrent, qui balaya un camping, tuant 87 personnes.

Oscillations polaires et australes

Les courants atmosphériques appelés *courant-jet* (*jet stream* en anglais) oscillent en permanence au gré des saisons (selon le bilan thermique des régions survolées) et à cause d'une instabilité mécanique, qui donne naissance à des ondes dites *ondes de Rossby*[5]. Certains hivers, ces oscillations sont plus marquées et peuvent amener à la création de cellules de haute et basse pressions, qui peuvent rester stationnaires, avec pour conséquence directe des situations de blocage météorologique. Ce sont ces situations qui peuvent générer des conditions météorologiques extrêmes (température très basse ou bien succession de passages perturbés). Pour l'Europe, ces oscillations donnent naissance à trois systèmes (voir figure 2.4) :

- l'anticyclone des Açores (hautes pressions) ;
- dépression islandaise (basses pressions) ; et
- l'anticyclone centré sur la Sibérie.

Le mouvement des masses d'air associées conditionnent le temps sur l'Europe. Comme pour l'indice Walker utilisé pour la mousson, on peut définir un *indice d'oscillation polaire* ou indice NAO (*North Atlantic Oscillation* index en anglais) comme la différence de pressions entre la dépression islandaise et l'anticyclone des Açores (en pratique, différence barométrique entre Reykjavik et Lisbonne ou Gibraltar). L'indice NAO fluctue d'année en année et montre des cycles, dont la durée moyenne s'étend sur la décennie comme le montre la figure 2.5 pour la saison hivernale (où les différences sont les plus marquées par rapport aux autres saisons). On interprète généralement l'indice NAO de la façon suivante.

- Une valeur positive de l'indice NAO indique l'anticyclone des Açores est plus fort que d'habitude et/ou que la dépression islandaise est plus creusée. Cette différence accrue de pression favorise donc les vents forts atlantiques, aboutissant le plus souvent à des hivers humides et doux sur les Alpes et des temps froids et secs sur le nord de l'Europe (ainsi qu'au Canada et au Groenland), comme le montre figure 2.6(a). L'axe des vents forts est également décalé vers le nord. L'hiver exceptionnel de 1995 ou celui de 2007 en offre un exemple.
- Dans le cas opposé, lorsque l'indice NAO est négatif, le gradient de pression entre les régions polaires et subtropicales reste faible, entraînant des vents et des passages perturbés atlantiques de plus faible intensité et moins fréquents

5. Carl-Gustaf Arvid Rossby (1898–1957) était un météorologue suédois (qui émigra aux États-Unis par la suite), dont les travaux ont porté sur le déplacement à grande échelle des masses d'air. Rossby a expliqué ces phénomènes en se fondant sur la mécanique des fluides.

que d'ordinaire, alors que dans le même temps, l'anticyclone centré sur la Sibérie envoie de l'air polaire froid [voir figure 2.6(b)]. Une grande partie de l'Europe est alors plongée dans un temps sec et très froid ; les vents d'ouest d'altitude sont non seulement moins forts, mais également décalés vers le sud. Le terrible hiver 1916-17 pendant la grande Guerre en est un exemple typique.

Outre les oscillations australes (indice ENSO pour El Niño Southern Oscillation) et nord-atlantiques (indice NAO), il existe des oscillations sur le Pacifique Nord (indice SPO pour South Pacific Oscillation) ; toutes ces oscillations sont plus ou moins couplées et également liées à des variations des courants marins comme le gulf stream. L'essentiel de la variabilité météorologique observée à l'échelle d'un pays peut généralement s'expliquer par ces fluctuations des courants atmosphériques et marins.

Notons que la description faite des oscillations nord-atlantiques et de leur influence sur les conditions météorologiques ne donne que les grandes tendances. Les régimes de temps à grande échelle se caractérisent par une grande variabilité, qui rend difficile toute classification. Cette description est, néanmoins, suffisante à camper le décor.

Influence du soleil

Des phénomènes astronomiques interviennent également sur le climat. Par exemple, le champ magnétique solaire varie de façon assez régulière avec des cycles de 11 ans[6] et des cycles de plus longue période (de l'ordre de la centaine d'années) (Gray *et al.*, 2010). L'activité solaire produit une ionisation des couches supérieures de l'atmosphère, ce qui peut affecter la structure de l'atmosphère, notamment en favorisant une réduction de la couverture nuageuse et un refroidissement accru de la surface terrestre. Le Petit âge glaciaire serait en partie dû à une réduction importante de l'activité magnétique terrestre.

Selon certains auteurs (Hurrell & Van Loon, 1997; Kuroda *et al.*, 2022), l'activité solaire explique les variations de l'indice NAO et l'existence de cycles. Sur la figure 2.5(a), on a reporté l'évolution de la différence de pression entre Reykjavik et Gilbratar. Le signal semble très bruité. Si on ne retient que la saison hivernale (voir 2.5(b)), des cycles de plusieurs années apparaissent. Pour caractériser ces cycles, c'est-à-dire tirer une tendance non linéaire d'un signal très bruité, on peut employer un filtre passe-bande comme celui de Lancsoz (Trenberth, 1984). C'est ce que l'on fait sur la 2.5(c) en appliquant un filtre de Lancsoz avec une fenêtre de 31 années ; la fréquence de coupure basse est 1/15 an^{-1} tandis que la fréquence de coupure haute est 1/8 an^{-1} en sorte que l'on retienne principalement les fréquences autour de 1/11 an^{-1} (puisque 11 ans est la période attendue de l'activité solaire). Pour l'activité solaire, les mesures d'irradiation solaire ne sont disponibles que depuis quelques décennies. On peut employer comme

6. Le phénomène fut mis en évidence par un astronome suisse, Johann Rudolf Wolf (1816–1893), vers les années 1850. Wolf montra également la corrélation entre champs magnétiques terrestre et solaire.

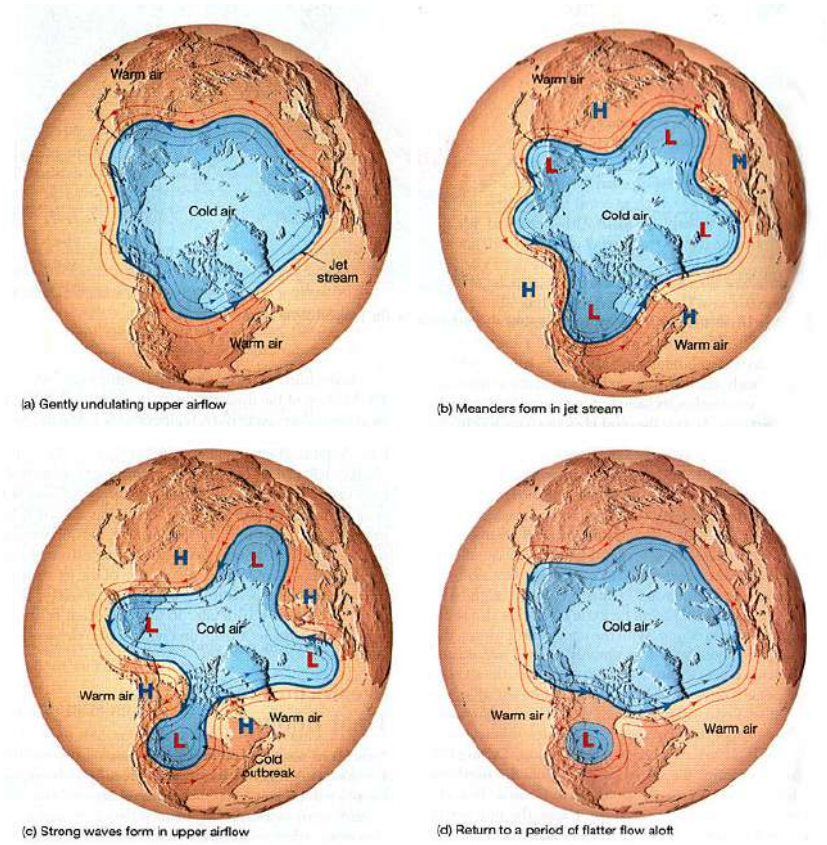


Figure 2.4 – Cheminement du jet stream polaire dans l'hémisphère nord au fil des saisons. On part d'une situation où le jet stream part du Tibet (air chaud) puis remonte vers les régions polaires ; c'est la situation classique rencontrée en été (figures a et d). L'hiver, le courant se met à osciller entre le 60 et le 40° parallèles, avec en général quatre à cinq ondulations, qui donnent naissance à des centres dépressionnaires (low pressure = L sur les figures b et c).

substitut le nombre moyen de taches solaires par mois, une donnée disponible depuis 1749. La figure 2.5(c) compare la valeur filtrée de l'indice NAO pour février et le nombre de taches solaires. On observe que l'indice NAO et l'activité solaire sont bien corrélés, même si parfois il y a un décalage d'un an (que les chercheurs attribuent au rôle tampon de l'océan).

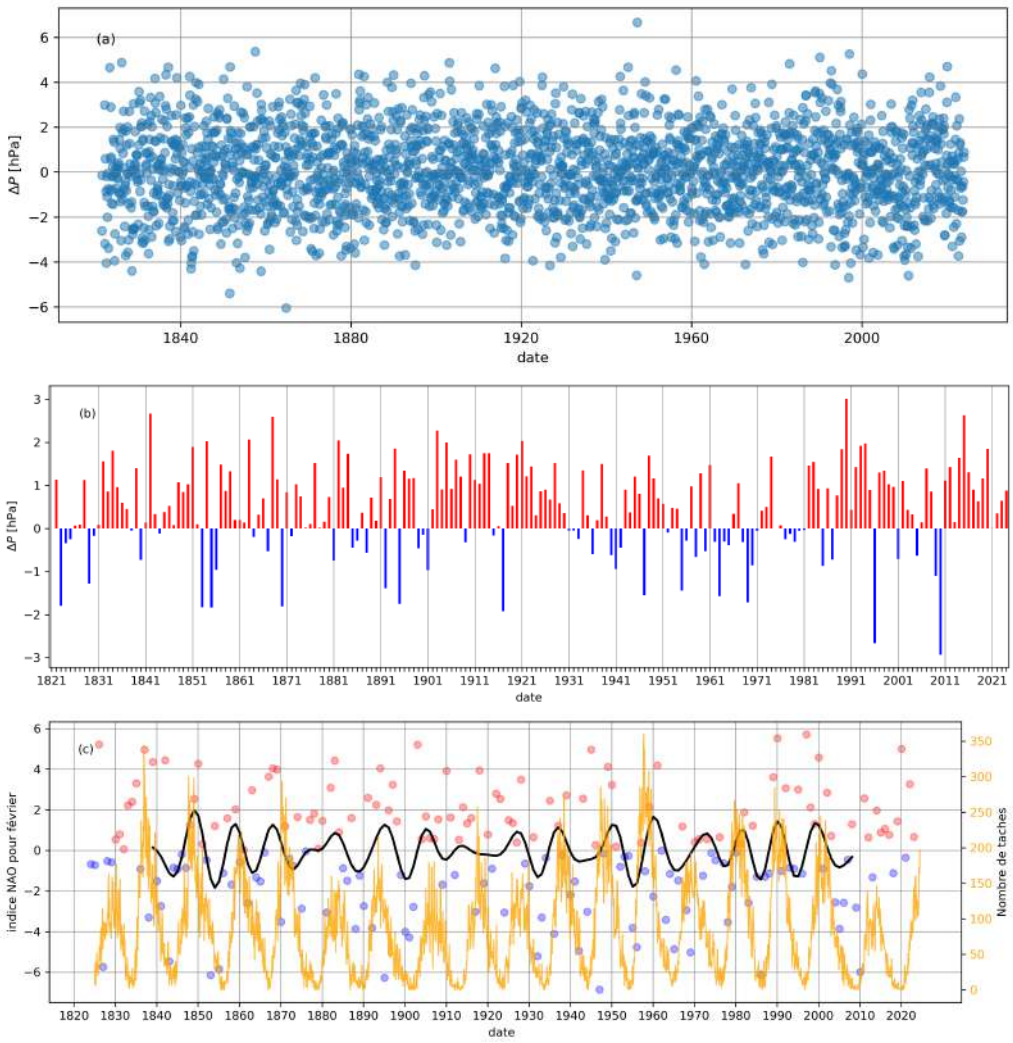
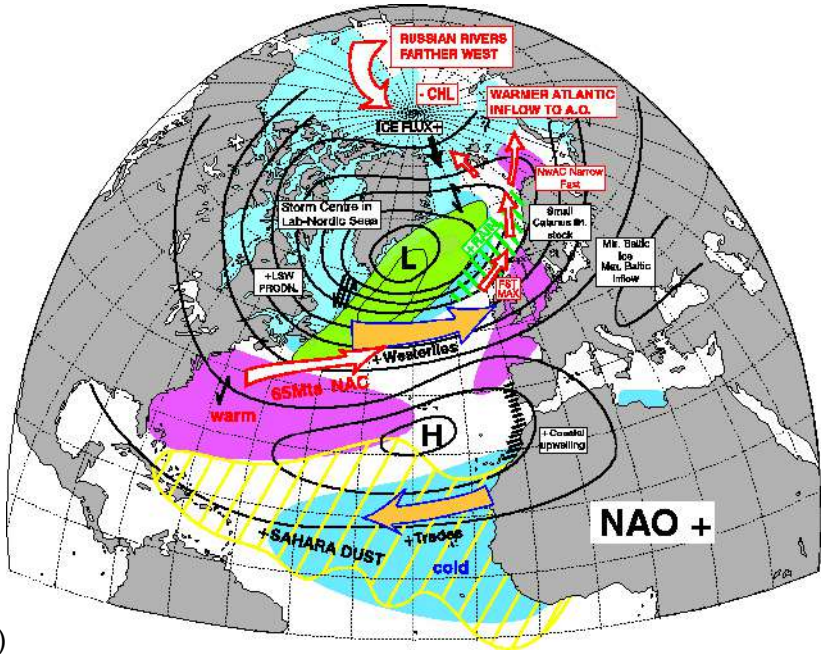
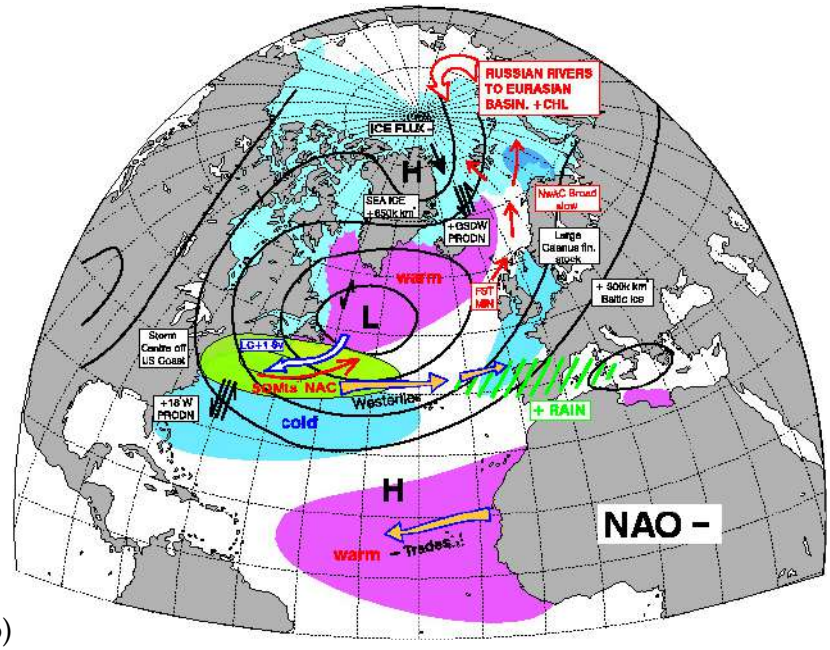


Figure 2.5 – Variation de l'indice hivernal NAO de 1820 à nos jours. (a) Valeurs mensuelles pour tous les mois de l'année. (b) Valeurs moyennées sur la saison hivernale couvrant les mois de décembre à mars (compris). (c) Indice NAO pour le seul mois de février. L'indice est calculé en faisant la différence entre la pression au niveau de la mer à Stykkisholmur près de Reykjavik (Islande) et Gilbratar (Espagne). La différence est ensuite normalisée en prenant l'écart relatif par rapport à la valeur moyenne (sur toute la série) de telle sorte que les valeurs fluctuent autour de 0. La courbe continue noire montre la moyenne de l'indice NAO (pour février) calculée à partir d'un filtre passe-bande de Lancsoz. Les points sont les valeurs de l'indice NAO pour février (en bleu quand elles sont négatives et rouges dans le cas contraire). La courbe orange montre l'évolution du nombre moyen de taches solaires (utilisé comme substitut de l'activité solaire). Source : données NAO East Anglia Climate Research Unit et taches solaires Source: WDC-SILSO, Royal Observatory of Belgium, Brussels.



(a)



(b)

Figure 2.6 – Conditions climatiques en hiver sur l'Europe. Source : David B. Stephenson). (a) Indice positif entraînant un hiver humide sur l'Europe et (b) hiver sec et froid.

2.1.2 Le passage d'une perturbation

On vient de voir comment à l'échelle de l'atmosphère, le temps s'organise. Il faut maintenant dire quelques mots sur la façon dont les conditions météorologiques vont varier à une échelle plus petite (dite *synoptique*), c'est-à-dire à l'échelle d'un pays comme la Suisse ou la France. On va principalement s'intéresser ici aux dépressions baroclines (c'est-à-dire liées aux variations de champ de pression à grande échelle par opposition aux phénomènes d'origine convective liés à un gradient de température et se produisant à une échelle généralement bien plus petite), appelées encore dépressions synoptiques.

Tout d'abord, rappelons qu'en raison de la circulation atmosphérique générale, les masses d'air froid polaire et chaud tropical se côtoient le long des *courants jets*. Ce contact ne reste pas longtemps pacifique. Très schématiquement, on peut dire que l'air froid, dense, a tendance à s'écouler vers le sud et qu'en échange l'air chaud s'efforce de progresser vers le nord. Ces zones d'échange constituent les dépressions dont le centre se comporte comme un véritable tourbillon, lui-même entraîné par le flux général (en majorité d'ouest à nos latitudes). L'effet d'aspiration vers le centre du tourbillon (convergence) provoque un enroulement en spirale ou en « coquille d'escargot » si caractéristique sur les images satellite.

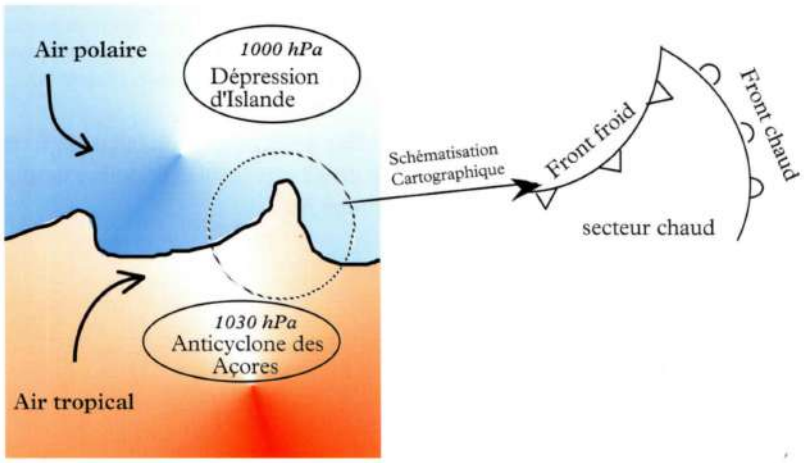


Figure 2.7 – La perturbation née de la zone de contact (rencontre des masses d'air tropical et polaire) provoque un enroulement en spirale caractéristique sur les vues de satellite.

Dans le même temps l'air chaud, plus léger que l'air froid environnant, est en permanence rejeté en altitude. La zone de contact entre les deux s'établit donc selon des surfaces (plus ou moins) faiblement inclinées que l'on appelle *surfaces frontales* dont l'intersection avec le sol constitue des lignes appelées *fronts* qui composent la pertur-

bation proprement dite. On distingue deux types de front :

- Lorsque le déplacement de ces lignes est impulsé par de l'air chaud, celui-ci, au cours de son effort pour remplacer (littéralement laminer) l'air froid antérieur, est obligé du fait de sa faible densité de passer au-dessus de ce dernier, de se soulever : on parle de *front chaud* (voir figure 2.8).
- Lorsqu'au contraire l'impulsion vient de l'air froid, celui-ci du fait de sa forte densité se déplace comme un coin qui serait dirigé vers le sol et il soulève devant lui l'air chaud plus léger : on parle alors de *front froid* (voir figure 2.9).

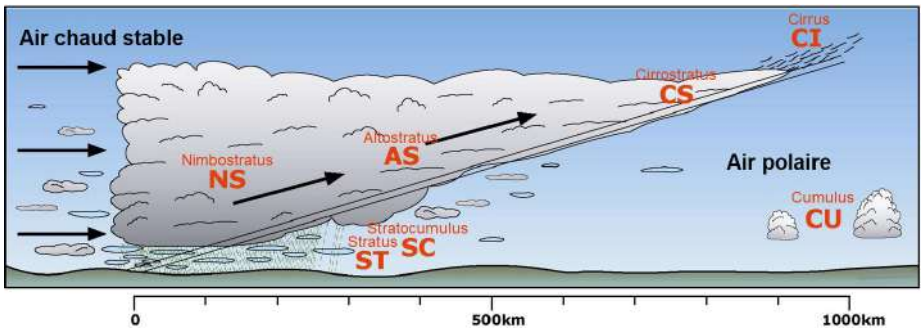


Figure 2.8 – Dans le cas d'un front chaud, l'air chaud monte lentement au-dessus de l'air froid. Comme la surface frontale est faiblement inclinée, le front s'étend sur plusieurs centaines de kilomètres. Les cartes météorologiques ne peuvent pas rendre compte de l'étalement de la surface frontale en altitude. Pour le représenter sur une carte, on trace l'intersection de la surface frontale avec le sol. La frontière ainsi délimitée est appelée front chaud. Source : Météo Suisse.

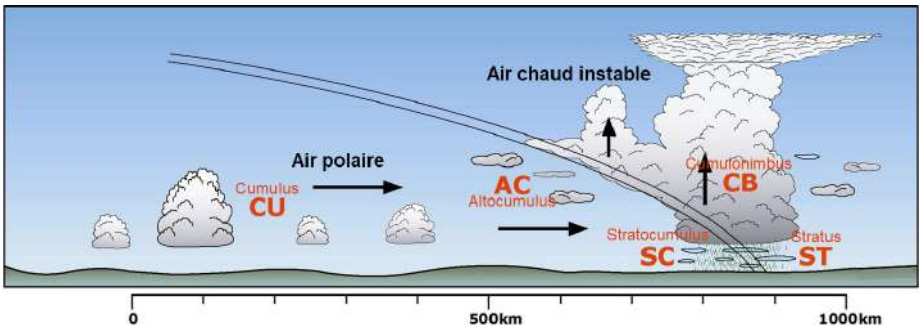


Figure 2.9 – Dans le cas du front froid, l'air chaud est chassé par l'air froid et rejeté violemment en altitude. La surface frontale est fortement inclinée, le front s'étend sur quelques dizaines de kilomètres. Source : Météo Suisse.

Dans les deux cas, le *soulèvement* de l'air chaud en altitude provoque des phénomènes de détente et donc une très forte condensation. En définitive, il y a apparition le long des lignes frontales de zones nuageuses très étendues et suffisamment épaisses pour provoquer des précipitations. Enfin, au cours de l'évolution d'une perturbation (et notamment là où l'air froid se déplace très rapidement) l'air froid rejette tout l'air chaud en altitude et parvient à rattraper une autre masse d'air froid aux caractéristiques différentes, puis à entrer en contact avec lui : on parle alors d'*occlusion*.

Chaque perturbation amène son lot de nuages et de précipitations mais aucune n'est exactement semblable à l'autre. On peut néanmoins décrire le scénario « type » du passage d'une perturbation océanique, c'est-à-dire circulant dans un flux général de sud-ouest à nord-ouest, tel qu'il peut être observé d'un point donné de notre continent. On peut découper ce scénario en trois phases :

- l'arrivée de l'air chaud (*front chaud*) ;
- la zone de transition entre le *front chaud* et le *front froid* ;
- l'arrivée de l'air froid (*front froid*).

L'arrivée de l'air chaud (ou si l'on préfère l'approche d'un front chaud) se manifeste d'abord à haute altitude par l'apparition de nuages fibreux plus ou moins espacés (*cirrus*) qui, si l'aggravation est sérieuse, sont bientôt remplacés par des voiles grisâtres de plus en plus épais de *cirrostratus* (halo). La pression atmosphérique peut être déjà en baisse sensible. Le vent généralement se renforce, au moins sur les hauts sommets où il s'oriente généralement (tout au moins dans le cas d'une circulation océanique) au sud-ouest.

Notons que l'apparition de cirrus et de cirrostratus annonce souvent une dégradation plus ou moins rapide des conditions météorologiques, mais pas toujours. La partie active du front chaud peut en effet passer nettement plus au nord, cas fréquent dans les Alpes du Sud dans le cas d'un régime océanique, ou bien ces nuages ne sont pas associés à une perturbation organisée et ne font que passer, pris dans un rapide courant général d'altitude qui peut être, lui, franchement anticyclonique sur nos régions et provenant de « champs de bataille » dépressionnaires très éloignés.

Généralement la concomitance de ces nuages, d'un renforcement du vent et d'une forte baisse de la pression constitue un indice assez fiable d'aggravation sérieuse qui va trouver sa confirmation, au fil des heures, par l'arrivée d'*altostratus* (voile épais mais encore translucide par endroit) et (ou) d'*altocumulus* (appellation générique recouvrant des nuages pouvant avoir des aspects très différents : nappes en galets, rouleaux plus ou moins soudés ou bancs effilés en forme d'os de seiche). Ces nuages évoluent entre 3000 et 5000 m, de sorte que les hauts sommets sont déjà pris et reçoivent bientôt les premières précipitations. En région de plaine et de vallée, les conditions sont encore clémentes malgré la disparition du soleil. La baisse de pression s'accentue.

Lorsque le front lui-même se rapproche (on parle alors de *corps* perturbé), le plafond baisse graduellement ou parfois très vite jusqu'à noyer la montagne dans des nuages

très sombres et aux contours flous (*nimbostratus*) que l'on peut éventuellement distinguer de la vallée tandis que les sommets sont pris dans le brouillard. Les précipitations se renforcent. Elles sont souvent plus fortes qu'en plaine. C'est d'ailleurs vrai aussi bien pour le front froid que pour le front chaud. En effet, à l'effet de soulèvement frontal, se superpose celui dû à la présence du relief (on parle alors de soulèvement forcé).

À souligner que l'accroissement des précipitations avec l'altitude n'est pas homogène ni d'un massif à l'autre, ni même à l'échelle d'un seul massif. La position de celui-ci par rapport au flux général mais aussi la topographie locale jouent un rôle important. Les ascendances (et donc l'instabilité) sont renforcées en des endroits privilégiés : parties concaves, resserrements des vallées, cirques, etc.

Du côté des températures, la masse d'air s'est globalement radoucie même si l'impression ressentie est parfois tout autre. Ce radoucissement peut entraîner, au-dessous d'une certaine altitude, la transformation de la neige en pluie mais, pour une masse d'air donnée, ce niveau d'altitude pourra être très variable d'un massif à l'autre. En hiver dans le nord des Alpes, les massifs préalpins sont soumis de plein fouet au redoux. En revanche, dans les massifs situés plus à l'intérieur, l'air froid antérieur reste longtemps prisonnier des vallées et l'air chaud a bien du mal à le remplacer.

Une fois le front chaud passé, on entre dans ce que les météorologistes appellent le *secteur chaud*. Les précipitations s'arrêtent ou deviennent très faibles voire sporadiques. L'air est nettement plus doux. La couche nuageuse se fractionne et des éclaircies peuvent apparaître entre des bancs nuageux persistant à plusieurs niveaux.

En fait, la physionomie du secteur chaud va beaucoup dépendre de la position exacte où l'on se trouve par rapport au centre de la dépression ou plutôt par rapport à ce que l'on appelle le point triple de la perturbation et qui n'est que la projection sur un plan horizontal de l'intersection des fronts chaud et froid avec l'occlusion. Si l'on s'en trouve assez prés, le secteur chaud ne verra que très peu d'amélioration sensible du temps. Seule une légère et temporaire atténuation des précipitations sera observée avant l'arrivée, souvent rapide, du front froid. Au contraire, plus on est loin du *point triple* et plus l'amélioration peut être belle. Dans certains cas, la masse d'air s'assèche considérablement surtout dans sa partie supérieure tandis que l'humidité reste importante dans les basses couches : brumes et nuages de type *stratus* (sorte de brouillard décollé du sol) ou *stratocumulus* (d'aspect voisin de certains altocumulus mais d'altitude nettement plus basse) persistent en plaine et vallée alors qu'il fait assez beau en montagne, tout au moins à partir d'une certaine altitude, avec des voiles nuageux très élevés plus ou moins denses.

Dans tous les cas de figure, la pression atmosphérique se stabilise. Le vent général souffle maintenant de l'ouest. Il reste souvent fort à très fort dans les secteurs chauds actifs mais autrement, il a tendance à faiblir.

L'irruption de l'air froid provoque un nouveau soulèvement de l'air chaud qui s'accompagne d'une aggravation nuageuse et pluvieuse souvent brusque, beaucoup plus rapide en tout cas que celle due au passage du front chaud (la pente du front froid est

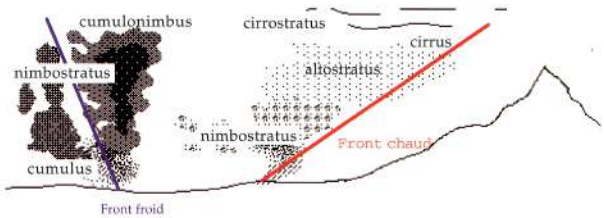


Figure 2.10 – Passage d'une dépression polaire, avec passage dans un premier temps d'un front chaud, puis d'un front froid. Si ce dernier rattrape le front chaud, il y a occlusion : l'air chaud se retrouve entièrement rejeté en altitude.

en effet plus forte). Le vent a tendance à revenir temporairement au secteur sud et la pression recommence à baisser. Au passage du front froid proprement dit, les précipitations sont intenses, accompagnées souvent de manifestations orageuses durant le printemps et l'été, parfois même en plein hiver lorsque la poussée froide est suffisamment vigoureuse pour entraîner de rapides ascendances turbulentes qui donnent lieu à la formation de ces fameux *cumulonimbus* (nuages très sombres et très développés verticalement, en forme de tours finissant par une enclume, particulièrement redoutables pour l'alpiniste).

Dans le cas d'un secteur chaud actif, l'arrivée du front froid ne constitue pas à proprement parler une surprise puisque l'on est déjà dans le mauvais temps. En revanche, si le secteur chaud a été peu actif ou carrément inexistant (puisque certaines perturbations se présentent privées en quelque sorte de leur front chaud), le front froid peut arriver sans signe annonciateur dans le ciel.

Puis, tout aussi brusquement qu'elle avait commencé, la pluie cesse et un coin de ciel bleu apparaît. L'atmosphère est plus fraîche. La pression connaît une hausse, elle aussi brutale. Le vent s'oriente franchement nord-ouest à nord. Le front froid est passé. On est déjà dans ce que les météorologistes appellent la *traîne*, appellation générique qui, en région de plaine, se traduit souvent par un temps incertain avec alternance de belles éclaircies et de passages nuageux plus ou moins denses et parfois accompagnés d'averses ou bien par un ciel le plus souvent gris et bas. Mais en montagne, surtout l'hiver, les temps de *traîne* sont ressentis bien différemment. En gros, deux schémas sont possibles tout en admettant, surtout à partir du printemps, de nombreuses variantes :

- Soit les masses d'air froid postérieures sont relativement homogènes avec leur humidité concentrée essentiellement en basse couche. Dans ce cas, même si la masse d'air est potentiellement instable, les phénomènes de *convection* (liés à l'échauffement par le bas) sont insignifiants en région de montagne (températures trop froides, sol enneigé) et les nuages s'étalent en *stratocumulus* constituant ainsi les fameuses mers de nuages qui, si elles persistent, constituent un cauchemar pour ceux qui vivent au-dessous, et… un paradis pour les montagnards qui bénéficient d'un ciel bien dégagé et généralement très limpide. Suivant

les cas, le sommet de ces mers de nuages se situe entre 1000 et 2000 m. Au-dessus, il n'y a que le vent, qui peut rester fort au moins sur les crêtes, et les avalanches dues aux récentes chutes de neige pour poser problème.

– Soit l'air froid postérieur comporte des limites secondaires surtout marquées en altitude et qui correspondent à des discontinuités d'épaisseur de la couche d'air froid instable. Alors, dans ce cas, celles-ci vont se comporter en région de montagne comme de véritables fronts, le vent et le relief provoquant de nouveaux soulèvements. Ainsi, après les quelques éclaircies qui ont suivi immédiatement le passage du front, le mauvais temps affecte à nouveau le relief qui reste alors dans le brouillard et soumis à des précipitations quasiment continues sous forme de neige jusqu'à des altitudes de plus en plus basses. Ces chutes de neige se présentent souvent sous forme de neige roulée en raison du caractère instable de la masse d'air. En résumé, le front froid est passé depuis longtemps et pourtant on a l'impression que rien n'a vraiment changé.

Les successions de perturbation/traîne active (fréquentes dans les régimes d'ouest à nord-ouest) apportent des précipitations neigeuses souvent importantes sur le nord des Alpes. Ce sont surtout elles qui favorisent un bon enneigement à basse et moyenne altitude durant la saison hivernale.

Par ailleurs, bien plus qu'au passage des fronts eux-mêmes, les *traînes* donnent lieu à des *effets de foehn* assez spectaculaires entre le sud et le nord des Alpes, voire entre des massifs relativement proches. Par régime de nord-ouest par exemple, on observe souvent un dégradé du mauvais vers le beau entre les Préalpes du Nord et les massifs plus intérieurs comme le Valais et plus encore derrière la ligne de foehn, vers le Tessin, où la masse d'air, après avoir en quelque sorte déversé son humidité sur les massifs situés en amont du flux, continue son voyage sous une forme nettement asséchée qui entraîne souvent du grand beau temps.

Nous venons de voir le scénario-type d'une perturbation océanique c'est-à-dire correspondant à une circulation zonale (de secteur ouest au sens large) qui est généralement la plus fréquente sur les Alpes d'octobre à avril. D'autres sont possibles : méridiennes (Sud ou Nord), elles apportent dans le premier cas d'importantes précipitations limitées au sud des Alpes soit, dans l'autre, du froid bien sûr mais généralement peu d'humidité. Enfin, du fait de creusements dépressionnaires importants dans le golfe de Gênes, certaines perturbations océaniques se réactivent en Méditerranée et reviennent en quelque sorte vers les Alpes où elles peuvent provoquer en quelques heures d'abondantes chutes de neige sur la chaîne frontalière avec l'Italie). Ce sont les situations dites de *retour d'est*.

De mai à septembre, les pulsations d'air froid polaire deviennent moins vigoureuses et le temps sur les Alpes est plus souvent commandé par des situations moins bien organisées où les évolutions *convectives* prennent le dessus sur celles purement *dynamiques*.

2.2 Changement climatique

2.2.1 Aperçu sur l'histoire de la théorie du climat

Au XIXe siècle, les scientifiques prirent conscience que l'histoire de la Terre était beaucoup plus ancienne que ce que le récit de la Bible – le seul qui jusqu'alors faisait mention de la formation de la Terre – laissait croire, et que le climat variait. La preuve la plus évidente des variations climatiques était les glaciers. Dès la fin du XVIIIe siècle, l'existence de moraines en Écosse ou la présence de roches polies et de blocs erratiques[7] qui semblaient avoir été transportés par des forces mystérieuses amenèrent à l'idée que les glaciers avaient autrefois eu une extension bien supérieure à ce que l'on pouvait observer de nos jours (Krüger, 2013). Les glaciers, en voie de disparition dans de nombreux massifs montagneux à travers le monde, restent la figure emblématique de changement du climat. La figure 2.11 montre l'exemple du glacier de Schaltenkees au Tyrol, dont la perte de masse a été spectaculaire en seulement quelques années. La figure 2.12 montre une série de photographies du glacier du Rhône (VS) sur quelques décennies. Sa proximité de la route en a fait une attraction touristique depuis le XVIIIe siècle et a facilité les relevés topographiques, ce qui a permis de suivre son évolution depuis la fin du XIXe siècle (voir figure 2.13).

À la même époque naissait aussi l'hypothèse que l'homme pouvait influer sur le climat. Selon certains, la déforestation avait un effet positif sur le climat, tandis que d'autres supposaient exactement l'inverse : c'est le défrichement qui conduit à la ruine de la civilisation (Fressoz & Locher, 2020). En l'absence de mesures fiables des températures[8] et de la pluviométrie, il était difficile de prouver cette action de l'homme sur le climat et de savoir dans quel sens cette action se faisait. En 1821, le gouvernement français lançait une enquête auprès des préfets pour collecter les preuves d'un changement climatique (Bainville & P., 1995), mais aucune tendance claire n'en fut tirée ; le consensus penchait plutôt vers un effet néfaste du déboisement (voir § 1.5.4). Au XXe siècle, ce n'est plus le déboisement causé par l'agriculture extensive et l'élevage qui a semblé être le problème, mais l'industrie qui en polluant villes et milieux naturels était accusée de modifier le climat (McNeill, 2010; Fressoz, 2012). C'est ainsi qu'à la toute fin du XIXe siècle, Svante Arrhenius entrevoit le rôle joué par le dioxyde de carbone dans l'interception du rayonnement terrestre, et que son ami Nils Ekholm

7. En Suisse, notamment, ce fut un berger de Bagnes, Jean-Pierre Perraudin, qui attira l'intérêt scientifique du géologue cantonal, Ignace Venetz, puis du directeur des Salines de Bex, Jean de Charpentier, et finalement du professeur d'histoire naturelle Louis Agassiz, alors en poste à Neuchâtel. Les blocs erratiques étaient alors souvent perçus comme la preuve de l'existence du déluge, mais pour Perraudin, ils pouvaient s'expliquer par la poussée glaciaire dans des temps anciens.

8. Le thermomètre a été créé par le médecin italien Sanctorius en 1608 et a été progressivement perfectionné (Beaurepaire, 1995), mais jusqu'au XIXe siècle, le protocole de mesure a varié fortement, et un doute subsistait quant à la possibilité d'interpréter les séries de mesures.

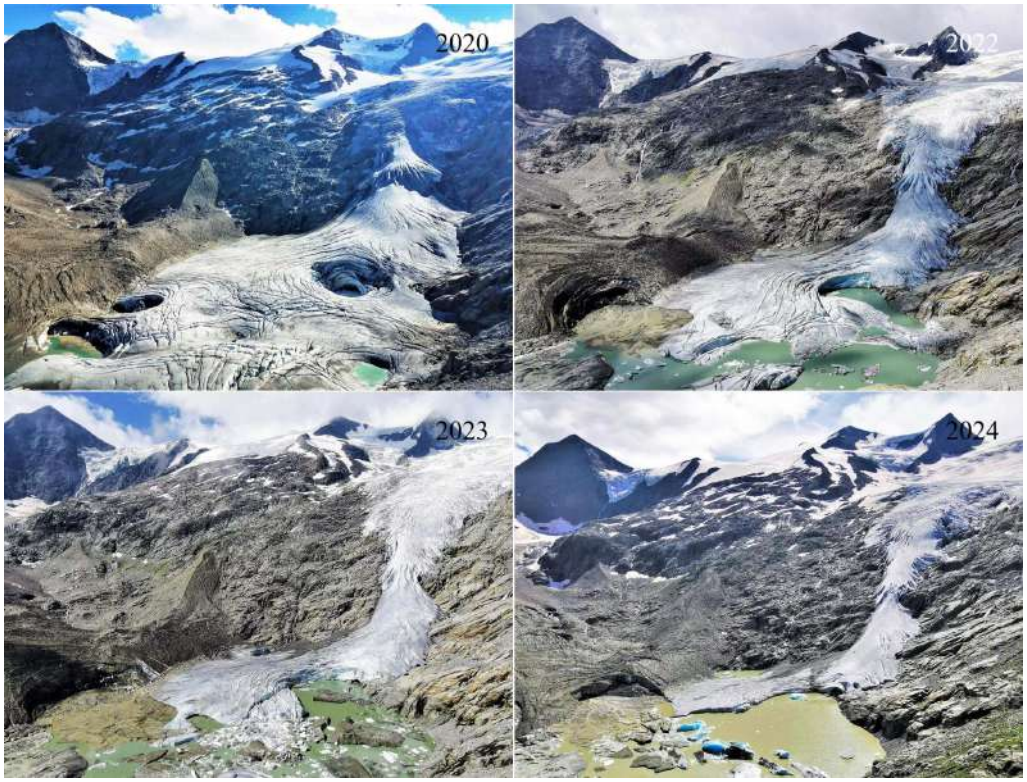


Figure 2.11 – Le glacier de Schaltenkees dans l'est du Tyrol (Autriche) entre 2020 et 2024. Voir l'évolution depuis 1974 sur le site glacierchange.com. Source : Ingemar Wibmer.

détaille le rôle des couches atmosphériques dans le bilan radiatif et son influence sur le climat (Arrhenius, 1896; Ekholm, 1901). Pour les deux savants suédois, l'accumulation de dioxyde de carbone dans l'atmosphère pourrait amener à un adoucissement du rude climat suédois, mais dès 1914, l'ingénieur français Louis de Launay se montrait plus pessimiste sur cette accumulation. Il concluait ainsi son article sur la finitude des ressources minières :

> « Pour produire quelque 8000 milliards de combustibles minéraux, combien n'a-t-il pas fallu de végétaux accumulés et très accidentellement préservés de la combustion dans la durée des temps géologiques ; donc quelle absorption d'acide carbonique emprunté à l'air ? Et, le jour où cet acide carbonique aura été restitué aux couches inférieures de l'air par nos cheminées d'usines, quels changements (dont nous avons déjà le prodrome sur les grandes villes industrielles) ne manqueront pas d'être réalisés peu à peu dans nos climats ? »

Au XXe siècle, l'intérêt pour l'histoire du climat et la recherche de ses mécanismes sont allés en grandissant (Weart, 2008). L'hypothèse d'Arrhenius sur le rôle des gaz à effet de serre dans le climat est en passe d'être oubliée, voire considérée comme une fausse piste dans la première moitié du XXe siècle (Weart, 2008). La découverte de la dérive des continents et de cycles astronomiques paraît à beaucoup l'explication la plus raisonnable pour expliquer la variation du climat à l'échelle géologiques (Weart, 2008). La vision sur le climat et ses mécanismes change dans la seconde moitié du XXe siècle. Les études historiques et les analyses de reconstitution des climats passés montrent que même à une échelle de temps courte (celle du siècle), le climat subit des cycles et des variations parfois brutales (Le Roy Ladurie, 1967; Casty *et al.*, 2005; Glaser *et al.*, 2010; Mediero *et al.*, 2015; Ljungqvist *et al.*, 2016; Hanel *et al.*, 2018; Fressoz & Locher, 2020; Ménégoz *et al.*, 2020; Pfister & Wanner, 2021; Renard *et al.*, 2023). Par exemple, pour le seul XXe siècle et la Suisse, l'intensité et la fréquence des fortes pluies a varié au fil des décennies quelle que soit la durée de précipitation considérée (Scherrer *et al.*, 2016; Bauer & Scherrer, 2024). Si l'on reprend l'exemple des glaciers comme indicateur climatique, il est manifeste que l'évolution n'est pas régulière ; ainsi, pour le glacier du Rhône (voir figure 2.13), le glacier a avancé à quelques reprises (durant la décennie 1910, puis entre 1960 et 1980), ou a pu régresser fortement (comme au début des années 1940). De même pour les températures, si consensus actuel est qu'à partir du milieu du XIXe siècle, la Terre a commencé à se réchauffer, l'accroissement de températures n'est pas régulier, mais a connu des cycles de hausse, de baisse et de stagnation (voir figure 2.14).

La tendance globale est qu'à l'échelle de la planète, le réchauffement a dépassé 1 ℃ depuis 1900, tandis qu'à l'échelle de la Suisse, le réchauffement a été plus marqué, avec en général un accroissement supérieur à 2 ℃ (Rebetez & Reinhard, 2008; Rebetez, 2011) (voir figure 2.15). Dans les Alpes, ce réchauffement est encore plus marqué et dépasse souvent 3 ℃ en moyenne annuelle (Beniston, 2009; Beniston *et al.*, 2018). Le consensus actuel est que pour l'essentiel, l'augmentation de température résulte de l'activité humaine, principalement l'émission de gaz à effet de serre (vapeur d'eau, dioxyde de carbone, méthane, etc.), et que les autres causes naturelles ont joué un rôle moindre. Pour arriver à cette conclusion, les scientifiques ont utilisé des modèles numériques pour reconstituer le climat passé (Jouzel *et al.*, 2018). L'incertitude dans la reconstitution des conditions climatiques passées et dans la projection des conditions futures reste grande (Koonin, 2021) ; un point sensible reste le calage des paramètres modèles et le passage de l'échelle globale (les conditions à l'échelle de la planète) à une échelle régionale (Hourdin *et al.*, 2017). Un gros travail est actuellement réalisé pour affiner les scénarios de changement de climat.

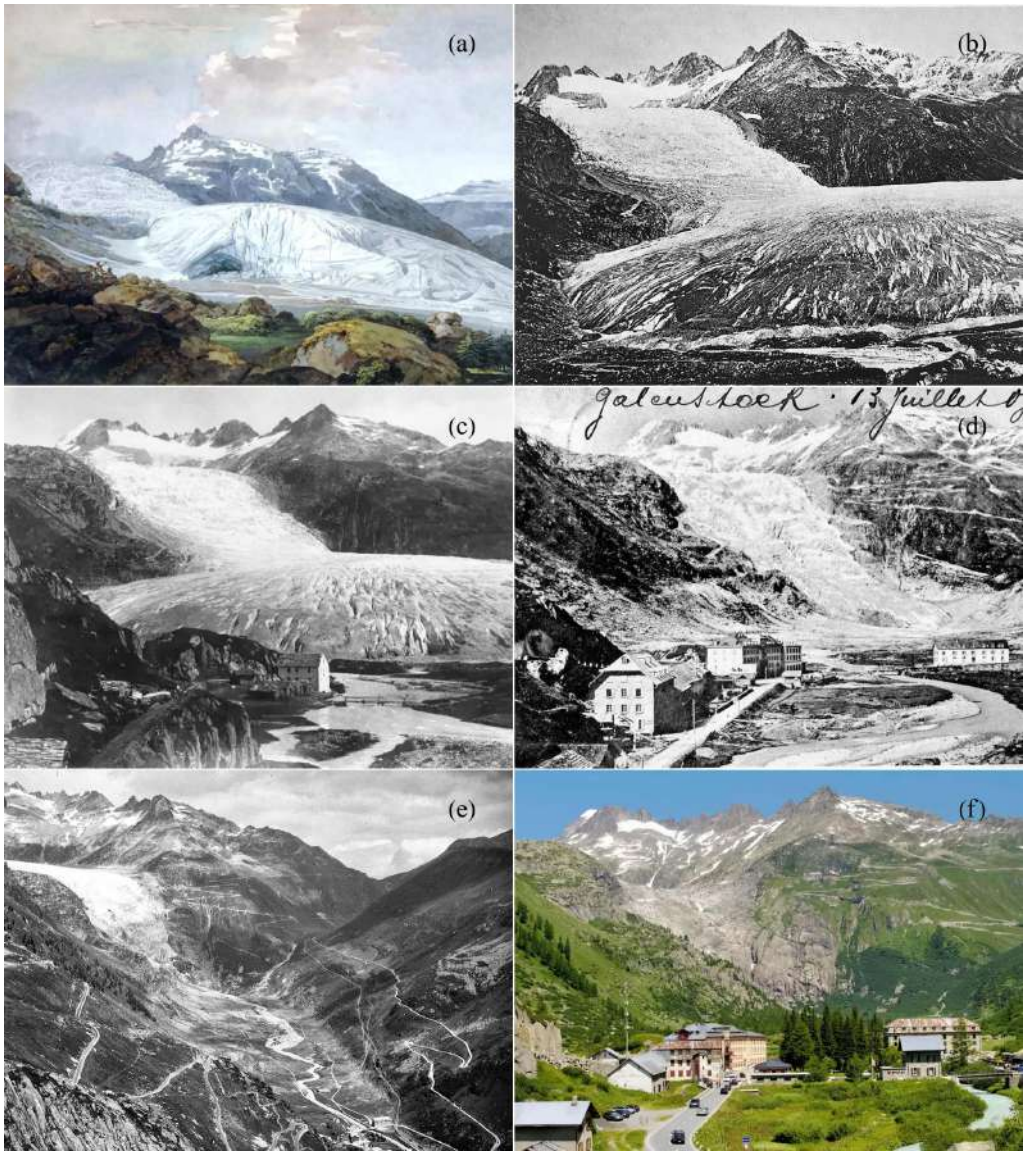


Figure 2.12 – Le glacier du Rhône (VS) depuis le XVIIIe siècle. (a) Aquarelle et encre de chine par William Pars, 1771. Source : British Museum. (b) Le glacier du Rhône en août 1849. Daguerréotype de Jean-Gustave Dardel. Cette photographie est sans doute le premier cliché d'un glacier en Suisse. Source : UNIL. (c) Le glacier et la source du Rhône en 1855 près du village de Gletsch (1757 m) dans les Conches. Photographie de Friedrich von Martens. Source : Alpine Club Collection . (d) Carte postale datée de 1903. Source : éditions Brennenstuhl, Meyringen et accessible depuis notrehistoire.ch. (e) Le glacier du Rhône, Gletsch, et la route du col de la Furka.Source : Albert Emonet et accessible depuis notrehistoire.ch. (f) La source du Rhône de nos jours. Source : Dumoulin *et al.* (2010).

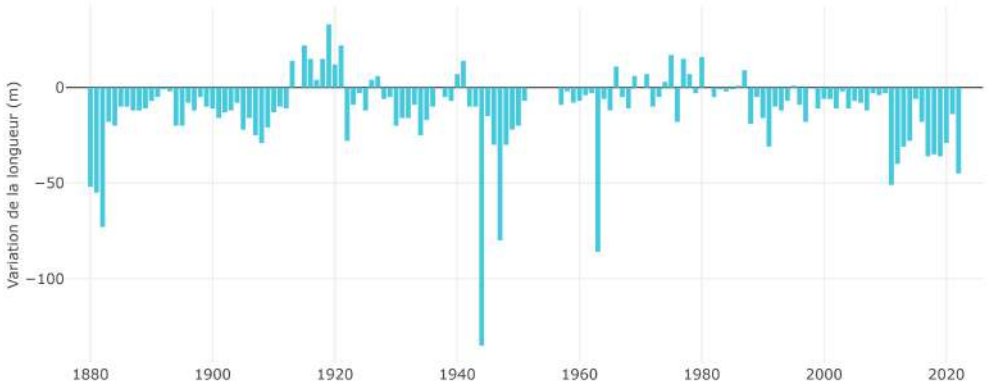


Figure 2.13 – Variation de la longueur du glacier du Rhône (VS) depuis 1880. Source : Glamos ; GLAMOS 1881–2023, *The Swiss Glaciers 1880-2022/23, Glaciological Reports No 1–142, Yearbooks of the Cryospheric Commission of the Swiss Academy of Sciences (SCNAT)*, ETHZ/VAW, doi:10.18752/glrep_series.

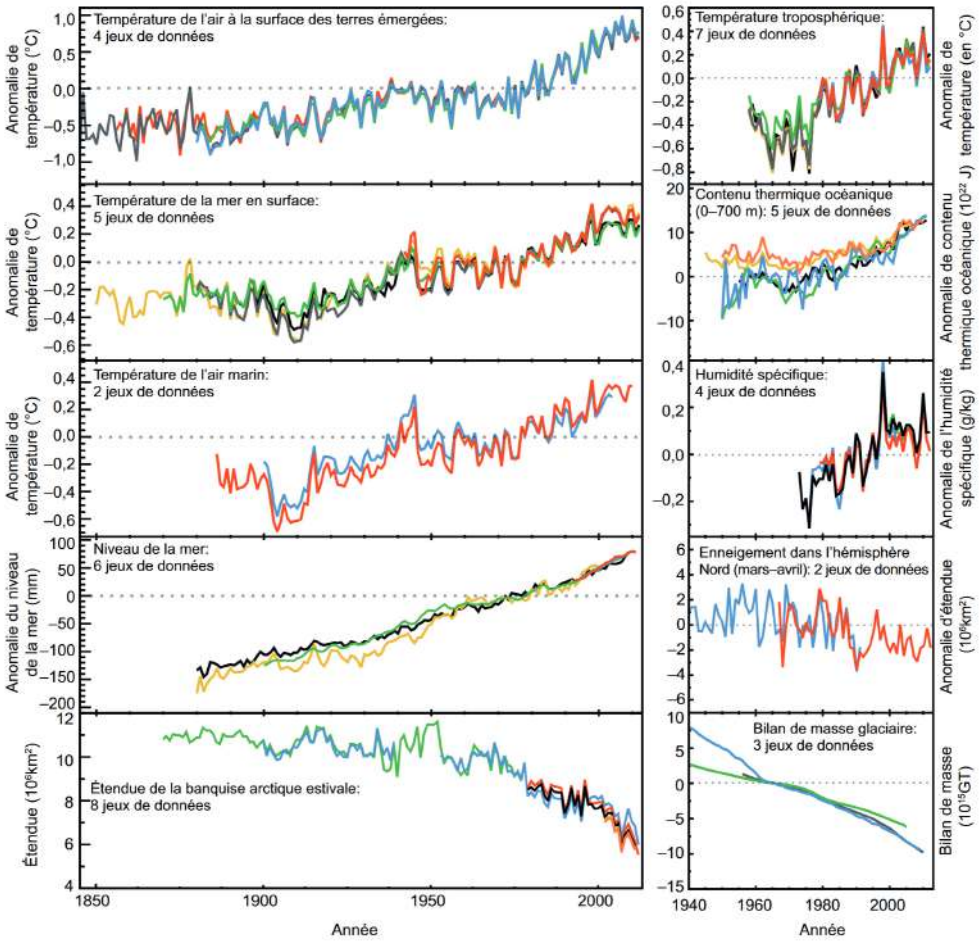


Figure 2.14 – Indicateurs complémentaires de l'évolution du climat mondial. Source : figure TS.1 in (GIEC, 2013).

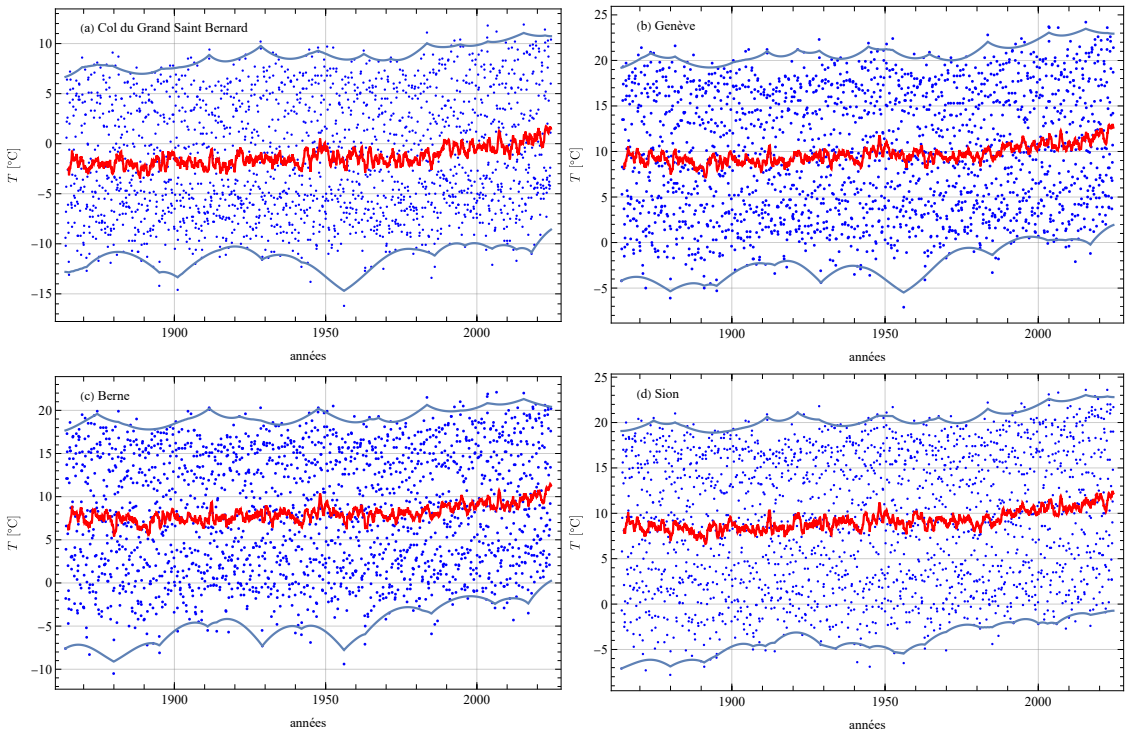


Figure 2.15 – Évolution de la température dans trois grandes villes suisses et au col du Grand Saint-Bernard depuis 1860. On a indiqué la température moyenne mensuelle (points bleus), la moyenne glissante sur 10 ans, et les bornes supérieures et inférieures des températures mensuelles. (a) Grand Saint-Bernard à 2472 m d'altitude ; (b) Genève à 412 m ; (c) Berne à 553 m ; (d) Sion à 482 m. Données : Météo-Suisse.

2.2.2 Scénarios de changement climatique

Scénarios considérés par le GIEC

Le climat évolue sous l'effet de nombreux agents dont les plus importants sont :

- le rayonnement solaire (en moyenne 340 $W \cdot m^{-2}$) ;
- le rayonnement infrarouge émis par la Terre (en moyenne 350 $W \cdot m^{-2}$) ; et
- l'effet de serre dû à la vapeur d'eau et aux gaz dans l'atmosphère, qui interceptent une partie du rayonnement traversant l'atmosphère.

Selon le *Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat* (GIEC), la température a augmenté depuis 1750 (avant la Révolution industrielle) du fait de l'émission de gaz à effet de serre, dont le plus emblématique est le CO_2 ; cette augmentation de température serait équivalente à un « forçage radiatif » (une augmentation du flux d'énergie entrant dans l'atmosphère) de 2,3 $W \cdot m^{-2}$. La figure 2.16 montre l'évolution des températures depuis 1850 et les causes probables de cette évolution. Le consensus actuel est que cette évolution, très rapide à l'échelle géologique, est liée aux activités humaines.

La complexité des processus atmosphériques a conduit le GIEC à formuler des scénarios.

- Dans son cinquième rapport (2013), le GIEC a décrit trois scénarios majeurs appelés « profils représentatifs d'évolution de concentration » – ou *representative concentration pathway* (RCP) en anglais – qui sont fonction du « forçage radiatif », c'est-à-dire le rayonnement supplémentaire à l'horizon 2100 dans la troposphère par rapport à la situation prévalant durant la période pré-industrielle (avant 1860). Ces scénarios associent forçage radiatif, concentration en dioxyde de carbone et élévation de température [9] :

	forçage radiatif $W \cdot m^{-2}$	CO_2 ppm	ΔT ℃
RCP 2,6	2,6	400	1,0
RCP 4,5	4,5	550	1,8
RCP 8,5	8,5	1200	3,7

- Dans son sixième rapport (2019), le GIEC a revu sa grille de scénarios et a proposé à la place des scénarios RCP des scénarios SSP (*shared socio-economic pathways* en anglais) qui prennent en compte à la fois l'évolution des émissions des gaz à effet de serre à travers des scénarios socio-économiques et le forçage radiatif. La figure 2.17 montre l'emboîtement des différents scénarios, et la rela-

9. On parle de températures moyennes à l'échelle du globe. Comme l'essentiel de la surface terrestre est composé d'étendues océaniques, qui se réchauffent moins que la terre ferme, une augmentation de +1 ℃ de la température moyenne à l'échelle du globe entraîne des augmentations locales de température bien supérieures sur la terre ferme.

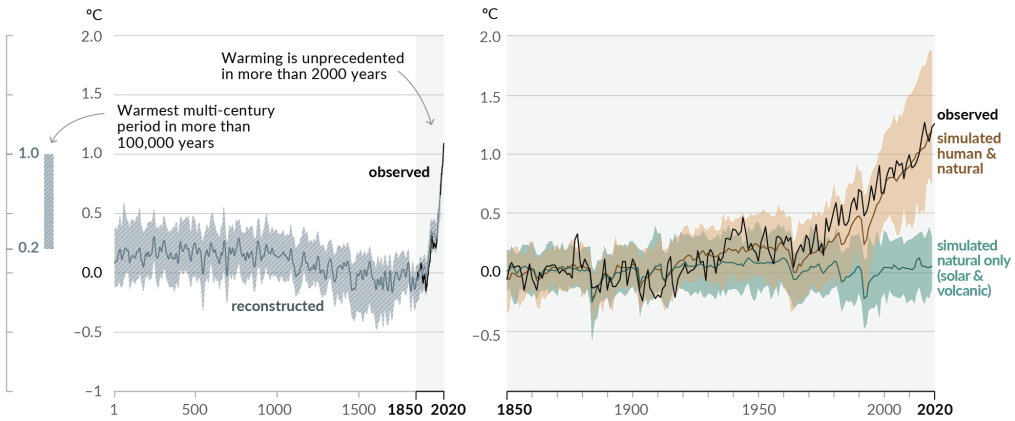


Figure 2.16 – (a) Variations de la température de surface du globe reconstituées à partir des archives paléoclimatiques (ligne grise continue, années 1-–2000) et d'observations directes (ligne noire continue, 1850-–2020), à la fois par rapport à 185-0–1900 et moyennées sur une base décennale. La barre verticale à gauche montre la température estimée (intervalle très probable) sur la période multiséculaire la plus chaude depuis au moins 100 000 ans, qui a eu lieu il y a environ 6500 ans durant la période interglaciaire actuelle (Holocène). Le dernier âge interglaciaire, il y a environ 125 000 ans, est la seconde période le plus récente où les températures furent élevées. Ces périodes de chaleur passées ont été causées par de lentes variations orbitales (multi-millénaires). La bande grise avec des lignes diagonales blanches montre les intervalles de confiance pour les reconstructions de température. (b) Évolution de la température à la surface du globe au cours des 170 dernières années (ligne noire) par rapport aux années 1850–1900 et moyenne annuelle, par rapport aux simulations de modèles climatiques de la phase 6 du projet de comparaison des modèles couplés (CMIP6), de la réponse climatique (en température) aux facteurs humains et naturels (brun) et aux facteurs naturels seulement (activité solaire et volcanique, en vert). Les lignes de couleur unie indiquent la moyenne sur plusieurs modèles, et les nuances de couleur indiquent la plage de variation des simulations. Source : Masson-Delmotte *et al.*, GIEC Report AR6, figure SPM.1, 2021.

tion entre température moyenne à l'échelle de la Terre et concentration en CO_2 (Masson-Delmotte *et al.*, 2021).

Pour connaître ce qu'impliquent localement ces scénarios climatiques, il faut utiliser des modèles numériques :

- Une première couche de modèle est constituée des modèles de circulation générale (*global circulation model* ou GCM en anglais), dont la maille de calcul est grande (typiquement 100 à 200 km).
- Les calculs sont ensuite affinés pour prendre les effets locaux tels que le relief ;

on emploie des modèles de circulation régionale (*regional circulation model* ou RCM en anglais) avec des mailles de calcul dont la longueur typique est 10 km.

Chaque pays a donc décliné les scénarios globaux du GIEC en scénarios locaux ; on verra ci-après les exemples de la Suisse et de la France.

On notera au passage que le GIEC a fait des efforts substantiels de communication vers les décideurs et le grand public en offrant une synthèse accessible des travaux de recherche du consortium, mais le choix d'appeler les scénarios RCP, puis SSP, et le recours au forçage radiatif n'est pas très heureux. En Suisse et en France, les services nationaux ont souvent préféré mettre l'accent sur les horizons temporels dans la terminologie des scénarios.

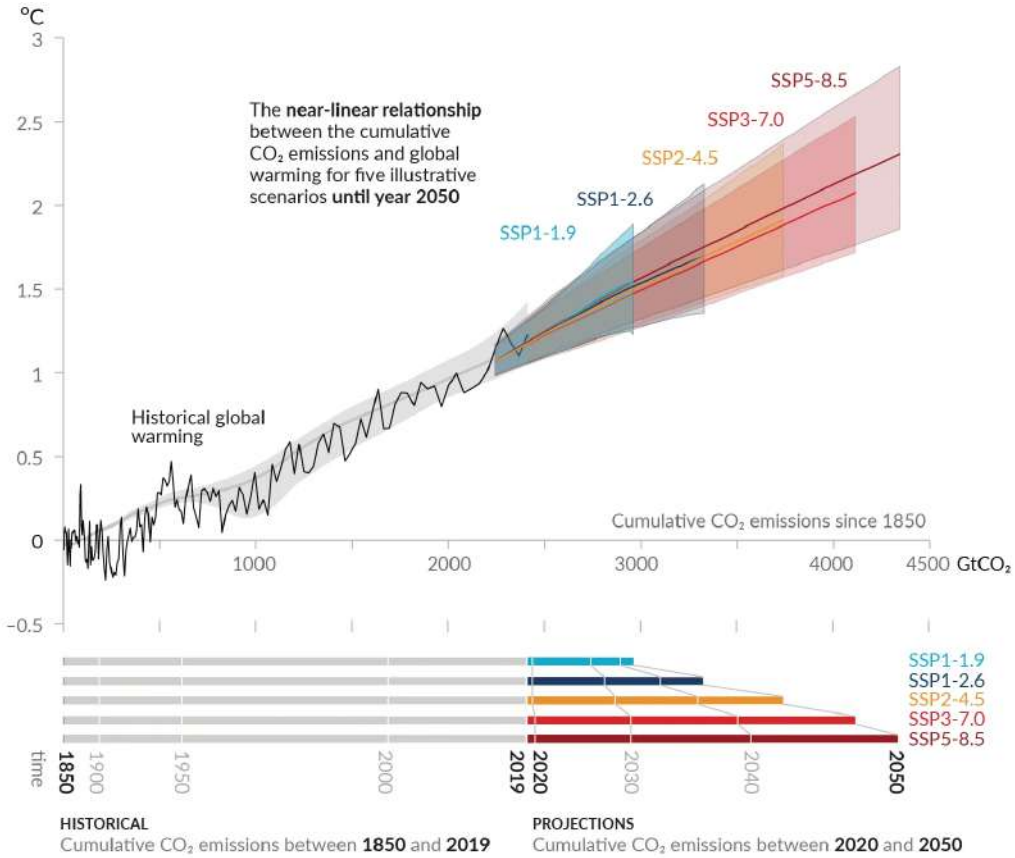


Figure 2.17 – Relation (quasi linéaire) entre les émissions cumulées de CO2 et l'augmentation de la température à la surface du globe Les données historiques (ligne noire mince) montrent l'augmentation de la température à la surface de la planète observée en ℃ depuis 1850-–1900 en fonction des émissions cumulées de dioxyde de carbone (CO2) en milliard de tonnes [Gt] de CO_2 de 1850 à 2019. La plage grise avec sa ligne centrale montre une estimation correspondante du réchauffement de la surface causé par l'homme dans le passé. Les zones colorées montrent l'intervalle très probable des projections de la température à la surface du globe, et les lignes centrales colorées épaisses montrent l'estimation médiane en fonction des émissions cumulées de CO_2 de 2020 à 2050 pour l'ensemble des scénarios pris en compte (SSP1-1,9, SSP1-2,6, SSP2-4,5, SSP3-7,0 et SSP5-8,5). Les projections reposent sur les émissions cumulées de CO_2 de chacun des scénarios respectifs, et le réchauffement planétaire prévu tient compte de la contribution de tous les facteurs de forçage anthropiques. La relation est illustrée pour le domaine des émissions cumulées de CO_2 pour lequel il y a une grande confiance que la réaction transitoire du climat aux émissions cumulées de CO_2 (TCRE) demeure constante, et pour la période allant de 1850 à 2050 au cours de laquelle les émissions mondiales de CO_2 demeurent positives dans tous les scénarios représentatifs, car il existe peu d'éléments qui appuient l'application quantitative de TCRE pour estimer l'évolution de la température en cas d'émissions nettes négatives de CO_2. Source : Masson-Delmotte *et al.*, GIEC Report AR6, figure SPM.10, 2021.

Déclinaison des scénarios pour la Suisse

En 2011, la Confédération a mandaté Météo-Suisse pour élaborer des scénarios d'évolution climatique valables pour la Suisse sur la base de 21 simulations de circulation régionale conduites par le consortium Euro-Cordex [10], ce qui permet d'aboutir à la fois à une tendance moyenne et à une estimation des incertitudes associées à cette tendance en comparant les résultats des différentes simulations (Croci-Maspoli *et al.*, 20018; Schmocker-Fackel *et al.*, 2021).

Les scénarios actuels désignés sous le nom de CH2018 [11] prennent les trois décennies 1981–2010 comme période de référence et point de départ des simulations numériques. Les scénarios permettent de prospecter ce qui peut se passer à trois horizons différents :

- avenir proche (horizon 2035), c'est-à-dire la période 2020–2049 ;
- milieu du siècle (horizon 2060), c'est-à-dire la période 2045-2074 ;
- fin du siècle (horizon 2085), c'est-à-dire les trois dernières décennies 2070-2099.

Les scénarios fournissent différents indicateurs (nombre de jours de gel, de canicule, etc.) et l'évolution de la température et des précipitations sur une grille de maille fine 2×2 km^2. Les données sont accessibles en ligne [12]. La figure 2.18 montre une série chronologique de la température

Déclinaison des scénarios pour la France

En 2023, le ministère en charge de l'environnement a choisi de simplifier la présentation de ces scénarios en adoptant des « trajectoires de référence pour l'adaptation au changement climatique » (TRACC [13]) et a pris comme période de référence soit les trois décennies 1976–2005, soit les trois décennies 1900–1930 (au lieu de 1850–1900 pour le GIEC). Ces scénarios TRACC sont plus ou moins une adaptation des scénarios RCP 2,6, RCP 4,5 et RCP 8,5 :

	période	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Monde	1850–1900	+1,5 °C	+2,0 °C	+3,0 °C
France	1900–1930	+2,0 °C	+2,7 °C	+4,0 °C
France	1976–2005	+1,4 °C	+2,1 °C	+3,4 °C

10. Acronyme de Coordinated Regional Climate Downscaling Experiment – European Domain.

11. Cet ensemble de scénarios est en cours de mise à jour et sera appelé CH2025 à partir de 2025. Voir le site climat CH2025.

12. Voir le site dédié : National Centre for Climate Services et son atlas web.

13. Voir le site DRIAS Les futurs du climat du ministère de la transition écologique : https://www.drias-climat.fr/accompagnement/sections/402.

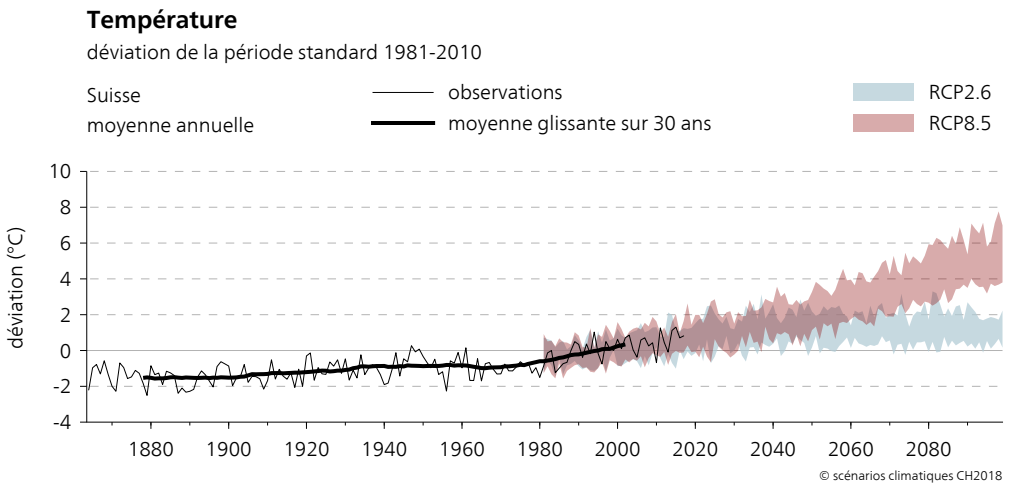


Figure 2.18 – Évolution de la température moyenne en Suisse avec la période historique 1860–2018 et les projections suivant les scénarios RCP globaux adaptés dans les modèles régionaux CH2018. Données : Atlas web CH2018 – Climate Scenarios for Switzerland. National Centre for Climate Services, Zurich..

Le jeu de données TRACC 2023 comporte plusieurs modèles de circulation générale et de circulation régionale développés par différents centres de recherche en Europe. Par exemple, Météo-France a développé :

- un modèle de circulation générale CNRM-CERFACS-CNRM-CM5 ; et
- un modèle de circulation régionale CNRM-ALADIN63,

Ces simulations considèrent une dégradation climatique, avec :

- à l'horizon 2030, une augmentation de +2,0 °C en France métropolitaine (scénario-type RCP 2,6),
- à l'horizon 2050, une augmentation de +2,7 °C en France métropolitaine (scénario-type RCP 4,5),
- à l'horizon 2100, une augmentation de +4,0 °C en France métropolitaine (scénario-type RCP 8,5),

par rapport à la période de référence 1900–1930.

2.2.3 Conséquences hydrologiques

Le changement climatique est attendu à avoir d'importantes répercussions sur le plan hydrologique :

- augmentation des températures à la surface, avec pour conséquence :
  - des étés plus chauds et des sécheresses plus longues et fréquentes (voir figure 2.19), et
  - un accroissement de l'évapotranspiration (Boucher *et al.*, 2015; Patterson, 2023; Russo & Domeisen, 2023) (voir figure 2.20) ;
- humidité accrue de l'atmosphère : la seuil de saturation de l'air en vapeur d'eau s'accroît d'environ 7 % par degré de réchauffement, avec pour conséquence des précipitations bien plus intenses sur les courtes durées (à l'échelle horaire) (Kunkel *et al.*, 2013; Westra *et al.*, 2014; Giorgi *et al.*, 2016; Scherrer *et al.*, 2016; Lehmann *et al.*, 2018; Papalexiou & Montanari, 2019; Estrada *et al.*, 2023) ;
- un changement dans la dynamique des pluies. Il est probable que les cellules orageuses puissent rester en position stationnaire plus longtemps, ce qui devrait augmenter le caractère tropical des précipitations en Europe (Kahraman *et al.*, 2021), et que les situations météorologiques favorables à de fortes précipitations soient plus fréquentes (Blanchet *et al.*, 2021, 2023; André *et al.*, 2024) ;
- augmentation du niveau des mers, acidification et accroissement de la température de la masse d'eau, avec un accroissement de la vulnérabilité des zones côtières avec pour conséquence un risque de subsidence et d'inondation accru pour les grandes cités en bord de mer Wu *et al.* (2022) ;
- une modification des courants marins, notamment la circulation dans l'Atlantique nord qui conditionne les conditions climatiques en Europe occidentale (van Westen *et al.*, 2024) ;
- disparition possible de la calotte glaciaire, disparition de la banquise, fonte du pergélisol, et retrait glaciaire ;
- diminution de 30 % des chutes de neige journalières par degré de réchauffement pour les Alpes (de Vries *et al.*, 2014; Gobiet *et al.*, 2014; Frei *et al.*, 2018). Seul le domaine de la haute altitude devrait voir le volume de précipitations neigeuses augmenter (Le Roux *et al.*, 2023) ;
- une fonte précoce du manteau neigeux, ce qui aura un impact sur le régime des débits dans les rivières (Musselman *et al.*, 2017; Wang *et al.*, 2024) ;
- un lien peu évident entre accroissement des précipitations extrêmes (en fréquence et intensité) et crues que cela soit en Europe ou aux États-Unis (Andersen & Marshall Shepherd, 2013; Slater & Villarini, 2016; Sharma *et al.*, 2018; Berghuijs *et al.*, 2019*b*,*a*; Brunner *et al.*, 2019*a*,*b*). Les raisons en sont diverses (Horton *et al.*, 2006; Slater *et al.*, 2015; Sharma *et al.*, 2018) :
  - moindre saturation des sols à cause des périodes sèches,
  - modification de la capacité des cours d'eau à laisser transiter des débits importants,

  - fonte prématurée et plus rapide du manteau neigeux,
  - extension moindre des tempêtes.

  Certaines régions en Europe devraient être soumises à un risque accru de crue (c'est le cas de l'Europe sous influence atlantique) tandis que d'autres devraient voir le risque baisser (ceinture méditerranéenne) (Alfieri *et al.*, 2015; Blöschl *et al.*, 2015). Pour la Suisse, les projections laissent entrevoir des débits plus importants en hiver et bien moindre en été (Addor *et al.*, 2014). Des études pointent une augmentation de la fréquence et de l'intensité des crues en Europe (Berghuijs *et al.*, 2017; Wang *et al.*, 2023). L'existence de cycles pluridécennales peut également rendre la détection de la tendance de fond plus difficile. L'augmentation de la fréquence d'occurrence des pluies intenses de courte durée laisse penser qu'on pourrait avoir, sur les petits bassins-versants concernés, des crues plus intenses et fréquentes qu'actuellement (Westra *et al.*, 2014) ;
- une modification de la couverture végétale, notamment avec une remontée de la limite supérieure des arbres (Körner & Hiltbrunner, 2024).

Figure 2.19 – (a) Lac de Klontal en avril 2023. Les faibles précipitations hivernales et la sécheresse du printemps 2023 n'ont pas permis le remplissage du lac de Klontal (Glaris). Source : Tages Anzeiger ; Gian Ehrenzeller. (b) Lac de Sau en avril 2023 (Espagne, Catalogne). La Catalogne est frappée par une sécheresse historique. Source : Le Temps ; Emiliano Morenatti. L'image de lacs à sec préfigure des scénarios qui risquent de devenir plus fréquents en Europe dans les années à venir.

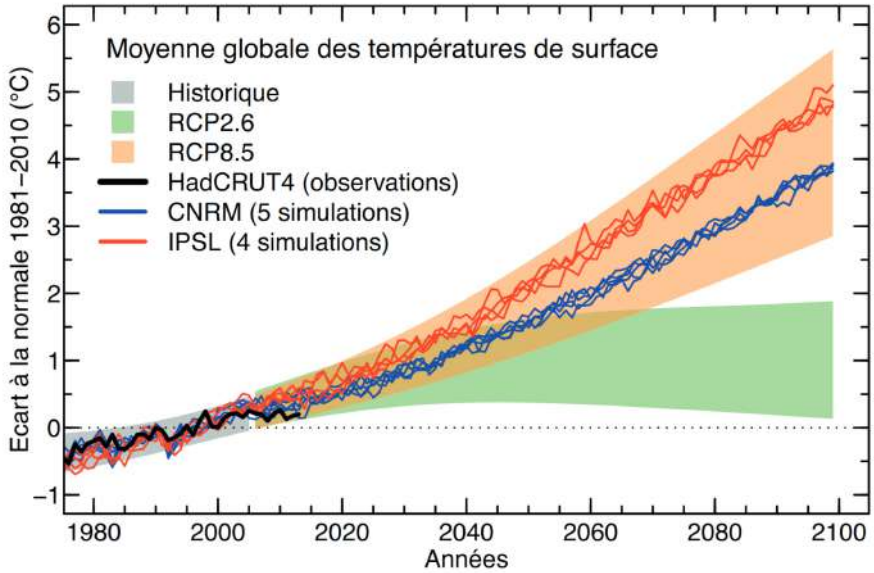


Figure 2.20 – Écart à la normale calculée sur la période 1981-2010 de la moyenne globale des températures de surface (℃) représentatif du climat à la fin du xxe siècle (zone grisée), des scénarios du GIEC RCP2,6 (en vert) et RCP8,5 (en orange). Les observations historiques HadCRUT4 sont indiquées avec un trait noir. Des résultats de simulations particulières des modèles du CNRM et de l'IPSL réalisées dans le cadre du scénario RCP8,5 sont reportés avec des traits bleu et rouge. Les enveloppes tracées correspondent à un intervalle de confiance de 95 % pour l'ensemble des modèles de climat ayant participé aux simulations du GIEC. Source : Boucher *et al.* (2015).

2.3 Les dangers hydrologiques

On désigne par *danger* ou *risque hydrologique* les risques induits par l'eau lorsqu'elle tombe sous forme de précipitations liquides ou solides. Cette classe de dangers/risques est donc relative à des phénomènes variés tels que :

- les débordements de cours d'eau (crue, inondation) et certains écoulements souterrains (remontée de nappe) ;
- les crues torrentielles (lave torrentielle, crue avec charriage, lahar, débâcle glaciaire) ;
- les avalanches de neige.

Les risques hydrologiques font partie des risques dits naturels comme les risques météorologiques (tempête, grêle) et les risques géologiques/géotechniques (écroulement, chute de pierres, mouvement de terrain, tremblement de terre, éruption volcanique) ; il existe d'autres risques naturels (feu de forêt, tsunami) qui n'entrent pas dans des grandes classes de risques.

Dans cette section, nous allons décrire rapidement les différents phénomènes naturels classés dans la catégorie des risques hydrologiques. Une particularité des risques hydrologiques est que par définition, ils tirent leur origine des précipitations de pluie ou de neige, éventuellement en concomitance avec d'autres phénomènes. Cela rend ce type de risque reproductible – jusqu'à un certain degré – puisque si les mêmes conditions météorologiques à l'origine de l'événement à risque se reproduisent, on peut redouter que le même événement vienne à se produire de nouveau.

Cela rend aussi les phénomènes induits par les précipitations d'une très grande variabilité car comme on vient de le voir dans la section précédente, les conditions météorologiques fluctuent considérablement au cours du temps. C'est cette variabilité statistique qui va particulièrement nous intéresser dans ce cours en nous permettant d'utiliser un cadre statistique pour construire une approche cohérente d'étude et de prise de décision. C'est également cette variabilité statistique qui distingue les risques hydrologiques d'autres risques comme les risques géologiques, pour lesquels la définition du risque en termes de probabilité d'occurrence pose plus de problèmes en pratique.

Les événements catastrophiques pour l'homme ou le milieu naturel peuvent être classés en deux catégories :

Certains événements sont dus à des précipitations extrêmes. La plupart des inondations sont dues à des précipitations très importantes. Quelques exemples :

- en Suisse, les quatre dernières décennies ont vu plusieurs épisodes catastrophiques ainsi que sont dus à des pluies soutenues durant plusieurs jours, avec parfois des cumuls journaliers très importants :
    - les crues de juillet et août 1987 (Spreafico & Petrascheck, 1991) (voir 2.21),

  - la crue de la Saltina à Brigue en septembre 1993 (Röthlisberger, 1994) (voir 2.22),
  - les inondations d'octobre 2000 en Valais après la rupture d'une du Rhône (Hegg & Petrascheck, 2002) (voir 2.22),
  - les inondations d'août 2005 en Suisse centrale (voir 2.23) (Bezzola & Hegg, 2007) ;
- la région de la Méditerranée occidentale connaît des pluies intenses (plus de 200 mm en 24 h) capables de générer des crues-éclair (Llasat, 2004; Boudou *et al.*, 2016). Pour le sud de la France :
  - la crue du Tech en octobre 1940 survint après des précipitations diluviennes (840 mm à Llau), qui générèrent des débits très importants (de l'ordre de 3000 m^3/s) et un fort transport solide (Pardé, 1941; Jacob, 1997). On compta 47 victimes en France dans le département des Pyrénées-Orientales ;
  - en septembre 1992, la crue de l'Ouvèze est consécutive à de fortes pluies sur le nord du Vaucluse, de l'ordre de 200 mm à 350 mm en 24 h (Piégay & Bravard, 1997). Elle fit 47 victimes, principalement des campeurs, à Vaison-la-Romaine (voir figure 2.24) ;
  - en novembre 1999, la crue de l'Aude et de plusieurs cours d'eau du Roussillon est due à des trombes d'eau : à Lézignan, on mesura ainsi 106,6 mm en une heure, 192 mm en 2 heures, et 551,2 mm en 24 heures. (Vinet, 2003). La crue fit 26 morts ;
  - le passage de la tempête Alex dans le sud de la France et le nord de l'Italie entraîne de très fortes pluies, avec localement plus de 600 mm de pluie en 24 h. Ces pluies diluviennes entraînent des crues de tous les cours d'eaux de la Tinée et de la Vésubie (Payrastre *et al.*, 2022; Liébault *et al.*, 2024; Pons *et al.*, 2024). On dénombre au moins 21 victimes (dont 11 en France et 8 en Italie) et 1,7 milliard de dommages ;
- dans les régions tropicales, les cumuls de pluie et les crues-éclair peuvent prendre une ampleur spectaculaire. Ainsi, lors du cyclone Denise en janvier 1966, il est tombé 1144 mm de pluie en 12 h (ce qui semble être le record mondial) à Foc-Foc sur l'île de la Réunion. Et toujours sur l'île de la Réunion, le cyclone Hyacinthe s'est maintenu sur l'île en janvier 1980, amenant 5678 mm de pluie en 10 jours à Commerson (Rogers *et al.*, 2009).

La fonte rapide du manteau neigeux peut également causer des crues et inondations :

- février 1990 est assez caractéristique de ce type de crise : il tomba près de 3 mètres de neige vers 2000 m dans les Alpes françaises, ce qui causa d'importantes avalanches (principalement en Tarentaise) ; dans les vallées, les précipitations (environ 200 mm d'équivalent en eau pour les Préalpes) et le redoux furent responsables de la crue de plusieurs rivières. La crue du Rhône (à Lyon) et celle de l'Isère avaient une période de retour de l'ordre de 30 ans. Dans le nord de la France et

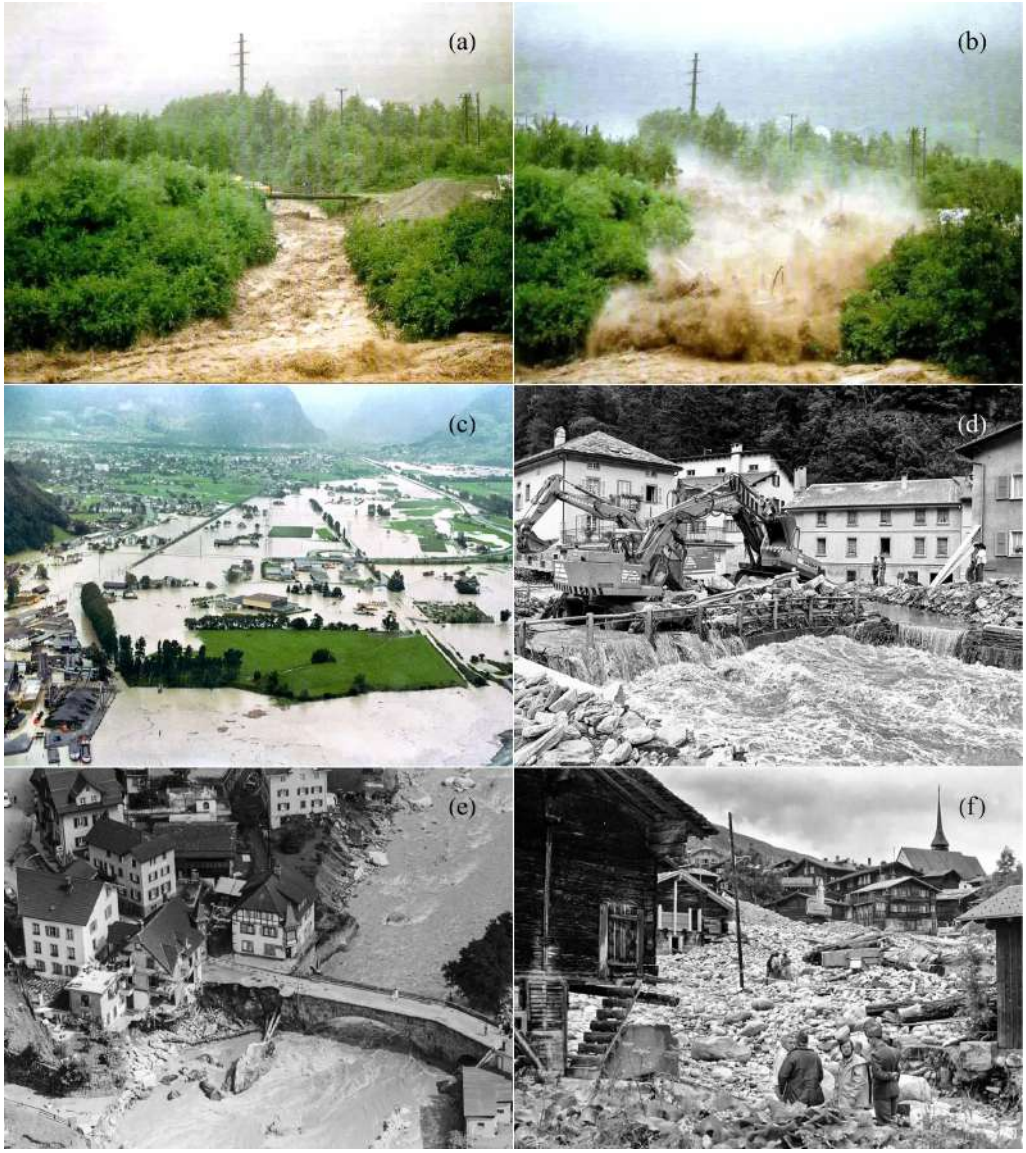


Figure 2.21 – (a), (b) Arrivée de l'onde de crue dans la rivière Zavragia (Grisons) le 18 juillet 1987 ; le débit a été estimé à 600 m^3/s. Source : Toni Venzin. (c) Plaine de la Reuss dans le canton d'Uri le 18 juillet 1987. (d) Le village de Poschiavo dans les Grisons inondé par la rivière Poschiavino. (e) Gurtnellen dans la haute vallée de la Reuss (UR). (f) Münster dans les Conches (VS), touché par une crue du Minstigerbach. Source : NZZ et Swiss Info.

en Europe du Nord, les tempêtes (fin janvier et du début février) se succédèrent et causèrent des dommages conséquents (plusieurs dizaines de victimes).

Figure 2.22 – (a) Brigue (VS) après la crue de la Saltina, qui fit deux victimes et 900 millions de dégâts. Source : Swiss Info. (b) Saillon inondé après la rupture d'une digue en rive droite du Rhône au niveau de Chamoson. Source : NZZ et P.-A. Bertholet Le Nouvelliste.

– en juin 2024, les pluies soutenues de la fin juin et la fonte rapide du manteau neigeux font monter fortement le débit des cours d'eau dans les Alpes. Plusieurs torrents débordent, c'est le cas de la Navisence ou de la Borgne en Valais. Plusieurs laves torrentielles touchent les routes et les habitations dans les cantons du Valais et des Grisons (voir figure 2.25).

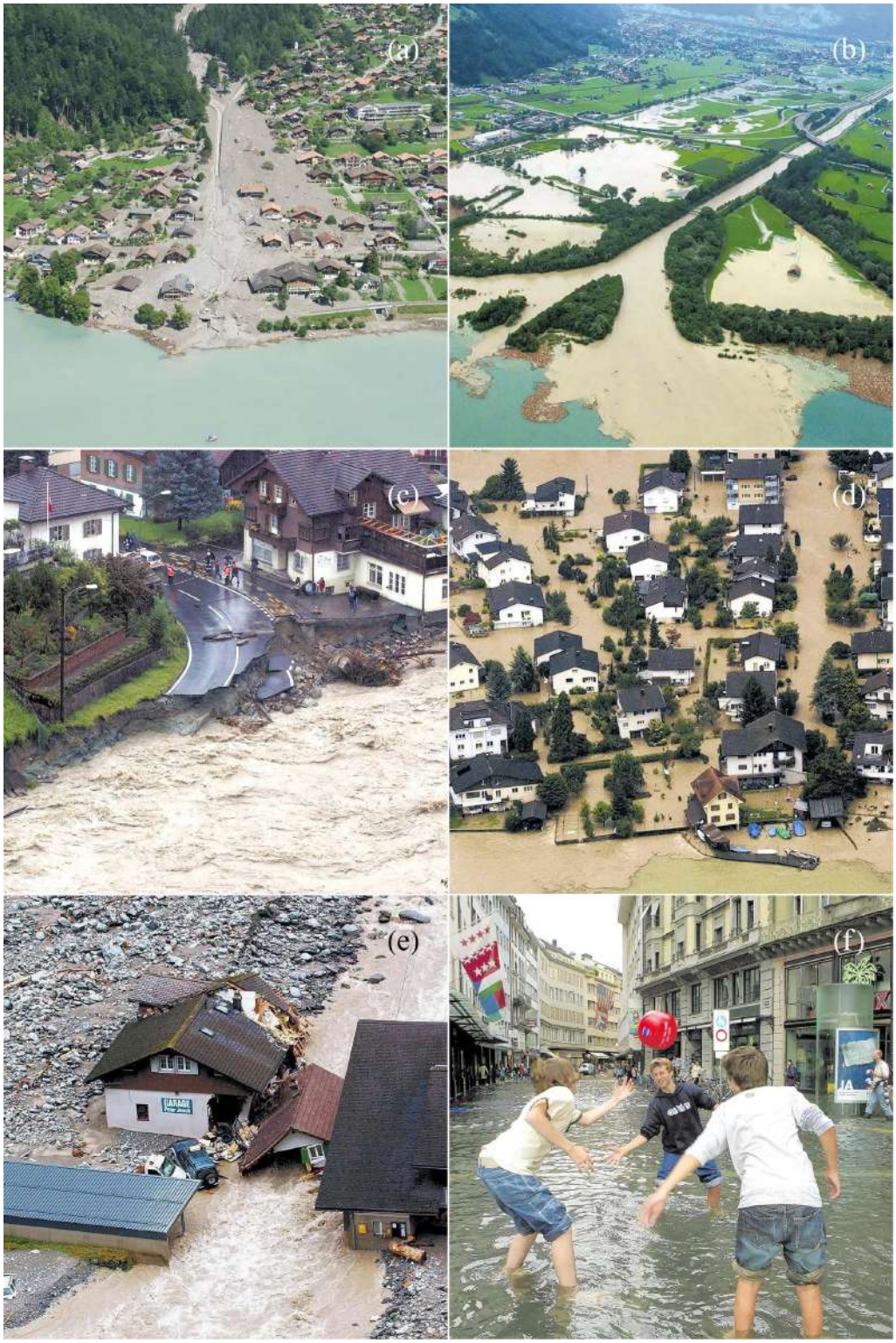


Figure 2.23 – Les crues de 2005 ont occasionné des dommages importants en Suisse centrale, dont le coût a excédé 3 milliards de francs. (a) Brienz (BE), avec des dépôts de la lave torrentielle du Glyssibach qui tua deux personnes. (b) Débouché de la Reuss dans le lac des Quatre-Cantons (UR). (c) Route de Wolhusen à Lucerne (LU). (d) Ennetbürgen (NW). (e) Bristen dévasté par la crue du Chärstelenbach (UR). (f) Le vieux Lucerne inondé. Source : Luzerner Zeitung et P.-A. Bertholet Le Nouvelliste.

Figure 2.24 – Le pont romain de Vaison-la-Romaine (Vaucluse, France) lors de la crue de l'Ouvèze le 22 septembre 1992. Source : J.-M. Tricart.

Figure 2.25 – Inondations et crues de la fin juin 2024. (a) Zone industrielle de Chippis noyée sous les eaux de la Navisence le 30 juin 2024. Source : Olivier Maire, Le Temps. (b) Saas Grund (VS) touché par une lave torrentielle, qui fait un mort. Source : RTS. (c) La haute vallée de Bagnes coupée du reste du Valais par une lave torrentielle le 6 juillet 2024. Source : RTS. (d) Val Mesolcina (GR) touché par des coulées torrentielles. Source : Swiss Info.

D'autres événements résultent d'un concours de circonstances défavorables. Pris séparément, chaque processus ne revêt pas de caractère extrême, mais la combinaison de ces processus est exceptionnelle. En matière de crue, l'état hydrique du sol est très important. Si le sol est saturé, toute nouvelle pluie peut conduire à une forte crue. Quelques exemples :

- la plus forte crue de la Seine au XXe siècle est la crue de janvier 1910 : après un hiver très humide, puis rigoureux (sol gelé), deux rapides courants de sud-ouest causèrent un redoux significatif et de fortes précipitations sur les bassins-versants de l'Yonne, de la Seine, et de la Marne (voir figure 2.26) : la fonte rapide du manteau neigeux et le ruissellement de l'eau expliquent le caractère exceptionnel de la crue de la Seine. Une telle combinaison de facteurs n'a pas été revue depuis ; la période de retour est de l'ordre de 100 ans pour le débit de pointe, mais la durée de la crue[14] (environ 6 semaines) a été exceptionnelle et explique l'étendue des dommages (15 % des immeubles touchés, une telle crue causerait aujourd'hui des dommages estimés à 1 G€) (Gache, 2013; Lang & Coeur, 2014) ;
- la crue du Tarn et de la Garonne de mars 1930 qui fit plus de 200 victimes survint après de fortes pluies, dont la lame d'eau s'ajouta à la fonte d'un manteau neigeux important. À Marmande, la Garonne monta de 11 m. À Moissac, à la confluence du Tarn et de la Garonne, les digues lâchèrent durant la nuit, et la vague qui balaya le village tua 120 personnes (Pardé, 1930). Pour la crue historique du Tarn de mars 1930, on estima le débit à 6000 m^3/s contre 160 m^3/s pour le débit de pointe annual ;
- un autre exemple est l'avalanche de Péclerey en février 1999 qui fit 12 morts à Montroc (commune de Chamonix-Mont-Blanc) ; la chute de neige à l'origine de l'avalanche avait une période de retour estimée à 5 ans, mais elle intervint à une époque où le manteau neigeux était particulièrement instable à cause du froid et de sa faible épaisseur (faibles chutes de neige jusqu'à la fin janvier 1999) (Ancey *et al.*, 2000) ;
- dans le Chablais vaudois, le village de Roche a connu à la fin des années 2000 et au début des années 2010 un très fort regain de l'activité torrentielle (l'Eau Froide), avec une « crue centennale chaque année » comme titrent les média… C'est le résultat d'une déstabilisation du lit du torrent plus que d'épisodes pluvieux intenses sur le Chablais ;
- la tempête atlantique Xynthia a entraîné la mort de 47 personnes et 2,3 milliards d'euros de dommage en Vendée et Charente-Maritime en février 2010 (Przyluski & Hallegatte, 2012; Gerard & Lang, 2019). L'effet destructeur est en partie lié à la concomitance de forts vents et d'une marée importante qui sont responsables de submersions sur plusieurs communes du littoral atlantique (voir figure 2.27) ; toutefois, qu'on les prenne séparément ou conjointement, ces facteurs ne sont pas rares (une dizaine d'occurrences depuis le XIXe siècle). Les causes de la catastrophes sont à rechercher dans le changement d'occupation du sol depuis les

14. C'est un paramètre qui n'est pas pris en compte dans le calcul de la période de retour.

années 1970, l'absence de plans d'alerte fiables, et des décisions d'urbanisation hasardeuses ;

– le hameau de la Bérarde (France, Isère) a été dévasté par la crue du torrent des Étançons en juin 2024. La crue est due à la combinaison de plusieurs facteurs : des pluies soutenues (de l'ordre de 100 mm en 34 h), un manteau neigeux abondant en altitude après un printemps arrosé, la subite remontée de l'isotherme 0 ℃ à haute altitude entraînant une fonte massive du manteau neigeux, et la possible débâcle glaciaire du lac du glacier de Bonnepierre. La crue a entraîné un volume impressionnant de sédiment, qui a comblé le lit des Étançons et permis à l'eau et au sédiment d'envahir le village (voir figure 2.28).

Figure 2.26 – La crue de la Seine de 1910. Source : Paris Match.

Enfin, des événements sont provoqués par des ouvrages de génie civil. La défaillance ou la rupture de tels ouvrages peut libérer des volumes importants d'eau et créer des crues ou des laves torrentielles. Quelques exemples :

– le 9 octobre 1963 un glissement de terrain a mobilisé 260 Mm^3 de terres et de roches dans la retenue du Vajont barrée par un barrage-voûte achevé en 1959 (Panizzo *et al.*, 2005). Deux vagues d'une hauteur prodigieuse (150–200 m) se sont engouffrées dans l'étroit ravin à l'aval du barrage et ont dévasté les villages Longarone, Pirago, Rivalta, Villanova et Faè (voir figure 2.29), causant la mort de 1909 personnes ;

Figure 2.27 – La Faute-sur-Mer (France, Vendée) noyée par les eaux le 28 février 2010. Source : Ouest France.

– le 15 octobre 2000, les eaux des lacs de Fully et Sorniot débordent et empruntent la galerie qui mène à la vallée. Ces eaux se déversent sur le cône d'éboulis au pied de la paroi pendant plusieurs et forment plusieurs vagues de lave torrentielle, qui s'écoulent jusqu'à Fully (Hegg & Petrascheck, 2002).

Figure 2.28 – Le hameau de la Bérarde (France, Isère) après la crue des Étançons (un affluent du Vénéon) le 21 juin 2024. Source : Benoît Lagneux Dauphiné Libéré.

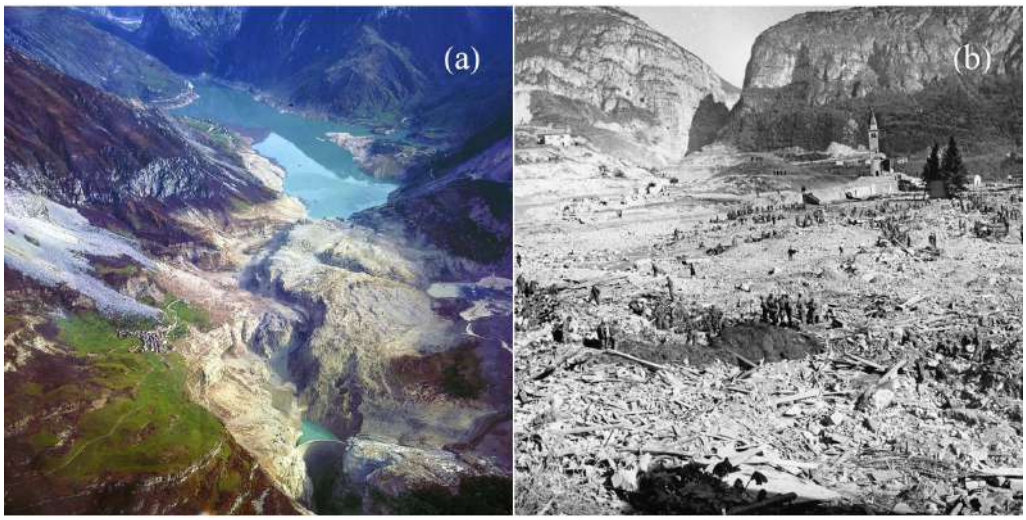


Figure 2.29 – (a) Barrage-voûte du Vajont (Italie, Dolomites) après la catastrophe. (b) Village de Longarone.

Figure 2.30 – (a) Fully après le passage de la lave torrentielle du 15 octobre 2000. (b) Vue du dépôt.

Dans le cadre de ce cours, nous étudierons principalement la première catégorie de phénomènes pour laquelle on peut employer la théorie classique des valeurs extrêmes et s'appuyer sur des concepts tels que la période de retour pour caractériser et prédire des phénomènes hydrologiques extrêmes ; il suffit en général d'une seule variable pour caractériser le phénomène et on peut alors utiliser les données obtenues dans le passé pour *inférer* ce qui peut se produire par extrapolation statistique. Par exemple, une crue est souvent caractérisée par le débit de pointe, c'est-à-dire la valeur maximale du débit ; à partir des mesures de débit sur les rivières, on peut faire des études statistiques en un point donné et estimer ce qui peut potentiellement se produire. On peut déterminer ce qui se passe autour de ce point (l'étendue des zones inondées, la vitesse de l'eau) en utilisant des outils classiques d'hydraulique.

En revanche, nous n'aborderons pas ici la seconde catégorie car celle nécessite des outils de calcul plus complexes :

- il existe des généralisations de la théorie des valeurs extrêmes pour traiter des phénomènes où plusieurs paramètres sont nécessaires pour caractériser le phénomène. Par exemple pour une inondation comme celle causée par la crue de la Seine de 1910, ce n'est pas uniquement le débit de pointe (2400 m^3/s, période de retour autour de 100 ans) qui importe, mais également le volume de la crue et sa durée (6 semaines). Mathématiquement, il faut chercher à estimer la probabilité d'occurrence simultanée de plusieurs facteurs. Le problème pourrait s'apparenter à une analyse statistique multivariée et à la recherche de corrélation, mais cela n'est pas le cas. Fondamentalement, quand on fait une corrélation entre deux variables, on recherche une tendance moyenne entre ces variables et on a tendance à ignorer les points qui s'éloignent de cette tendance. Ce sont précisément ces couples de points, qui sont hors tendance, qui nous intéressent ici. En statistique des valeurs extrêmes, on parle de *copule* pour désigner les relations (probabilistes) entre la probabilité d'observer simultanément plusieurs facteurs et leur probabilité (dite marginale) de les observer individuellement. Pour une inondation, on va ainsi chercher à comprendre quel lien il existe entre la probabilité jointe d'observer une crue avec un certain débit de pointe et un certain volume, la probabilité marginale d'observer un débit de pointe, et la probabilité marginale d'observer un volume de crue.
- s'il faut plusieurs critères pour définir une inondation, comment déterminer ce qui se passe aux alentours de mon point de mesure ? Il n'existe vraisemblablement pas une réponse, mais une multitude de possibilités qui sont conditionnées par d'autres paramètres (état du sol, remontée de nappe, etc.)…

Les catastrophes par concours de circonstances offrent toujours un champ considérable de recherche en statistique et en hydrologie. En pratique, les ingénieurs se sont souvent tournés vers des méthodes ou des directives, qui fixent des scénarios :

- ainsi, en Suisse, les directives du SLF définissent la façon de calculer une avalanche centennale : des règles précises sont préconisées pour déterminer le vo-

lume de neige et les paramètres de frottement à appliquer dans le modèle dynamique ;

– en France, la méthode « inondabilité » du Cemagref (devenu INRAE) vise à offrir un cadre pratique de calcul des zones inondables en fonction de la période de retour.

2.3.1 Inondation et crue

Une inondation peut être définie selon les auteurs comme une « irruption d'eau sur un terrain normalement sec » comme une « submersion par l'eau débordant du lit normal d'un cours d'eau », ou comme « une accumulation d'eau provenant de drainages, sur des zones qui ne sont pas normalement submergées ». Il s'agit d'une situation temporaire qui peut être dommageable (destruction d'habitations, par exemple) ou bénéfique (apport d'alluvions fertilisants, par exemple). Les causes des inondations sont multiples et peuvent être classifiées comme on le montre ci-après.

Inondation fluviales et crues

On fait la distinction entre crue et inondation :

- Les *inondations fluviales* sont les plus fréquentes et également les plus dommageables. Elles surviennent suite à de longues périodes de pluie ou de la combinaison des pluies avec la fonte des neiges et glaces. Elles peuvent concerner des surfaces très importantes (plusieurs centaines à milliers de km^2). Quelques exemples :
  - la crue de l'Elbe en Tchéquie et en Allemagne en août 2002 est un exemple récent d'inondation sur une vaste échelle,
  - plus récemment l'Allemagne a connu des inondations importantes en juin 2021 après des pluies intenses et un printemps copieusement arrosé. On dénombre 135 victimes dans le Palatinat et des dommages importants (voir Wüthrich *et al.* (2024)). La figure 2.31 montre les inondations causées par l'Ahr à Altenburg ;
- Les *crues* sont des phénomènes brutaux qui surviennent à la suite de violentes précipitations sur un périmètre limité et souvent dans un contexte montagneux, de piémont, ou de collines. Elles sont soudaines, de courte durée et ont un débit de pointe relativement élevé. Pour souligner leur caractère brutal, on parle souvent de « crue éclair » (*flash flood* en anglais). En zone de montagne, elles peuvent être extrêmement dévastatrices, d'autant plus qu'elles ont une capacité de charriage très importante, pouvant conduire aux laves torrentielles. Quelques exemples :
  - L'été 1987 a été globalement humide, avec des périodes orageuses accompagnées de pluies intenses. Plusieurs crues-éclair dévastent des vallées alpines :
    - le 14 juillet 1987, le Borne entre en crue et emporte 23 campeurs au Grand Bornand (Meunier, 1990),
    - deux dépressions balaient la suisse en juillet et août 1987. L'épisode du 18–19 juillet se caractérise par des pluies intenses sur de longues durées (de 30 h dans le Tessin à 84 h dans la vallée du Rhin) amenant

à de nombreuses crues et laves torrentielles (Zeller & Röthlisberger, 1988; Spreafico & Petrascheck, 1991; Rickenmann & Zimmermann, 1993). Une seconde dépression touche les vallées méridionales de Suisse : les Conches (VS) – où Münster est sévèrement touché –, et les vallées d'Urseren et de Göschenen dans le canton d'Uri. Les cumuls de pluie dépassent souvent 200 mm en 48 h. La figure 2.21 montre quelques images des événements de l'été 1987. Les dommages ont été évalués à 1,3 milliard de francs ;

- Les crues de l'automne 2000 sur le Val d'Aoste, la haute Maurienne, et le Valais (Gondo, Fully pour le Valais) sont des exemples de crues quasi concomitantes sur une période de temps courte (Hegg & Petrascheck, 2002).
- Les crues du sud-est de la France offrent des exemples dramatiques de crues éclair sur de grands bassins-versants dans un contexte de colline :
  - la crue du Tarn de mars 1930 fit environ 220 victimes,
  - la crue d'octobre 1988 à Nîmes fit 10 morts dans le département du Gard,
  - la crue de l'Ouvèze à Vaison-la-Romaine fit 41 morts en 1992,
  - la crue de l'Aude fit 35 victimes en 1999,
  - la tempête Alex en octobre 2020 a causé la mort d'au moins 21 personnes et 1,7 milliard de dommages dans les Alpes-Maritimes (voir figure 2.32).

  Ces crues font souvent des victimes compte tenu de leur soudaineté et de la force du courant (Gaume *et al.*, 2009).

Figure 2.31 – Altenburg avant et pendant les inondations de l'Ahr le 14 juin 2021 (Rhénanie-Palatinat, Allemagne). Source : Bild.

Figure 2.32 – La situation avant/aprrès la tempête Alex dans la ville de Roquebillière (Alpes-Maritimes, France) frappée le 4 octobre 2020. Images pré-catastrophe (Esri World Imagery, 2016), images post-catastrophe (Pléiades, CNES 2020, distribution Airbus DS), images post-catastrophe au format carte (Sertit 2020). Source : France 3.

On peut relier les inondations à des scénarios météorologiques, qui sur l'Europe sont bien établis :

- les inondations hivernales, causées par des dépressions d'ouest associées à un front chaud, qui apportent des précipitations pouvant être longues, continues et intenses. Le sol se sature et de grands volumes d'eau ruissellent ;
- les inondations dues à la fonte des neiges se produisent lorsque le stock neigeux est encore important au printemps et lorsque du vent chaud provenant du sud traverse les Alpes. Si des précipitations accompagnent ce vent, les volumes d'eau ruisselée sont également importants ;
- les inondations dues aux précipitations convectives d'été peuvent avoir des effets catastrophiques sur des régions fortement urbanisées. Elles sont de type « crue-éclair » (voir les exemples ci-dessus dans le sud de la France) ;
- les inondations dues aux grandes marées, qui affectent principalement les Pays-Bas (tempête de janvier 1953).

Remontées de nappe et ruissellement en zone urbanisée

Les remontées de nappe surviennent à la suite de la saturation du sol en eau soit par un apport direct (pluie), soit par un apport indirect (écoulement souterrain, ruissellement à partir des versants). Le sol n'est alors plus en mesure d'absorber de nouvelles quantités d'eau et l'eau reste en surface (voir figure 2.33). Quelques exemples :

- dans les zones urbanisées (l'Oise en France) ou certaines régions géologiquement favorables (avec des terrains aquifères calcaires ou crayeux comme dans la Somme), ces remontées de nappe causent des inondations assez fréquentes. Au printemps 2001, après un hiver très humide, plus de 3000 personnes sont sinis-

trées dans la région d'Abbeville (Somme), leur maison restant inondée pendant deux à trois mois.

– en janvier 2024, les pluies sont incessantes sur le nord de la France. La ville d'Arques (France, Pas-de-Calais) reste inondée pendant plus d'une semaine (voir figure 2.34). L'eau provient à la fois du fleuve Aa, qui s'écoulent nonchalamment à cause des faibles pentes, mais également du plateau de la forêt Rihoult-Clairmarais. Le secteur est voisin du marais audomarois. La nappe est donc affleurante en de nombreux endroits. La forte urbanisation de la vallée de l'Aa a entraîné l'imperméabilisation de la surface et imposé un gabarit trop limité au fleuve (canalisé) et aux canaux de dérivation.

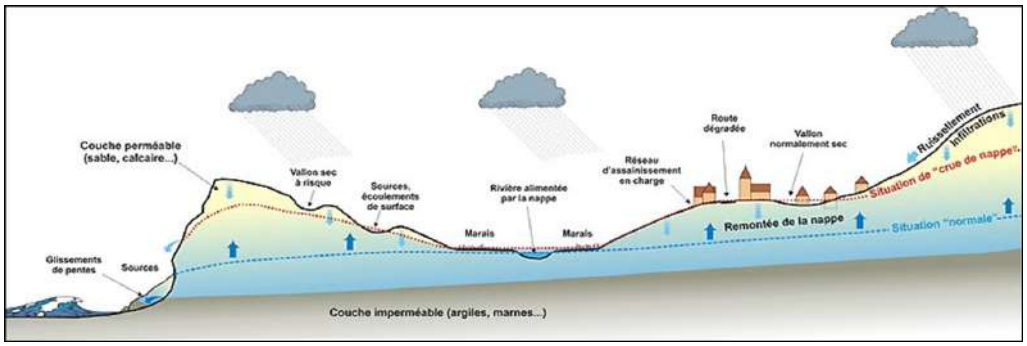


Figure 2.33 – L'eau de pluie s'infiltre dans le sol et ruisselle à sa surface. Elle peut s'accumuler dans des dépressions soit parce que la nappe d'eau est affleurante, soit parce que de l'eau ruisselle des versants. Source : DREAL Basse-Normandie .

Dans les zones urbanisées, le ruissellement sur les chaussées lors de violents orages peut provoquer des inondations dans les maisons attenantes. Ces problèmes sont souvent associés à un dysfonctionnement ou une insuffisance du réseau d'évacuation des eaux pluviales, à des obstructions de cours d'eau ou de drain, ou à des orages particulièrement intenses. Quelques exemples :

– un violent orage s'abat sur le Morclan (Chablais) en juin 2000. Les eaux d'un petit cours d'eau drainant le versant sud du Morclan transportent sédiments et débris végétaux, ce qui provoque l'obstruction d'un passage busé. Les eaux du torrent quittent alors le lit et ruissellent le long des chaussées goudronnées de Châtel et inondent plusieurs chalets (voir figure 2.35) ;

– en septembre 2014, le Genevois est touché par un violent orage et des pluies diluviennes. Dans ce secteur fortement urbanisé, le réseau d'eaux pluviales ne parvient à évacuer les eaux, et celles-ci ruissellent sur les chaussées et sont refoulées du réseau d'évacuation (voir figure 2.36).

Figure 2.34 – Inondations de janvier 2024 à Arques (France, Pas-de-Calais). Source : AFP .

Figure 2.35 – Inondations lors de l'orage du 5 juin 2000 à Châtel (Haute-Savoie). Source : Thierry Hauteville.

Débordement de lac

Les lacs, lorsque leur exutoire a une capacité d'évacuation (naturelle ou artificielle) limitée, peuvent voir leur niveau d'eau augmenter de plusieurs mètres. Quelques exemples :

- l'inondation historique est celle de 1868 pour la région du lac Majeur (voir figure 2.37), causant la mort de mort d'environ 50 personnes (Brönnimann *et al.*, 2018).
- le lac Majeur déborde de nouveau en 1993 ou plus récemment en novembre 2014 ;

Figure 2.36 – Inondations lors de l'orage du 10 septembre 2014 à Saint-Julien-en-Genevois (Haute-Savoie). Source : Dauphiné Libéré.

- en juillet 2021, les pluies persistantes et la fonte des neiges font monter les eaux dans plusieurs lacs suisses dont le lac des Quatre Cantons et le lac de Neuchâtel (Bezzola & InderWili, 2023). Quoique les grands lacs soient régulés depuis la fin du XIXe siècle, la montée de quelques dizaines de centimètres a été suffisante pour inonder des berges (voir figure 2.38).

Rupture de barrage et de digue

Les ruptures de barrage sont également des accidents exceptionnellement rares. Leurs effets peuvent se révéler conséquents lorsque le lac d'accumulation est d'une grande contenance. C'est le cas notamment des barrages pour la production hydroélectrique ; quelques catastrophes ont causé des dommages considérables et fait des centaines ou des milliers de victimes :

- Malpasset (Var, France) : le 2 décembre 1959, le barrage-voûte barrant la rivière Reyran cède à cause d'un défaut géologique dans le massif où s'ancrait la voûte (Carrère, 2010; Duffaut, 2010). C'est le seul barrage-voûte qui a cédé sous la pression de l'eau. Une vague de 40 mètres déferle sur la vallée et atteint la ville de Fréjus. Des blocs rocheux (jusqu'à 600 t !) sont entraînés et détruisent le quartier de Malpasset. En tout, ce sont 423 victimes qui sont déplorées (voir figure 2.39).
- Vajont (Italie) : le 9 octobre 1963 un glissement de terrain a mobilisé 260 Mm^3 de terres et de roches dans la retenue du Vajont barrée par un barrage-voûte achevé en 1959 et haut de 150 mètres (Crosta *et al.*, 2016). La vague d'impulsion passe

Figure 2.37 – La Piazza Grande de Locarno, pendant l'inondation de 1868. Source : archives de MétéoSuisse.

au-dessus de la voûte du barrage et suit la gorge qui mène jusqu'à Longarone. La masse d'eau dévaste de nombreux petits villages en aval du barrage (voir figure 2.29). On estime à 1909 le nombre de personnes tuées. Le barrage n'a subi que de très légers dommages.

– Le barrage de Molare (bordure sud des Alpes italiennes au nord-est de Gênes) céda en août 1935 après des pluies diluviennes. Les évacuateurs de crue furent dans l'impossibilité d'évacuer le débit de crue généré par des pluies d'une intensité exceptionnelle (environ 500 mm dans la journée du 13 août 1935), ce qui entraîna la rupture de la digue de Zerbino. Une vague d'une hauteur de 20 mètres dévasta la vallée de l'Orba, causant environ la mort de 100 personnes (Visentini, 1936).

Si la plupart des barrages cèdent par accident, ils peuvent être aussi la cible d'attaques lors de conflit. Quelques exemples :

– durant la guerre de Hollande (1672–1678) opposant la France de Louis XIV aux Provinces-Unies de Guillaume d'Orange, les troupes hollandaises étaient bousculées par les troupes du Roi Soleil. Les Hollandais rompirent les écluses de Muyden et provoquèrent l'inondation de leur pays pour arrêter la progression des armées françaises ;
– En 1943, durant la Seconde Guerre mondiale, les Alliés bombardèrent les bar-

Figure 2.38 – Le Kappelbrück à Lucerne le 15 juillet 2021, lors du débordement du lac des Quatre Cantons. Source : archives de MétéoSuisse et Le Temps (cliché Arnd Wiegmann/Reuters).

rages de Möhne et d'Edersee situés dans la Ruhr. Ils pensaient limiter le potentiel industriel allemand ;

– plus récemment, en juin 2023 les troupes russes ont miné le barrage de Kakhovka sur le Dniepr en Ukraine afin d'inonder la vallée du Dniper jusqu'à Kherson et ainsi couvrir leur retraite. Lors de la montée des eaux, le Dniepr a non seulement inondé son lit majeur et une partie de Kherson, mais également refoulé les eaux de ses affluents, qui ont inondé à leur tour leur lit majeur (voir figure 2.40)

Certains phénomènes assimilés à des ruptures de barrage concernent des ruptures de terrils miniers :

– catastrophe de l'usine d'Ajka (Hongrie) : le 4 octobre 2010, une digue haute de 30 m s'effondre et laisse s'échapper environ 1 Mm^3 de boues contenant des métaux lourds et résultant du traitement de l'uranium. La crue a dévasté Kolontar, le village le plus proche, et plus en aval Devecser et Somlóvásárhely. En tout, 9 personnes sont tuées, plusieurs sont brûlées par les boues toxiques, des bâtiments sont endommagés sur plusieurs hectares pour un coût estimé entre 5 et 10 M€ (voir figure 2.41). Le sol et les eaux sont gravement pollués pour plusieurs années ;

Figure 2.39 – Le quartier des Arènes à Fréjus (France, Var), le 3 décembre 1959, après que les eaux du barrage de Malpasset ont dévasté la zone. Source : IRMA.

- catastrophe d'Aznalcóllar (Andoulousie, Espagne) : le 25 avril 1998, la rupture d'une digue libère un volume considérable (8 km^3) d'eau contaminée par des métaux lourds et de résidus miniers. La rupture a généré une onde de crue dans les rivières Guadiamar et Guadalquivir et a pollué le parc naturel de Doñana ;
- catastrophe du Val de Stava (Trentin-Haut-Adige, Italie) : le 19 juillet 1985, un barrage retenant les boues de décantation d'une mine cède sous la pression de l'eau après qu'un drain vétuste s'est bouché. En environ une trentaine de secondes, ce sont quelque 200 000 m^3 de boue qui sont libérés et s'écoulent dans le Rio di Stava. La coulée de boue a tué 268 personnes et détruit 62 bâtiments dans le village de Stava, près de Tesero ;
- catastrophe de Bento Rodrigues (Minas Gerais, Brésil) : le 5 novembre 2015, deux digues en remblai ont cédé pour une raison inconnue, libérant 60 millions de tonnes de débris miniers. Le fleuve Rio Doce a été contaminé. La vague de boue toxique a balayé une partie du village de Bento Rodrigues et a causé la mort d'environ 20 personnes.

Il existe de nombreux ouvrages de génie civil de type digue qui sert à contenir les eaux d'une rivière ou d'une mer. Dès le Moyen Âge, on construisit des ouvrages d'endiguement des rivières et des canaux pour amener de l'eau aux moulins à roue, tandis que sur le front, on érigea des digues pour gagner de la terre sur la mer et créer des polders.

Figure 2.40 – Lors de la guerre entre la Russie et l'Ukraine, les Russes ont partiellement détruit le barrage de Kakhovka sur le Dniepr afin de couvrir leur repli sur la rive gauche du fleuve le 6 juin 2023. Les images (a)–(c) montrent des vues en infrarouge du satellite Sentinel-3 le 5, 6 et 7 juin 2023. La photographie (d) est une capture d'écran montrant l'eau s'engouffrer dans la brèche. La rupture du barrage a entraîné une inondation conséquente du lit majeur du Dniepr. Les eaux de la rivière Inhoulets, affluent en rive droite du Dniepr, ont reflué et provoqué également une inondation de son lit majeur. Source : Copernicus et Le Monde. Voir aussi la page de Simon Gascoin sur le sujet.

C'est le cas dans le nord de la France, la Belgique, et les Pays-Bas (Van Koningsveld *et al.*, 2008) ; au XIVe siècle, les Hollandais construisent ainsi la *Westfriese Omringdijk* (littéralement, digue circulaire de Frise occidentale), ouvrage monumental pour l'époque qui permit de gagner 800 km^2 de terrain. Au XIXe siècle, on a construit de nombreux barrages pour le stockage de l'eau et des systèmes de digues pour contenir les rivières. Lors de fortes marées et/ou de grandes tempêtes en mer du Nord, les digues peuvent céder et l'eau qui s'engouffre dans les brèches peut inonder durablement les zones dont l'altitude est inférieure au niveau de la mer. Des inondations de la Toussaint 1170 au raz-de-marée de 1953, l'histoire des Pays-Bas est une récit d'une lutte de l'homme contre la mer.

Figure 2.41 – Zones inondées par la rupture du bassin de décantation de l'usine d'Akja en Hongrie. Photographie satellitaire prise le 9 octobre 2010. Source : NASA.

Sur le continent, la rupture de digue peut avoir des conséquences dramatiques. Quelques exemples récents :

- le 15 octobre 2000, une digue de contention du Rhône rompt à l'aval de Chamoson, entraînant des inondations de la rive droite du fleuve jusqu'à Fully (Hegg & Petrascheck, 2002) ;
- le 29 décembre 2001, une digue du système de protection des crues de la Savoureuse (France, Territoire-de-Belfort) constitué d'une série de neuf bassins de stockage cède et inonde la région avoisinante [15]. Si la hauteur d'eau dans les bassins était faible (de l'ordre du mètre), les volumes stockés étaient importants (voir figure 2.42) (Huet *et al.*, 2002).

Autres phénomènes

D'autres types d'inondations, plus anecdotiques pour nos contrées, sont également possibles. Parmi ceux-ci, mentionnons :

- le phénomène de seiche, due à des phénomènes oscillatoires dans les grandes étendues d'eau fermées (par exemple les grands lacs aux États-Unis) ;
- les tsunamis affectant fréquemment les côtes japonaises (voir figure 2.43) et les pays bordant l'océan Indien ;

15. Le procès qui s'ensuivit montra que la rupture était la conséquence d'une série d'erreurs tant dans la conception de l'ouvrage que dans sa réalisation.

Figure 2.42 – La rupture d'une digue sur le système de bassins d'écrêtement des crues de la Savoureuse en décembre 2001. Source : L'Est Républicain.

- les marées à fort coefficient associées à des tempêtes ;
- les cyclones tropicaux, les pluies abondantes accompagnées de vents tempétueux et de vagues de grande ampleur frappant, par exemple, les États-Unis ou le Japon (voir figure 2.44)

Figure 2.43 – Tsunami du 11 mars 2011 frappant la ville de Shinkawa (Miyako, préfecture d'Iwate). Un séisme d'une magnitude de 8,8 sur l'échelle de Richter a créé une vague, qui s'est abattue sur les côtes du nord-est du Japon, dans la région industrielle de Sendai. Source : Shinya Kumagai.

Figure 2.44 – Le typhon Jebi classé « très puissant » a balayé une partie du Japon en septembre 2018, causant la mort de 11 personnes. Source : Keystone (Le Nouvelliste).

2.3.2 Crues torrentielles

Les crues torrentielles sont des écoulements d'eau avec un fort transport solide, qui se produisent dans les torrents et les rivières de montagne ou de piémont. On distingue :

- les *crues avec charriage* : le cours d'eau transporte du sédiment grossier par roulement, glissement, saltation le long du lit (processus appelé charriage). Ce type de crue se produit dans les cours d'eau dès que le débit est suffisamment fort pour mettre en mouvement les matériaux composant le lit de la rivière. Contrairement aux rivières de plaine, où le sédiment est relativement fin et transporté en suspension dans l'eau, les rivières torrentielles et les torrents peuvent transporter des volumes importants de matériaux, avec une échelle granulométrique étendue (du micromètre à plusieurs décimètres). Des crues comme celle de Brigue en septembre 1993 (Valais) peuvent provoquer des dommages importants en provoquant l'obstruction des ponts, l'exhaussement du lit, l'inondation des berges, et un important dépôt solide (voir figure 2.22) ;
- les *laves torrentielles* : lorsque la pente est forte, le transport par charriage est instable. La gravité est en effet suffisante à maintenir les particules en mouvement une fois qu'elles ont été érodées. Une lave torrentielle est donc un transport en masse d'un mélange de blocs, de terre, et d'eau ; la concentration solide est très importante (de l'ordre de 70–80 %). Le mélange prend alors souvent l'apparence d'une boue ou d'un béton. Les laves torrentielles ont donc un comportement mécanique très différent des crues liquides avec charriage et, d'une certaine façon, elles sont plus proches d'une avalanche que d'une crue. La plupart des torrents peuvent produire avec une fréquence plus ou moins importante des laves torrentielles. Certains torrents comme le Pissot au-dessus de Villeneuve (voir fig. 2.45) ne fournissent des laves qu'en moyenne une fois par siècle ; ce sont souvent des torrents à clappiers : le matériau mobilisé par les laves torrentielles provient de l'éboulement de falaises (les éboulis sont les « clappiers » ou clappes) et il faut plusieurs années à décennies pour former un stock suffisant de matériau mobilisable. D'autres torrents sont plus actifs car le terrain présente souvent une instabilité à un niveau local (berges) ou étendu (mouvement de terrain affectant une grande partie du bassin-versant). C'est le cas par exemple de l'Illgraben, qui peut produire plusieurs laves torrentielles chaque année.

Signalons que certains écoulements naturels sont très proches des laves torrentielles que nous rencontrons dans les Alpes :

- les *lahars* sont des écoulements d'un mélange d'eau et de cendres, que l'on rencontre dans les régions volcaniques. Les éruptions volcaniques peuvent en effet déposer des quantités colossales de cendres, qui sont ensuite très facilement érodables. Parmi les catastrophes récentes :
    - Aux Philippines, les fortes pluies entraînèrent des dépôts de cendres du volcan Pinatubo en octobre 1991,

Figure 2.45 – Lave torrentielle du Pissot le 14 août 1995 avec ses dépôts sur le vignoble de Villeneuve (VD) et l'autoroute A9 entre Lausanne et Martigny. Source : canton de Vaud.

  - en Europe, la catastrophe de Sarno et Quindici (Italie) en mai 1998 est due à un mouvement de terrain affectant des sols volcaniques formés par le Vésuve ; elle fit 137 morts et environ 300 M€ de dommages ;
- au cours des éruptions volcaniques, le mélange de cendres et d'eau (par exemple résultant de la fusion d'un manteau neigeux ou d'un glacier) peut provoquer des coulées froides de cendres, semblables aux lahars. Quelques exemples :
  - en novembre 1985, le volcan Nevado del Ruiz en Colombie entra en éruption ; la fusion de la glace forma une coulée de cendres, qui engloutit la ville d'Armero et d'autres villages (23 000 morts environ),
  - en mai 1980, l'éruption du volcan Mount Saint Helens aux États-Unis provoqua un affaissement complet du versant nord du volcan et causa la formation de lahars dévastateurs ; la vallée de la rivière North Fork Toutle fut comblée de sédiments sur une longueur d'environ 22 km et sur une épaisseur moyenne de 45 m (épaisseur pouvant localement atteindre les 200 m.
- certains mouvements de terrain ou écroulements peuvent se mettre à accélérer brutalement et causer des écoulements proches des laves torrentielles lorsque la teneur en eau est suffisante. En juillet 1965, le glissement de terrain de la Ravoire

Figure 2.46 – (a), (b) La Navisence en crue avec un fort charriage le 21 juin 2024. Source : Bob de Graffenried (EPFL/LHE). (c) Lave torrentielle dans l'Illgraben (VS). Source : WSL. (d) Lave torrentielle de Chamoson le 7 août 2018 dans le torrent du Saint-André. Source : Le Nouvelliste.

de Pontamafrey (France) accéléra soudainement après un printemps humide et forma une lave torrentielle de plusieurs centaines de milliers de m^3, qui coupa la route nationale et la ligne de chemin de fer, isolant toute la vallée de Maurienne.

2.3.3 Débâcle glaciaire

Les lacs glaciaires se forment généralement lors d'un retrait glaciaire (on a alors le plus souvent affaire à des lacs morainiques), lorsqu'un glacier ou un écroulement de glace barre une vallée drainée par un cours d'eau, ou bien lorsqu'une éruption volcanique touche une zone glaciaire (on parle de *jökulhlaup*). Comme les barrages naturels sont formés de matériaux grossiers, perméables et de masse volumique très variable (glace ou mélange glace/rocher), leur stabilité est relativement médiocre. Tous les lacs glaciaires ne connaissant pas nécessairement une rupture ; pour plusieurs lacs glaciaires, on a en effet observé des vidanges partielles (avec souvent une périodicité des vidanges) sans destruction du barrage (Costa, 1988; Walder & Costa, 1996). Lorsqu'il y a rupture, celle-ci résulte

- soit de l'érosion interne par la création de tunnels drainant le lac (en hydraulique on parle de « renard » car on a longtemps cru que les trous observés étaient le fait de mammifères),
- soit sous l'effet d'érosion externe en cas d'une surverse ou à cause de la poussée des eaux, avec pour conséquence la création d'une brèche qui entaille progressivement le remblai glaciaire.

Pays de montagne avec encore une large couverture glaciaire, la Suisse est particulièrement concernée par les débâcles glaciaires et, de façon plus générale, les accidents liés aux glaciers (effondrement de glacier, poche glaciaire). Le tableau 2.1 recense quelques-unes des catastrophes les plus marquantes des deux derniers siècles. Avec le réchauffement climatique, la fréquence des débâcles a augmenté, les régions les plus touchées et documentées sont l'Alaska, l'Europe, et l'Islande (Carrivick & Tweed, 2016; Harrison *et al.*, 2018), mais naturellement toutes les montagnes glaciaires du monde sont concernées. Le problème des débâcles glaciaires reste donc d'une grande actualité.

Les ruptures de poche glaciaire peuvent provoquer des dommages importants en zone de montagne à cause des fortes vitesses, mais également des nombreux débris et sédiments charriés par l'onde de crue. Quelques exemples :

- en Suisse, le glacier Giétro[16], dominant aujourd'hui le barrage de Mauvoisin dans le val de Bagnes (Valais), a connu plusieurs débâcles meurtrières (1595 et 1818) (Gard, 1988; Payot & Meilland, 2018; Ancey *et al.*, 2019) (voir figure 2.47) ;

16. La catastrophe de Giétro en 1818 a endeuillé le Valais : en plein petit âge glaciaire, des blocs de glace se détachent continuellement du glacier du Giétro et s'accumulent dans le lit de la Dranse de Bagnes jusqu'à faire obstacle à l'écoulement de la Dranse (au niveau actuel occupé par le barrage de Mauvoisin). C'est ainsi qu'entre 1806 et 1818, un lac de 3,5 km de long se forme à l'amont de ce cône. Malgré le percement d'une galerie pour drainer le lac, le barrage naturel cède sous la pression de l'eau, provoquant la vidange rapide du lac et causant la mort d'environ 40 personnes.

Tableau 2.1 – Quelques événements de débâcle glaciaire survenus en Suisse au cours des deux derniers siècles. Les volumes drainés V sont exprimés en millions de m^3 et les débits de pointe en m^3/s. Source : (Haeberli, 1983; Raymond *et al.*, 2003; Walder & Costa, 1996; Worni *et al.*, 2014).

Date	Lieu	V	Q_p
1818	Glacier du Giétro (VS)	20	8000 à 20 000
1878	Lac de Märjelen, glacier d'Aletsch (VS)	10,7	300
1913	Lac de Märjelen, glacier d'Aletsch (VS)	4,5	195
1943	Glacier de Ferpècle (VS)	1,6	400
1944	Lac de Gorner, glacier du Gorner (VS)	6	200
1951	Lac de Grindelwald (BE)	0,135	74,6
1952	Glacier de Ferpècle (VS)	0,25	230
1968	Lac de Gorner, glacier du Gorner (VS)	2,9	29
2008	Lac de Grindelwald (BE)	0,57	111
2018	Lac des Faverges, glacier de la Plaine Morte (BE, VS)	2	80

- en France, en 1898, la débâcle du glacier de Tête-Rousse a entraîné un mélange d'environ 300 000 m^3 d'eau, de glace ainsi que 800 000 m^3 de matériaux sur son parcours ; 175 personnes furent tuées à Saint-Gervais-les-Bains ;
- plus récemment, en juin 2001, le petit lac du Weingarten a rompu sa digue morainique et s'est déversé dans un torrent dominant le village de Täsch (Valais), remobilisant les laisses de crues (dépôts de lave de l'automne 2000) et causant d'importants dommages au village (voir figure 2.48).

2.3.4 Débâcle due à des écroulements

Les ruptures de barrage non glaciaire (naturel) sont aussi des causes de crue torrentielle dévastatrice. Quelques exemples :

- en 1191, un écroulement rocheux dans le défilé de la Vaudaine (France) barra la Romanche entre Bourg-d'Oisans et Grenoble ; un lac se forma, mais la digue naturelle se rompit en 1219 et la vidange du lac entraîna une crue torrentielle d'ampleur exceptionnelle, qui détruisit en partie Grenoble (à l'époque une petite bourgade) (Berlioz, 1998) ;
- en 563, un écroulement du Grammont dans le Chablais (Valais) a causé une vague, dont les effets dévastateurs se firent sentir jusqu'à Genève (Frei & Marongiu, 2019). Certains pensent que l'écroulement aurait obstrué le Rhône à hauteur des Évouettes (voir figure 2.49). Après quelques mois, le barrage aurait cédé, causant une crue gigantesque du Rhône et un tsunami sur le Léman. D'autres auteurs indiquent que l'éboulement serait parti des Dents du Midi et non du Grammont (Mariétan, 1925; Montandon, 1925, 1931), ce qui semblerait plus logique compte

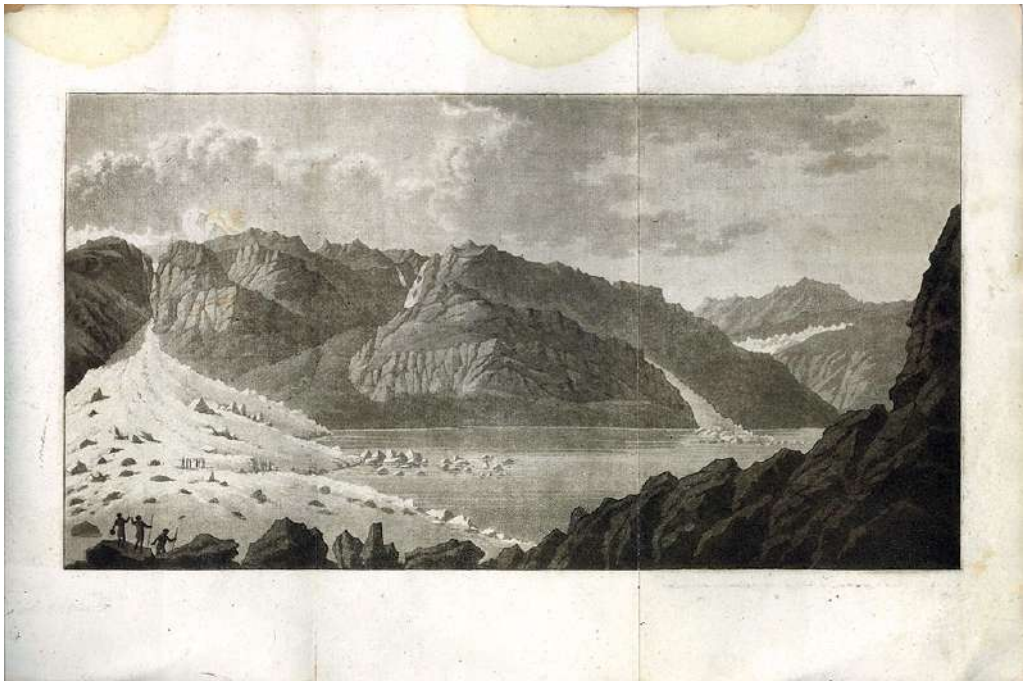


Figure 2.47 – Eau-forte attribuée à Théophile Steinlen montrant le lac sous le glacier du Giétro le 16 mai 1818. Source : Médiathèque du Valais.

tenu de la configuration de la vallée du Rhône entre Martigny et Noville. Très récemment, la discussion autour de l'emplacement exact du mont Tauredunum (Grammont ? Dents du Midi ?) a été relancée avec l'exploration des fonds du Léman (Kremer *et al.*, 2012; Frei & Marongiu, 2019).

Figure 2.48 – Le village de Täsch après la crue du Täschbach en juin 2001. Source : Crealp.

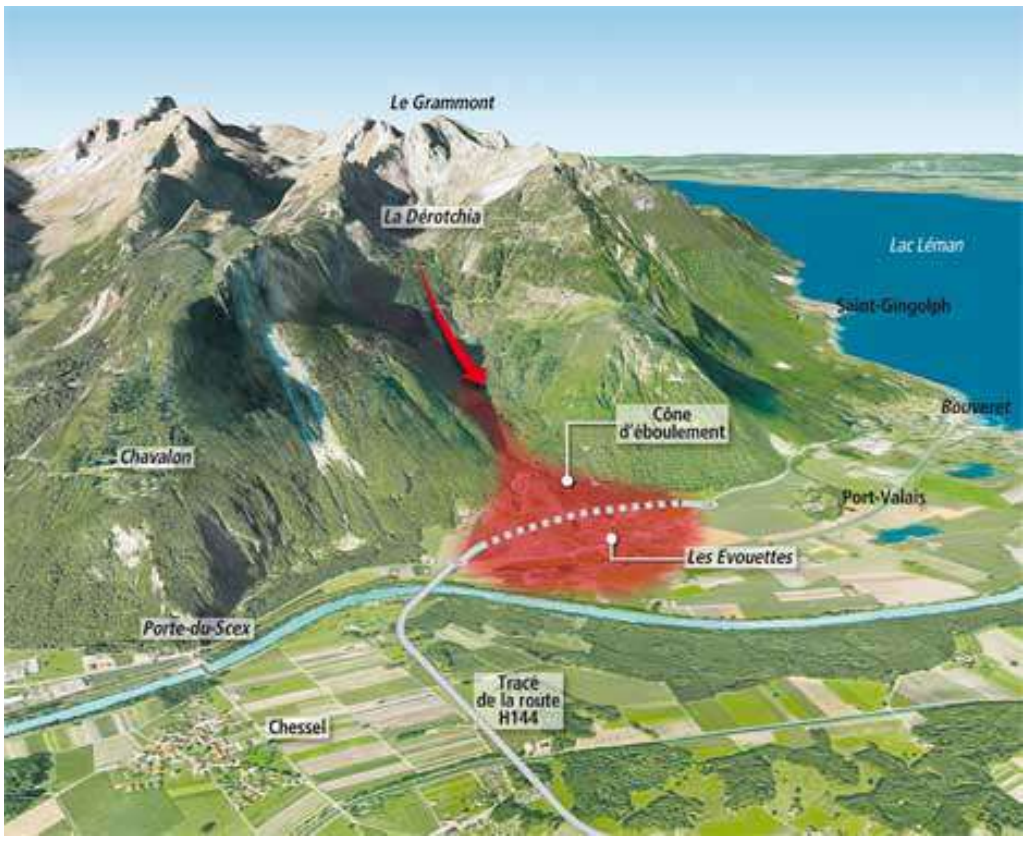


Figure 2.49 – Quelle est l'origine du tsunami qui balaya les rives du Léman en 563 ? D'aucuns pensent qu'il s'agit de l'écroulement du versant oriental du Grammont qui est la cause de la catastrophe. Source : Justin Favrod (Favrod, 2009, 2011).

2.3.5 Avalanches

Les avalanches sont des écoulements rapides de neige. Elles surviennent en général après des chutes de neige plus ou moins intenses ou bien lors d'un redoux ; elles peuvent être aussi déclenchées accidentellement par des skieurs ou d'autres causes (engins motorisés, animaux, etc.). Au cours du XXe siècle, plusieurs avalanches de très grande ampleur ont rappelé que bien des villages étaient soumis à un risque peu fréquent, mais fort d'avalanche. Quelques exemples :

- en 1951, une crue avalancheuse d'ampleur exceptionnelle sur deux jours (20 et 21 janvier) endeuille de nombreuses vallées dans le haut Valais, la Valteline, le Tyrol, la Carinthie, et l'Engadine, causant la mort de 231 personnes dont 75 en Suisse (Vaudaux, 1951) ;
- le village d'Airolo (Tessin) est fortement endommagé en février de la même année (10 morts). Plus récemment, Evolène (Valais), Galtür (Tyrol autrichien), Chamonix ont été endeuillés par des avalanches dévastant des habitations ; environ 60 personnes trouvèrent la mort dans leur habitation en février 1999 sur l'ensemble des Alpes (voir figure 2.50) (Ammann, 2000).

Les avalanches causent de temps à autre des dommages aux infrastructures. Les remontées mécaniques et les chalets d'alpage sont particulièrement concernés (voir figure 2.50).

Figure 2.50 – (a) Avalanche de la montagne de Péclerey qui a dévasté le hameau de Montroc dans la commune de Chamonix-Mont-Blanc le 9 février 1999, faisant 12 victimes dans les chalets. Source : Philippe Revol (Cemagref). (b) Avalanche d'Évolène le 21 février 1999, qui fit 12 victimes. Source Fabrice Coffrini, RTS. (c) Avalanche du Van-d'En-Haut (commune de Salvan, VS) en mars 2017. Source : Sensefly. (d) Avalanche du télésiège de l'Arcelle le 15 avril 2024 à Valcenis (France, Savoie). Source : archives Toraval.

2.4 Coût des dommages

2.4.1 Inondations

Tableau 2.2 – Nombre annuel moyen de morts dus aux inondations en fonction des continents et des décennies depuis 1980 ; le nombre en parenthèses indique le nombre relatif de morts par rapport à toutes les victimes de catastrophes naturelles. Coût annuel moyen en milliards de dollars (G$) des inondations en fonction des continents et des décennies depuis 1980 ; le nombre entre parenthèses représente le coût relatif des inondations par rapport au coût des dommages causés par des événements naturels. Les événements naturels considérés sont : inondation, sécheresse, activité volcanique, séisme, et mouvement de terrain. Source : Our World in Data.

	Nombre annuel de morts				
continents	*1980–89*	*1990–99*	*2000–09*	*2010–19*	*2020-*
Europe	80 (3 %)	96 (22 %)	96 (64 %)	89 (68 %)	74 (78 %)
Asie	4194 (75 %)	5293 (34 %)	3709 (8 %)	3723 (43 %)	3513 (20 %)
Afrique	165 (0 %)	732 (86 %)	795 (63 %)	723 (24 %)	1811 (74 %)
Océanie	16 (82 %)	4 (2 %)	9 (22 %)	12 (20 %)	15 (59 %)
Amérique du Sud	397 (12 %)	3158 (89 %)	308 (66 %)	389 (63 %)	374 (78 %)
Amérique du Nord	248 (18 %)	257 (81 %)	471 (74 %)	130 (1 %)	99 (12 %)
	Coût économique annuel en G$				
Europe	1,0 (18 %)	2,8 (53 %)	5,4 (86 %)	4,8 (61 %)	13,1 (75 %)
Asie	2,0 (85 %)	14,3 (46 %)	7,7 (31 %)	26,4 (44 %)	23,7 (55 %)
Afrique	0,1 (14 %)	0,1 (17 %)	0,3 (35 %)	0,4 (49 %)	2,1 (82 %)
Océanie	0,0 (2 %)	0,1 (33 %)	0,5 (69 %)	1,1 (26 %)	3,6 (99 %)
Amérique du Sud	0,8 (55 %)	0,7 (64 %)	0,7 (69 %)	1,4 (24 %)	0,9 (27 %)
Amérique du Nord	0,2 (12 %)	3,1 (47 %)	2,0 (67 %)	5,1 (45 %)	2,8 (22 %)

Le tableau 2.4.1 fournit le nombre moyen annuel de personnes tuées par des inondations pour chaque continent. Nous donnons des valeurs moyennées à l'échelle de la décennie. Nous indiquons également le coût économique des dommages dus aux inondations. Quelques commentaires :

- les inondations représentent chaque année un pourcentage important des pertes économiques dues aux catastrophes naturelles (56 % du total mondial en moyenne depuis 2020) ;
- depuis 2020, elles représentent en moyenne 27 % du nombre de morts à des catastrophes naturelles à l'échelle de la planète dues ;
- parmi l'ensemble des continents, l'Asie est celui qui paie le plus lourd tribut aux inondations : cette situation est évidemment à mettre en relation avec les grands

fleuves chinois[17] et le rôle particulier joué par la mousson ;
- depuis les années 2020, l'Afrique paye un tribut encore plus lourd aux inondations que l'Asie quand on rapporte le nombre de victimes à sa population (l'Afrique est quatre fois moins peuplée que l'Asie).

2.4.2 Avalanches

Risque mineur en termes de dommages à l'échelle d'un pays, les avalanches représentent une contrainte certaine pour les vallées alpines dès lors qu'on souhaite assurer :

- la sécurité des personnes dans les habitations ;
- la mobilité des personnes et des biens par la route et le rail ;
- le développement des activités touristiques.

Sur l'ensemble de l'arc alpin ce sont quelque onze millions de personnes qui vivent de manière permanente. Durant la saison hivernale, ce nombre est plus que doublé. Le trafic automobile ne cesse d'y croître : 150 millions de personnes franchissent chaque année les Alpes. Pour garantir la plus grande sécurité possible, les autorités publiques ont largement promu des politiques de prévention du risque.

Les avalanches sont emblématiques pour le grand public de l'Alpe homicide. La menace représentée par les avalanches en quelques chiffres :

- Historiquement en France et en Suisse, comme pour les autres pays alpins, les avalanches ont constitué l'une des principales menaces naturelles pour les hommes et les activités humaines. Elles ont profondément marqué la vie et l'architecture des villages alpins.
- Chaque année, en moyenne, 30 personnes en France et 23 en Suisse périssent par avalanche, mais le plus souvent lors d'une pratique de loisir (en moyenne, il y a 1 mort par an dans une habitation au cours des 20 dernières années). Dans les pays alpins, elles constituent le plus souvent l'un des risques naturels les plus dangereux avec les crues et les inondations (voir tableau 1.3).
- Les assurances cantonales suisses ont remboursé quelque 140 millions de francs (voir tableau 1.4) pour les dommages au bâti consécutifs à des avalanches sur la décennie 1999–2008. L'année 1999 reste l'année noire pour les assureurs, avec 50 millions d'euros de remboursements. Le coût total des dommages sur la Suisse a été estimé à 585 millions de francs, dont 180 de pertes indirectes (annulation de réservation, baisse de fréquentation touristique, etc.). Pour fixer un ordre de grandeur, les assurances versent sur l'ensemble de la planète en moyenne envi-

17. En Chine, les plaines inondables ne représentent qu'une partie infime du territoire, mais elles concentrent la population et l'activité agricole. Par exemple, pour le Yangtse, elle représente 1,5 % de la surface du pays, mais elle est habitée par 250 millions d'habitants ; 45 % de la production du riz et des autres céréales y est produite.

ron 17 milliards de francs par an de dommages à la suite de catastrophes naturelles.

– En France, il existe 400 communes soumises à un risque d'avalanche [18]. 52 communes en France ont bénéficié depuis 1982 d'un arrêté de catastrophe naturelle [19]. En Suisse, 312 communes sont concernées par les avalanches.

18. 23 500 communes sont menacées par un risque naturel en France.

19. Cet arrêté permet le remboursement par l'État de dommages subis sur des biens lorsque de vastes zones du territoire national ont été soumises à une calamité naturelle.

CHAPITRE 3

Gestion du risque

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la gestion des dangers hydrologiques dans l'aménagement du territoire. On présente tout d'abord le principe général de l'analyse des dangers hydrologiques. Quoique les méthodes diffèrent significativement selon les pays et les praticiens, il existe un ensemble de concepts qui sont à peu près partagés par l'ensemble de la communauté. On découpe cette analyse en trois phases : une première phase de caractérisation des phénomènes, qui permet d'arriver – en fonction des enjeux sur le territoire étudié – à formaliser une crue (ou une avalanche) de projet. À partir de là, on peut arrêter une stratégie de protection ; c'est l'objet de la seconde phase. Enfin, dans la troisième phase, le détail des techniques de protection à mettre en œuvre est défini en fonction des contraintes du projet. Parmi les stratégies de protection, une gestion raisonnée de l'occupation du sol est de première importance et justifie l'emploi d'un zonage, qui permet à la fois de présenter une cartographie synthétique des dangers et des risques, mais également d'imposer des prescriptions selon les contraintes du milieu naturel. Dans la dernière partie du chapitre, on passe en revue les principales stratégies de protection paravalanche et contre les crues.

3.1 Démarche générale

La lutte moderne contre les dangers hydrologiques emprunte son vocabulaire au domaine militaire. Il est commode de distinguer trois grands processus à mettre successivement en œuvre dans cette lutte :

1. Il faut tout d'abord savoir contre quel ennemi on cherche à se défendre. Les dangers hydrologiques se caractérisant par une intensité variant selon la fréquence d'occurrence, la première étape est de chercher à définir les caractéristiques du danger contre lequel on cherche à se prémunir. Cette recherche aboutit à la formalisation d'un phénomène de référence ; on introduit la notion de *crue de projet* ou d'*avalanche de référence* (ou de projet). Se protéger contre le phénomène de

référence nécessite d'évaluer la liste des enjeux que l'on souhaite protéger et de définir l'*objectif de protection*, c'est-à-dire le niveau de protection souhaité pour les enjeux identifiés.

2. Quand on connaît le danger, on peut arrêter une *stratégie* qui permet de définir un angle d'attaque du problème. La sélection d'une stratégie répond à une multitude de critères assez éloignés tels que la vulnérabilité des enjeux, le degré de risque accepté, les normes et autres dispositions réglementaires, les contraintes spécifiques (politiques, du milieu naturel, architectural, etc.), le coût financier, la planification de l'occupation du sol, etc. La sélection d'une stratégie doit donc concerner une multitude d'acteurs.
3. À chaque stratégie on peut associer des tactiques différentes de lutte ; on parle le plus souvent de *techniques de protection*. Pour répondre à un objectif de protection, on peut faire appel à un catalogue relativement vaste d'outils, qu'il faut choisir et assortir en fonction du problème à traiter, des contraintes économiques, des choix du maître d'ouvrage, et des différentes contraintes réglementaires.

3.1.1 Phénomène de référence

La première phase du diagnostic des dangers consiste à étudier les phénomènes sur un territoire donné. Le plus souvent, cette étude est de nature qualitative. En effet, l'analyse des crues/avalanches est réalisée à partir

- d'un recensement des phénomènes historiques majeurs, principalement au cours du XXe siècle, mais également au XIXe siècle quand les données sont disponibles. Il s'agit principalement d'évaluer les emprises maximales connues et les dommages subis ;
- une analyse naturaliste du bassin-versant afin de se faire une analyse qualitative du mode de fonctionnement (nature des crues/avalanches, emprises, effets prévisibles, fréquence) (Delgado, 2006; Ancey, 2006).

Cette analyse qualitative peut être complétée par des analyses quantitatives telles que des simulations numériques (propagation d'une crue ou d'une avalanche), des essais sur modèles réduits, des tests statistiques.

L'objectif final est d'arriver à une estimation entre intensité et fréquence des phénomènes sur le territoire étudié. Si en théorie, cette relation est une équation liant un paramètre d'intensité i et une période de retour T (voir § 4.1.2), en pratique on se contente de catégoriser la relation intensité-fréquence compte tenu

- d'une part du nombre de paramètres nécessaires à décrire finement l'intensité d'un phénomène. Par exemple, pour caractériser l'intensité d'une crue, il faut au moins trois paramètres : vitesse, durée, et hauteur de submersion ;

- d'autre part de l'incertitude assez conséquente dans toute évaluation de la période de retour d'un phénomène, incertitude qui résulte du manque de données et d'une connaissance imparfaite des phénomènes (physique des processus, conditions initiales, etc.)

Il est donc plus commode d'introduire des classes d'intensité et de fréquence. Le tableau 3.1 fournit les catégories considérées. La classe $i - f$ comporte un premier indice spécifiant l'intensité du phénomène (i) et un second se référant à la fréquence d'occurrence (f). On note tout de suite que le choix des bornes des classes et leur désignation ne sont pas innocents ou sans conséquence. Ils sous-tendent en fait que l'intensité et la fréquence sont considérées relativement à un enjeu à protéger. Par exemple, une crue centennale est un phénomène extrême si l'enjeu est un champ à vocation purement agricole, mais c'est une crue ordinaire pour un barrage hydroélectrique de grand volume. Dans le tableau 3.1, l'élément de référence est une habitation.

Assez rapidement dans l'évaluation pratique de la relation intensité-fréquence, apparaît donc la notion d'enjeu à protéger. Cela peut sembler quelque peu contradictoire avec ce que l'on a énoncé plus haut puisque la théorie veut que cette relation soit indépendante de tout enjeu. C'est toutefois à ce prix que la méthode est applicable et compréhensible par le plus grand nombre.

Le choix des catégories dans la typologie donnée ci-dessus est fortement dépendant de l'*objectif de protection* assigné à chaque type d'enjeu, que celui-ci concerne un espace naturel (ou agricole) ou un espace urbanisé. On peut définir l'*objectif de protection* comme une description de la relation entre l'intensité maximale admissible pour un enjeu et la période de retour (Borter, 1999) ; cette relation n'est pertinente que pour une catégorie donnée d'enjeux ou d'occupation du sol. Le tableau 3.2 suggère des valeurs guides pour des enjeux placés en zone urbaine ou péri-urbaine et soumis à des crues. Ces valeurs sont définies dans la méthode *inondabilité* développée par le l'INRAE (ex. Cemagref) en France ; l'intensité est traduite à travers le triplet durée, vitesse, hauteur de submersion. La figure 3.1 fournit les objectifs de protection préconisés par l'OFEG en Suisse. Ils se présentent sous la forme d'une matrice liant débit de projet et nature des enjeux ; dans ce cas-là, le paramètre d'intensité est fixé par le débit de pointe de la crue. Comme on le voit à travers ces deux exemples, il n'y a pas encore de méthode clairement établie et universellement appliquée, mais plusieurs méthodes selon les écoles de pensée, les pays, les domaines techniques. Ici, plus qu'une méthode bien précise qu'il faudrait apprendre, c'est l'esprit de la méthode qu'il convient d'appréhender.

Tableau 3.1 – Diagramme intensité/fréquence quand l'enjeu à protéger est une maison.

	période de retour	$T > 300$ ans	T : 80–300 ans	T : 30–80 ans	T : 10–30 ans
	fréquence	potentiel : 1	exceptionnel à rare : 2	peu fréquent : 3	moyennement fréquent : 4
intensité					
faiblement intense : 1		*i1–f1*	*i1–f2*	*i1–f3*	*i1–f4*
moyennement intense : 2		*i2–f1*	*i2–f2*	*i2–f3*	*i2–f4*
très intense : 3		*i3–f1*	*i3–f2*	*i3–f3*	*i3–f4*

Tableau 3.2 – Valeur typique d'objectif de protection en zone urbaine. Adapté de la méthode *inondabilité*, voir (Gilard, 1998). Sont indiquées : la nature de l'occupation du sol, la durée au-delà de laquelle des dommages sont probables (instant = instantané), la hauteur et la vitesse de submersion.

Occupation du sol	durée	hauteur m	vitesse m/s	période de retour ans
Service névralgique :				
service de secours	instant	0	0	1000
centre de communication	instant	0	0	1000
Résidence :				
cave	instant	-2	0,5	10
rez-de-chaussée	instant	0,5	0,5	100
étage	instant	3	0,5	1000
Activité :				
commerce	instant	0,6		5
industrie	instant	0,6		$1-100$
camping	instant	0,5	0,5	10
Voies de communication :				
route	>1 h	$0{,}1-0{,}2$	0,5	1
autoroute	instant	0,1	1	10
voie ferrée	instant	0,3		5

On note que parmi les différences qui apparaissent entre la définition employée par l'INRAE (ex. Cemagref) et celle de l'OFEG, il y a le nombre et la nature des paramètres décrivant l'intensité de la crue. Il s'agit là d'une question *a priori* difficile à trancher. Par exemple, qu'est-ce qui est le plus contraignant ou dommageable : une crue décennale, avec une hauteur de 1 m et une vitesse de 1 m/s ou bien une crue trentennale, avec une hauteur de 1,5 m et une vitesse de 80 cm/s ? Doit-on chercher à se protéger contre des crues fréquentes et peu intenses ? La réponse adoptée par beaucoup de réglementations en Europe est que parmi les différentes combinaisons du triplet (durée, vitesse, hauteur), il faut retenir la combinaison la plus défavorable en termes de dommages et lui attribuer une période de retour. Cela revient à dire qu'on peut synthétiser toutes les variables d'intensité sous la forme d'une variable équivalente. C'est par exemple ce qu'on appelle la variable Top dans la méthode *inondabilité* : T pour période de retour et Op pour objectif de protection (Gilard, 1998). En général, les méthodes hydrologiques permettent d'aboutir à une relation entre variables (durée, vitesse, hauteur) puisque ce sont des variables hydrologiques classiques ; la variable équivalente est alors le débit de pointe puisque lorsqu'on a cette information, on peut calculer la durée de submersion à l'aide d'un *hydrogramme synthétique* – défini dans la plupart des méthodes de type SCS, QdF, etc. – ainsi que la vitesse et hauteur de submersion à l'aide d'un jeu d'équations de type Saint-Venant (calcul hydraulique) ; se reporter au chapitre 5. **C'est pour cette raison que pour les crues, la variable la plus souvent utilisée est le**

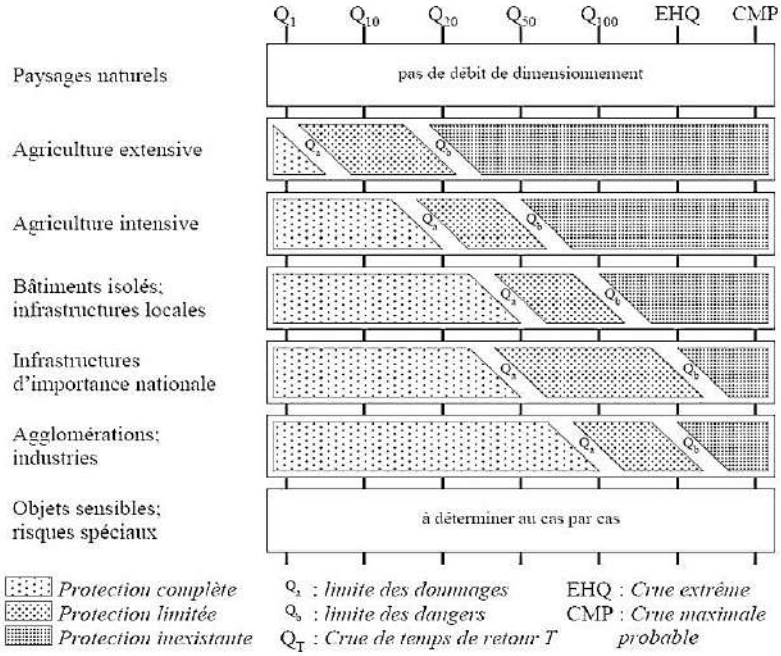


Figure 3.1 – Objectifs de protection selon les enjeux. D'après (Willi *et al.*, 2001).

débit de pointe. Il faut noter que cette façon de faire n'est pas unique ; certaines méthodes sont ainsi fondées sur une évaluation monétaire des dommages pour définir ce qui est économiquement acceptable. Dans ce cas particulier, la principale difficulté est liée à l'estimation des biens fonciers (qui varie au cours du temps) et du prix de la vie humaine.

Pour les dangers hydrologiques autres que les crues liquides, la situation est un peu plus délicate car contrairement aux écoulements d'eau, il n'y a pas de relation simple et systématique entre variables ; c'est le cas des écoulements avec transport solide ou bien des avalanches. Ainsi pour les avalanches, les directives du Schnee- und Lawinen Forschung considèrent que la période de retour de l'avalanche équivaut à celle des chutes de neige sur les trois derniers jours (plus exactement, l'accroissement du manteau neigeux durant les 3 jours précédant l'avalanche) (Salm, 1993) alors que certains auteurs préconisent de faire des statistiques sur les distances d'arrêt (Keylock, 2005; Meunier & Ancey, 2004). Pour les crues torrentielles avec transport solide (dont les laves torrentielles), c'est principalement le volume de sédiment qui sera le paramètre physique pertinent.

3.1.2 Stratégies de protection

Il existe plusieurs stratégies de protection contre les dangers hydrologiques. Ici nous proposons les deux critères de classification suivants :

- existence ou non d'une intervention humaine :
  - *défense permanente* réalisée sans intervention humaine,
  - *défense temporaire* fondée sur une prise de décision et une intervention ;
- point d'intervention :
  - *défense active* dans la zone de formation des phénomènes,
  - *défense passive* dans la zone de propagation (ou d'arrêt) des phénomènes.

On peut synthétiser les grandes stratégies de protection comme suit :

1. ***empêcher les phénomènes de se produire***. Par exemple dans le cas des avalanches, on peut chercher à stabiliser le manteau neigeux par des ouvrages de retenue dans les zones de départ (paravalanche de type claies, rateliers, filets). La forêt a également longtemps été vue comme un moyen d'empêcher la formation des crues ;
2. ***arrêter les phénomènes en cours d'écoulement***. En construisant des digues d'arrêt, on peut forcer les avalanches ou les laves torrentielles à s'immobiliser dans un périmètre donné. Un barrage peut également recueillir tout un volume de crue et annuler le danger à l'aval ;
3. ***arrêter/freiner localement les écoulements à proximité de l'enjeu à sécuriser***. Une étrave permet de protéger un équipement contre un écoulement. Le laminage des crues par une succession de barrages et de champs d'expansion entre aussi dans cette catégorie ;
4. ***forcer le déclenchement des écoulements en espérant qu'ils restent de taille modeste.*** C'est typiquement ce que l'on fait dans le déclenchement préventif des avalanches, par exemple pour protéger un domaine skiable ;
5. ***dévier/contenir les écoulement en modifiant/maîtrisant leur trajectoire et emprise par des digues.*** C'est la défense classique contre les crues où, pour éviter la divagation et le débordement, on construit des digues le long des cours d'eau. On peut faire de même pour se prémunir contre les laves torrentielles et les avalanches ;
6. ***adapter et renforcer les équipements à protéger***, de manière à établir leur auto-protection. Par exemple, pour se protéger des crues, on peut monter les maisons sur pilotis ou bien n'aménager que les étages ;
7. ***engager des mesures réglementaires temporaires*** (interdiction momentanée d'occupation ou de circulation, procédure d'évacuation et plans de secours, etc.). ;
8. ***placer les enjeux menacés hors de la zone menacée.*** C'est tout l'enjeu du ***zonage*** du risque.

Chacune de ces actions est caractérisée par

- un degré de fiabilité et de sécurité ;
- un domaine et des limites d'utilisation ;
- d'une manière générale, des avantages et des inconvénients, dont l'appréciation varie selon les acteurs concernés par le problème.

3.2 Zonage des risques

Dans cette section, on passe en revue les grands notions utilisées dans la réalisation de plans de zonage. Compte tenu de la diversité des conditions de réalisation d'un zonage (en fonction de la réglementation, du contexte, de l'objet à protéger, etc.), nous n'irons pas plus loin dans la description des techniques de zonage.

3.2.1 Aléa, danger, vulnérabilité, et risque : vocabulaire employé

Le zonage fait appel à un certain nombre de notions qu'il est utile de rappeler (Wilson & Crouch, 2001; Wilhelm, 1998; Borter, 1999). Ces notions sont reconnues sur l'ensemble des pays occidentaux puisque la plupart de ces pays ont adopté la même démarche. Au passage, il faut noter que les principes employés aujourd'hui ont été définis et mis en pratique par les Suisses au cours des années 1960 dans le cas particulier des avalanches (Salm, 2004), puis étendus aux autres dangers. Nous renvoyons sur les recommandations formulées par l'office fédéral de l'environnement (Bundesamt für Umwelt, BAFU) pour la pratique en Suisse et le guide méthodologique générale des plans de préventions des risques (MATE, 1997) pour la pratique en France.

Risque. – Le risque représente la probabilité de dommages matériels, de blessures, et/ou de décès liée à l'occurrence d'un phénomène naturel. En zonage de risque hydrologique, le risque se caractérise par trois composantes :

- la *fréquence d'occurrence* du phénomène naturel en un lieu donné ;
- l'*intensité* du phénomène en termes d'effets potentiels sur des hommes, des animaux, ou tout autre enjeu ;
- le *degré d'exposition*, c'est-à-dire la proportion de temps durant lequel l'enjeu est exposé [1].

Le risque estimé est souvent mis en relation avec le *risque accepté* (voir tableau 3.3).

1. Le degré d'exposition d'une maison dans une zone menacée par une crue ou une avalanche est 1 ; le degré d'exposition d'une route est la proportion de temps durant lequel il y a au moins un véhicule sur un tronçon menacé.

Tableau 3.3 – Risque accepté selon la nature de l'enjeu.

Nature de l'enjeu	Risque accepté R	Période de retour T
Équipement [a]	< 3 %	$T \leq 30$ ans
Habitation permanente	$< 1 - 3$ %	$T \leq 30 - 100$ ans
Grandes retenues [b]	$< 0{,}1 - 0{,}01$ %	$T \leq 1000 - 10^4$ ans

[a] Sans vocation à habitation permanente.
[b] Selon la jurisprudence actuelle, il s'agit des barrages intéressant la sécurité publique.

Pour quantifier le risque, on écrit souvent la relation (Wilson & Crouch, 2001) :

$$\text{risque} = \text{probabilité d'occurrence} \times \text{intensité}.$$

Dans un contexte socio-économique, on peut étendre cette notion en prenant en compte d'autres paramètres comme la vulnérabilité ou le degré d'exposition :

$$\text{risque} = \text{probabilité d'occurrence} \times \text{intensité} \times \text{exposition} \times \text{vulnérabilité}.$$

Risque résiduel. – Le risque résiduel représente le risque subsistant une fois qu'un système de protection a été mis en place.

Fréquence d'occurrence. – La fréquence d'occurrence est souvent introduite à travers la notion de *période de retour*. La période de retour est le temps moyen entre deux événements dont l'intensité est supérieure ou égale à un certain seuil [2] ; elle est généralement exprimée en années. La *fréquence* est le nombre d'événements d'intensité donnée (ou supérieure à un certain seuil) par unité de temps. Ainsi une crue centennale est une crue dont la période de retour est $T = 100$ ans, c'est-à-dire dont la fréquence moyenne d'occurrence est de $1/T = 0{,}01$ chaque année.

Intensité. – L'intensité d'une crue (ou d'une avalanche) est généralement caractérisée à travers un, deux, ou trois paramètres qui permettent de quantifier la capacité de dommage :

- pour les crues, les paramètres importants sont : la hauteur de submersion (voir tableau 3.4) et la vitesse/débit de l'eau. D'autres paramètres peuvent être des facteurs aggravants, mais ils ne sont pas souvent pris en considération : la charge sédimentaire (risque d'exhaussement du lit et d'obstruction des ponts, risque d'érosion des berges), transport de flottants, la contamination de l'eau par des polluants, etc. ;
- pour les inondations, outre la hauteur de submersion, la durée de submersion peut être un critère important à considérer ;

2. Cette notion peut être définie rigoureusement sur le plan mathématique, mais son emploi pratique est souvent difficile.

– en zonage d'avalanche ou de lave torrentielle, ce sont surtout la distance d'arrêt (ou plus généralement l'extension) et la poussée/pression d'impact qui servent à spécifier l'intensité de l'écoulement et ses conséquences potentielles (cf. tableau 3.5 pour les avalanches).

D'une façon générale, on postule qu'il existe une relation entre intensité I et période de retour T d'un phénomène hydrologique : plus le phénomène est rare (T grande), plus son intensité $I(T)$ est potentiellement grande.

Tableau 3.4 – Capacité de dommage d'une crue en fonction de la hauteur de submersion d'après l'OFEG (Loat & Petrascheck, 1997).

hauteur d'eau h (m)	Potentiel de dommage
$h < 0{,}5$ m	peu de danger pour les personnes (adultes), caves inondées
$0{,}5 \leq h < 2$ m	des personnes non abritées peuvent être emportées ou se noyer, dommage au bâti
$h \geq 2$ m	la sécurité des personnes n'est plus assurée dans les bâtiments, ruine possible du bâti

Tableau 3.5 – Capacité de dommage d'une avalanche en fonction de la pression exercée. D'après (McClung & Schaerer, 1993).

Pression d'impact P_{dyn} (kPa)	Potentiel de dommage
1	brise une vitre
5	défonce une porte
30	détruit des structures en bois
100	déracine de vieux arbres
1000	déplace une structure en béton armé

Vulnérabilité. – La vulnérabilité représente le degré de dommage d'un enjeu soumis à une crue ou une avalanche d'intensité donnée. Pour traduire cette notion, on peut introduire un nombre v compris entre 0 et 1. Une vulnérabilité $v = 1$ pour une crue (ou une avalanche) d'intensité I signifie la ruine de l'aménagement ou la mort des personnes concernées si la crue (ou l'avalanche) d'intensité égale ou supérieure à I se produisait. La vulnérabilité est donc étroitement liée à l'intensité du phénomène : $v = v(I)$.

Aléa. – L'aléa d'inondation, l'aléa torrentiel, et l'aléa d'avalanche représentent les phénomènes physiques indépendamment de ses effets potentiels sur l'environnement

et les activités humaines. On associe à l'aléa une probabilité d'occurrence (par le biais de la période de retour). C'est un terme employé essentiellement en France.

Phénomène maximal. – Certains pensent qu'il existe une borne supérieure à l'intensité d'un phénomène physique et donc que la relation intensité/fréquence ne peut pas croître indéfiniment quand la période de retour devient très grande ; il doit exister des limitations d'ordre physique qui contraignent l'intensité à tendre vers une valeur limite. On introduit ainsi la *crue maximale probable* (en anglais PMF pour *probable maximum flood*) qui est la plus forte crue extrême que peut connaître un bassin-versant (Dumas, 2006; ICOLD, 1998). En France, le projet de guide PPR avalanche a introduit la notion d'*avalanche maximale vraisemblable* (Liévois, 2006).

Phénomène de référence. – La *crue de référence* (appelée encore crue de projet) est la crue retenue pour le dimensionnement d'un ouvrage, le plus souvent un ouvrage de protection. L'ouvrage doit pouvoir résister et protéger contre toutes les crues dont l'intensité est inférieure ou égale à celle du phénomène de référence. Pour des crues d'intensité supérieure, on tolère des dommages partiels ou complets (ruine de l'ouvrage et dommages sur les enjeux à protéger). Pour les avalanches et les laves torrentielles, on parle parfois aussi d'avalanche (ou de lave torrentielle) de référence.

Magnitude. – Comme pour les tremblements de terre ou les ouragans, on peut qualifier les effets destructeurs d'un phénomène hydrologique et certaines caractéristiques physiques à l'aide d'une échelle de *magnitude*. Ainsi pour les avalanches, McClung et Schaerer en ont proposé une, reproduite au tableau 3.6.

Cartes de phénomènes et de risque (danger). – Dans les études modernes du danger hydrologique sur un secteur donné, on procède de la façon suivante :

1. calcul/estimation du danger naturel, c'est-à-dire recherche des caractéristiques des crues/avalanches sur un bassin-versant en fonction de la période de retour ;
2. détermination des effets potentiels de la crue/avalanche, dommages possibles sur des aménagements existants ou pouvant exister ;
3. prescription des règles d'urbanisme s'il s'agit d'un dossier d'urbanisme.

Chacune de ces étapes peut être traduite sous forme de cartes.

- Pour l'étape (1), on produit des *cartes inventaires de phénomènes* ou des « *cadastres* » où sont recensés les principaux événements historiques connus. Ces cartes servent ensuite à établir des *cartes d'intensité* où sont reportées les emprises des crues/avalanches et la distribution du paramètre d'intensité pour une période de retour donnée (ou les phénomènes exceptionnels et extrêmes connus). Ces cartes peuvent synthétiser l'information historique connue ou des résultats de calculs numériques ; elles peuvent également combiner différentes sources d'information. La figure 3.3(a) fournit un exemple de carte de danger pour des avalanches (menaçant un hameau en Haute-Savoie) obtenue à partir de simulations numériques ; les codes de couleur renseignent sur la pression cinétique au sein de l'avalanche. On peut également synthétiser l'information en fournissant

Tableau 3.6 – Échelle de magnitude des avalanches. M masse de l'avalanche, L longueur parcourue par l'avalanche depuis la zone de départ, et P ordre de grandeur de la pression d'impact. D'après (McClung & Schaerer, 1993).

Magnitude	*Capacité de dommage*	M (t)	L (m)	P (kPa)
1	généralement inoffensive	< 10	10	1
2	peut ensevelir, tuer ou blesser une personne	10^2	100	10
3	peut ensevelir une voiture, détruire un petit bâtiment[a], ou casser des arbres	10^3	1000	100
4	peut détruire un wagon, un grand camion, plusieurs bâtiments, ou jusqu'à 4 ha de forêt	10^4	2000	500
5	plus grandes avalanches connues, peut détruire un village, raser une forêt de 40 ha	10^5	3000	1000

[a] par exemple, un chalet en bois.

un zonage des phénomènes, où l'on se contente d'un découpage en quelques zones (par exemple danger négligeable/nul, faible, moyen, fort dans le cas d'un zonage d'avalanche). Les cartes sont généralement à une échelle allant du 1 : 1000 au 1 : 25 000.

– Pour l'étape (2), on produit une *carte de danger* ou *carte de risque* (selon le pays), où les enveloppes des zones de risque sont schématisées à l'aide d'un code de couleur. La figure 3.3(b) fournit un exemple de carte de danger, où le découpage en zones fait appel à quatre codes de couleur selon l'effet des avalanches (pression, hauteur de sollicitation, type d'effort, etc.) sur le bâti et la fréquence des avalanches. L'usage international est d'utiliser un code de trois ou quatre couleurs : zones blanche, jaune, bleue, et rouge. La figure 3.2 propose une définition des zones de risque en usage dans la plupart des pays occidentaux.
– L'étape (3) concerne uniquement les cartes établies à des fins réglementaires (zonage réglementaire par exemple). Le document final doit inclure une cartographie synthétique du risque selon le code de couleur blanc/jaune/bleu/rouge et un règlement fixant les prescriptions d'occupation du sol.

Des bases de données à accès gratuit ou sécurisé existent en Suisse et en France et

permettent d'accéder à différentes sources d'information, notamment le cadastre des événements. Pour la Suisse, la base de données StorMe recense les événements dommageables documentés. En France, il existe plusieurs initiatives. L'INRAE de Grenoble met à disposition les carnets d'avalanche de l'Enquête Permanente des avalanches, les fiches de renseignement et les cartes d'inventaire des avalanches (CLPA). Certains départements français comme l'Isère fournissent également des informations via le site des préfectures ou bien des instituts spécialisés (Institut des risques majeurs pour l'Isère).

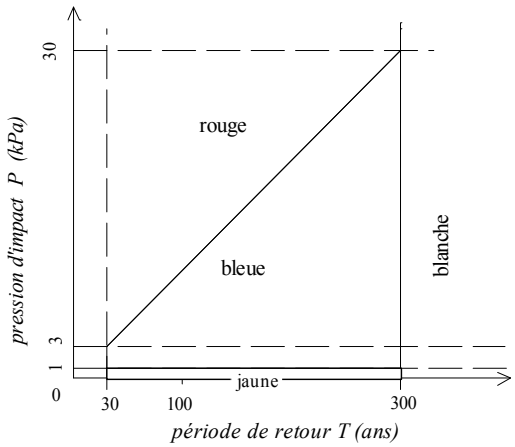


Figure 3.2 – Définition des zones de risque en fonction de l'échelle d'intensité i et de la fréquence d'occurrence f. Adapté de (Salm *et al.*, 1990).

En Suisse et en France, les autorités nationales ont lancé de grands programmes de révision et/ou d'établissement de plans de zonage pour chaque commune du territoire national. En Suisse, le Bundesamt für Umwelt (BAFU) fournit un état d'avancement régulier du zonage dans les différents cantons. En France, le ministère en charge de l'environnement publie une information sur les plans de prévention sur le site www.gouvernement.fr/risques. Une information plus complète est généralement disponible sur le site de chaque préfecture.

Zone blanche. – Dans les cartes de risque, la zone blanche regroupe les lieux pour lequel le risque est nul ou très faible, c'est-à-dire la période de retour d'éventuels phénomènes est très grande (100–300 ans, voire plus, selon les pays) et/ou le niveau d'intensité très faible. Il n'y a pas de contre-indication à la construction de bâtiments liée au risque.

Zone jaune. – Il s'agit d'une zone à risque résiduel (effet de souffle, par exemple, dans le cas d'une avalanche) ou bien potentiellement concernée par des phénomènes extrêmes (par exemple, la crue maximale probable). Le risque y est faible, mais des mesures de consignation/évacuation peuvent concerner de telles zones en cas de situations météorologiques critiques. Ces mesures d'ordre temporaire ne sont en général pas doublées de mesures permanentes comme des prescriptions architecturales.

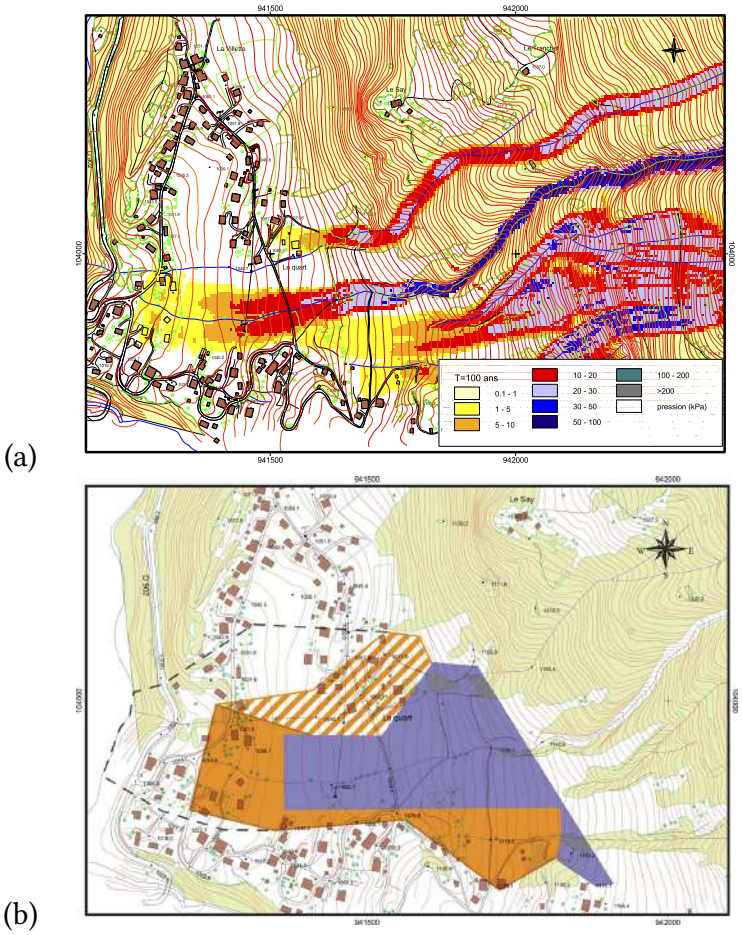


Figure 3.3 – (a) Exemple de simulation d'une avalanche coulante centennale sur le couloir de la Villette (Saint-Gervais-les-Bains, Haute-Savoie) par le modèle AVAC 2. (b) Carte de phénomènes (aléas). Source : Toraval.

Zone bleue. – Il s'agit d'une zone à risque moyen. La construction de nouveau bâtiment (accueil permanent ou temporaire de personnes) y est réglementée (renforcement du bâti, ouvrage de protection, etc.) ; des mesures temporaires (plan de secours, d'évacuation, de consignation) sont généralement prévues.

Zone rouge. – La zone rouge est l'enveloppe des secteurs à fort risque. La zone rouge est généralement inconstructible.

L'inconvénient de cette classification du risque est que la zone bleue va en fait du « bleu très foncé » – c'est-à-dire des zones à fort risque – au « bleu très clair » – où l'effet de la crue ou de l'avalanche peut se traduire par des effets secondaires causant des dommages légers –. Il est alors indispensable de subdiviser la zone bleue en secteurs

où les moyens de protection (tels que les prescriptions architecturales) sont adaptés à la menace réelle.

3.2.2 Des cartes de phénomènes aux plans de zonage

Lorsqu'on fait du zonage, on cherche à traduire sous des formes simples les conséquences des crues ou de l'activité avalancheuse sur l'occupation des sols et le développement d'activités humaines. L'idée est :

- de dresser des **cartes inventaires des phénomènes** qui synthétisent sous une forme condensée et cohérente les résultats des différentes analyses de la phase de diagnostic. Ces cartes inventaires sont appelés également « carte d'aléa » ou « carte de danger », mais cette terminologie est ambiguë car le sens d'aléa ou de danger varie selon les personnes et les pays ;
- d'établir des **cartes de zonage** où est classifié le risque encouru.

Dans le tableau 3.4, on a transformé le tableau 3.1 en transcrivant les caractéristiques intensité-fréquence en termes de risque (classement en zone rouge/bleue/jaune). On va ici considérer les règles suivantes :

- zone rouge : phénomènes de forte intensité et phénomènes d'intensité modérée, mais de fréquence élevée (i_3f_1, i_3f_2, i_3f_3, et i_2f_3) ;
- zone bleue : phénomènes d'intensité modérée et de fréquence basse à moyenne (i_2f_1 et i_2f_2) ;
- zone jaune ou bleu clair : phénomènes d'intensité faible (i_1f_1 et i_1f_2).

Les phénomènes fréquents d'intensité faible i_1f_3 seront classés soit en zone bleue, soit en zone rouge.

	fréquence		
intensité	basse (1)	moyenne (2)	élevée (3)
Faible (1)	i_1f_1	i_1f_2	i_1f_3
Modérée (2)	i_2f_1	i_2f_2	i_2f_3
Forte (3)	i_3f_1	i_3f_2	i_3f_3

Figure 3.4 – Définition schématique des zones de risque en fonction de la pression d'impact et de la période de retour.

3.3 Stratégies de protection

Nous allons maintenant passer en revue les principales stratégiques et voir comment elles peuvent être déclinées en différentes techniques de protection.

3.3.1 Empêcher les phénomènes de se produire

Une façon de se protéger est d'attaquer le problème à sa source. Une stratégie de défense permanente active est d'empêcher le phénomène de se produire dans la zone de départ. En pratique, cela peut se faire :

- **en reboisant des versants dénudés pour protéger contre les crues et les avalanches**. C'est une des premières stratégies à avoir été mise en place. En Suisse, mais aussi dans le duché (puis royaume) de Savoie, l'administration avait *mis à ban des forêts*, qui assuraient un rôle de protection de village contre les avalanches (voir § 1.5.4). La figure 3.5(a) montre le village d'Argentière (vallée du Mont-Blanc) protégé des avalanches en rive droite de l'Arve par une forêt de résineux ; la forêt est aussi rayée par des couloirs d'avalanches, où seule une végétation arbustive pousse. Au cours du XXe siècle, la doctrine prônant la forêt comme principal moyen de lutte contre les dangers hydrologiques trouva de plus en plus de détracteurs. Si la forêt a un rôle indéniable sur certains bassins-versants (par exemple, sol marneux dénudé du sud de la France), elle peut aussi n'avoir qu'un rôle modeste pour d'autres configurations de terrain (terrain perméable) (Rey *et al.*, 2004). En effet, une fois que la capacité d'interception par la végétation est saturée et dans le cas de sols peu perméables, la forêt n'a plus aucun effet sur les pluies soutenues. Dans le cas des avalanches, des départs sont possibles si la forêt n'est pas suffisamment dense. Lorsqu'une forêt de protection peut également être exploitée pour la production du bois, les coûts d'entretien sont diminués ; dans le cas contraire, une forêt de protection demande un entretien permanent, qui peut être coûteux. La modification du climat amènera aussi un changement dans les populations d'arbres. Une forêt de protection peut également subir des dommages importants à cause d'une tempête (la tempête Lothar en décembre 1999 causa de nombreux chablis dans les forêts alpines) ou bien de maladies[3].
- **en construisant des ouvrages de génie civil pour soutenir le sol ou le manteau neigeux.** L'idée de base est de fixer le sol ou le manteau neigeux. Le procédé a été expérimenté très tôt. On rapporte ainsi qu'après la terrible avalanche de 1784, les habitants de Bonneval-sur-Arc (Maurienne) ont creusé des

3. Les forêts de mélèzes et d'épicéas dans les Alpes sont très sensibles à des maladies comme la tordeuse grise (papillon dont la larve cause une défoliation du mélèze) généralement non mortelle, de champignons parasitaires (parfois mortels), d'insectes (des coléoptères comme le bostryche), et d'attaques bactériennes.

terrasses et construit des murets de pierres sur les pentes de la Grande Feiche. À Barèges, le Génie militaire disposa des murets et une forêt de pieux métalliques… sans grande efficacité sur le départ des avalanches. Pour empêcher le creusement des torrents, des seuils maçonnés étaient placés dans le lit torrentiel à distance régulière [voir figure 3.5(d)]. De nos jours, ces techniques existent toujours : pour empêcher le départ des avalanches, on peut disposer des ouvrages charpentés (claies, râteliers) ou souples (filets) [voir figure 3.5(c)] ou bien des panneaux vire-vent pour éviter les accumulations de neige par le vent et favoriser des répartitions hétérogènes de neige au sol afin d'éviter les ruptures sur de grandes distances [voir figure 3.5(b)] ; les banquettes larges ont été abandonnées car sans efficacité. Pour fixer le lit d'un torrent, la construction de seuil en béton est toujours d'un emploi courant. La principale difficulté de cette stratégie est son coût devenu très important (le coût de la main d'œuvre n'a plus rien de commun avec ce qui était pratiqué au XIXe siècle) et la nécessité d'entretenir les ouvrages (ce qui demande un budget de fonctionnement). L'efficacité des ouvrages de soutien n'est pas complète ; des départs d'avalanche ont été observés dans des lignes de râteliers ou de filets, notamment pour des manteaux neigeux sans cohésion.

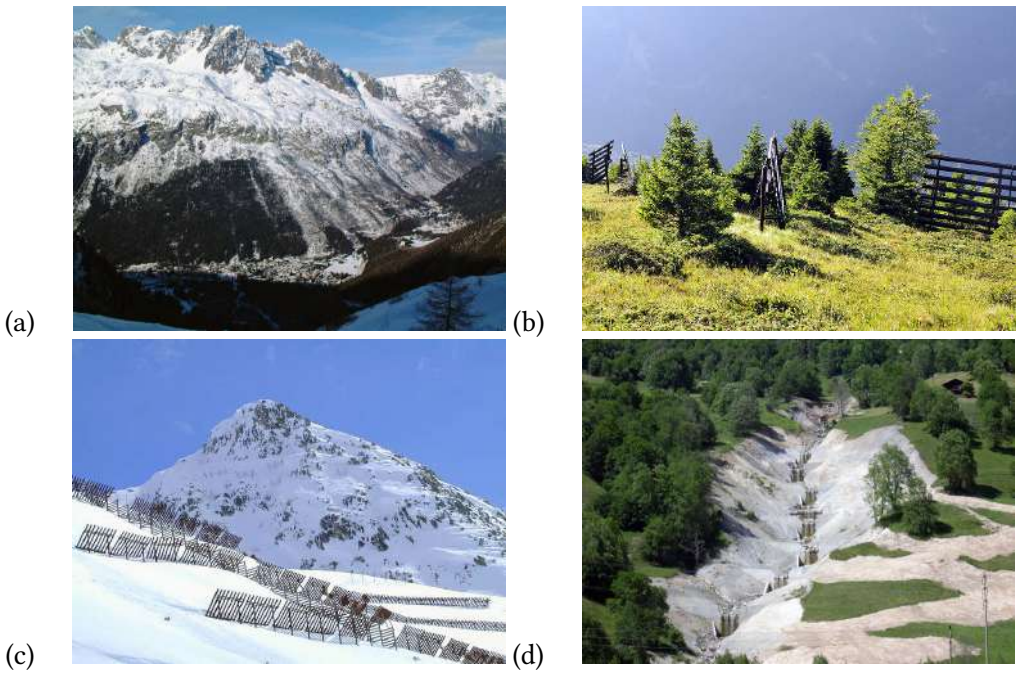


Figure 3.5 – (a) Forêt de résineux protégeant le village d'Argentière (Haute-Savoie) ; (b) panneaux vire-vent au milieu d'une pessière au-dessus des Marécottes (VS) ; (c) réseaux de râteliers et de filets protégeant Belle-Plagne (Savoie) ; (d) seuils en cascade fixant le lit torrentiel à Schlans (Grisons).

3.3.2 Arrêter les écoulements

Une parade classique en défense passive consiste à arrêter les écoulements. Cela se fait classiquement à l'aide de *digue* offrant un obstacle suffisant pour casser la dynamique de l'écoulement et stocker son volume une fois arrêté. Un grand barrage de montagne comme Cleuson–Dixence dans le Valais a un volume d'accumulation suffisant pour stocker le volume de crue de tous les torrents s'y déversant ; c'est pour cette raison qu'il ne dispose pas d'un évacuateur de crue, qui est un organe obligatoire pour les barrages situés plus en aval.

Pour les avalanches, il est parfois possible de construire des digues qui peuvent briser l'énergie des avalanches et stocker le volume déposé. Taconnaz dans la vallée de Chamonix est l'un des plus grands paravalanches au monde et fonctionne selon ce principe ; la digue haute de 15 m est précédée à l'amont d'une série de terrasses, de dents déflectrices, de tas freineurs. L'idée est de forcer l'étalement de l'avalanche confinée dans une gorge (torrent de Taconnaz), pour favoriser la dissipation d'énergie [voir figure 3.6(a)]. La digue frontale doit en principe arrêter complètement le flux de neige sous réserve que l'avalanche soit coulante (pas de composante aérosol significative) et que son volume ne soit pas trop important (moins de quelques centaines de milliers de m^3).

Pour les crues torrentielles, en particulier les laves torrentielles, on peut construire des plages de dépôt fermées à l'aval (et souvent latéralement) par des digues filtrantes (l'eau peut passer, mais pas la charge solide). La plage de dépôt de Tours-en-Savoie est ainsi constituée d'une digue à travers laquelle une ouverture munie d'une rangée de poutrelles a été aménagée [voir figure 3.6(b)]. L'idée est d'arrêter le volume de lave torrentielle tout en permettant à l'eau de s'écouler librement. Sur le torrent du Pissot au-dessus de Villeneuve (Vaud), un principe similaire a été suivi, mais la digue est un barrage-fente en béton armé [voir figure 3.6(c)]. Pour des crues avec charriage, l'idée est similaire : on piège les sédiments et les flottants dans des plages de dépôt fermées par des digues ou seuils plus ou moins perméables (grille, fente, déversoir). D'autres techniques ont été employées pour séparer le sédiment de l'eau. Ainsi, au Japon, certains torrents sont équipés de grilles placées le long du lit torrentiel ; au moment où le front de la lave torrentielle passe au-dessus de la grille, l'eau est essorée et le front s'arrête.

Un problème commun à tous ces ouvrages est le coût de construction souvent conséquent. La maîtrise du foncier et l'insertion dans le paysage (place disponible) peuvent poser problème dans les zones de montagne, en particulier pour des ouvrages de grande taille où la capacité de stockage doit être importante. Le curage des volumes déposés est également coûteux et difficile techniquement si l'accès à la plage est pénible. Enfin, une fois remplies, les plages de dépôt n'offrent plus de réelle protection en cas de nouvel événement. Pour certains événements (lave torrentielle de la Ravoire-de-Pontamafrey en Savoie en 1965, les avalanches de l'hiver 1999 dans les Alpes comme à Geschinen dans le Valais), plusieurs phénomènes peuvent se produire dans un court

intervalle de temps, ce qui rend les ouvrages inefficaces.

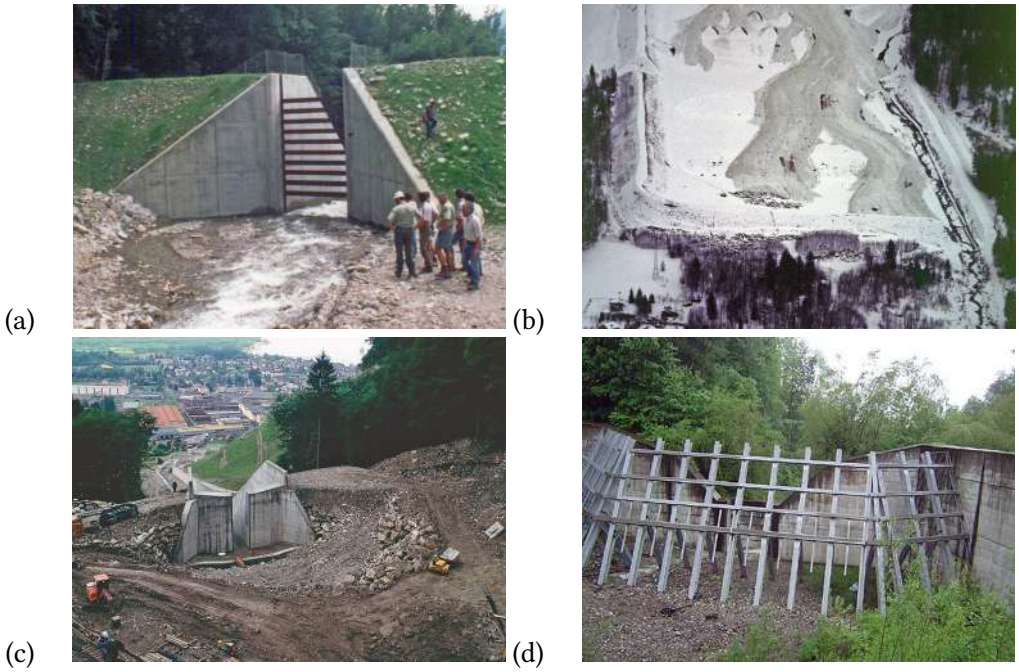


Figure 3.6 – (a) Plage de dépôt du torrent de Saint-Clément à Tours-en-Savoie (Savoie) ; (b) dispositif paravalanche de Taconnaz entre les Houches et Chamonix-Mont-Blanc (Haute-Savoie) ; (c) construction du barrage de rétention sur le torrent du Pissot (Vaud) au-dessus de Villeneuve après la crue de 1995 ; (d) barrage-grille format un « dépotoir » à sédiment à Sachseln (Obwald) cliché Andreas Götz (OFEG).

3.3.3 Dévier localement les écoulements

Une stratégie fréquemment mise en œuvre en défense passive est la protection rapprochée des enjeux. Il est en effet délicat d'arrêter ou de dévier complètement un écoulement, alors qu'une action locale est souvent plus facile techniquement et moins onéreuse à mettre en place. Dans cette stratégie, on compte

- les *étraves* et les *tournes*, placées à l'amont immédiat des enjeux, qui permettent de dévier de façon très localisée le flux des avalanches [voir figure 3.7(a, b)]. C'est une technique ancienne, qui a été utilisée pour protéger des chalets d'alpage. Elle est de nos jours encore couramment employée pour protéger des pylônes électriques ou de remontée mécanique, des habitations isolées, etc. Si les ouvrages sont constitués de terre compactée, le coût est relativement modéré, mais dès qu'on emploie des techniques spécifiques (terre armée, pneusols, enrochements, etc.) pour raidir la face amont et qu'on accroît la hauteur, le coût croît très rapidement ;
- les *galeries*, qui coiffent les tronçons routiers exposés à des avalanches ou des crues torrentielles [voir figure 3.7(c)]. La protection est souvent très efficace, mais le coût est également considérable, notamment si la galerie doit être fermée latéralement par un mur ou des claustras. L'ancrage de la galerie, le vieillissement, l'impact possible de blocs peuvent également poser problème. Certains équipements sont conçus de telle sorte que les écoulements passent par dessus, comme à Lanslevillard où la piscine construite dans une zone de souffle de l'avalanche est protégée puisque les écoulements peuvent transiter par dessus la toiture [voir figure 3.7(d)].

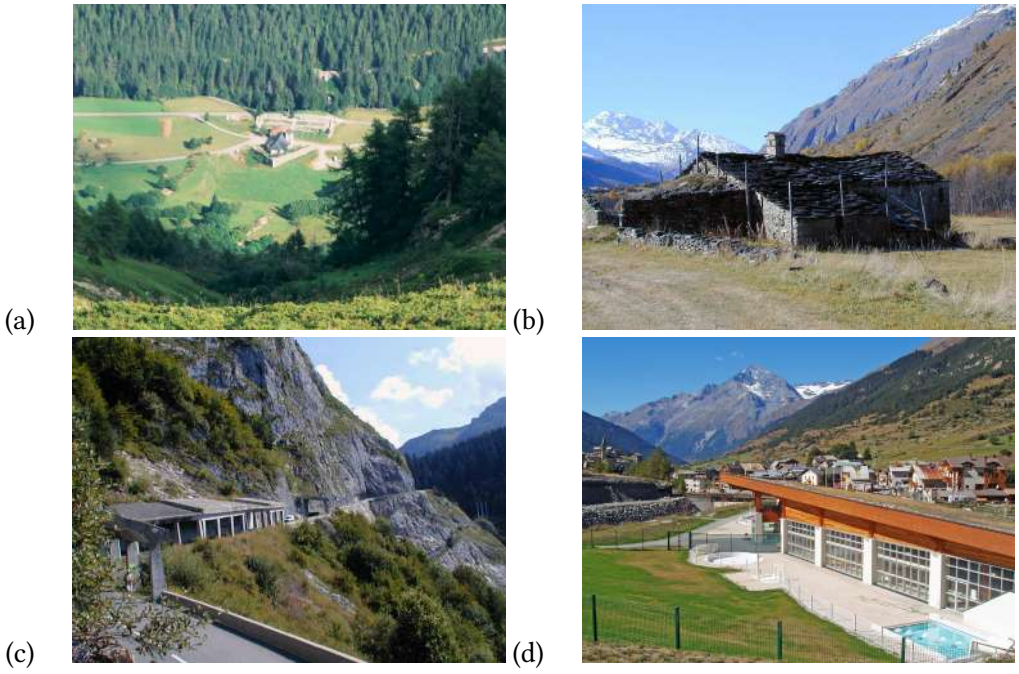


Figure 3.7 – (a) Étrave devant l'église de Vallorcine (Haute-Savoie) construite au début du XVIIIe siècle pour protéger l'église et le presbytère ; (b) étrave accolée au bâtiment à protéger (Bessans, Savoie) ; (c) galerie protégeant la route de Mieussy (Haute-Savoie) contre les avalanches et les chutes de blocs ; (d) à Lanslevillard (Savoie), la piscine est protégée des avalanches par sa toiture.

3.3.4 Modifier la trajectoire des écoulements

Plutôt que de modifier la trajectoire au niveau d'un enjeu particulier à l'aide d'une protection rapprochée, une stratégie plus globale consiste à dévier l'écoulement à l'aide d'une *digue de déviation*, appelée également *tourne*. Pour infléchir la trajectoire d'écoulements, il faut que l'ouvrage soit de longueur suffisante et que l'angle d'incidence entre l'écoulement et la digue ne soit pas trop fort. C'est une stratégie assez couramment mise en œuvre pour se prémunir contre des avalanches et des laves torrentielles [voir figure 3.8(a, b)]. La stratégie de déviation a fréquemment été employée pour les cours d'eau où l'on a déplacé parfois le lit de la rivière de façon très conséquente. Par exemple, après la crue du Dorfbach à Sachseln (Obwald) en août 1997, la communauté de communes a décidé de déplacer le lit du torrent entre la sortie de la gorge torrentielle et son débouché dans le lac de Sarnen afin que le torrent ne traverse plus le village. C'est la solution classique de creusement d'un nouveau lit, conforté par un endiguement, qui a été mise en œuvre. D'autres solutions existent, comme au Tour dans la haute vallée de l'Arve (Haute-Savoie), où le torrent a été dévié en creusant une galerie souterraine [voir figure 3.8(c, d)] (Lefebvre & Demmerle, 2004).

Quand on dispose de suffisamment de place, cette stratégie a généralement une bonne efficacité. Son inconvénient majeur est le coût parfois conséquent quand la digue est longue et que le parement amont doit être raidi et armé. Face à des écoulements à répétition ou bien rapides, la digue peut être de moindre efficacité car il y a un fort risque de surverse ; c'est par exemple ce qui s'est passé en décembre 1991 à Belle-Plagne, où une partie de l'avalanche est passée au-dessus de la digue de déviation, qui était d'une hauteur insuffisante sur toute sa portion amont.

Figure 3.8 – (a) Tourne de Belle-Plagne (Savoie) après sa rénovation en 2002 ; les avalanches partent de la zone équipée de râteliers, située plus haut. (b) tourne du Saint-Antoine à Bourg-d'Oisans (Isère) ; la tourne sert à dévier des laves torrentielles (issues des clappiers sous les falaises dominant le torrent du Saint-Antoine) des zones urbanisées du Bourg-d'Oisans, en particulier un collège. (c, d) dérivation de l'Arve au niveau du glissement des Posettes au-dessus du Tour (commune de Chamonix-Mont-Blanc, Haute-Savoie) : quasiment à sa source, l'Arve traversait le pied du mouvement de terrain des Posettes, sapait le versant, et entraînait de grandes quantités de matériaux fins. Pour empêcher ce processus, le maître d'ouvrage a opté pour une solution originale : le torrent est dévie de son lit en empruntant un syphon (cliché c), puis en suivant une galerie qui conduit les eaux plusieurs centaines de mètres plus en aval.

3.3.5 Freiner localement les écoulements

S'il est rarement possible d'arrêter un écoulement quand celui-ci est puissant et/ou volumineux, il est parfois possible de le freiner ou d'amoindrir son intensité. L'exemple typique est fourni par le *laminage de crue*, qui consiste à réduire le débit de pointe d'une crue en stockant une partie de l'eau dans des *lacs d'accumulations*, des *bassins de rétention*, des *bassins d'écrêtement*, ou en la versant dans des *champs d'inondation*, c'est-à-dire en permettant l'expansion de l'eau dans des zones jugées d'un intérêt économique moindre en cas d'inondation (typiquement des zones agricoles) [voir figure 3.9(a)]. Il est parfois nécessaire de freiner localement un écoulement pour éviter des problèmes tels que l'érosion des berges ; par exemple, dans l'extrados d'une courbe d'un lit fluvial ou torrentiel, l'eau est accélérée et peut éroder les berges, favorisant leur rupture et une inondation des terrains. Pour éviter cela, une solution consiste à placer des rangées d'épis, le plus souvent en enrochements maçonnés, qui recentrent l'écoulement et le freinent tout en évitant une érosion des berges. Le cliché (b) de la figure 3.9 montre une série d'épis parallèles placés dans le lit de l'Arve au niveau des Houches (Haute-Savoie).

Pour les avalanches et les laves torrentielles, il est également parfois possible de freiner les écoulements en dissipant une partie de leur énergie. Dans le cas des avalanches, l'objectif est de dissiper le plus possible d'énergie afin de réduire la hauteur de la digue frontale servant à arrêter l'écoulement car le coût d'une digue s'élève très rapidement avec sa hauteur (*grosso modo* le coût croît comme le carré de la hauteur). Les *tas freineurs* placés à Taconnaz [voir figure 3.9(c)] remplissent cette fonction.

À elle seule, cette stratégie ne permet que rarement d'offrir un niveau de sécurité suffisant, mais elle est très utile en complément d'autres stratégies. Par exemple, le laminage de crue par des champs d'inondation est souvent un complément de mesures d'endiguement du lit d'une rivière. De ce point de vue, cette stratégie est utile car elle permet de gagner en sécurité et d'amoindrir le coût des protections (voir l'exemple de Taconnaz plus haut). Toutefois, comme toute solution où des ouvrages de génie civil sont disposés dans l'écoulement, le vieillissement prématuré de la protection peut être un problème. Pour les épis, l'érosion peut amener rapidement à la ruine de la protection au cours d'une seule crue ; à Taconnaz, en moins de 15 ans, deux avalanches ont provoqué des dommages significatifs à la structure en terre armée des tas freineurs.

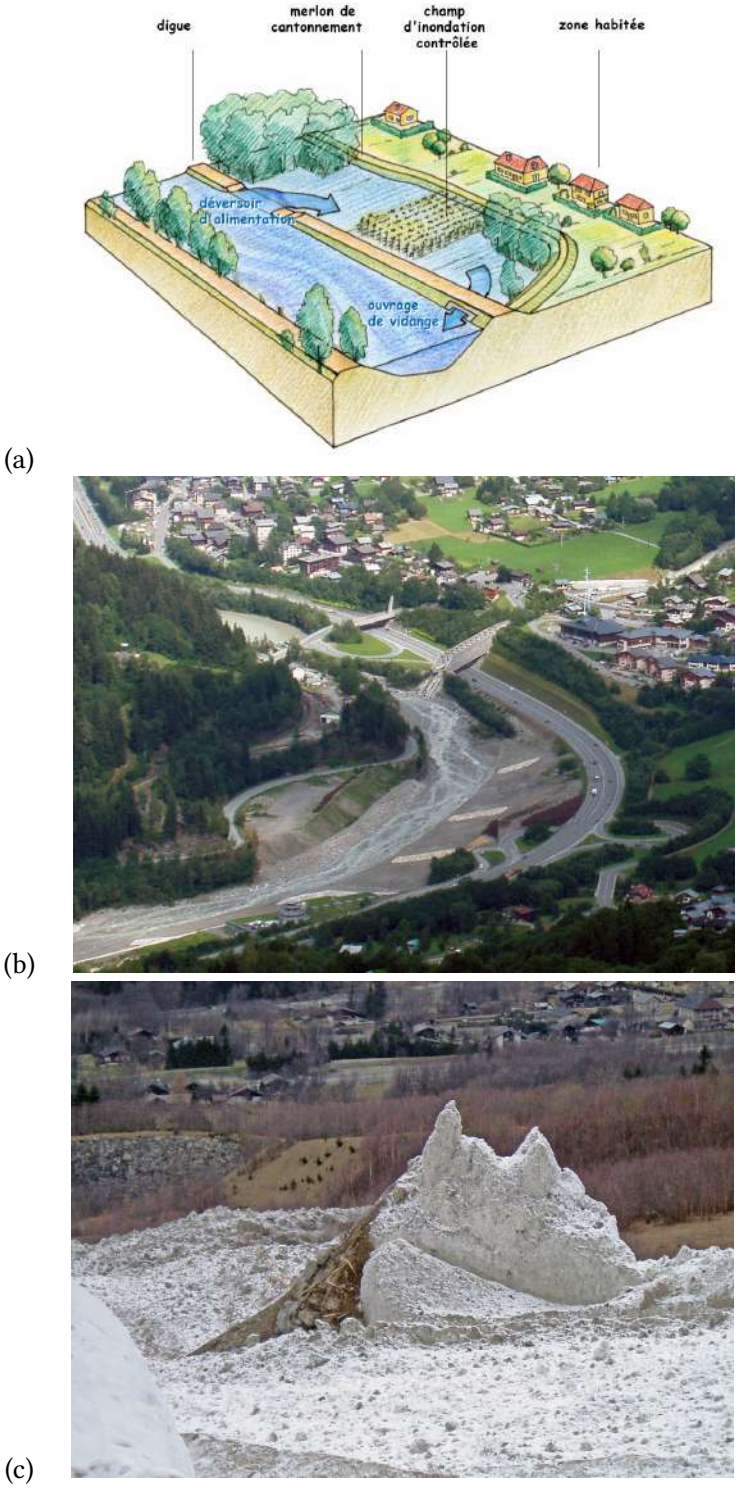


Figure 3.9 – (a) Principe des champs d'inondation (source : www.symbhi.fr). (b) Série d'épis dans l'extrados de l'Arve aux Houches (Haute-Savoie) ; on note aussi le viaduc permettant au torrent de la Griaz de franchir la voie expresse reliant Chamonix-Mont-Blanc au Fayet. (c) Tas freineur du dispositif de Taconnaz (Haute-Savoie) après l'avalanche du 5 avril 2006 ; voir cliché (b) de la figure 3.6 pour avoir une vue d'ensemble du dispositif.

3.3.6 Forcer le déclenchement des écoulements

Le *déclenchement préventif* concerne uniquement les avalanches, qui se prêtent assez bien à ce type d'action. En défense active, le déclenchement préventif est une stratégie opposée à la stratégie vue précédemment de confortement du manteau neigeux. L'idée est de déclencher de petites avalanches à l'aide d'explosifs ou de mélanges détonants (gazex) pour provoquer artificiellement le départ de l'avalanche. On espère ainsi pouvoir éviter le déclenchement inopiné d'avalanches ou bien le départ d'une avalanche de grande taille. Lorsqu'on emploie de l'explosif et qu'on tire à la main, le coût d'utilisation est modique, mais il y a toujours des problèmes de sécurité du personnel et des difficultés de mise en œuvre des tirs lorsque les conditions nivo-météorologiques ne sont pas favorables. Ces problèmes sont nettement amoindris si on met en place des dispositifs automatiques (de type catex ou gazex), qui déclenchent l'avalanche à distance ; l'inconvénient est alors le coût d'investissement et d'entretien. C'est une technique d'un emploi très courant pour la sécurisation des pistes de ski et de certains accès routiers d'altitude. Des procédures de gestion temporaire (fermeture de la route au moment du tir par exemple) sont obligatoires.

L'efficacité de cette stratégie n'est pas totale, notamment au printemps pour des neiges humides, mais dans l'ensemble, les résultats sont satisfaisants pour des routes et des domaines skiables. Cette stratégie est à éviter lorsque l'enjeu est constitué d'habitations compte tenu des risques ou bien si des bâtiments peuvent être concernés par l'avalanche. Ainsi, en février 1999 à Loèche-les-Bains (Valais), une erreur de tir lors d'un déclenchement depuis un hélicoptère provoqua une avalanche qui endommagea fortement un bâtiment et coupa la route, heureusement sans faire de victimes.

(a) (b)

Figure 3.10 – (a) Tube déclencheur appelé Gazex : un mélange détonant d'hydrogène et d'oxygène est réalisé dans une chambre souterraine, puis un arc électrique provoque une explosion. Le tube – appelé dragon – guide l'onde de choc vers la surface du manteau neigeux. L'onde de surpression est généralement suffisante à déclencher l'avalanche quand le manteau neigeux est instable. (b) Déclenchement d'un pain d'explosif lancé à la main.

3.3.7 Contraindre la trajectoire : contenir les écoulements

Parmi les stratégies de défense passive, la stratégie d'*endiguement* est l'une des plus anciennes pour se prémunir contre les crues. Il s'agit de contenir le flux à travers deux digues parallèles, appelées *digue de contention.*

La correction du Rhône dans le Valais au XIXe siècle offre un exemple historique d'endiguement d'une rivière pour protéger contre les crues et certains autres problèmes liés aux bras morts (eaux stagnantes, maladies, moustiques). La plupart des grandes villes en Europe sont traversées par des rivières endiguées par des levées de terre, des enrochements, ou des perrés maçonnés. Le cliché (a) de la figure 3.11 montre une portion de la digue qui protège l'agglomération grenobloise contre les crues de l'Isère ; on note l'existence d'un enrochement en rive gauche, dans l'extrados pour protéger la digue en terre de l'action érosive du courant. L'endiguement des cours d'eau sur de longues distances est aujourd'hui considéré comme une stratégie de défense problématique compte tenu des nombreux problèmes qu'elle induit :

- modification du transport solide, avec localement des exhaussements ou des enfoncements du lit qui peuvent poser problème ;
- impact écologique assez fort ;
- accélération des crues (par exemple, les crues du Rhin se propagent de nos jours beaucoup plus vite compte tenu des travaux d'endiguement sur le Rhin suisse et ses tributaires dont la Thur) ;
- vieillissement ou faiblesse structurelle des digues en terre, avec des accidents nombreux comme la crue de la Savoureuse (Territoire de Belfort) – qui inonda les communes d'Eloie et de Valdoie après la rupture d'une digue en décembre 2001 – ou la crue du Rhône – qui inonda de 1000 ha de plaine dans la région de Saillon (Valais) après la rupture ou la submersion de digues en octobre 2000 ;
- coût des ouvrages, notamment lorsque la digue doit être surélevée ou bien protégée par des enrochements.

Les travaux actuels visent à redonner aux rivières une certaine largeur et un degré de liberté qu'elles avaient perdue avec les travaux d'endiguement du XIXe siècle et XXe siècle : on parle de *restauration* des rivières (Wohl *et al.*, 2005).

Les *digues de contention* peuvent être utilisées pour endiguer des avalanches ou des laves torrentielles. Le cliché (b) de la figure 3.11 montre deux digues de contention permettant de concentrer le flux des avalanches menaçant la route départementale reliant Clavans à Mizoën (Isère) ; le dispositif est complété par un détecteur routier d'avalanche (DRA), dont le bon fonctionnement nécessite que la largeur de l'avalanche soit à peu près fixe. Le cliché (c) de la figure 3.11 montre le système de contention placé sur le torrent traversant le village de Schlans (Grisons) après la lave torrentielle de 2002. On cherche là à éviter les divagations des laves torrentielles sur le cône de déjection. Le cliché (d) de la figure 3.11 montre un viaduc endiguant le torrent de Saint-Bernard et enjambant l'autoroute A43 en Maurienne (Savoie) ; un système similaire avait été ex-

périmenté sur le torrent de la Griaz aux Houches [Haute-Savoie, voir cliché (b) de la figure 3.9].

Figure 3.11 – (a) Digue de l'Isère (ici, vers Grenoble) ; (b) digue de contention de la route de Clavans (Isère) ; (c) digue de contention à Schlans (Grisons) ; (d) digue de contention et viaduc du torrent du Saint-Bernard (Savoie) enjambant l'autoroute de la Maurienne.

3.3.8 Renforcer les équipements

Il n'est pas toujours possible d'assurer la protection désirée d'équipements ou bien la mise en sécurité à l'aide de stratégies globales n'est économiquement pas réaliste. Il est parfois possible d'assurer la protection grâce à une conception appropriée de l'équipement. Par exemple, pour se protéger contre les avalanches, il est possible de prévoir des murs sans ouverture, en béton armé, capables de résister à des pressions de quelques dizaines de kPa ; on parle de *murs aveugles*. Le cliché (a) de la figure 3.12 montre des façades d'immeubles résidentiels à Lanslevillard (Savoie), rendues aveugles et renforcées pour résister au souffle de l'avalanche.

Le plus souvent, le renforcement des équipements passe par un dimensionnement et une conception appropriés de telle sorte que l'équipement puisse résister à l'écoulement sans dommage significatif. Une maison sur pilotis est un exemple d'équipement auto-protégé que l'on peut construire dans les zones inondables. D'autres solutions ont été mises au point pour assurer une protection contre les crues : ainsi, le pont au-dessus de la Saltina à Brigue (Valais) est maintenant un pont levant : le tablier s'élève automatiquement lors d'une crue, évitant l'obstruction du canal [voir cliché (b) de la figure 3.12].

Le coût est nettement réduit en comparaison des ouvrages de génie civil (de type digue), mais la charge financière reste conséquente pour le maître d'ouvrage, le plus souvent des particuliers, lorsque celui-ci se trouve dans l'obligation (légale) de mettre en place une telle protection. Ce type de protection peut également poser des problèmes architecturaux, notamment à cause de l'absence d'ouverture sur une ou plusieurs façades.

(a) (b)

Figure 3.12 – (a) Murs aveugles d'une résidence menacée par le souffle de l'avalanche (commune de Lanslevillard, Savoie) ; (b) le pont auto-levant de Brigue (Valais) au-dessus de la Saltina ; après la crue de septembre 1993 [voir cliché (a) de la figure 2.22], où la Saltina avait débordé au niveau d'un pont, les ingénieurs ont conçu un ingénieux dispositif de pont auto-levant : c'est la force hydraulique induite par la rivière en crue qui assure la levée du pont (source : OFEG).

3.4 Mesures réglementaires

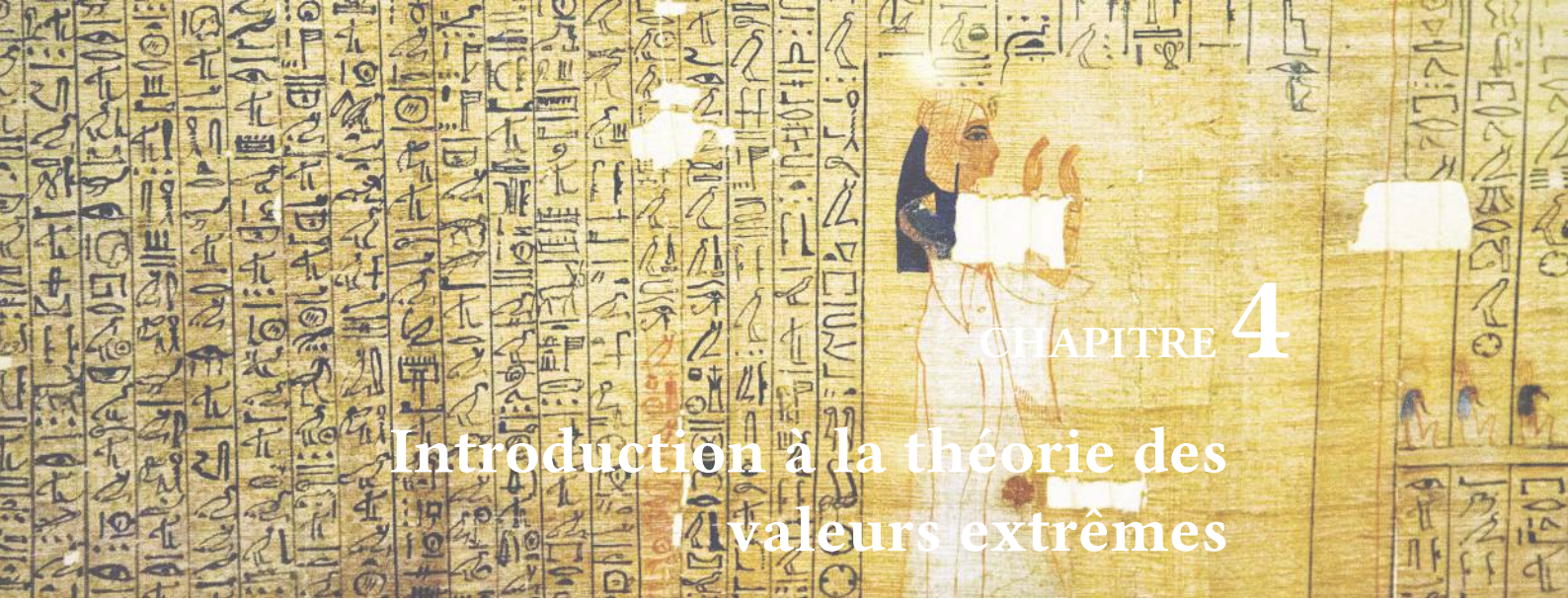
Les mesures réglementaires sont de deux natures :

- les mesures permanentes qui fixent l'occupation du sol (voir § 3.2) ;
- les mesures temporaires qui visent à interdire l'accès à une zone pour une durée finie (généralement courte) ou à interdire les déplacements en dehors des zones jugées sûres (consignation).

On ne parle ici que du second type de mesure réglementaire. Si le principe est simple et l'usage courant (par exemple, gestion des pistes de ski ou des routes de montagne par ouverture/fermeture), la mise en œuvre est délicate et, en pratique, seuls quelques enjeux bien précis peuvent être protégés ainsi : il s'agit principalement d'enjeux sans risque majeur sur les biens, mais où la sécurité des personnes n'est pas assurée complètement. Pour assurer cette sécurité, on interdit l'accès ou le déplacement au sein du secteur concerné. Cette stratégie dépend donc d'une décision humaine, qui elle-même doit s'appuyer sur un certain nombre d'éléments qui permettent de prévoir l'occurrence d'une période à risque. L'exemple typique est donc la piste de ski, où selon les prévisions météorologiques du risque d'avalanche, le responsable de la sécurité des pistes peut fermer une partie d'un domaine skiable. Dans certains cas, la décision peut être automatisée. Par exemple, les *détecteurs routiers* d'avalanche (DRA) ou de lave torrentielle (DLT) sont des systèmes mécaniques (câble tendu à travers un couloir d'avalanche) ou sonores (géophone mesurant les ondes sonores à travers le sol ou Arfang détectant les infrasons dans l'air) qui permettent de détecter l'occurrence d'un événement, puis de transmettre un signal à un feu de signalisation placé en contrebas sur la route à protéger. La circulation est alors bloquée pendant un certain laps de temps.

En pratique, cette solution est bien adaptée aux domaines skiables et parfois aux routes secondaires. Elle a l'avantage du coût puisque hormis le système de détection ou de prévision, elle ne requiert aucun moyen lourd de génie civil. Reposant sur une décision humaine, elle n'offre pas de garantie totale de sécurité comme l'ont montré de nombreux accidents d'avalanche survenus sur des pistes de ski.

Figure 3.13 – Feu de signalisation d'un détecteur routier d'avalanche (ici sur la route départementale menant à Clavans, Isère).



CHAPITRE 4

Introduction à la théorie des valeurs extrêmes

Très généralement, dans l'étude des risques, on souhaite déterminer les précipitations ou les crues extrêmes, or cette détermination est difficile car :

- par définition, les extrêmes sont rares, donc on possède peu de données observées ;
- on dispose souvent d'une série limitée de données (20–50 ans dans la plupart des cas) et on souhaite déterminer des phénomènes très rares, dont l'intensité peut dépasser très largement le maximum observé ;
- si on dispose de distributions de probabilité qui interpolent les données observées, il est difficile d'accorder crédit aux valeurs extrapolées. En effet, en pratique, il est souvent possible de caler plusieurs lois de probabilités sur un même échantillon mais comment déterminer la loi la plus crédible ?

La théorie des valeurs extrêmes (cf. § 4.1.1) nous fournit une indication précieuse : quelle que soit la distribution de la population originale, dès lors que les événements sont tirés d'une même population, la distribution des maxima des échantillons de valeurs observées appartient à la classe des familles des lois de valeur extrême : lois de Gumbel, de Fréchet, ou de Weibull. Ce résultat est essentiel car il va nous permettre de caler une loi et de l'extrapoler pour déduire les quantiles extrêmes. Reste à savoir comment déduire une distribution de valeurs extrêmes de la loi initiale ou d'un échantillon de données. Nous verrons ci-après plusieurs méthodes. La plus employée en ingénierie est la méthode des maxima annuels, mais c'est assurément la moins précise.

Il faut d'ores et déjà insister sur l'importance de l'hypothèse initiale : il faut que les événements soient tirés d'une même population pour que la théorie des valeurs extrêmes s'applique. En pratique, on observe que pour certaines régions, le comportement des pluies (ou des débits) est plus complexe, et il faut alors considérer que les événements ne sont pas décrits par une unique loi de probabilité. C'est en particulier le cas en Suisse de la région sous influence méditerranéenne (le Tessin), et de façon plus

générale du pourtour méditerranéen ; dans de tels cas, des lois comme la loi de Pearson ou à deux exponentielles peuvent sont mieux adaptées à décrire le comportement des événements extrêmes (Bois *et al.*, 2007; Gado *et al.*, 2021; Montes-Pajuelo *et al.*, 2024).

On ne peut donc pas se contenter de voir la détermination des événements extrêmes comme un simple exercice de calage. Il existe un gros travail préparatoire d'analyse des données, notamment du caractère stationnaire de la série et du comportement statistique des événements. L'accent sera mis sur la théorie des valeurs extrêmes dans ce chapitre, mais les méthodes de calage que l'on va voir sont générales et s'appliquent à toute loi de probabilité.

4.1 Statistique des séries temporelles

► Voir chapitre A pour un rappel des principales notions en probabilité.

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux valeurs extrêmes d'un processus hydrologique. Par exemple, si on étudie les crues sur une rivière comme la Lonza (VS), on dispose en général d'une chronique quotidienne de débits telle que celle reportée sur la figure 4.1. À partir de l'information observée, on veut établir les débits extrêmes que peut connaître le cours d'eau, par exemple le débit de pointe de la crue centennale.

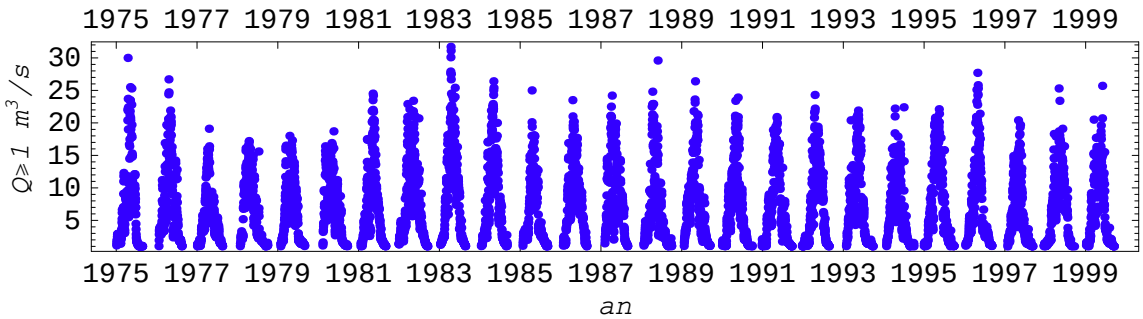


Figure 4.1 – Exemple de série temporelle (débits journaliers sur la Lonza supérieurs à 1 m^3/s, Valais, période couverte : 1975–2000).

La théorie des valeurs extrêmes a pour objet l'étude des valeurs extrêmes à partir de l'information observée. Malgré les résultats obtenus au cours des dernières décennies, il s'agit toujours d'un domaine de recherche très actif. Voici quelques dates qui permettent de mettre en perspective les développements antérieurs :

- années 1920 : fondation des arguments asymptotiques par Ronald Fisher et Leonard Tippett, deux mathématiciens anglais ;

- années 1940 : théorie asymptotique développée par Boris Gnedenko, un étudiant de Andrei Kolmogorov, puis Richard von Mises ;
- années 1950 : Emil Gumbel, un mathématicien allemand émigré aux États-unis, unifia les approches en montrant notamment que toutes les lois utilisées jusque lors pour décrire des valeurs extrêmes constituaient des cas particuliers d'une loi générale ;
- années 1970 : travaux de James Pickands sur les lois limites ;
- années 1980 : travaux de Leadbetter (entre autres) avec l'extension de la théorie aux processus aléatoires stationnaires ;
- années 1990 : extension de la théorie des valeurs extrêmes aux processus à plusieurs variables aléatoires notamment en statistique financière, développement et application des techniques d'inférence (maximum de vraisemblance, inférence bayésienne) ;
- années 2000 : développement de nouveaux champs tels que l'interpolation spatiale des valeurs extrêmes, la prise en compte de la non-stationnarité, etc.

4.1.1 Loi de valeurs extrêmes (Gumbel, Fréchet, Weibull)

Problématique

Dans un grand nombre de situations, on ne s'intéresse pas à toute la distribution de probabilité d'une variabilité mais seulement à une partie. Ainsi, pour étudier des situations de crise (fortes précipitations, crues de grande ampleur), on s'intéresse aux fortes valeurs. La *théorie des valeurs extrêmes* est une théorie qui s'intéresse à ce point particulier. Elle fournit un résultat d'une très grande utilité en pratique.

Considérons une variable aléatoire X distribuée selon une loi $P(X)$. Supposons que l'on ait un échantillon de n valeurs indépendantes de X et on introduit M_n la valeur maximale de cet échantillon : $M_n = \max\{X_i\}_{1\leq i\leq N}$. On s'intéresse à la manière dont est distribuée cette nouvelle variable. La distribution de M_n est donnée par

$$\text{Prob}(M_n \leq x) = [\text{Prob}\{X_i < x\}]^n = P(x)^n.$$

Si P est connu, alors on peut calculer la distribution de M_n. Le problème est qu'en pratique P n'est pas connu. On peut certes supposer qu'il soit possible de trouver une distribution empirique $\hat{P}$ qui approche P raisonnablement bien, mais comme on calcule P^n pour déterminer la distribution de M_n, les erreurs s'additionnent de telle sorte que l'erreur d'estimation commise en substituant P^n par $\hat{P}^n$ est généralement grande[1].

1. Une démonstration peu rigoureuse est la suivante : on a $\hat{P} = P(1+\epsilon)$ avec $\epsilon \ll 1$ l'erreur d'estimation que l'on suppose ici fixe. On a donc $\hat{P}^n = P^n(1+\epsilon)^n = P^n(1+n\epsilon+O(\epsilon))$, ce qui montre que l'erreur dans l'estimation de P^n est $n\epsilon$. Comme n est généralement grand, $n\epsilon$ n'est pas petit. Par exemple pour une chronique de débits journaliers, si l'estimation de P est précise à $\epsilon = 0{,}1\,\%$ près, alors l'erreur sur le débit maximal annuel est précis à $n\epsilon = 36\,\%$!

Lois des valeurs extrêmes

♦ **Théorème.** – La théorie des valeurs extrêmes démontre que, sous réserve que X vérifie quelques conditions, cette loi tend vers une loi de forme générique quand $N \to \infty$, dont la fonction de répartition s'écrit[2] (Coles, 2001) :

$$\boxed{P(x\,;\,\mu,\sigma,\xi) = \exp\left[-\left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right].} \tag{4.1}$$

On l'appelle *la distribution généralisée des valeurs extrêmes*, notée souvent GEV dans la littérature technique pour *Generalized Extreme Value*. Attention, le terme élevé à la puissance $-1/\xi$ peut être négatif.

La distribution généralisée des valeurs extrêmes dépend de trois paramètres : un paramètre de localisation μ, un paramètre de forme ξ, et un paramètre d'échelle σ ($\sigma > 0$). En fait, cette forme générique synthétise trois distributions élémentaires :

- la *loi de Gumbel* est une loi à deux paramètres définie sur $\mathbb{R}_+$, obtenue en faisant tendre ξ vers 0 :

$$\mathcal{G}u(x\,;\,\mu,\sigma) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right].$$

  La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = \mu + \sigma\gamma$ (avec $\gamma \approx 0{,}5772$ la constante d'Euler) ; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2\pi^2/6$.
- la *loi de Fréchet* est une loi à trois paramètres définie sur $]\mu-\sigma/\xi,+\infty[$, obtenue en prenant $\xi > 0$:

$$\mathcal{F}r(x\,;\,\mu,\sigma,\xi) = \exp\left(-\frac{1}{(1+\xi(x-\mu)/\sigma)^{1/\xi}}\right).$$

- la *loi de Weibull*[3] est une loi à trois paramètres définie sur $]-\infty,\,\mu+\sigma/|\xi|[$, obtenue en prenant $\xi < 0$. On peut utiliser la même fonction de répartition que précédemment ou bien l'arranger un peu :

$$\mathcal{W}e(x\,;\,\mu,\sigma,\xi) = \exp\left(-\left(|\xi|\frac{\mu+\sigma/|\xi|-x}{\sigma}\right)^{1/|\xi|}\right).$$

2. On prendra garde qu'il n'y a pas de consensus complet sur la définition de ces lois. Par exemple, le logiciel Mathematica adopte des formes qui s'éloignent un peu de la forme adoptée en hydrologique statistique.

3. Attention, il existe aussi dans la littérature technique des lois de distribution dite de *Weibull* mais qui se présentent sous une forme simplifiée (loi à deux paramètres) qu'il ne faut pas confondre avec la forme générale donnée par la théorie des valeurs extrêmes.

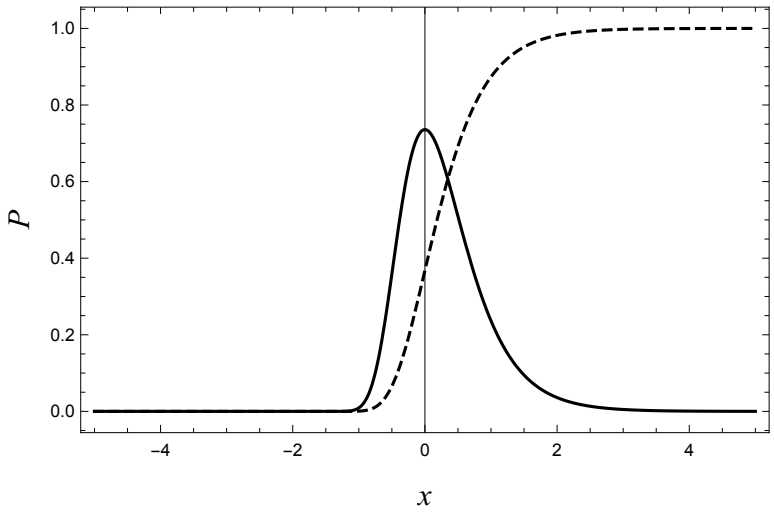


Figure 4.2 – Représentation graphique de la loi $\mathcal{G}u(0,\,1/2)$. La courbe continue représente la densité de probabilité tandis que la courbe à tiret représente la fonction de répartition.

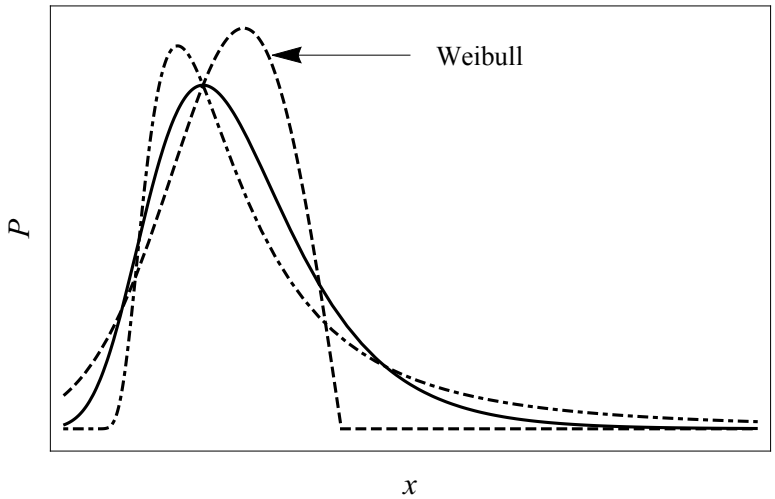


Figure 4.3 – Représentation graphique des densités de probabilité de la loi $\mathcal{G}u(2,\,1)$ (courbe continue), de Fréchet $\mathcal{F}r(\mu = 2,\, \sigma = 1,\, \xi = 1/2)$ (courbe à tiret court), et de Weibull $\mathcal{W}e(\mu = 2,\, \sigma = 1,\, \xi = -1/2)$. (courbe à tiret long).

Sur la figure 4.2, une distribution particulière de la loi de Gumbel a été reportée. Par rapport à la loi de Gauss-Laplace, on notera la forme dissymétrique de la courbe puisque la queue vers les grandes valeurs est épaisse : il y a une convergence lente vers 0 de $\mathcal{G}u(x)$ pour $x \to \infty$. Cela a des répercussions très importantes car cela veut dire que des fluctuations de grande amplitude par rapport aux valeurs les plus fréquentes ne sont pas rares.

Sur la figure 4.3, les densités de probabilité des trois distributions sont reportées. À

noter les points suivants :

- La lente convergence de la densité de la loi de Fréchet vers 0 quand x croît, ce qui implique que la fonction de répartition tend lentement vers 1. En pratique, cela signifie que pour des événements distribués selon une telle loi, des phénomènes rares peuvent être observés avec une amplitude sans commune mesure avec ce qui est observé ordinairement.
- La loi de Weibull tend vers une valeur limite, puisqu'en $x = \mu + \sigma/|\xi|$, on a $\mathcal{W}e(x) = 1$ ($x = 4$ sur la figure 4.3) et la densité de probabilité nulle. En pratique, la loi de Weibull peut servir à décrire des phénomènes qui tendent vers un palier (en pouvant l'atteindre).

Un point que nous n'abordons pas ici mais qui a son importance : la théorie des valeurs extrêmes garantit que les valeurs maximales d'un échantillon de valeurs indépendantes et identiquement distribuées sont distribuées par une loi de forme générique donnée par l'équation (4.1), mais nous n'avons pas précisé ici la vitesse de convergence. Celle-ci peut être assez lente, ce qui a une conséquence pratique importante : pour un échantillon de valeurs empiriques de taille réduite, une partie des valeurs sera effectivement bien distribuée selon une loi de valeurs extrêmes, mais les valeurs les plus fréquentes peuvent s'éloigner très sensiblement de cette loi asymptotique.

4.1.2 Période de retour

Définition pragmatique

Il faut introduire une notion importante : la *période de retour* T. En effet, jusqu'à présent on a considéré des suites d'événements sans se soucier de la période sur laquelle ils s'étendaient. Il faut donc introduire un temps caractéristique qui rende l'analyse statistique plus parlante. On définit la période de retour T_s comme étant l'intervalle de temps moyen entre deux événements, dont l'intensité atteint ou dépasse un certain seuil s (voir figure 4.4). Cela veut dire que sur un intervalle de temps T_s, il y a en moyenne un événement d'intensité supérieure ou égale à s. T_s est comptée dans une unité de temps arbitraire ; en hydrologie c'est le plus souvent l'année.

Un événement de période de retour T a en moyenne une probabilité $1/T$ de se produire chaque année. Ainsi la crue centennale[4] sur une rivière donnée est :

- une crue qui se produit en moyenne tous les cent ans ;
- il y a en moyenne chaque année une probabilité de 1 % qu'une crue centennale ou plus rare se produise.

4. L'adjectif numéraire traduisant une idée de fréquence se termine toujours en al/-ale. Un phénomène centenaire est un phénomène dont l'âge est de 100 ans, alors qu'un phénomène centennal est un phénomène qui se produit tous les cent ans en moyenne.

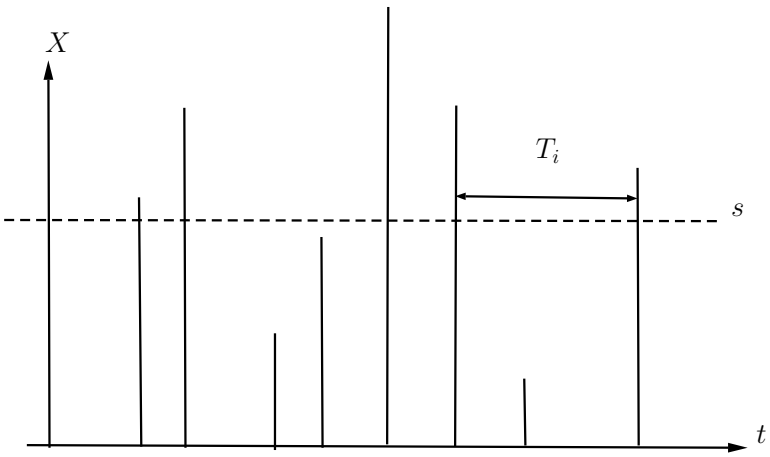


Figure 4.4 – Définition de la notion de période de retour.

On relie la période de retour à la probabilité de dépassement $P(x) = \text{Prob}[X > x]$ ou de non-dépassement $P' = 1 - P = \text{Prob}[X < x]$ de la façon suivante :

$$\boxed{T = \frac{1}{P} = \frac{1}{1 - P'}.}$$

L'avantage de la période de retour est de rendre plus « parlante » la notion de probabilité d'occurrence. Les phénomènes extrêmes sont en effet associés à des probabilités d'occurrence très petites et pour le commun des mortels, il y a peu de différence entre 0,01 et 0,001, alors qu'en termes de probabilité des phénomènes extrêmes, c'est une différence colossale. Le tableau 4.1 donne les correspondances entre périodes de retour et probabilité de dépassement et non-dépassement.

Tableau 4.1 – Relation entre période de retour T (en années), probabilité de dépassement $P = 1/T$, et de non-dépassement $P' = 1 - P$.

T (ans)	P	P'
1	1	0
10	0,1	0,9
100	0,01	0,99
1000	0,001	0,999

Par la suite, on cherchera à exprimer le quantile C en fonction de la période de retour T_s sous la forme d'une loi $C = F(1 - T^{-1})$, avec F l'inverse de G : $F = G^{-1}$.

♣ **Exemple. –** Par exemple pour la loi de Gumbel : $F(T) = a - b\ln(-\ln(1 - T^{-1}))$. Asymptotiquement (c'est-à-dire pour les grandes périodes de retour) la loi de Gumbel est proche d'une loi exponentielle. En effet, on a $1 - T^{-1}$ qui est très petit devant 1, donc $\ln(-\ln(1 - T^{-1})) \approx -\ln T$, d'où $C \approx a + b\ln T$ quand $T \gg 1$.

Définition statistique de la période de retour †

Considérons une série temporelle de données, par exemple N précipitations $(P_i)_{1\leq i\leq N}$ observées pendant n années. Pour simplifier le problème, on va considérer, pour chaque année civile, la chute de pluie maximale observée que l'on notera $(C_i)_{1\leq i\leq n}$. Considérons également une période de retour de T_s années associée à un seuil s ; en moyenne sur une durée T_s on a une valeur $C_i \geqslant s$ et toutes les autres $C_{j\neq i} < s$. La probabilité d'observer une telle période de retour est :

$$\text{Prob}(T_s) = \prod_{j\neq i} \text{Prob}(C_j < s) \times \text{Prob}(C_i > s) = (\text{Prob}(C < s))^{n-1}\,\text{Prob}(C \geq s).$$

On reconnaît une suite géométrique [5]. Il s'ensuit que la moyenne $\mathbb{E}[T_s]$ vaut :

$$\mathbb{E}[T_s] = \frac{1}{\text{Prob}(C \geq s)}.$$

La période de retour est donc définie comme l'inverse de la probabilité de dépassement du seuil s. D'après la théorie des valeurs extrêmes, $\text{Prob}(C)$ est distribué selon une loi de valeurs extrêmes (Gumbel, Fréchet, ou Weibull) que l'on note ici $G(C)$. On tire donc :

$$\mathbb{E}[T_s] = \frac{1}{1 - G(C)},$$

qui est généralement écrit sous une forme plus explicite « quantile en fonction de la période de retour » :

$$C = F\left(1 - \frac{1}{T_s}\right),$$

où l'on a substitué par commodité d'écriture T_s à $\mathbb{E}[T_s]$ et avec $F = G^{-1}$. On notera le problème de dimension : P est sans dimension (c'est une probabilité [6], donc un nombre compris entre 0 et 1) alors que T est en années.

4.2 Ajustement de lois

Un problème pratique courant est le suivant : on dispose d'un échantillon de données et on aimerait bien connaître la loi de probabilité de la population dont sont issues les données. Mathématiquement, cela peut se formuler de la façon suivante. Soit une loi

5. Dans un modèle d'urne, où l'on possède une proportion p de boules blanches et $1-p$ boules noires, la probabilité de tirer une boule blanche est p ; la probabilité de tirer une boule noire est $1-p$. La probabilité de tirer une boule blanche après $n-1$ tirages (avec remise) de boules noires est $P(n) = (1-p)^{n-1}p$.

6. Attention cela n'est pas vraie pour la densité de probabilité qui peut avoir une dimension physique puisque $f(x) = \mathrm{d}P/\mathrm{d}x$.

de distribution $f(x\,;\,\theta)$ où θ représente le ou les paramètre(s) à déterminer. On note p le nombre de paramètres : $p = \dim\theta$ et $[a, b] = \operatorname{supp} f$ le support de f (a ou b pouvant prendre des valeurs infinies). On désigne par F la fonction de répartition de cette loi. On dispose d'un jeu de n données $\boldsymbol{x} = (x_i)_{1\leq i\leq n}$. De ce jeu, on cherche à obtenir une estimation des paramètres θ ; on note ici $\hat{\theta}$ cette estimation de θ.

Il existe plusieurs méthodes qui permettent d'ajuster les paramètres d'une loi. On va en voir :

- la méthode des moments ;
- la méthode du maximum de vraisemblance ; et
- l'inférence bayésienne.

Notons que des méthodes de calage telles que la méthode des moindres carrés ne sont jamais utilisées en statistique, surtout pour les valeurs extrêmes tant le biais introduit par ces méthodes important.

Notons aussi qu'il y a encore quelques années, un tel ajustement se faisait à l'aide de papiers spéciaux (feuille de Gauss, de Gumbel, etc.). Aujourd'hui, les moyens informatiques permettent de faire des ajustements en quelques secondes. Cette facilité et l'abondance de routines disponibles sur les ordinateurs ne doivent pas enlever toute réflexion à ce travail.

La résolution de ce problème nécessite d'examiner plusieurs points préalables :

- les données sont-elles indépendantes et distribuées selon la même loi ?
- quelle forme de loi puis-je *a priori* utiliser ?
- comment ajuster les paramètres de cette loi (problème d'*inférence*) ?
- comment vérifier la pertinence du choix d'une forme particulière de loi de probabilité ?
- quelle incertitude ou quelle confiance ai-je dans l'ajustement des paramètres ?

Une fois que l'on a répondu à ces cinq points, on a en principe en main une loi de probabilité qui permet de représenter sous forme synthétique les données existantes (interpolation) et de faire des prévisions du comportement du phénomène étudié (extrapolation).

4.2.1 Principe de l'estimation †

Généralement, lorsqu'on cherche à déterminer la loi de distribution dont est issu un échantillon de valeurs, on recherche une loi issue d'une famille paramétrique $f(\cdot\,;\,\theta)$, où θ est l'ensemble des paramètres de la loi. Ainsi pour une loi de Laplace-Gauss, on a $\theta = (\mu, \sigma)$ avec μ la moyenne et σ l'écart-type.

Quand on dispose de données, on cherche à estimer les paramètres θ à partir de l'échantillon (x_i). La fonction à variable(s) aléatoire(s) qui lie l'échantillon au jeu de

paramètres θ est appelée un *estimateur*. Par exemple, l'estimateur « moyenne » est la fonction

$$(x_i)_{1\leq i\leq n} \to \hat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,$$

et la quantité $\hat{\mu}$ est appelée l'*estimation* de la moyenne μ. Puisque les variables sont aléatoires, différentes répétitions de l'expérience produisent des échantillons de valeurs (x_i) différentes et donc des estimations de $\hat{\mu}$ également différentes. La probabilité de distribution de $\hat{\mu}$ est appelée la *distribution d'échantillonnage*.

Il est utile de définir des fonctions d'estimation qui donnent des valeurs les plus proches possible des paramètres θ. Pour qualifier l'écart entre les paramètres θ et $\hat{\theta}$, on introduit le *biais* d'un estimateur

$$\text{Biais}(\hat{\theta}) = \mathbb{E}(\hat{\theta}) - \theta,$$

ainsi que l'*erreur quadratique moyenne*[7]

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = \mathbb{E}\left((\hat{\theta} - \theta)^2\right).$$

Quand l'estimateur a un biais nul, il est dit *non biaisé*, c'est-à-dire il va donner, en moyenne, la bonne valeur du paramètre recherché. On montre, par exemple, que l'estimateur « moyenne » est non-biaisé. Pour d'autres estimateurs (par exemple pour estimer la variance), il est difficile d'assurer qu'il soit non biaisé, mais il est souvent possible de le construire de telle sorte que l'erreur quadratique moyenne soit faible. Quand cette erreur est faible, cela signifie que n'importe quelle estimation $\hat{\theta}$ est raisonnablement proche de θ.

La distribution d'échantillonnage détermine la variabilité d'un estimateur. On peut donc estimer la précision de l'estimateur en calculant l'écart type de la distribution d'échantillonnage de $\hat{\theta}$. On l'appelle l'erreur type[8] $\text{SE}(\hat{\theta})$; c'est l'écart type de sa distribution d'échantillonnage. Plus $\text{SE}(\hat{\theta})$ est petit, meilleure est la précision de l'estimateur.

La question, souvent délicate, est de savoir si l'on peut arriver à construire des estimateurs corrects de ces moments empiriques. Pour cela, il faut qu'ils soient convergents quand $n \to \infty$ et non biaisés. On se reportera à des ouvrages spécialisés (Saporta, 1990; Robert, 2001; Davison, 2003) pour plus de renseignements sur ce point. On peut juste rappeler que :

- pour le moment d'ordre 1 (moyenne), on montre que la moyenne empirique $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$ est un bon estimateur de la moyenne théorique $\mathbb{E}[f]$ (convergent et non biaisé) ;
- pour le moment centré d'ordre 2 (variance), si la moyenne de la population $\mathbb{E}[f]$ n'est pas connue mais seulement estimée à l'aide de $\bar{x}$, alors un estimateur non

7. *Mean-square error* en anglais.
8. *Standard error* en anglais.

biaisé de la variance est

$$\mathrm{Var}(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}.$$

Toutefois, cela cesse d'être vrai si la moyenne de la population est connue exactement. Dans ce cas, il faut revenir à l'expression : $\mathrm{Var}(\boldsymbol{x}) = \sum_i^n (x_i - m)^2/n$ avec $m = \mathbb{E}[f]$;

- pour le moment centré d'ordre 3, on a $m_3 = \sum_i^n (x_i - \bar{x})^3/n$, qui est un estimateur biaisé. En pratique on définit un *coefficient d'asymétrie* $\gamma_1 = m_3/\sigma^3$, dont un estimateur non biaisé est

$$\gamma_1 = \frac{n}{n-2}\sqrt{n-1}\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^3}{(\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2)^{3/2}}$$

La précision d'un estimateur peut être quantifiée à l'aide du calcul de l'intervalle de confiance (cf. § 4.2.7). Cette quantification est rendue particulièrement aisée quand il existe un *pivot* ; un pivot est une fonction particulière de $\hat{\theta}$ et θ, dont la distribution ne dépend pas de θ. Par exemple, dans le cas de l'estimateur « moyenne », la fonction $g(\hat{\mu}, \mu) = \hat{\mu} - \mu$ est un pivot car le théorème de la limite centrale montre que $\hat{\mu} - \mu \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2/n)$. Quand on peut trouver un pivot pour un estimateur, alors il est possible de préciser un intervalle de confiance pour $\hat{\theta}$. En effet si $\psi = g(\hat{\theta}, \theta)$ est un pivot, alors sa distribution d'échantillonnage ne dépend pas de paramètre inconnu et pour tout réel α (tel que $0 < \alpha < 1$), on peut trouver des limites supérieure et inférieure, ϕ_s et ϕ_i, telles que :

$$\mathrm{Prob}(\phi_s \leq \phi \leq \phi_i) = 1 - \alpha,$$

qui peut être transformée par changement de variable en

$$\mathrm{Prob}(\theta_s \leq \theta \leq \theta_i) = 1 - \alpha,$$

où $[\theta_i, \theta_s]$ est appelé l'*intervalle de confiance* à $100(1-\alpha)$ % de θ. Cet intervalle donne la gamme de valeurs où l'on peut être sûr de trouver θ.

4.2.2 Échantillon indépendant et identiquement distribué

Une hypothèse fondamentale de l'estimation est de vérifier qu'un échantillon de données est une collection d'événements qui appartiennent bien à la même population d'événements et que les événements sont indépendants. Les statisticiens introduisent souvent l'abréviation *iid* pour qualifier un tel échantillon (indépendant et identiquement distribué).

Qu'est-ce qu'un échantillon identiquement distribué ? Il s'agit d'un échantillon d'événements appartenant à la même *population* et qui peuvent être décrits à l'aide de la même loi de probabilité. Mathématiquement, cela implique que pour un échantillon (x_i), il existe une loi f paramétrée par θ telle que $x_i \sim f(\theta)$. Ici le symbole $\sim$ signifie « est tiré selon la loi » (on emploie aussi le symbole $\leftarrow$).

Qu'est-ce qu'un échantillon d'événements indépendants ? Par définition, c'est une collection d'événements qui, pris deux à deux, vérifient : $\text{Prob}(x_i, x_j) = \text{Prob}(x_i)\text{Prob}(x_j)$. Cela signifie qu'il n'existe aucune corrélation entre deux événements distincts.

♣ **Exemple.** – Admettons que l'on cherche à faire une statistique des débit de crue d'un cours d'eau. On recueille pour cela dans les archives une série de débits mesurés, mais les événements ne sont pas bien documentés. Les débits reportés peuvent correspondre à des crues très différentes du point de vue de leur genèse (forte pluie suite à un orage, fonte du manteau neigeux, etc.). A-t-on le droit de faire une étude statistique ? *A priori*, non car les crues n'appartiennent pas à la même population et il est vraisemblable qu'il faille considérer différents sous-échantillons ; en pratique, cela n'est pas fait, faute de données suffisantes. □

♣ **Exemple.** – Certains cours d'eau sont aménagés, ce qui peut amener à modifier le débit du cours d'eau (barrage, dérivation, etc.), ce qui rend caduque l'exploitation statistique des données de tout l'échantillon. □

En pratique, il n'existe pas de méthode standard pour tester si un échantillon est composé d'événements indépendants et identiquement distribués. On se contente d'hypothèses que l'on peut vérifier par la suite. Par exemple, en ne considérant dans les échantillons que les valeurs supérieures à un seuil, on peut éviter certains problèmes de corrélation (à courte portée) entre deux événements ; c'est, par exemple, typiquement ce que l'on fait en hydrologie des crues en considérant les crues dépassant un certain seuil de débit et espacées d'un certain nombre de jours.

Un autre point crucial est le suivant : lorsque l'on parle de variables distribuées selon la même loi, cela veut dire que la forme générique de la loi est identique, mais également que les paramètres θ de la loi ne varient pas. Cela implique notamment qu'au cours du temps, il n'y a pas de variation de θ. Naturellement, pour des phénomènes météorologiques liés au climat tels que les précipitations, on peut s'interroger sur une telle hypothèse. Il peut être intéressant de vérifier le caractère stationnaire (c'est-à-dire l'indépendance vis-à-vis du temps) d'une chronique de données. Il existe plusieurs méthodes de détermination. On reporte ici un test pratique qui consiste à :

- classer chronologiquement la série d'événements ;
- reporter sur un graphe les points correspondent à cette série, avec en abscisse la date (en jours) et en ordonnée le rang chronologique de l'événement.

Si tous les événements étaient régulièrement distribués dans le temps, alors les points devraient s'aligner sur une droite dont la pente correspondrait au nombre d'événements par unité de temps. Il peut y avoir une variabilité statistique et, dans ce cas, la courbe des événements doit serpenter autour de la droite théorique. En pratique, si l'on dispose d'un échantillon de N événements $(\text{date}_k)_{1\leq k\leq N}$ ordonnés chronologi-

quement sur une durée T, on procédera ainsi :

- on reporte sur un graphe le i^{ème} point (date_i, i) ;
- on trace la droite théorique $y = xN/T$ (le point (0, 0) doit correspondre au 1er événement). Si l'échantillon est stationnaire, alors la courbe des dates d'occurrence doit serpenter autour de la droite théorique ;
- on peut également tracer le résidu $\varepsilon_i = i - y$ (distance entre le i^{ème} point et la droite théorique) en fonction de i. Si on a $\mathbb{E}[\varepsilon_i] = 0$, alors l'échantillon est stationnaire.

Une autre façon de procéder est d'examiner la distribution du nombre de précipitations sur une période donnée (typiquement une saison ou une année). Si cette distribution est stationnaire, on s'attend à ce qu'elle constitue un processus de Poisson homogène dont le paramètre λ est égal au nombre moyen de précipitations sur la période considérée. Comme assez souvent pour des processus légèrement non stationnaires, on trouve que la loi binomiale négative donne de bons résultats (Cunnane, 1979). En pratique, on procédera ainsi :

- pour chaque année on comptera le nombre n_i d'événements pour les N années de la série. On peut se fixer éventuellement un seuil ;
- on trie la suite n_i par ordre décroissant : $(m_i)_{1 \leq i \leq N} = \text{tri}[(n_i)_{1 \leq i \leq N}]$ et à chaque valeur m_i on attribue la probabilité empirique (de dépassement) $i/(N+1)$;
- on reporte sur un diagramme $(m_i, i/(N+1))$ ou bien $(i/(N+1), m_i)$;
- on trace sur le même diagramme la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ de paramètre $\lambda = \bar{m}$ (on égale la moyenne empirique de l'échantillon et celle de la loi) et la loi binomiale négative $\mathcal{N}eg(n, p)$, avec (n, p) (où $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{R}_+$) solution approchée du système $n(1-p)/p = \bar{m}$ et $n(1-p)/p^2 = \sum_i (m_i - \bar{m})^2/N$;
- on peut de là conclure, en général, quelle est la loi la mieux adaptée à décrire l'échantillon.

4.2.3 Détermination de la forme d'une loi

Après s'être assuré des bonnes caractéristiques de l'échantillon à étudier, il faut déterminer quelle loi de probabilité décrit au mieux les caractéristiques de cet échantillon. On entend par là que l'on cherche si la loi est plutôt une loi de Gauss–Laplace, de Gumbel, etc. La procédure générale consiste à faire une hypothèse sur la forme de la loi, puis de tenter de caler les paramètres de cette loi sur l'échantillon, enfin de vérifier, quand cela est possible, la pertinence de l'hypothèse.

Histogramme

Si l'on possède vraiment beaucoup de données, une technique possible pour déterminer la forme générique de la distribution de probabilité est de faire des histogrammes :

- On considère un échantillon de N événements $(x_i)_{1\leq i\leq N}$, que l'on a classés par ordre croissant. On considère une partition de l'intervalle $[x_1,\, x_N]$ en n intervalles[9] égaux de longueur $\delta = (x_N - x_1)/n$ et on note les bornes de ces intervalles $y_k = x_1 + (k-1)\delta$ $(1 \leq k \leq n+1)$.
- On compte le nombre d'événements dans chaque intervalle :

$$m_j = \text{nombre de } x_i \text{ compris dans } [y_j,\, y_{j+1}[.$$

- La *densité de probabilité empirique* peut alors se définir comme :

$$p_j = \frac{m_j}{\delta N}.$$

♣ **Exemple n° 1** – On tire 100 valeurs de la loi exponentielle $\mathcal{E}xp(1)$. On forme un échantillon de $N = 100$ valeurs ici compris dans l'intervalle 0,0015 à 4,27. On forme l'histogramme en faisant un décompte des valeurs parmi des sous-intervalles de largeur identique $\delta x = 1$. L'histogramme unitaire qui donne une idée *grossière* de la forme de la distribution de probabilité. □

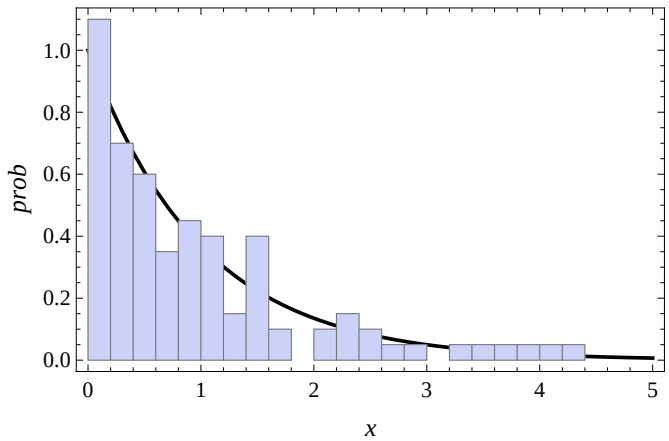


Figure 4.5 – histogramme des mille valeurs simulées ; la courbe continue représente la loi théorique $\mathcal{E}xp(1)$ simulée.

9. Le choix de n est délicat ; il convient en général de choisir n de telle sorte qu'il y ait suffisamment d'éléments dans chaque intervalle.

Fonction de répartition empirique : cas général

Outre la densité de probabilité (sous forme d'histogramme), on peut tracer la fonction de répartition empirique. En pratique, si l'on dispose d'un échantillon $\boldsymbol{x}$ de N événements, on procède comme suit :

- On considère un échantillon de N événements $(x_i)_{1\leq i\leq N}$, que l'on a classés par ordre croissant : $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_N$. À chaque élément ordonné, on affecte une probabilité de non-dépassement empirique égale à

$$P'_i = \frac{i}{N+1}. \tag{4.2}$$

- La *fonction de répartition empirique* (de non-dépassement) peut alors se définir comme :

$$P(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < x_1 \\ \frac{i-1}{N+1} \text{ si } x_{i-1} \leq x < x_i \\ 1 \text{ si } x > x_N \end{cases} \tag{4.3}$$

  Il est souvent commode de travailler dans un diagramme semi-logarithmique (probabilité en coordonnées logarithmiques) pour mettre en évidence les particularités de la distribution empirique. On pourrait tout aussi bien travailler avec la probabilité de dépassement en définissant la probabilité empirique comme $P = 1 - i/(N+1)$ au lieu de l'expression (4.2).

♣ **Exemple n° 1** (suite) – On reprend l'exemple précédent. On trace la fonction de répartition empirique de dépassement $P = \text{Prob}(X \geq x)$ dans un diagramme semi-logarithmique (a) et dans un diagramme linéaire, on reporte la variation de la fonction empirique de non-dépassement $P' = \text{Prob}(X \leq x) = 1 - P$ (b). Sur les deux diagrammes, on reporte la loi théorique simulée (courbe à trait continu). □

Enfin, un autre mode de représentation est bien utile pour mettre en évidence l'adéquation d'une loi de probabilité ajustée sur des données vis-à-vis de ces données. Il s'agit de se focaliser soit sur les quantiles, soit sur les probabilités.

Fonction de répartition empirique : cas particuliers

Quand la loi de probabilité est connue à l'avance, il est plus intéressant de travailler avec une fonction de répartition empirique modifiée.

- On considère un échantillon de N événements $(x_i)_{1\leq i\leq N}$, que l'on a classés par ordre croissant.
- On a précédemment défini la fonction empirique comme :

$$P(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < x_1 \\ \frac{i-1}{N+1} \text{ si } x_{i-1} \leq x < x_i \\ 1 \text{ si } x > x_N \end{cases}$$

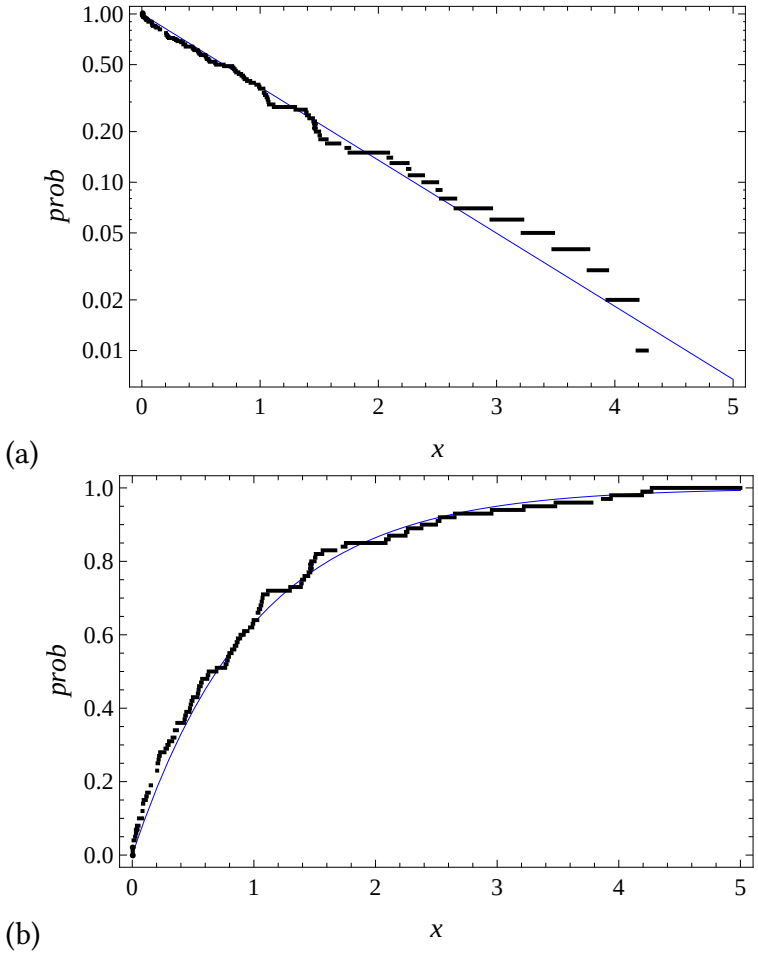


Figure 4.6 – (a) Fonctions de répartition empirique (trait gras) et théorique (trait fin). On a reporté ici la fonction de dépassement dans un diagramme semi-logarithmique. (b) Fonctions de répartition de non-dépassement P' dans un diagramme linéaire.

Il s'agit d'une définition générale, qui se justifie théoriquement quand on a beaucoup de données (Davison, 2003). D'autres définitions peuvent être utilisées si on a une idée de la forme de la distribution de probabilité et que l'on a peu de données. Elles sont généralement de la forme : $P(x_i) = (i - a)/(N + b)$, où a et b sont choisis selon la loi :

- $a = -0{,}28$ et $b = 0{,}28$ pour une loi de Gumbel (De, 2000),
- $a = 0{,}375$ et $b = 0{,}25$ pour une loi de Gauss-Laplace.

De plus si on préfère travailler avec des probabilités de dépassement, il suffit de définir P comme $P = 1 - (i - a)/(N + b)$.

- On reporte la distribution empirique. Pour un certain nombre de lois, il existe une forme spécifique de présentation. Par exemple, pour une loi de Gumbel on trace la distribution dans un diagramme semi-logarithmique et pour une loi puissance, on trace la distribution dans un diagramme logarithmique.

Diagrammes de quantile et de probabilité

On considère un échantillon de N événements $(x_i)_{1\leq i\leq N}$, que l'on a classés par ordre croissant. Admettons que l'on ait une idée de la fonction de distribution. On appelle f la densité de probabilité et F la fonction de répartition. on appelle :

- un *diagramme de probabilité* le tracé des points dans un diagramme $(i/(N+1),\ F(x_i))$ pour $i = 1\cdots N$. Si F est un modèle raisonnable alors les points doivent se trouver alignés sur une droite diagonale (première bissectrice) ;
- un *diagramme de quantile* le tracé des points dans un diagramme $(x_i, F^{-1}[i/(N+1)])$ pour $i = 1\cdots N$. Si F est un modèle raisonnable alors les points doivent se trouver alignés sur une droite diagonale (première bissectrice) comme précédemment.

Le principe de deux constructions graphiques est identique, mais il peut donner des résultats différents car les échelles sont différentes.

♣ **Exemple n° 1** (suite) – On reprend encore l'exemple précédent. La figure 4.7 montre le diagramme de probabilité (a) et de quantile (b) pour l'échantillon des 100 valeurs simulées selon une loi exponentielle. Le diagramme de probabilité reporte des couples de points $(P_{emp.,i} = i/(n+1), P_{emp.,i} = 1-\exp(-\lambda x_i))$ avec ici $\lambda = 1$, tandis que le diagramme de quantile reporte les couples $(x_i, -\ln(1-P_{emp.,i})/\lambda)$ puisque le quantile de la loi exponentielle est la valeur x solution de $P = 1-\exp(-\lambda x)$. □

4.2.4 Méthode des moments

C'est une méthode qui est couramment employée car très simple dans son principe. Pour la plupart des lois d'intérêt pratique, les moments de la loi existent et on sait les calculer analytiquement. On détermine les p premiers moments de la loi ; on a déjà introduit les deux premiers moments : la moyenne $M_1 = \mathbb{E}[f]$ et le moment d'ordre 2 $M_2 = \mathrm{Var}[f] + \mathbb{E}^2[f]$. Les autres moments M_k se définissent de la même manière :

$$M_k = \int_a^b x^k f(x)\mathrm{d}x.$$

On peut également raisonner à partir des moments centrés :

$$m_k = \int_a^b (x-m)^k f(x)\mathrm{d}x,$$

avec $m = \mathbb{E}[f]$.

Pour déterminer une estimation des p paramètres θ, il suffit d'égaler les moments théoriques M_k et les moments empiriques $\hat{M}_k$ $(1 \leq k \leq p)$. On aboutit alors à p équations (linéaires ou non) liant les p paramètres θ.

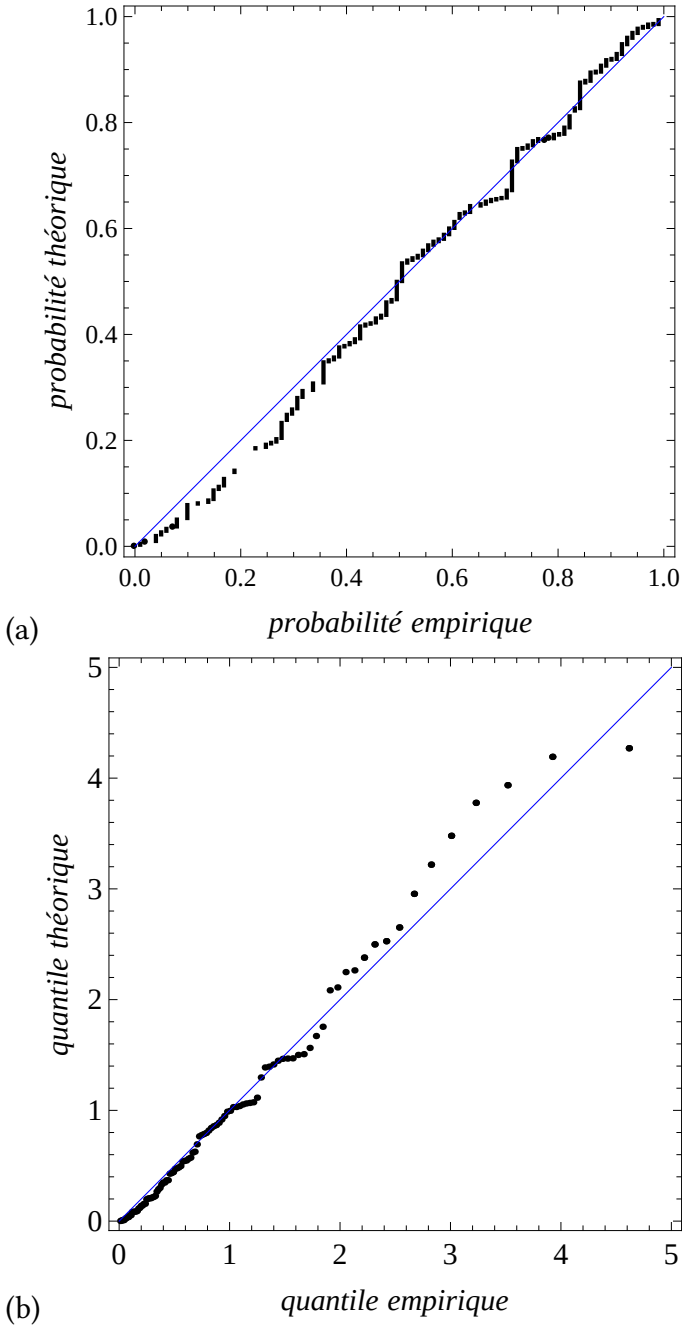


Figure 4.7 – (a) Diagramme de probabilité et (b) diagramme de quantile ; la courbe à trait continu représente la première bissectrice (parfait accord).

♣ **Exemple.** – Des sites tels que wikipedia (voir figure 4.8) ou MathWorld fournissent pour chaque distribution de probabilité les principaux moments (en général, moyenne et écart-type) ainsi que d'autres propriétés fondamentales. □

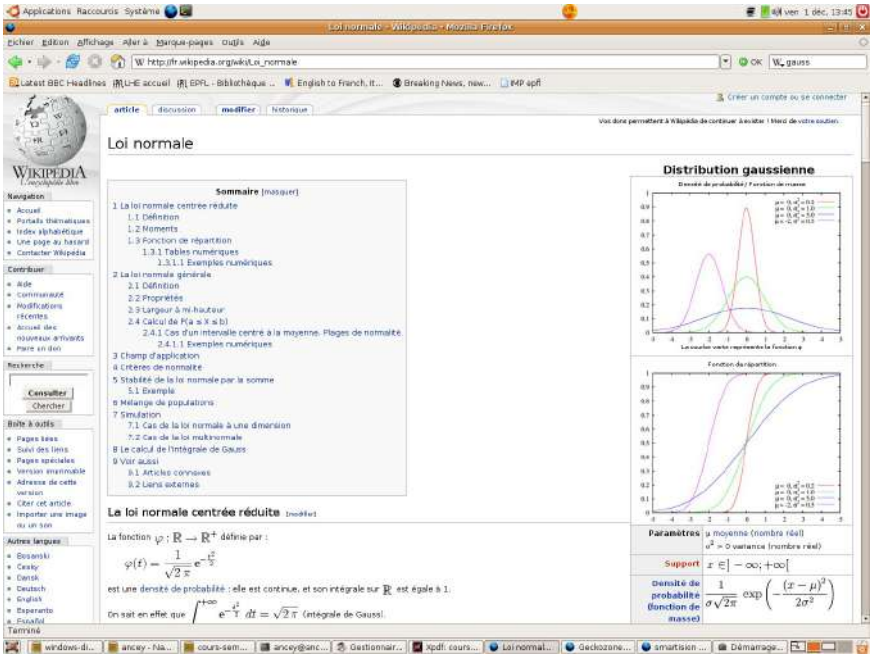


Figure 4.8 – Recherche d'information sur la loi normale sur l'encyclopédie en ligne communautaire wikipedia.

♣ **Exemple.** – En utilisant la méthode des moments, calculer l'estimateur $\hat{\lambda}$ du paramètre λ d'une loi exponentielle.

La densité de probabilité de cette loi s'écrit

$$\mathcal{E}xp(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x},$$

donc la moyenne théorique (espérance) est :

$$\mathbb{E}(X) = \int_{\mathbb{R}_+} \lambda x e^{-\lambda x} \mathrm{d}x = \left[-\frac{e^{-x\lambda}(x\lambda+1)}{\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}.$$

L'estimateur de λ est obtenu en égalant moments théorique et empirique d'ordre 1 :

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum x_i} = \frac{1}{\bar{x}}.$$

□

♣ **Exemple.** – Calculer la moyenne $\mathbb{E}[X]$, la variance $\mathrm{Var}X$, et le coefficient d'asymétrie $\mathrm{Skew}X$ d'une loi de valeurs extrêmes $x \sim f(x\ ;\ \mu,\ \sigma,\ \xi)$ avec f donnée par

l'équation (4.1). Elle se calculent par intégration

$$\mathbb{E}[X] = \int_{\mathbb{R}_+} x f(x, \mu, \sigma, \xi) \mathrm{d}x = \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left(\Gamma(1-\xi) - 1\right), \tag{4.4}$$

$$\mathrm{Var}X = \int_{\mathbb{R}_+} (x - \bar{X})^2 f(x, \mu, \sigma, \xi) \mathrm{d}x = \frac{\sigma^2}{\xi^2} \left(\Gamma(1-2\xi) - \Gamma^2(1-\xi)\right), \tag{4.5}$$

$$\mathrm{Skew}X = \frac{\int_{\mathbb{R}_+} (x - \bar{X})^3 f(x, \mu, \sigma, \xi) \mathrm{d}x}{(\mathrm{Var}X)^{3/2}} = \frac{-\Gamma(1-3\xi) + 3\Gamma(1-2\xi)\Gamma(1-\xi) - 2\Gamma^3(1-\xi)}{(\Gamma(1-2\xi) - \Gamma^2(1-\xi))^{3/2}}, \tag{4.6}$$

où $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} \mathrm{d}t$ la fonction gamma. Ces moments ne sont définis que pour $\xi < 1/2$ (condition généralement vérifiée dans les cas pratiques). On retrouve que pour la loi de Gumbel, la moyenne et la variance théoriques sont données par

$$\bar{X} = \mu + \sigma\gamma \text{ et } \mathrm{Var}X = \frac{\sigma^2 \pi^2}{6},$$

avec $\gamma \approx 0{,}577$ la constante d'Euler ; on a en effet $\Gamma(1-\xi) = 1 + \gamma\xi + O(\xi)$ quand $\xi \to 0$. □

4.2.5 Maximum de vraisemblance

La notion de vraisemblance est un concept-clé en statistique, qui peut se présenter de différentes façons (Bernier *et al.*, 2000; Tanner, 1996; Sornette, 2000). Nous l'introduisons de la manière suivante. Considérons la probabilité jointe d'observer un échantillon de n valeurs tirées selon la loi $f(x\,;\,\theta)$; nous avons d'après les propriétés des probabilités conditionnelles (cf. chapitre A) :

$$\mathrm{Prob}(x_1, x_2, \cdots x_n | \theta) = \mathrm{Prob}(x_2, x_3, \cdots x_n | x_1\,;\,\theta)\mathrm{Prob}(x_1\,;\,\theta),$$

or si les valeurs $x_2, x_3, \cdots x_n$ sont indépendantes de x_1 alors on peut écrire

$$\mathrm{Prob}(x_2, x_3, \cdots x_n | x_1\,;\,\theta) = \mathrm{Prob}(x_2, x_3, \cdots x_n\,;\,\theta).$$

En itérant, on trouve :

$$\mathrm{Prob}(\boldsymbol{x}|\theta) = \prod_{k=1}^{n} f(x_k\,;\,\theta).$$

Si au lieu de regarder cette expression comme une fonction de $\boldsymbol{x}$, mais comme une fonction de θ, on peut définir une fonction $L(\theta)$ que l'on appelle la *vraisemblance* de l'échantillon $\boldsymbol{x}$:

$$L(\theta) = \prod_{k=1}^{n} f(x_k\,;\,\theta).$$

Le principe de maximum de vraisemblance affirme que les valeurs de θ ajustées à l'échantillon sont celles qui maximalisent la fonction $L(\theta)$. Si $\hat{\theta}$ est un maximum de L, alors on a :

$$\left.\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_i}\right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \text{ pour } 1 \leq i \leq p.$$

En résolvant ce système, on trouve les valeurs estimées de θ. Pour certaines lois, une solution analytique générale existe ; dans la plupart des cas, il faut procéder à une résolution numérique pour déterminer le maximum de L.

Notons qu'en pratique il est plus agréable de travailler avec la log-vraisemblance, c'est-à-dire

$$\boxed{\ell(\theta) = \ln L = \sum_{k=1}^{n} \ln f(x_k\ ;\ \theta),}$$

principalement pour travailler avec des nombres qui ne sont pas des infiniment petits et éviter les erreurs numériques de troncature.

Quelques commentaires supplémentaires :

- l'estimateur du maximum de la vraisemblance $\hat{\theta}$ peut ne pas exister ou quand il existe, peut ne pas être unique ;
- la vraisemblance n'est pas la densité de probabilité de θ ;
- la méthode du maximum de vraisemblance est intéressante car elle est rapide (par rapport à l'inférence bayésienne) et permet également de calculer des intervalles de confiance (cf. § 4.2.7) ;
- attention la méthode du maximum de la vraisemblance ne marche pas pour $\xi < -1$ dans le cas de la loi des valeurs extrêmes, mais ce cas ne se rencontre pas en hydrologie.

Localement autour du pic de vraisemblance, la courbe a généralement une forme parabolique (voir figure 4.9) ; un développement limité à l'ordre 2 donne en effet

$$\ell(\theta) \approx \ell(\hat{\theta}) + \frac{1}{2}\ell''(\hat{\theta})(\theta - \hat{\theta})^2,$$

puisque $\ell'(\hat{\theta}) = 0$. Plus il y a de données, plus le pic sera effilé (car plus la courbure ℓ'' sera grande), plus « certaine » sera la détermination du bon paramètre θ. On va le voir un peu plus loin avec l'intervalle de confiance (cf. 4.2.7), que la courbure de la parabole – c'est-à-dire le terme dérivée d'ordre 2, noté ici $\ell''(\hat{\theta})$ – joue un grand rôle dans la précision de l'estimation. La courbure va croître (la précision également) quand le nombre n de données est augmenté (voir figure 4.10). On lui donne un nom spécifique : l'*information observée*. Notons que la valeur du pic (le maximum de vraisemblance) n'est en elle-même pas importante tant qu'on cherche à déterminer le paramètre θ d'une loi, mais que si on souhaite comparer la pertinence de différentes lois f sur un jeu de données, la valeur du maximum peut servir à cet effet.

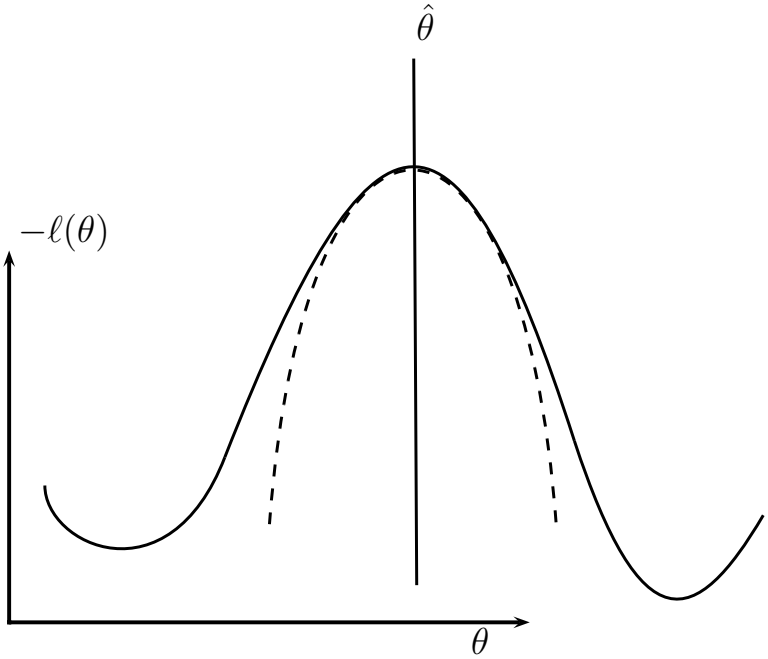


Figure 4.9 – Approximation locale de la courbe de log-vraisemblance (courbe à trait discontinu) par une fonction quadratique (parabole : courbe à tiret).

♣ **Exemple.** – En utilisant la méthode du maximum de vraisemblance, calculer l'estimateur $\hat{\lambda}$ du paramètre λ d'une loi exponentielle.

Cette loi s'écrit

$$\mathcal{E}xp(x\ ;\ \lambda) = \lambda e^{-\lambda x},$$

donc la log-vraisemblance d'un échantillon $\boldsymbol{x}$ est :

$$\ell(\lambda) = n \ln \lambda - \lambda \sum x_i.$$

L'estimateur de λ est obtenu en recherchant $\ell'(\lambda) = 0$, soit

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum x_i} = \frac{1}{\bar{x}}.$$

Dans ce cas particulier, méthodes des moments et du maximum de vraisemblance donnent la même chose. □

♣ **Exemple n° 1** (suite) – On trace la log-vraisemblance de l'échantillon de 100 valeurs tirées selon la loi $\mathcal{E}xp(1)$. On trouve $\bar{x} \approx 0{,}9944$. L'estimateur de λ est $\hat{\lambda} = 1/\bar{x} \approx 1{,}00563$. Notons que la forme de la courbe va fortement dépendre de la taille de l'échantillon : plus il y a de données, plus la courbe prend la forme d'un pic (ou plusieurs pics). Voir figure 4.10. □

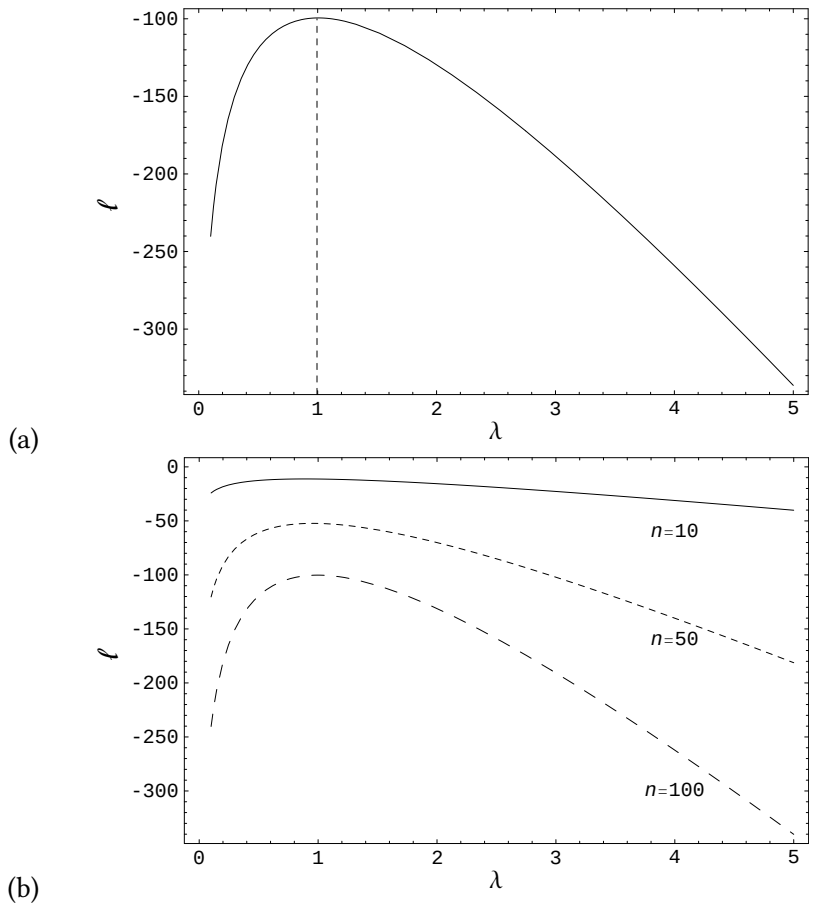


Figure 4.10 – (a) Log-vraisemblance d'un échantillon de cent valeurs tirées selon une loi exponentielle. La barre à trait discontinu localise l'estimation $\hat{\lambda} = 1/\bar{x} \approx 1{,}00563$ du paramètre λ par la méthode du maximum de vraisemblance. (b) log-vraisemblance d'échantillons de $n = 10$ valeurs (trait continu), $n = 50$ (tiret court), et $n = 100$ valeurs (tiret long) tirées selon une loi exponentielle.

4.2.6 Inférence bayésienne

En général, on introduit dans un cours de probabilité la seconde relation ou *théorème de Bayes*, qui énonce l'égalité que nous écrivons ici pour des densités de probabilité (Robert, 2001; Ulrych *et al.*, 2001; Davison, 2003) (voir chap. A, § A.1.2) :

$$\boxed{\pi(\theta|x) = \frac{f(\boldsymbol{x}|\theta)\pi(\theta)}{\int_a^b \mathrm{d}\theta f(\boldsymbol{x}|\theta)\pi(\theta)}.} \tag{4.7}$$

Une interprétation est la suivante : admettons qu'avant de faire n observations, on ait déjà une petite idée de la forme de la loi f selon laquelle $\boldsymbol{x}$ est distribué et même une idée sur la valeur des paramètres de f. Dans le cas contraire, on peut toujours faire une hypothèse sur la forme de f et supposer que les paramètres θ peuvent prendre n'importe quelle valeur sur un intervalle donné ; dans ce cas, on supposera que ces valeurs de θ sont distribuées selon une loi de probabilité uniforme $\pi(\theta) = \mathcal{U}(\theta)$.

Dans tous les cas de figure, on est capable de faire une hypothèse sur la forme de f et sur la densité de probabilité de ses paramètres θ ; on appelle *prior* ou *loi de probabilité a priori* la loi $\pi(\theta)$. On fait maintenant n observations $\boldsymbol{x}$. Le théorème de Bayes dit que cet apport d'information va modifier notre connaissance *a priori* (fût-elle très grossière) de la valeur possible de θ. La distribution *a posteriori* de θ connaissant l'information $\boldsymbol{x}$ est notée $\pi(\theta|\boldsymbol{x})$; elle est proportionnelle au prior $\pi(\theta)$ et à la fonction $f(\boldsymbol{x}|\theta)$, or on a vu juste avant (méthode du maximum de vraisemblance) que cette probabilité jointe d'observer $\boldsymbol{x}$ (sachant θ) pouvait s'interpréter comme une fonction L de θ que l'on appelle la *vraisemblance* $L(\theta) = f(\boldsymbol{x}\,;\,\theta) = \prod f(x_i\,;\,\theta)$.

On a donc en résumé : $\pi(\theta|\boldsymbol{x}) \propto L(\theta)\pi(\theta)$. La seule différence entre cette expression et l'équation (4.7) est le terme intégral au dénominateur qui sert à normaliser et à s'assurer que la probabilité calculée est bien une probabilité (donc que son intégrale vaut 1).

Notons ici que nous avons en quelque sorte utilisé un raccourci dans les notations : chaque observation est supposée être distribuée selon une loi de probabilité f, ce que l'on écrira de façon synthétique par $x \sim f(x\,;\,\theta)$. La notation $f(\boldsymbol{x}\,;\,\theta)$ signifie la probabilité d'observer l'échantillon $\boldsymbol{x} = (x_i)_{1\leq i\leq N}$, ce qui n'est rien d'autre que la vraisemblance de l'échantillon $\boldsymbol{x}$. On a également utilisé $f(\boldsymbol{x}\,;\,\theta) = f(\boldsymbol{x}|\theta)$ pour souligner le caractère « conditionnel ».

On pourra en fin de compte retenir[10] comme paramètre la valeur $\hat{\theta}$:

- celle qui maximise $\pi(\theta|\boldsymbol{x})$, c'est-à-dire son ou ses mode(s). À noter que dans ce cas précis, il n'est pas nécessaire de calculer le terme intégral au dénominateur de l'équation (4.7) car c'est une constante de normalisation. Les calculs sont alors plus simples. Cette façon de faire peut s'apparenter à une pondération de la méthode du maximum de vraisemblance puisqu'au lieu de minimiser la vraisemblance L, on minimise la vraisemblance L et une contrainte représentée à travers $\pi(\theta)$ (Coles & Dixon, 1999) ;
- ou bien la valeur moyenne obtenue en calculant $\mathbb{E}[\pi(\theta|\boldsymbol{x})]$. C'est le choix (pari) souvent fait par la plupart des bayésiens, mais les calculs sont plus longs et il faut alors souvent faire appel à des algorithmes spécifiques (Metropolis, échantillonnage de Gibbs) (Robert, 1996).

10. On ne présente pas ici toute la démarche de l'approche bayésienne. Le choix de la valeur $\hat{\theta}$ se fait à partir d'un critère dit de perte ou d'utilité (voir des ouvrages spécialisés comme celui de Robert (2001)). Nous donnons ici les deux alternatives les plus fréquentes.

4.2.7 Intervalles de confiance et de crédibilité

Les méthodes d'inférence vues précédemment ont permis d'arriver à une estimation $\hat{\theta}$ des paramètres θ de la loi $f(x\,;\,\theta)$ à partir de la connaissance d'un échantillon $\boldsymbol{x}$. Plutôt que de se contenter d'une valeur, il peut être plus intéressant de fournir un intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ entourant $\hat{\theta}$, qui permette se faire une idée sur l'estimation de $\hat{\theta}$. Cela a une grande importance dès lors qu'on souhaite extrapoler la loi ajustée. Comme pour les tests d'ajustement, l'idée est de se fixer un intervalle de probabilité $1-\alpha$, puis de rechercher θ_1 et θ_2 tels que $\text{Prob}(\theta_1 \leq \hat{\theta} \leq \theta_2) = 1-\alpha$. En pratique, toutefois, la détermination de l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ dépend foncièrement du cadre conceptuel dans lequel on s'est placé.

Dans le cadre de l'inférence dite classique, le point de départ est le suivant : l'échantillon $\boldsymbol{x}$ dont on dispose est aléatoire et tiré d'une population de loi $f(x\,;\,\theta)$, mais on ne connaît pas θ. Si on disposait d'un grand nombre N d'échantillons similaires à $\boldsymbol{x}^{(i)}$ $(1 \leq i \leq N)$ et d'un estimateur robuste de θ, alors on serait en mesure de procéder à un ajustement de f pour chacun de ces échantillons. À la fin, on disposerait d'un échantillon $\hat{\theta}^{(i)}$ $(1 \leq i \leq N)$. Le théorème de la limite centrale nous garantit que la moyenne arithmétique $\bar{\theta}$ de cet échantillon $\hat{\theta}^{(i)}$ tend vers la valeur exacte θ et, de plus, elle précise que la variable réduite $\sqrt{N}(\bar{\theta}-\theta)/\sigma_\theta$, avec σ_θ^2 la variance de la population $\hat{\theta}$, converge vers la loi de Gauss-Laplace $\mathcal{N}(0{,}1)$. De là, on déduit que $\theta_1 = \bar{\theta} - z_{\alpha/2} S_N/\sqrt{N}$ et $\theta_2 = \bar{\theta} + z_{\alpha/2} S_N/\sqrt{N}$, avec S_N^2 la variance empirique de $\hat{\theta}^{(i)}$ et $z_{\alpha/2}$ le quantile[11] de la loi $\mathcal{N}(0{,}1)$ associé à la probabilité $1-\alpha/2$. Le nœud du problème est qu'on ne possède pas N échantillons similaires ; il faut donc étudier théoriquement comment seraient distribués $\bar{\theta}$ et S_N, ce qui constitue un problème ardu dès que la loi f n'est pas une distribution standard. On se reportera à (Saporta, 1990; Davison, 2003) pour une définition des intervalles de confiance des distributions classiques. Pour la loi de Gumbel, on peut se reporter, par exemple, à l'abaque donné dans (Miquel, 1984).

Dans le cadre de l'inférence bayésienne, le raisonnement est très différent car on suppose que l'échantillon $\boldsymbol{x}$ est fixe mais que θ est une variable aléatoire, dont la densité de probabilité *a posteriori* est conditionnelle à $\boldsymbol{x}$, comme le montre l'équation (4.7). Le théorème de Bayes nous fournit directement cette densité de probabilité *a posteriori* et donc les moyens de calculer θ_1 et θ_2 : ils vérifient $\Pi(\theta_1 \leq \hat{\theta} \leq \theta_2) = 1-\alpha$, avec Π la fonction de répartition *a posteriori* associée à la densité $\pi(\theta|\boldsymbol{x})$. Pour distinguer cette procédure, on parle d'*intervalle de crédibilité* ; on renvoie à (Bernier *et al.*, 2000) pour une plus ample discussion sur les différences entre points de vue classique et bayésien. La grande force de l'inférence bayésienne est son universalité ; toutefois, si pour calculer $\hat{\theta}$, on peut se contenter de rechercher le mode de $\pi(\theta|\boldsymbol{x})$ sans réellement calculer cette dernière (voir l'exemple donné au § 4.2), il faut calculer $\pi(\theta|\boldsymbol{x})$ pour déterminer les deux quantiles θ_1 et θ_2, ce qui peut être, dans certains cas, assez coûteux en calcul et requérir des méthodes numériques spécifiques (Robert, 2001).

11. La notation z_β comme β-quantile de la loi normale doit être examinée avec attention selon le contexte. En effet, selon la définition employée, z_β peut le quantile de β ou $1-\beta$.

Ici, on propose une méthode de construction de l'intervalle de confiance lorsqu'on emploie la méthode du maximum de vraisemblance. Il y a en fait plusieurs méthodes, que l'on va décrire succinctement juste après ; les deux premières sont les plus recommandables. Si l'on emploie la méthode d'inférence bayésienne, il faut le plus souvent procéder à des simulations de type Monte Carlo pour déterminer la distribution *a posteriori* de θ ; l'intervalle de confiance peut donc être estimé directement à partir de l'échantillon simulé.

On se reportera au § 4.6 pour des estimations de l'intervalle de confiance pour les quantiles.

Approximation de l'estimateur $\hat{\theta}$ par une loi normale

Admettons qu'on possède un échantillon de n valeurs observées x_i tirées selon une loi $f(x;\theta^0)$. En utilisant la méthode du maximum de vraisemblance, on peut obtenir une estimation du bon paramètre θ^0 : on note $\hat{\theta}$ cette estimation. On souhaite déterminer l'intervalle de confiance (de niveau $1-\alpha$) dans lequel se situe la bonne valeur θ^0. Cet intervalle peut être déterminé en se servant du théorème central limite.

Nous commençons par le cas où la densité de probabilité ne dépend que d'un paramètre θ, puis nous généraliserons le résultat aux lois à d paramètres. Nous cherchons à avoir une estimation de l'intervalle de confiance associé à la valeur observée $\hat{\theta}$ du maximum de vraisemblance d'un échantillon ; cet intervalle de confiance nous permet de déterminer dans quel intervalle doit se trouver la bonne valeur du paramètre θ, bonne valeur qui sera notée ici θ^0.

♦ **Théorème.** – Soit un échantillon de n valeurs $\boldsymbol{x} = x_1, \dots x_n$ représentant des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\theta^0)$ où θ^0 est la bonne valeur que l'on cherche à cerner. ℓ est la log-vraisemblance de l'échantillon et $\hat{\theta}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$\sqrt{I_A(\theta^0)}(\hat{\theta}-\theta^0) \sim \mathcal{N}(0,1),$$

soit encore

$$\boxed{\frac{\hat{\theta}-\theta^0}{1/\sqrt{I_A(\theta^0)}} \sim \mathcal{N}(0,1),} \tag{4.8}$$

avec

$$I_A(\theta^0) = \mathbb{E}\left(-\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ell(\theta^0|\boldsymbol{x})\right),$$

l'information attendue (ou encore information de Fisher)[12]. On peut écrire cette rela-

12. L'information de Fisher est le pendant théorique de la notion d'information observée abordée à la p. 181. Les statisticiens l'interprètent comme la quantité d'information que transporte une variable aléatoire à propos de θ. En pratique, il faut retenir que la valeur attendue de la courbure et que plus la valeur est grande, plus étroit sera le pic autour de la bonne valeur.

tion sous la forme équivalente

$$\hat{\theta} \sim \mathcal{N}(\theta^0, I_A(\theta^0)^{-1}).$$

Ce résultat montre que l'estimateur $\hat{\theta}$ se comporte comme une variable aléatoire normale (ou gaussienne) centrée sur le « bonne » valeur θ^0, avec une variance donnée par le paramètre I_A^{-1}. Ce théorème peut être démontré assez facilement à l'aide du théorème central limite [voir § B.1 ainsi que (Davison, 2003, pp. 124–125)]. On peut en déduire un intervalle de confiance pour θ^0. On a vu précédemment qu'un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha$ se définissait comme l'intervalle de quantiles vérifiant

$$1-\alpha = \text{Prob}\left[z_{\alpha/2} \leq \sqrt{I_A(\theta^0)}(\hat{\theta}-\theta^0) \leq z_{1-\alpha/2}\right],$$

où z_β est le β-quantile de la loi normale (c'est-à-dire $\text{Prob}(z_\beta) = \beta$). Des manipulations algébriques simples montrent que

$$1-\alpha = \text{Prob}\left[\hat{\theta} - z_{1-\alpha/2} I_A^{-1/2}(\theta^0) \leq \theta^0 \leq \hat{\theta} - z_{\alpha/2} I_A^{-1/2}(\theta^0)\right],$$

qui est donc un intervalle de confiance pour θ^0. Notons au passage que la loi normale $\mathcal{N}(0{,}1)$ étant symétrique, on a $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$, ce qui montre que l'intervalle de confiance de θ^0 est symétrique par rapport à $\hat{\theta}$: $[\hat{\theta} - z_{1-\alpha/2} I_A^{-1/2}(\theta^0), \hat{\theta} + z_{1-\alpha/2} I_A^{-1/2}(\theta^0)]$. En pratique, toutefois, on ne connaît pas $I_A(\theta^0)$, mais on peut remplacer ce coefficient par l'*information observée* $I_O(\hat{\theta}) = -\ell''(\hat{\theta})$ quand $n \to \infty$. Le plus souvent on considère un intervalle de confiance à 95 % (soit $\alpha = 0{,}05$ et $z_{0{,}975} = 1{,}96$), ce qui donne

$$\theta^0 \in [\hat{\theta} - 1{,}96 I_O^{-1/2}(\hat{\theta}), \hat{\theta} + 1{,}96 I_O^{-1/2}(\hat{\theta})].$$

♦ **Théorème.** – Soient $x_1 \ldots x_n$ des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\theta)$ où $\theta = (\theta_i)_{1 \leq i \leq d}$ désigne l'ensemble des d paramètres de f, ℓ la log-vraisemblance, et $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$\hat{\theta} \sim \mathcal{N}_d(\theta_0, \boldsymbol{I}_A(\theta^0)^{-1}),$$

où l'on introduit la *matrice d'information attendue* (ou de Fisher)

$$\boldsymbol{I}_A(\theta) = \begin{bmatrix} e_{1,1} & \cdots & e_{1,d} \\ \vdots & e_{i,j} & \vdots \\ e_{d,1} & \cdots & e_{d,d} \end{bmatrix},$$

avec

$$e_{i,j} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial\theta_i \partial\theta_j}\right).$$

La matrice $\boldsymbol{I}_A$ mesure la courbure de la surface « log-vraisemblance ».

Conséquence. – Ce théorème peut servir à obtenir un intervalle de confiance pour θ^0. On introduit pour cela l'inverse de la matrice (ou du scalaire I_A si $d = 1$) $\boldsymbol{I}_A$

$$\boldsymbol{M}_A = \boldsymbol{I}_A^{-1},$$

dont les composantes sont notées m_{ij}. D'après le théorème précédent, on a

$$\hat{\theta}_i \sim \mathcal{N}(\theta_i, m_{ii}).$$

Il s'ensuit que si m_{ii} était connu, un intervalle de confiance à $1 - \alpha$ pour $\hat{\theta}_i$ serait

$$\hat{\theta}_i \pm z_{\alpha/2}\sqrt{m_{ij}}, \tag{4.9}$$

avec $z_{\alpha/2}$ le quantile de $1 - \alpha/2$ pour la loi de Laplace-Gauss centrée (moyenne 0, variance 1). En général, comme on ne connaît pas $\boldsymbol{I}_A(\theta)$, on la remplace par la matrice d'information observée $\boldsymbol{I}_O(\theta)$, c'est-à-dire la matrice $\boldsymbol{I}_A(\theta)$ évaluée empiriquement pour $\theta = \hat{\theta}$.

Deux points importants à noter :

- par construction, l'intervalle de confiance est symétrique par rapport à la valeur estimée $\hat{\theta}$ comme le montre l'équation (4.9). Certaines courbes de vraisemblance montrent une asymétrie autour du maximum et il est alors judicieux de disposer d'une approximation moins rudimentaire ; c'est ce que permettent de faire les théorèmes suivants.
- en théorie, il faudrait calculer la moyenne des dérivées d'ordre 2 de la log-vraisemblance, ce qui impliquerait en pratique d'avoir un grand nombre d'échantillons, ce qui est rarement (voire jamais) le cas. En pratique donc, on substitue la matrice d'information $\boldsymbol{I}_A$ par l'information observée $\boldsymbol{I}_O$, qui est une réalisation particulière

$$\boldsymbol{I}_O(\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_d} \\ \vdots & \frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta_d \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta_d^2} \end{bmatrix}.$$

♣ **Exemple n° 1** (suite) – On trace la log-vraisemblance pour plusieurs échantillons de 100 valeurs tirées selon la loi $\mathcal{E}xp(1)$. L'estimation de λ pour le premier échantillon est $\hat{\lambda}_1 = \bar{x}^{-1} \approx 1{,}00563$ et l'information observée est $\ell''(\hat{\lambda}_1) = 101{,}12$. Sur la figure 4.11(a), on trace dix courbes de log-vraisemblance correspondant à dix échantillons différents tirés selon la loi $\mathcal{E}xp(1)$. On note que les courbes sont très similaires, mais décalées légèrement le long de l'axe λ. Sur la figure 4.11(b), on reporte l'histogramme d'un échantillon de 10'000 valeurs de $\hat{\lambda}$ estimées à partir de 10'000 échantillons

de 100 valeurs. On reporte sur cet histogramme la gaussienne $\mathcal{N}(\hat{\lambda}_1, |\ell''(\hat{\lambda}_1)|^{-1/2})$. Le relativement bon accord entre la densité de probabilité empirique et la densité théorique est conforme au résultat du théorème énoncé plus haut. Ce dernier montre bien qu'avec un seul échantillon, on peut obtenir une estimation de λ et un intervalle de confiance. Par exemple, l'intervalle de confiance à 95 % est

$$\hat{\lambda}_1 \pm z_{0,025}|\ell''(\hat{\lambda}_1)|^{-1/2} = \hat{\lambda}\left(1 \pm 1{,}95996\frac{1}{\sqrt{n}}\right) = 1{,}00563(1 \pm 0{,}1959) = [0{,}808, 1{,}202],$$

car $\text{Prob}(z = \pm 1{,}959) = 0{,}025$ si $z \sim \mathcal{N}[0, 1]$, $\ell''(\lambda) = -n/\lambda^2$, et $-\ell''(\lambda)^{-1/2} = \lambda/\sqrt{n}$.

□

Approximation à l'aide de la fonction déviance

Une approche fondée sur l'exploitation du maximum de vraisemblance permet d'aboutir à une estimation fiable et plus universelle des intervalles de confiance. Le théorème suivant établit que si l'on a obtenu une estimation $\hat{\theta}$ à partir d'un échantillon de n éléments, alors la quantité $D(\theta_0) = 2(\ell(\hat{\theta}) - \ell(\theta_0))$, où $\ell = \log L$ est la log-vraisemblance et θ_0 la « bonne » valeur, est une variable aléatoire distribuée selon la loi χ_1^2 quand $n \to \infty$.

♦ **Théorème.** – Soient $x_1 \dots x_n$ des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\,\theta)$ où θ désigne le paramètre de f, ℓ la log-vraisemblance, et $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$\boxed{D(\theta_0) \sim \chi_1^2.}$$

Ce théorème peut être démontré à partir des résultats précédents [voir § B.2 ainsi que (Davison, 2003, pp. 126–127)]. Ce théorème se généralise à des fonctions à d paramètres.

♦ **Théorème.** – Soient $x_1 \dots x_n$ des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\,\theta)$ où $\theta = (\theta_i)_{1 \le i \le d}$ désigne l'ensemble des d paramètres de f, ℓ la log-vraisemblance, $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance, et θ_0 la « bonne » valeur. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$D(\theta_0) \sim \chi_d^2.$$

Conséquence. – Il s'ensuit que si l'on définit c_β le β-quantile, c'est-à-dire la valeur vérifiant $\text{Prob}[Z \le c_\beta] = \beta$ (avec $Z \sim \chi_d^2$), alors on a asymptotiquement $I_\alpha = \{\theta \text{ tel que } D(\theta) \le c_{1-2\alpha}\}$ qui est un $(1-2\alpha)$ intervalle de confiance ($\beta = 1 - 2\alpha$). En effet, puisque $D \sim \chi_d^2$, on a par définition du quantile

$$\text{Prob}(D \le c_\beta) = \beta,$$

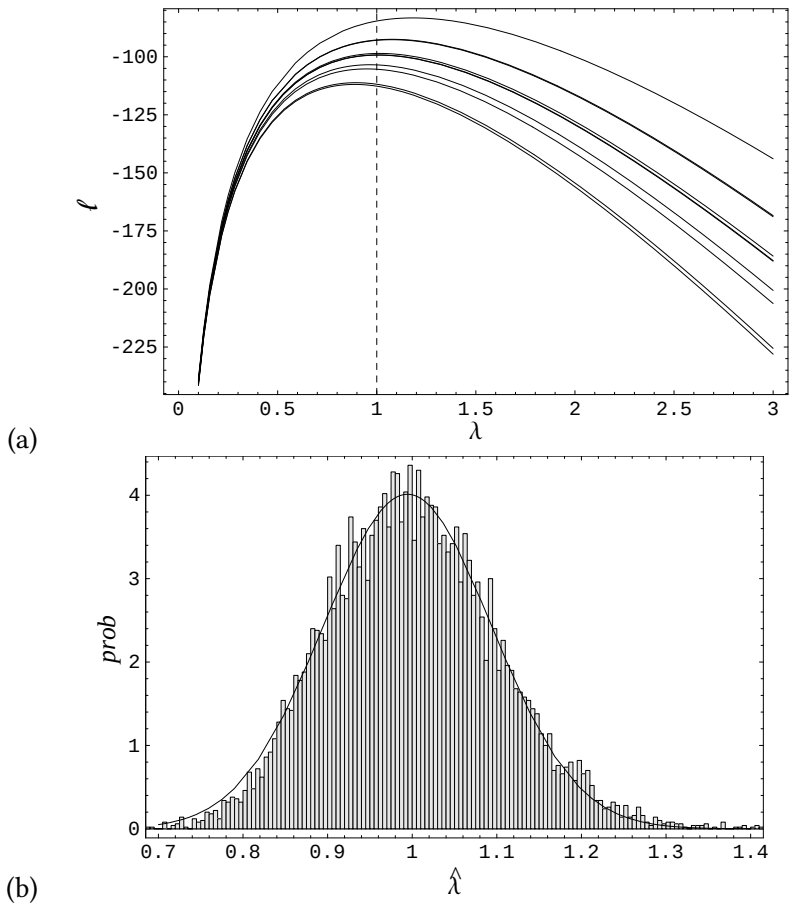


Figure 4.11 – (a) Log-vraisemblance de 10 échantillons de cent valeurs tirées selon une loi exponentielle. (b) Histogramme des estimations $\hat{\lambda}$ obtenu en simulant 10'000 échantillons de 100 valeurs selon la loi $\mathcal{E}xp(1)$; la courbe à trait continu est la densité de probabilité $\mathcal{N}(\hat{\lambda}_1, \ell''(\hat{\lambda}_1)^{-1/2})$ où $\hat{\lambda}_1$ et $\ell''(\hat{\lambda}_1)$ représentent l'estimation et l'information observée pour l'un des 10 000 échantillons.

donc $D \leq c_\beta$ peut être interprété comme l'intervalle où il est plausible de trouver θ_0, avec un niveau de confiance de β, ce qui veut également dire que

$$\theta \text{ tel que } \ell(\theta) \geq \ell(\hat{\theta}) - \frac{1}{2}c_\beta$$

est le β intervalle de confiance pour le paramètre recherché θ_0. Par exemple, pour un intervalle de confiance à 95 %, on a $\beta = 0{,}95$, soit $c_\beta = 3{,}84$; il suffit alors de tracer la log-vraisemblance et de rechercher les valeurs de θ telles que $D(\theta) = 3{,}84$, ce qui fournit deux valeurs de part et d'autre de $\hat{\theta}$ (pas nécessairement symétriques) qui constitue la valeur maximale.

♣ **Exemple n° 1** (suite) – Si l'on trace le diagramme de quantile de la loi de Gauss ajustée sur les données de la figure 4.11(b), on note que la loi de Gauss est une approximation correcte, mais pas parfaite puisqu'aux extrémités du domaine, des écarts significatifs entre quantiles théorique et empirique apparaissent [voir figure 4.12(a)]. L'idée est alors de faire une statistique sur la déviance, qui d'après le théorème ci-dessus doit être distribuée selon une loi du χ^2_1. Dans le cas de la loi exponentielle, la déviance d'un échantillon est

$$D(\lambda_0) = 2(\ell(\hat{\lambda}) - \ell(\lambda_0)) = 2n\left(\ln\frac{\lambda_0}{\bar{x}} - 1 + \lambda_0\bar{x}\right),$$

avec $\bar{x}$ la moyenne empirique de l'échantillon. La figure 4.12(b) montre que la déviance est effectivement bien distribuée selon la loi du χ^2_1 et que l'accord entre quantiles théorique et empirique est meilleur que pour la figure 4.12(a). □

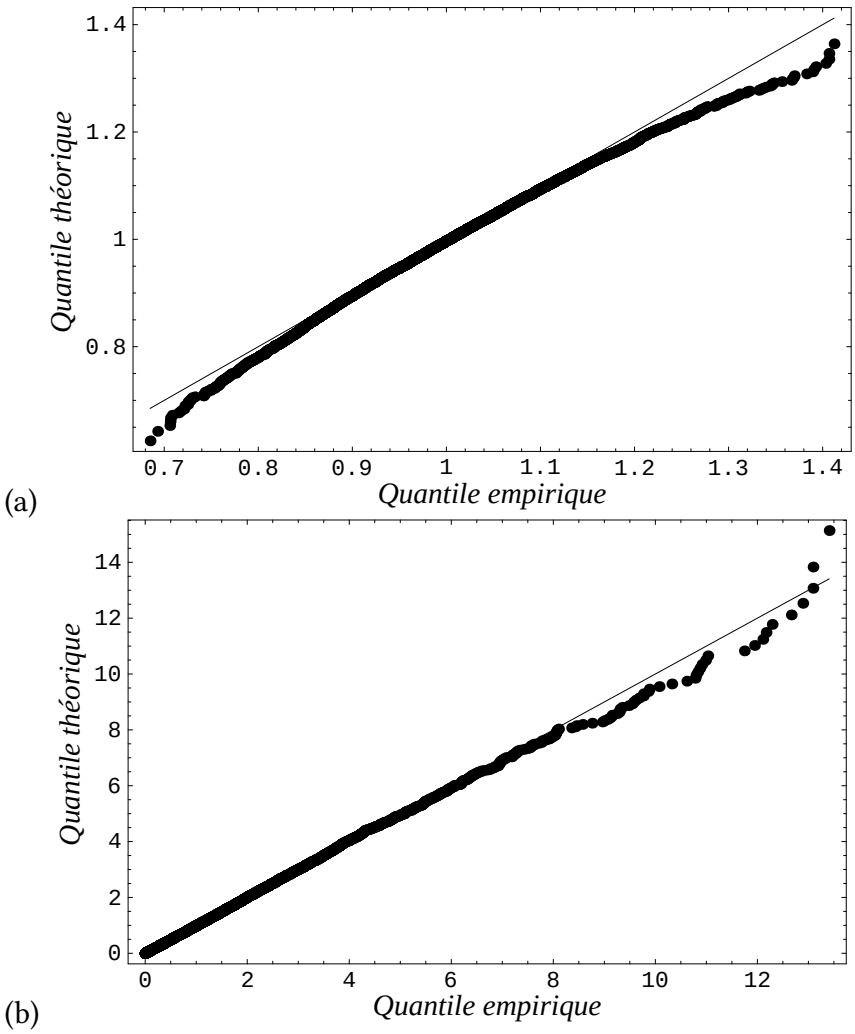


Figure 4.12 – (a) Diagramme de quantile pour $\hat{\lambda}$ supposé suivre une loi normale $\mathcal{N}(\hat{\lambda}_1, \ell''(\hat{\lambda}_1)^{-1/2})$. (b) diagramme de quantile pour la déviance supposée varier selon la loi du χ^2_1. Les points correspondent aux 10'000 échantillons simulés tandis que la première bissectrice indique le parfait accord.

♣ **Exemple n° 1** (suite et fin) – On reprend l'exemple d'un échantillon de $n = 100$ valeurs tirées selon la loi $\mathcal{E}xp(1)$. On a tracé sur la figure 4.13 la log-vraisemblance. Pour cet échantillon particulier, on avait trouvé que la moyenne empirique valait $\bar{x} = 0{,}9944$, soit une estimation du paramètre $\hat{\lambda} = 1/\bar{x} \approx 1{,}0056$; l'information observée $I_A = -\ell''(\hat{\lambda}) = n/\hat{\lambda} \approx 99{,}44$. On cherche à déterminer un intervalle à 95 % de la bonne valeur λ du paramètre de la loi exponentielle utilisée pour la simulation. Cet intervalle est obtenu graphiquement en traçant une ligne horizontale à une distance de $\frac{1}{2}c_{0,95} = 1{,}92$ du maximum ($c_{0,95} = 3{,}84$ correspondant au quantile de 0,95 pour la loi du χ^2_1) ; l'intersection de cette droite avec la courbe de log-vraisemblance fournit les bornes de l'intervalle de confiance. Cela peut ici se calculer également de façon analytique ; la log-vraisemblance s'écrit :

$$\ell(\lambda) = n(\log \lambda - \bar{x}\lambda),$$

avec une valeur maximale obtenue pour $\lambda = \hat{\lambda} = 1/\bar{x}$

$$\ell_{max} = n(\log \hat{\lambda} - \bar{x}\hat{\lambda}) = -n(1 + \log \bar{x}).$$

Les bornes de l'intervalle de confiance sont donc solution de

$$-n(1 + \log \bar{x}) - \frac{1}{2}c_{0,95} = n(\log \lambda - \bar{x}\lambda),$$

soit encore

$$\bar{x}\lambda - \log \lambda = 1 + \log \bar{x} + \frac{c_{0,95}}{2n}.$$

La résolution numérique de cette équation fournit deux racines : $\lambda_1 = 0{,}821$ et $\lambda_1 = 1{,}215$, ce qui fournit un intervalle de confiance assez proche de l'intervalle trouvé précédemment avec le premier théorème. Notons que *grosso modo*, la précision va croître ici en puissance de $1/n$ (un développement limité à l'ordre deux montre que la taille de l'intervalle de confiance varie comme $1/\sqrt{n}$). □

Approximation de la vraisemblance par la fonction profil de vraisemblance

À la section 4.2.7, nous avons vu que l'on peut approcher localement l'allure de la courbe θ_i, un des paramètres du jeu θ à l'aide d'une loi de Laplace-Gauss. L'inconvénient de cette méthode est due à la symétrie de la Laplace-Gauss autour de la valeur moyenne. Si la fonction log-vraisemblance est dissymétrique autour de θ_0, alors cette méthode est peu précise. On peut alors lui substituer la méthode dite du *profil de vraisemblance*.

L'idée de base est de séparer les effets de différentes composantes θ_i dans la log-vraisemblance $\ell(\theta)$. On écrit formellement

$$\ell(\theta) = \ell(\theta_i, \theta_{k \neq i}).$$

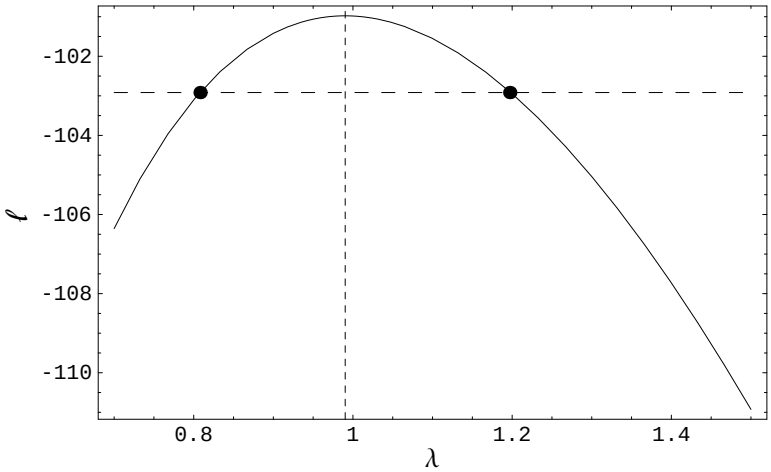


Figure 4.13 – Détermination graphique de l'intervalle de confiance.

Le profil de vraisemblance est la fonction du paramètre θ_i définie par

$$\ell_p(\theta_i) = \max_{k \neq i} \ell(\theta_i, \theta_{k \neq i}).$$

La fonction $\ell_p(\theta_i)$ définit une courbe qui est le profil de la surface de log-vraisemblance vu depuis l'axe θ_i.

4.3 Maxima sur des blocs de valeurs

4.3.1 Problématique

En hydrologie statistique, on cherche à ajuster des lois de valeurs extrêmes sur des données. Le plus souvent, on cherche à exprimer les lois de probabilité sous la forme

$$\underbrace{C}_{\text{quantile}} = f(\underbrace{T}_{\text{période de retour}}),$$

avec T la période de retour exprimée en années et C le quantile étant la variable étudiée (chute de pluie, débit de pointe, etc.). On trace cette relation dans un *diagramme de période de retour*, où est reporté le quantile (en ordonnée) en fonction de la période de retour (en abscisse). Lorsqu'on travaille avec des lois de valeurs extrêmes, il est plus agréable de travailler dans un diagramme semi-logarithmique. Dans un tel système de représentation (voir figure 4.16)

- la loi de Gumbel ($\xi = 0$) apparaît alors comme une droite ;

- la loi de Fréchet ($\xi > 0$) comme une courbe convexe (orientée vers le haut) ;
- la loi de Weibull ($\xi < 0$) comme une courbe concave (orientée vers le bas).

Le tableau 4.2 recense l'ensemble des distributions de loi de valeurs extrêmes.

Tableau 4.2 – Densité de probabilité, fonction de répartition P (dépassement), et quantiles C pour les lois de valeurs extrêmes. On introduit la période de retour comme $T = P^{-1}$.

fonction	$\xi \neq 0$	$\xi = 0$
densité de probabilité	$\frac{1}{\sigma} e^{-\left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)^{-1/\xi}} \left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)^{-\frac{\xi+1}{\xi}}$	$\frac{1}{\sigma} e^{\frac{\mu-c}{\sigma}-e^{\frac{\mu-c}{\sigma}}}$
fonction de répartition	$P = e^{-\left(\frac{(c-\mu)\xi}{\sigma}+1\right)^{-1/\xi}}$	$P = e^{-e^{\frac{\mu-c}{\sigma}}}$
quantile ($C(P)$)	$C = \mu - \frac{\sigma}{\xi}\left(1-(-\ln(1-P))^{-\xi}\right)$	$C = \mu - \sigma \ln(-\ln(1-P))$
quantile ($C(T)$)	$C = \mu - \frac{\sigma}{\xi}\left(1-\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)^{-\xi}\right)$	$C = \mu - \sigma \ln\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)$

En pratique, quand on veut appliquer la théorie des valeurs extrêmes à un échantillon de données, il faut sélectionner les maxima. Il existe deux classes de méthodes :

- on prend les r plus grandes valeurs d'un bloc (voir figure 4.15). En général, comme on utilise la période de retour (comptée en années), un bloc unitaire représente une année de mesures. La méthode des maxima consiste à prendre la valeur maximale observée chaque année ($r = 1$) ; on peut prendre les maxima mensuels ($r \leq 12$) également (sous certaines conditions) ;
- on se fixe un seuil s suffisamment élevé et on prend toutes les valeurs au-dessus de ce seuil. On désigne ces méthodes par les méthodes de seuil (voir figure 4.14).

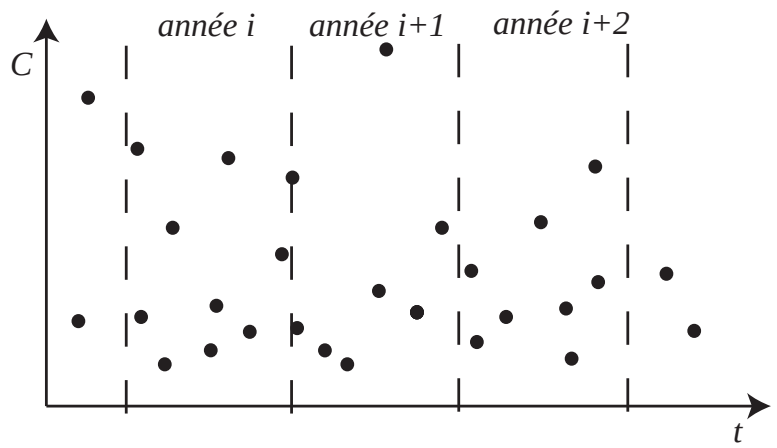


Figure 4.14 – Sélection des données par blocs de valeur sur une période.

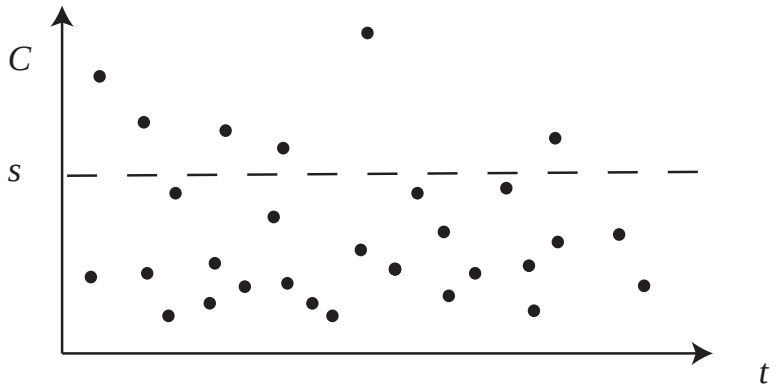


Figure 4.15 – Sélection des données par dépassement d'un seuil s.

On détaille la méthode des maxima dans cette section pour la loi de Gumbel pour laquelle les moments sont assez simples à calculer, puis au § 4.4 la méthode de seuil de façon générale pour toute loi de valeurs extrêmes.

Le rôle de l'exposant ξ est capital car il conditionne le comportement des valeurs extrêmes comme le montre le schéma de la figure 4.16. Très souvent, on possède des données et on cherche à caler une loi de la forme donnée ci-dessus mais la moindre erreur sur le calcul de l'exposant ξ entraîne des valeurs significativement différentes dès que l'on va chercher à extrapoler la courbe pour déterminer les valeurs extrêmes.

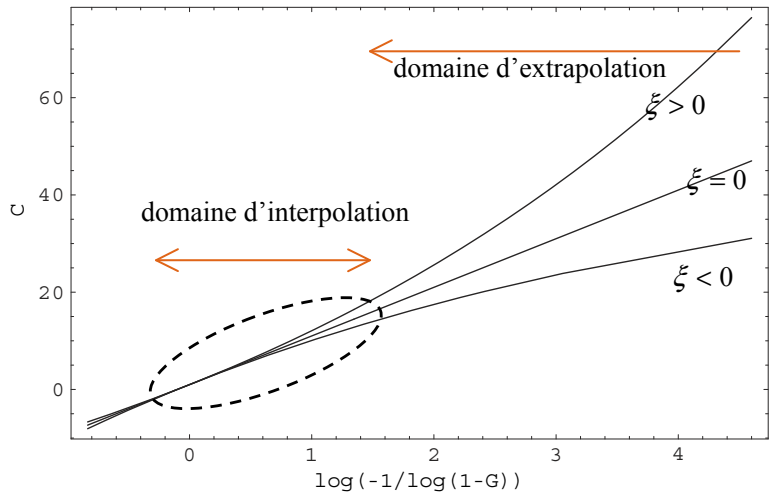


Figure 4.16 – Comportement de la loi de probabilité G en fonction de ξ ($\xi = -0{,}2\,;\,0\,;\,0{,}2$). L'ellipse représente le domaine où l'on dispose en général de mesures.

Notamment le cas $\xi > 0$ est très critique car il implique une forte augmentation des valeurs extrêmes pour les phénomènes les plus rares. La figure 4.16 schématise la difficulté de l'extrapolation en dehors d'un domaine d'interpolation (l'intervalle pendant lequel on a fait des observations). Ainsi, si on a 30 ans de données, on considère qu'approximativement le domaine d'interpolation correspond à 1–30 ans (en termes de période de retour) et que, pour des périodes de retour plus grandes que 30 ans, on entre dans le domaine de l'extrapolation.

4.3.2 Méthode des maxima annuels

La méthode des maxima annuels consiste à :

- Dans un échantillon $\boldsymbol{x}$ de n valeurs couvrant n_a années, retenir les plus fortes valeurs annuelles (pour chaque année civile). On obtient un nouvel échantillon de valeurs notées $(Y_i)_{1\leq i\leq n_a}$.
- On classe les valeurs par ordre croissant que l'on note $(C_i)_{1\leq i\leq n_a}$. On note $\bar{C}$ la moyenne empirique de cet échantillon et Var$C$ sa variance.
- À chaque valeur de rang i, on affecte la probabilité empirique d'occurrence et la période de retour :
$$P_i = \frac{i-0{,}28}{n_a+0{,}28} \text{ et } T_i = \frac{1}{1-P_i} = \frac{n_a+0{,}28}{n_a-i+0{,}56}.$$
- On calcule par la méthode des moments les paramètres de la loi de Gumbel $\mathcal{G}u[\mu,\sigma]$:
$$\sigma = \frac{\sqrt{6}}{\pi}\sqrt{\mathrm{Var}C} \approx 0{,}7796\sqrt{\mathrm{Var}C},$$
$$\mu = \bar{C} - \gamma\sigma \approx \bar{C} - 0{,}45\sqrt{\mathrm{Var}C},$$
avec $\gamma \approx 0{,}577$ la constante d'Euler .
- On reporte dans un diagramme (T, C) la variation du quantile C en fonction de la période de retour. On peut reporter à la fois les données $(T_i, C_i)_{1\leq i\leq n_a}$ et la loi de Gumbel ajustée $\mathcal{G}u[T\,;\,\mu,\sigma]$ afin de vérifier visuellement l'adéquation de l'ajustement.

Remarque : la méthode des moments s'applique aussi avec des lois de type Fréchet ou Weibull, mais la détermination des coefficients μ, σ, et ξ n'est pas directe ; elle nécessite de résoudre numériquement les équations (4.4), (4.5), et (4.6).

4.3.3 Méthode des maxima mensuels

Le problème des maxima annuels est que l'on a souvent peu de données, les séries étant courtes, ce qui conduit à des erreurs d'estimation parfois importantes. Pour améliorer la précision, on peut considérer les maxima mensuels au lieu des maximal annuels. La seule difficulté est que l'on raisonne en années et non en mois. Il faut donc pour passer de probabilités exprimées en mois à des probabilités en années, il faut connaître le lien entre probabilités mensuelle et annuelle. Le cas le plus simple se rencontre quand il y a *équidistribution* des précipitations, c'est-à-dire la probabilité que le maximum soit en janvier est identique à la probabilité qu'il soit observé en février, mars, etc. En termes de probabilité, la loi de composition des probabilités nous donne

$$P_{an}(C) = \mathrm{Prob}[X < C \text{ sur une année}] = \mathrm{Prob}[X < C \text{ en janvier}, X < C \text{ en février}, \ldots],$$

$$P_{an}(C) = \prod_{i=1}^{12} \text{Prob}[X < C \text{ sur le mois } i] = P_{mois}^{12}(C).$$

Considérons maintenant une loi de Gumbel (exprimée en non-dépassement) que l'on ajusterait sur les maxima mensuels

$$C = \mu - \sigma \ln(-\ln P_{mois}).$$

Pour repasser à une relation exprimées en années, on utilise la relation $P_{an}(C) = P_{mois}^{12}(C)$ et $P_{an} = 1 - 1/T$; on déduit

$$C = \mu - \sigma \ln(-\ln(P_{mois})) = \mu - \sigma \ln(-\ln(1 - T^{-1})^{1/12}) \approx \mu + \sigma \ln 12 + \sigma \ln T.$$

La méthode des maxima mensuels consiste à :

- Dans un échantillon $\boldsymbol{x}$ de n valeurs couvrant n_a années, retenir les plus fortes valeurs mensuelles (pour chaque année civile). On obtient un nouvel échantillon de valeurs notées $(Y_i)_{1 \leq i \leq n_m}$, avec $n_m = 12 n_a$.
- On classe les valeurs par ordre croissant que l'on note $(C_i)_{1 \leq i \leq n_m}$. On note $\bar{C}$ la moyenne empirique de cet échantillon et Var$C$ sa variance.
- À chaque valeur de rang i, on affecte la probabilité empirique d'occurrence et la période de retour :

$$P_i = \frac{i - 0{,}28}{n_m + 0{,}28} \text{ et } \hat{T}_i = \frac{1}{1 - P_i} = \frac{n_m + 0{,}28}{n_m - i + 0{,}56}.$$

  La période de retour $\hat{T}$ ainsi introduite est comptée en mois.
- On calcule par la méthode des moments les paramètres de la loi de Gumbel $\mathcal{G}u[\mu, \sigma]$:

$$\sigma = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sqrt{\text{Var}C} \approx 0{,}7796 \sqrt{\text{Var}C},$$
$$\mu = \bar{C} - \gamma\sigma \approx \bar{C} - \sqrt{0{,}45 \text{Var}C}.$$

- On reporte dans un diagramme $(\hat{T}, C)$ la variation du quantile C en fonction de la période de retour. On peut reporter à la fois les données $(\hat{T}_i, C_i)_{1 \leq i \leq n_m}$ et la loi de Gumbel ajustée $\mathcal{G}u[T\,;\,\mu, \sigma]$ afin de vérifier visuellement l'adéquation de l'ajustement. On peut repasser à une période de retour exprimée en années en faisant une translation dans le sens vertical de valeur $+\sigma \ln 12$.

Lorsque le principe d'équidistribution n'est pas vérifié, la statistique sur les r plus grandes valeurs est bien plus complexe à mettre en œuvre (voir Coles, 2001, pp. 66–68).

4.4 Modèles à seuil

Sous modèles à seuil, nous regroupons un ensemble de méthodes (renouvellement, modèle POT[13], etc.) qui ont pour élément commun[14] de se fonder sur un échantillon de valeurs x_i dépassant un certain seuil s. Nous considérons tout d'abord la méthode du renouvellement qui est la plus connue et si elle n'est pas la plus performante, elle fournit de meilleurs résultats que la méthode des maxima annuels pour les échantillons de petite taille. Nous continuerons avec des résultats plus généraux basés sur la loi de Pareto.

Un défaut majeur des modèles à blocs est qu'ils n'exploitent qu'une partie des valeurs extrêmes disponibles et comme en hydrologie, on travaille souvent avec des séries relativement courtes, la précision des estimations n'est pas très bonne. Les modèles à seuil permettent d'utiliser un plus grand nombre de données (toutes les données supérieures à un seuil), mais c'est au prix de calculs un peu plus complexes à mener (Lang *et al.*, 1999).

4.4.1 Modèle à seuil ; méthode du renouvellement

Principe

Quand on examine la distribution statique de la variable aléatoire C au-dessus d'un seuil s (cf. figure 4.4), il y a deux éléments à prendre en compte :

- la fréquence d'occurrence $f(k)$ ou le temps T_i entre deux événements. Si le processus est stationnaire, alors le processus de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ est souvent bien adapté à décrire le nombre d'événements par unité de temps et la loi exponentielle $\mathcal{E}xp(1/\lambda)$ traduit la distribution des temps entre événements (cf. § A.2.4). On appelle ci-après $f(k)$ la probabilité d'observer k événements dépassant le seuil s. Quand la loi de Poisson ne marche pas bien, la loi binomiale négative est une alternative souvent efficace (voir ci-après) ;
- l'intensité des phénomènes $G(c|s)$ conditionnée par l'existence du seuil. $G(c|s)$ désigne la probabilité que la variable aléatoire C soit supérieure au seuil s mais ne dépasse pas une valeur C ($C > s$). Une loi de valeurs extrêmes est généralement bien adaptée à décrire les valeurs fortes observées. En pratique, on peut souvent tenter d'abord d'utiliser une loi simple de type loi exponentielle car pour les précipitations en climat tempéré, l'approximation par une loi exponentielle

13. Abréviation pour *Peak Over Threshold*.

14. Le statut des modèles diffère par construction. La méthode du renouvellement est une construction *a priori* où l'on fait une hypothèse sur la distribution de la fréquence des événements et une autre sur leur intensité (Cox & Miller, 1965; Miquel, 1984). La méthode POT résulte de l'application du théorème de Pickands, qui donne la distribution de probabilité de $x_i - u$.

marche assez souvent (rappelons que la loi exponentielle est une approximation de la loi de Gumbel pour les grandes périodes de retour).

Quand on applique les règles de composition des probabilités d'événements indépendants, on peut écrire (Cox & Miller, 1965) :

$$\begin{aligned}\text{Prob}[C \leq c | C > s] = &\text{Prob[au cours de l'année, il y a 0 chute } C > s] + \\ &\text{Prob[au cours de l'année, il y a 1 chute telle que } C > s \text{ et } C \leq c] + \\ &\vdots \\ &\text{Prob[au cours de l'année, il y a } k \text{ chutes telles que } C > s \text{ et } C \leq c] + \\ &\vdots \end{aligned} \tag{4.10}$$

ce qui sous forme condensée s'écrit :

$$\begin{aligned}\text{Prob}[C \leq c | C > s] = \sum_{k=0}^{\infty} &\text{Prob[au cours de l'année, il y a} \\ &k \text{ chutes d'intensité } C \text{ telles que } C > s \text{ et } C \leq c].\end{aligned} \tag{4.11}$$

Comme les événements sont indépendants, on déduit alors :

$$P(c|s) = \text{Prob}[C \leq c | C > s] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) G(c|s)^k.$$

À noter que derrière cette formule complexe se cache un comportement bien plus simple et compatible avec les résultats de la théorie des valeurs extrêmes. En effet quand $G(c|s)$ est proche de 1, alors[15] $G(c|s)^k \approx 1 - k(1 - G(c|s))$. On en déduit par sommation que :

$$\text{Prob}[C \leq c | C > s] \approx 1 - \lambda \left(1 - G(c|s)\right), \tag{4.12}$$

car $\lambda = \sum k f(k)$ (λ est le nombre moyen d'événements par unité de temps qui dépassent le seuil s) On retrouve donc, à des constantes près, un lien simple (linéarité) entre la loi de renouvellement $\text{Prob}[C \leq c | C > s]$ et la loi $G(c|s)$.

La question est maintenant d'ajuster f et G sur des données. On considère que l'on a un jeu de n_d données couvrant n_a années ; parmi ces n_d données, il y a n_s valeurs qui dépassent le seuil s. Si comme on l'a suggéré plus haut, on choisit $f(k) = \mathcal{P}(k; \lambda) = \lambda^k e^{-\lambda}/k!$ et $G(C|s) = \mathcal{E}xp(x - s; \mu) = 1 - \exp[-\mu(C - s)]$, alors on montre par la méthode du maximum de vraisemblance que :

$$\lambda = \frac{n_s}{n_a} \text{ et } \mu = \frac{1}{\bar{C} - s},$$

15. Rappel : au premier ordre, on a $(1 + \epsilon)^k = 1 + k\epsilon + O(\epsilon)$ lorsque $\epsilon \ll 1$. En posant ici $\epsilon = G - 1$, on trouve le résultat recherché : $G^k = (1 + G - 1)^k \approx 1 + k(G - 1) = 1 - k(1 - G)$.

avec $\bar{C} = \sum_{i=1}^{n_s} c_i/n_s$ la moyenne des n_s valeurs de C dépassant s (Miquel, 1984).

$\rightsquigarrow$ **Démonstration.** – Notons tout d'abord qu'avec le choix de f et G, il est possible de calculer la probabilité conditionnelle $P(c|s)$

$$P(c|s) = \text{Prob}[C \leq c|C > s] = \exp\left[\left(1 - e^{-(c-s)\mu}\right)\lambda - \lambda\right]. \tag{4.13}$$

Il ne s'agit toutefois pas de la fonction de répartition et on ne connaît pas la densité de probabilité pour les valeurs au-dessous du seuil s, ce qui rend délicate l'application de la méthode du maximum de vraisemblance. On peut toutefois construire une fonction de vraisemblance de l'échantillon en se servant des hypothèses à la base du modèle. La fonction de vraisemblance d'un échantillon de n_s valeurs c_i observées sur n_a années et dépassant le seuil s peut se décomposer en deux contributions :

- la probabilité que sur n_a années, on observe n_s événements au-dessus du seuil s : $f(n_s; \lambda n_a) = \text{Prob}(k = n_s) = (\lambda n_a)^{n_s} \exp(-\lambda n_a)/n_s!$;
- la probabilité que les n_s valeurs $\boldsymbol{C} = (c_i)$ soient distribuées selon la densité g

$$g(\boldsymbol{C}; \mu|s) = \prod_{i=1}^{n_s} g(c_i, \mu|s) = \mu^{n_s} \exp\left[-\mu(\sum c_i - s)\right].$$

La log-vraisemblance est donc

$$\ell = \ln[f(n_s; \lambda n_a) g(\boldsymbol{C}; \mu|s)] = n_s \ln(\lambda n_a) - \lambda n_a - \ln(n_s!) + n_s \ln \mu - \mu(\sum c_i - n_s s),$$

ce qui permet de déduire les estimateurs de λ et μ

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = \frac{n_s}{\lambda} - n_a = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{n_s}{n_a}, \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \mu} = \frac{n_s}{\mu} - \sum c_i + n_s s = 0 \Rightarrow \mu = \frac{n_s}{\sum c_i - n_s s} = \frac{1}{\bar{C} - s}. \tag{4.15}$$

□

En se servant de la relation (4.13), on peut calculer la relation entre quantile et période de retour

$$C = s - \frac{1}{\mu} \ln\left(-\frac{1}{\lambda} \ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right), \tag{4.16}$$

ce qui permet d'aboutir à une loi approchée de la forme (pour T assez grand) :

$$C = s + \frac{\ln \lambda}{\mu} + \frac{1}{\mu} \ln T - \frac{1}{2\mu T} + O(T^{-2}). \tag{4.17}$$

Il faut remarquer qu'en pratique, on se limite souvent à un développement au premier ordre ce qui permet d'aboutir à une loi approchée de la forme (pour T très grand) :

$$\boxed{C = s + \frac{\ln \lambda}{\mu} + \frac{1}{\mu} \ln T + O(T^{-1}),} \tag{4.18}$$

qui est également la relation trouvée en faisant un développement limité de la relation (4.12). On note par ailleurs que le modèle de renouvellement dérivé ici (4.16) est structurellement identique à une loi de Gumbel, ce qui montre le lien fort entre modèles à seuil et à blocs.

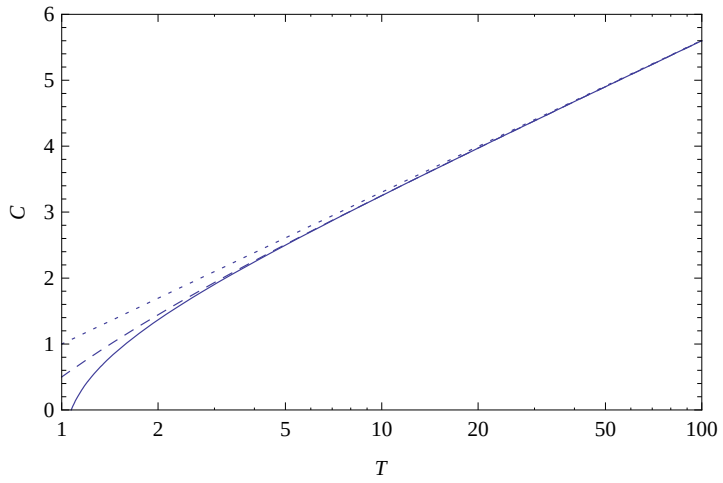


Figure 4.17 – Variation de C en fonction de T d'après la relation (4.16) (courbe continue) et approximation à l'ordre 2 (courbe à tiret) donnée par l'équation (4.17) et à l'ordre 1 (courbe pointillée) donnée par l'équation (4.18). Calcul effectué avec $s = 1$, $\mu = 1$, et $\lambda = 1$.

Application avec une loi binomiale négative

Au lieu d'une loi de Poisson, on peut choisir une loi binomiale négative pour f (celle-ci donne des résultats un peu meilleurs que la distribution de Poisson lorsqu'il y a peu de données): $f(i; k, p) = C_{i-1}^{k-1} p^k (1-p)^{i-k}$. En prenant toujours une loi exponentielle pour G, on trouve alors

$$P(c|s) = \text{Prob}[C \leq c | C > s] = \sum_{i=0}^{\infty} f(i; k, p) G(c|s)^i = p^k \left(e^{(s-x)\mu} \left(e^{(x-s)\mu} p - p + 1 \right) \right)^{-k}.$$

La relation quantile/période de retour est obtenue en inversant cette équation et en posant $T = 1/(1-P)$

$$C = s - \frac{1}{\mu} \ln \left(\frac{p - p\left(1 - \frac{1}{T}\right)^{-1/k}}{p-1} \right),$$

qui peut être approchée par l'expression suivante au second ordre :

$$C = s + \frac{\ln\left(\frac{k(1-p)}{p}\right)}{\mu} + \frac{1}{\mu}\ln T - \frac{k+1}{2kT\mu} + O(T^{-2}). \tag{4.19}$$

On note qu'avec la distribution binomiale négative, la distribution conditionnelle $P(c|s)$ n'est plus de type Gumbel, mais elle ne s'en éloigne pas trop.

Mise en pratique

En pratique :

- Dans un échantillon $\boldsymbol{x}$ couvrant n_a années, dont n_s valeurs dépassent un seuil s, on retient les valeurs dépassant ce seuil. On obtient un nouvel échantillon de valeurs notées $(Y_i)_{1\leq i\leq n_s}$.
- On classe les valeurs par ordre décroissant que l'on note $(C_i)_{1\leq i\leq n_s}$. On note $\bar{C}$ la moyenne empirique de cet échantillon.
- À chaque valeur de rang i, on affecte la probabilité empirique d'occurrence et la période de retour :

$$P_i = \frac{i}{n_s+1} \text{ et } T_i = \frac{n_a}{n_s}\frac{n_s+1}{n_s+1-i}.$$

- On calcule le nombre moyen d'événements dépassant s et le coefficient μ :

$$\lambda = \frac{n_s}{n_a} \text{ et } \mu = \frac{1}{\bar{C}-s}.$$

- On reporte dans un diagramme (T, C) la variation du quantile C en fonction de la période de retour. On peut reporter à la fois les données $(T_i, C_i)_{1\leq i\leq n_a}$ et la loi du renouvellement ajustée (Eq. 4.18) ou bien (4.19) afin de vérifier visuellement l'adéquation de l'ajustement.
- L'incertitude d'échantillonnage est (Miquel, 1984) :

$$\mathrm{Var}[C] = \frac{1}{n_s}\left((\bar{C}-s)^2 + (C-s)^2\right).$$

4.4.2 Loi généralisée de Pareto

Définition

Il existe un pendant au théorème des valeurs extrêmes pour les maxima. Ce nouveau théorème fait appel à la *distribution de Pareto*. Ce type de méthode est souvent désigné par le terme *Peak Over Threshold* (POT).

On considère une série de données X_1, X_2, etc., indépendantes et identiquement distribuées, dont la fonction de répartition marginale est F. Sélectionner des événements extrêmes revient à se fixer un seuil s assez élevé et à retenir toutes les valeurs de X qui dépassent s. La probabilité conditionnelle est alors pour $y > 0$

$$H(y) = \text{Prob}[X > s + y | X > s] = \frac{1 - F(s + y)}{1 - F(s)},$$

par définition des probabilités conditionnelles. Ce que l'on montre, c'est quand on possède un nombre suffisant de données et pour s suffisamment grand, alors, H peut être approché par une *distribution généralisée de Pareto*.

♦ **Théorème.** – (Théorème de Pickands) Soient X_1, X_2, etc., un échantillon de valeurs indépendantes et identiquement distribuées. On considère les valeurs dépassant un certain seuil s suffisamment élevé. La distribution de $X - s$ sachant que $X > s$ est donnée approximativement par la *loi généralisée de Pareto* $\mathcal{P}a(x; \hat{\sigma}, \hat{\xi}|s)$, dont la fonction de répartition s'écrit

$$\boxed{G(x) = 1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi} x}{\hat{\sigma}}\right)^{-1/\hat{\xi}},} \tag{4.20}$$

pour $x > -\hat{\sigma}/\hat{\xi}$ et dont les paramètres sont notés $\hat{\xi}$ et $\hat{\sigma}$. On peut relier ces paramètres à leurs équivalents dans la loi des valeurs extrêmes

$$\hat{\xi} = \xi, \tag{4.21}$$

$$\hat{\sigma} = \sigma + \xi(s - \mu). \tag{4.22}$$

Les lois de Pareto généralisées et des valeurs extrêmes sont duales, ce qui implique notamment que comme pour la loi des valeurs extrêmes, le comportement de G est entièrement dicté par le signe de ξ :

- si $\xi < 0$, les quantiles associés à la loi de Pareto généralisée sont bornés par $s - \hat{\sigma}/\xi$;
- si $\xi = 0$, la distribution tend vers une loi exponentielle de paramètre $1/\hat{\sigma}$

$$G(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{\hat{\sigma}}\right),$$

- si $\xi > 0$, les quantiles croissent indéfiniment vers l'infini.

Choix de s

Le problème principal est la détermination du seuil s :

- si s est trop petit, les valeurs ne sont pas extrêmes et on ne peut pas espérer que la densité de probabilité de l'échantillon s'approche d'une loi de Pareto ;

– si s est trop grand, il y a peu de données dans l'échantillon et la variance de l'estimateur est grande.

La solution mathématique à ce problème de sélection de s est apportée par le résultat suivant ; en pratique, d'autres techniques peuvent être mises en œuvre (Lang *et al.*, 1999). Si les dépassements Y ($Y = X - s$) sont distribués selon le modèle de Pareto de paramètres σ et ξ alors

$$\mathbb{E}[Y] = \int_0^\infty yG'(y)\mathrm{d}y = \frac{\sigma}{1-\xi},$$

sous réserve que $\xi < 1$: si $\xi \geq 1$ la moyenne est infinie. Considérons maintenant un échantillon X_1, X_2, etc., dont les dépassements par rapport à un seuil s_0 sont distribués selon la loi de Pareto généralisée. On a donc

$$\mathbb{E}[X - s_0 | X > s_0] = \frac{\sigma_{s_0}}{1-\xi},$$

où σ_{s_0} désigne le facteur d'échelle associé à s_0. Si la loi de Pareto décrit les excès de X par rapport à s_0, elle décrit également les dépassements pour tout autre seuil $s > s_0$. Donc, pour tout $s > s_0$, on trouve en se servant de la relation (4.22)

$$\boxed{\mathbb{E}[X - s | X > s] = \frac{\sigma_s}{1-\xi} = \frac{\sigma_{s_0} + \xi(s - s_0)}{1-\xi}.} \tag{4.23}$$

Il s'ensuit que pour tout seuil $s > s_0$, alors $\mathbb{E}[X - s | X > s]$ doit être une fonction linéaire de s. L'idée est donc de tracer la courbe $\mathbb{E}[X - s | X > s] = f(s)$ et de rechercher le domaine sur lequel la fonction f est linéaire. La connaissance de ce domaine linéaire permet également de déterminer la valeur de ξ. Notamment si $\mathbb{E}[X - s | X > s] = f(s)$ ne varie pas quand s croît (domaine linéaire horizontal), alors $\xi \approx 0$ et un modèle de Gumbel est bien adapté à décrire les extrêmes de l'échantillon.

Obtention de la période de retour

Il reste encore un peu de travail si l'on veut interpréter le résultat en termes de période de retour. Pour y arriver on procède de la façon suivante (voir Coles, 2001, pp. 81). La loi généralisée de Pareto $\mathcal{P}a(x|\sigma, \xi; s)$ s'écrit :

$$G(x) = \mathrm{Prob}[X > x | X > s] = \left(1 + \xi \frac{x - s}{\sigma}\right)^{-1/\xi}.$$

On peut transformer cette probabilité conditionnelle en probabilité de dépassement en introduisant $\zeta_s = \mathrm{Prob}[X > s]$: $\mathrm{Prob}[X > x | X > s] = \mathrm{Prob}[X > x]/\zeta_s$, c'est-à-dire :

$$\mathrm{Prob}[X > x] = \zeta_s \left(1 + \xi \frac{x - s}{\sigma}\right)^{-1/\xi}.$$

Il s'ensuit que le quantile x_m associé à la pseudo-période[16] m (c'est-à-dire à la probabilité de dépassement Prob$[X > x] = 1/m$) et défini tel que $\mathcal{P}a(x_m|\sigma, \xi; s) = 1/m$ est

$$x_m = s + \frac{\sigma}{\xi}\left((m\zeta_s)^\xi - 1\right),$$

pour m suffisamment grand (de telle sorte que $x_m > s$) et à condition que $\xi \neq 0$. Dans le cas $\xi = 0$, alors on a

$$x_m = s + \sigma \ln(m\zeta_s).$$

Si maintenant on veut transformer cette équation en faisant intervenir la période de retour T (échelle de temps = année) plutôt que la pseudo-période m (échelle de temps = arbitraire), il faut faire coïncider les observations : l'événement de période de retour T est celui qui se produit en moyenne une fois toutes les T années. S'il y a en moyenne n_o observations[17] par année, cet événement correspond à un événement de pseudo-période m avec $m = Tn_o$, d'où l'on déduit la loi

$$x(T) = s + \frac{\sigma}{\xi}\left((Tn_o\zeta_s)^\xi - 1\right), \tag{4.24}$$

si $\xi \neq 0$ et

$$x(T) = s + \sigma \ln(Tn_o\zeta_s), \tag{4.25}$$

si $\xi = 0$. Reste maintenant à évaluer ζ_s. L'estimateur naturel est la proportion de données dépassant le seuil s ; autrement dit, si on a n_d données et que n_s parmi ces données dépasse le seuil s, alors

$$\hat{\zeta}_s = \frac{n_s}{n_d}.$$

Il est possible de faire un lien entre la loi généralisée des valeurs extrêmes (4.1) et loi généralisée de Pareto (4.20) pour les grandes périodes ($T \gg 1$). En effet, pour les grandes périodes, on a $-\ln(1 - 1/T) \approx 1/T$ de telle sorte que le quantile s'écrit

$$x(T) = \begin{cases} \text{si } \xi_p > 0, & \mu + \frac{\sigma}{\xi}\left(-1 + T^\xi\right) \approx \mu + \frac{\sigma}{\xi}T^\xi, \\ \text{si } \xi_p < 0, & \mu + \frac{\sigma}{\xi}\left(-1 + T^\xi\right) \approx \mu - \frac{\sigma}{\xi}, \\ \text{si } \xi_p = 0, & \mu + \sigma \ln T. \end{cases} \tag{4.26}$$

On prendra garde que les coefficients μ, ξ, et σ qui apparaissent dans l'équation (4.26) et dans les équations (4.24–4.25) sont différents. Pour les différencier, on emploiera l'indice p pour se référer aux exposants de Pareto. La comparaison des deux systèmes d'équation amène à (si $\xi > 0$)

$$\xi = \xi_p, \tag{4.27}$$

$$\mu \approx s + \frac{\sigma_p}{\xi_p}\left((n_o\zeta_s)^\xi - 1\right), \tag{4.28}$$

$$\sigma \approx \sigma_p(n_o\zeta_s)^\xi. \tag{4.29}$$

16. On dit ici *pseudo* pour différencier avec la période de retour calculée en années.

17. Il s'agit ici d'observations quelconques, sans que le seuil soit nécessairement dépassé. Toutefois, en pratique, pour se simplifier la vie, on ne prendra que les valeurs dépassant le seuil de telle sorte que $\zeta_s = 1$. Voir ci-dessous la « mise en pratique ».

Mise en pratique

En pratique :

- Dans un échantillon $\boldsymbol{x}$ de n_d données, couvrant n_a années et dont n_s valeurs dépassent un seuil s, on retient les valeurs dépassant ce seuil. Le nombre annuel d'observations et le paramètre ζ_s sont alors

$$n_o = \frac{n_d}{n_a} \text{ et } \zeta_s = \frac{n_s}{n_d}.$$

  On obtient un nouvel échantillon de valeurs notées $(Y_i)_{1 \leq i \leq n_s}$.
- On classe les valeurs par ordre décroissant que l'on note $(C_i)_{1 \leq i \leq n_s}$.
- À chaque valeur de rang i, on affecte la probabilité empirique d'occurrence et la pseudo-période :

$$P_i = \frac{i}{n_s + 1} \text{ et } m_i = \frac{n_s + 1}{i}.$$

- On calcule la log-vraisemblance $\ell(\xi, \sigma)$ de l'échantillon et on recherche les coefficients notés ξ_p et σ_p maximisant cette function. L'incertitude peut être calculée à l'aide de la méthode vue au § 4.2.7 ou § 4.2.7.
- La courbe quantile $= f(T)$ est la suivante

$$x(T) = \begin{cases} \text{si } \xi_p \neq 0, & s + \frac{\sigma_p}{\xi_p}\left((T n_o \zeta_s)^{\xi} - 1\right) \\ \text{si } \xi_p = 0, & s + \sigma_p \ln(T n_o \zeta_s) \end{cases}$$

4.5 Algorithmes de Metropolis et simulations de Monte Carlo

4.5.1 Principe des simulations stochastiques (Monte Carlo)

Les méthodes stochastiques que nous présenterons ici s'appuient sur le théorème de Bayes (voir § A.1.2). Nous le reformulons sous une forme adaptée au présent contexte. Nous disposons :

- d'une distribution de probabilité f qui dépend de p paramètres $\theta = (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_p)$;
- de n données (par exemple le débit de pointe sur plusieurs années), que l'on note génériquement sous la forme $\boldsymbol{d} = d_1, d_2, \cdots, d_n$.

Le modèle f est censé reproduire la distribution de probabilité des données observées. On suppose par ailleurs que nous disposons d'une information *a priori* sur les paramètres, information qui est traduite sous la forme d'une loi de probabilité (probabilité

que les paramètres soient les « bons » paramètres du modèle) $\mathrm{Prob}(P)$. Cette loi de probabilité est appelée *prior*. Elle est déduite d'une connaissance experte, d'un précédent calage, etc. S'il n'y aucune connaissance *a priori*, on choisit un prior plat, c'est-à-dire une loi de probabilité uniforme (les paramètres peuvent prendre n'importe quelle valeur sans préférence aucune).

Dans notre cas, le théorème de Bayes nous permet d'écrire :

$$\mathrm{Prob}(\theta|\boldsymbol{d}) = \frac{\mathrm{Prob}(\boldsymbol{d}|\theta)\mathrm{Prob}(\theta)}{\int \mathrm{d}\theta \mathrm{Prob}(\boldsymbol{d}|\theta)\mathrm{Prob}(\theta)}, \tag{4.30}$$

ce qui peut s'interpréter de la façon suivante : la probabilité d'avoir des valeurs de paramètres θ est égale à la *vraisemblance* $P(\boldsymbol{d}|\theta)$ multipliée par la probabilité *a priori* d'avoir θ. Le dénominateur ne sert ici qu'à garantir que le résultat final est bien une probabilité (l'intégrale de $\mathrm{Prob}(\theta|\boldsymbol{d})$ doit être égale à 1). Il s'agit d'un terme intégral complexe à calculer théoriquement dans la plupart des cas et difficile à évaluer numériquement ; sa connaissance n'est toutefois pas requise dans les simulations de type Metropolis–Hastings que nous allons voir par la suite. Nous avons déjà vu la notion de vraisemblance d'un échantillon au § 4.2. Cette quantité renseigne en quelque sorte sur le degré de vraisemblance d'un échantillon de données si la valeur des paramètres θ du modèle est connue.

Comment cela marche en pratique ? On génère aléatoirement un jeu de paramètres θ d'après leur loi *a priori*. On calcule la vraisemblance de l'échantillon de données $P(\boldsymbol{d}|\theta)$ par rapport aux valeurs de θ, puis en se servant de l'équation (4.30), on déduit la probabilité que le jeu de paramètres P et l'écart-type σ soient les « bonnes » valeurs. Si la vraisemblance de l'échantillon et le prior sont petits, la probabilité résultante $\mathrm{Prob}(\boldsymbol{d}|\theta)$ sera également petite. Si au contraire, le produit des deux nous donne une quantité suffisamment grande, il y a de bonnes chances que le jeu de paramètres θ soit effectivement proche des « bonnes » valeurs.

Les avantages de l'approche apparaissent clairement :

- il s'agit d'une méthode étonnamment souple puisqu'elle n'exige aucune connaissance des propriétés de f ou de $f^{(-1)}$;
- l'incertitude de l'estimateur $\hat{\theta}$ peut être déterminée puisqu'on génère une densité de probabilité $\mathrm{Prob}(\theta)$;
- le nombre de paramètres et de données peut être quelconque.

Un point qui peut laisser le lecteur dubitatif est le poids relatif laissé aux priors. Que se passe-t-il si l'on part d'un prior faux, c'est-à-dire sans pertinence avec la réalité ? De simples applications numériques montrent que le poids du prior est très important quand on a peu de données ; l'utilisation des données pour le calage ne produit qu'un léger ajustement des paramètres du modèle. En revanche, au fur et à mesure que l'on prend en compte des nouvelles données, l'influence du prior devient plus faible jusqu'à devenir négligeable.

Si le principe est simple, la mise en œuvre de la démarche peut sembler délicate car il faut générer des valeurs selon des lois de probabilité plus ou moins simples et parce que l'équation (4.7) fait appel à un dénominateur complexe (terme intégral à calculer) surtout quand la dimension du problème est grande. Heureusement, il existe des algorithmes très performants comme l'*algorithme de Metropolis–Hastings* (appelé plus simplement Metropolis) ou l'échantillonneur de Gibbs, qui permettent de réaliser cette tâche. Ces algorithmes entrent dans la classe des algorithmes de Monte Carlo par chaîne de Markov (*Markov chain Monte Carlo simulation* en anglais), qui utilisent certaines propriétés de séries dites *chaînes de Markov*[18]. L'avantage majeur de ces méthodes est qu'elles ne requièrent pas le calcul du terme intégral de l'équation (4.7), qui n'est vu que comme un facteur de proportionnalité.

4.5.2 Algorithme de Metropolis–Hastings

L'idée de base de l'algorithme d'Metropolis–Hastings est d'introduire une distribution de probabilité à partir de laquelle il est simple de générer des valeurs aléatoires ; une loi de Laplace-Gauss est un bon exemple. On parle de *loi de probabilité instrumentale* et on la note ici Q. On va explorer l'espace de probabilité engendré par $P = \text{Prob}(\theta|\boldsymbol{d})$ en simulant des valeurs de θ, puis en retenant ces valeurs si elles sont cohérentes avec l'équation (4.7). Cette exploration se fait par saut successif; la transition d'un état à l'autre se fait à l'aide de la loi Q et en fixant un certain taux de transition, que nous appellerons *taux d'acceptation*. En pratique, on procède ainsi

1. On part d'un état $\boldsymbol{P}_n = \boldsymbol{x}$, on tire une valeur « candidate » $\boldsymbol{y}^*$ selon la loi $Q(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$.
2. On définit un taux d'acceptation comme suit

$$r = \begin{cases} \frac{P(\boldsymbol{y}^*)Q(\boldsymbol{y}^*|\boldsymbol{x})}{P(\boldsymbol{x})Q(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}^*)} & \text{if } P(\boldsymbol{x})Q(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}^*) > 0 \\ 1 & \text{if } P(\boldsymbol{x})Q(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}^*) = 0 \end{cases} \tag{4.31}$$

3. On accepte la valeur $\boldsymbol{y}_*$ avec une probabilité r. En d'autres termes, on tire une valeur aléatoire u d'une distribution uniforme $\mathcal{U}[0,1]$; si $r > u$ ou bien si $r > 1$, alors on accepte $\boldsymbol{y}^*$ et on pose $\boldsymbol{P}_{n+1} = \boldsymbol{y}^*$, sinon on rejette $\boldsymbol{y}^*$ et on pose $\boldsymbol{P}_{n+1} = \boldsymbol{P}_n$.
4. On répète la procédure.

Pour assurer une bonne convergence, le nœud de la difficulté réside dans la sélection d'une bonne loi instrumentale. Il est souvent avantageux d'opter pour la variante dite « marche aléatoire » de l'algorithme de Metropolis (Robert, 1996), qui implique

18. Rappelons que de manière très sommaire, une chaîne de Markov est une suite de valeurs x_n ; le passage d'une valeur x_n à une valeur x_{n+1} peut être décrit à l'aide d'une loi de probabilité unique. Par exemple, $x_{n+1} = x_n + \epsilon$ avec ϵ tiré selon une certaine loi.

de choisir une loi de probabilité symétrique $Q = Q(|x - y|)$; cela permet notamment de simplifier l'expression du taux d'acceptation r dans l'équation (4.31): $r = \min[1, P(\boldsymbol{y}^*)/P(\boldsymbol{x})]$. La convergence de la distribution empirique de (X_n) vers P est ici garantie à cause de la décroissance exponentielle de la queue de distribution de P. Un choix fréquemment fait est de prendre une loi de Laplace-Gauss. Dans le cas d'un problème multidimensionnel $p > 1$, cette loi est supposée non corrélée et avoir une matrice de covariance $\boldsymbol{\rho}$:

$$Q(\cdot|\boldsymbol{x}) : \ \boldsymbol{y} \leftarrow \mathcal{N}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\rho}).$$

La matrice $\boldsymbol{\rho}$ doit être ajustée de telle sorte qu'il y ait un bon compromis entre le taux d'acceptation et la capacité de l'algorithme à explorer tout l'espace de probabilité. Si $\boldsymbol{\rho}$ est trop grand, une proportion extrêmement large de valeurs candidates sera rejetée, ce qui conduit à une convergence très lente. À l'opposé, si $\boldsymbol{\rho}$ est trop petit, l'algorithme acceptera quasiment toutes les valeurs candidates, mais le mouvement relatif d'un état à l'autre dans l'espace des probabilités sera très petit, ce qui de nouveau conduit à une faible efficacité. Une règle empirique pour cette version de l'algorithme est d'ajuster $\boldsymbol{\rho}$ de telle sorte que le taux d'acceptation r soit compris dans l'intervalle 0,25–0,5.

4.6 Intervalle de confiance des quantiles

4.6.1 Problématique

Quand on cale une loi de valeurs extrêmes $C = F(T\ ;\ \boldsymbol{\theta})$ (ou tout autre loi de probabilité) sur des données, on peut être intéressé à connaître l'intervalle de confiance des quantiles C pour une période de retour donnée, surtout lorsqu'on travaille sur de petites séries temporelles. Jusqu'à présent, on a montré que l'on pouvait estimer l'intervalle de confiance des paramètres $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma, \xi)$ de cette loi si on utilise la méthode du maximum de vraisemblance ou l'inférence bayésienne. En quoi cette connaissance de l'incertitude sur $\boldsymbol{\theta}$ peut-être utile ?

Une approche naïve serait de dire qu'en obtenant l'intervalle de confiance $[\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2]$ du paramètre $\boldsymbol{\theta}$, l'intervalle de confiance du quantile C serait $[F(T, \boldsymbol{\theta}_1), F(T, \boldsymbol{\theta}_2)]$. Cette approche est erronée car la loi de valeurs extrêmes F est non linéaire, et donc les incertitudes ne se propagent pas de façon linéaire.

On peut mettre en œuvre deux approches pour estimer les incertitudes sur les quantiles :

- La première consiste à faire un développement de Taylor afin de linéariser la relation $C = F(T\ ;\ \boldsymbol{\theta})$. Quand la variance de $\boldsymbol{\theta}$ est faible, on peut se contenter d'un développement au premier ordre ; dans le cas contraire, il faut pousser l'ordre du développement de Taylor, ce qui rend la méthode un peu plus laborieuse dans son emploi. Malheureusement, quand on travaille avec des séries

courtes de données hydrologiques, on est rarement dans le cas où la variance de $\boldsymbol{\theta}$ est petite.

– La seconde méthode consiste à utiliser la distribution a posteriori du calage de $C = F(T\ ;\ \boldsymbol{\theta})$ lorsqu'on emploie l'inférence bayésienne.

Il existe d'autres approches plus ou moins simples à utiliser (Kite, 1975; Stedinger, 1983; Chowdhury & Stedinger, 1991; Bâ *et al.*, 2001). On pourra aussi se reporter à Meylan *et al.* (2008) (pp. 105–118) pour une revue de certaines des ces méthodes en hydrologie et Smith (2013) pour un cadre mathématique et physique plus général.

4.6.2 Approximation par développement de Taylor

Principe

Un problème courant en statistique est de déterminer comment se propagent les erreurs ou incertitudes. Supposons que l'on ait une variable aléatoire X dont on connaissance la distribution f ou ses moments. On définit une nouvelle variable

$$Y = v(X),$$

où v est une fonction continue et différentiable. La question est d'obtenir une information sur les moments de Y ou sa loi de probabilité g à partir de l'information connue sur X. En théorie, on sait que la loi de g est liée à f (voir § annexe A.1.4) :

$$g(y) = f(x)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = f(x)|v'(x)|^{-1}, \tag{4.32}$$

En pratique, les choses sont plus compliquées : il est difficile de généraliser cette équation aux distributions multivariées ; le calcul de la fonction inverse $x = v^{(-1)}(y)$ peut être impossible à faire analytiquement ; on ne connaît pas f, mais uniquement des moments (empiriques) de X.

On peut contourner cette difficulté en linéarisant la relation $Y = v(X)$ autour de la moyenne m (moyenne empirique $m = \bar{X}$ ou bien espérance $m = \mathbb{E}(X)$ selon le problème considéré) de X :

$$v(X) = v(m) + (X - m)v'(m) + \frac{1}{2}(x - m)^2 v''(m) + \cdots, \tag{4.33}$$

d'où l'on tire en appliquant l'opérateur moyenne

$$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(v(X)) = v(m) + \frac{1}{2}v''(m)\mathrm{Var}X. \tag{4.34}$$

La variance peut se calculer en élevant l'équation (4.33) au carré, en retranchant $\mathbb{E}(Y)^2$, et en simplifiant l'expression en ne retenant que les termes d'ordre 2. Le résultat peut

être obtenu plus rapidement en utilisant l'identité sur la variance d'une combinaison linéaire

$$\mathrm{Var}(aX + b) = a^2 \mathrm{Var} X, \tag{4.35}$$

qui se généralise à deux variables

$$\mathrm{Var}(aX + bY + c) = a^2 \mathrm{Var} X + b^2 \mathrm{Var} Y + 2ab \mathrm{Cov}(X, Y). \tag{4.36}$$

ou plusieurs variables

$$\mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \mathrm{Var} X_i + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n}^{n} a_i a_j \mathrm{Cov}(X_i, X_j). \tag{4.37}$$

De l'équation (4.35), on tire immédiatement qu'au premier ordre on a :

$$\mathrm{Var} Y = v'^2(m) \mathrm{Var} X. \tag{4.38}$$

Lorsque X est distribué selon la loi normale (ou asymptotiquement distribué selon la loi normale), ce résultat est appelé en statistique « méthode delta ».

♣ **Exemple n° 2** – Supposons que X soit tiré d'une loi normale $\mathcal{N}$ de moyenne μ et d'écart-type s. On définit le changement de variable :

$$Y = v(X) = aX^2.$$

L'équation (4.32) nous permet de calculer la densité de probabilité de Y :

$$g(Y) = \frac{\mathcal{N}(\sqrt{y/a}\,;\, m, s)}{2a\sqrt{y/a}},$$

qui appartient à la famille des lois du χ^2 non centré. L'espérance et variance théoriques sont donc :

$$\mathbb{E}(Y) = a(\mu^2 + s^2) \text{ et } \mathrm{Var} Y = 2a^2 s^2 (2\mu^2 + s^2).$$

Le développement de Taylor (4.34) à l'ordre 2 nous donne :

$$\bar{Y} = v(\mu) + \frac{1}{2} v''(\mu) \mathrm{Var} X = a\mu^2 + as^2 = a(\mu^2 + s^2),$$

ce qui correspond à la moyenne théorique. Pour la variance, le développement de Taylor (4.38) à l'ordre 2 fournit la relation :

$$\mathrm{Var} Y = v'^2(m) \mathrm{Var} X = 4a^2 \mu^2 s^2,$$

et on en déduit que l'erreur par rapport à la valeur théorique est $2a^2 s^4$, soit une erreur relative :

$$\varepsilon = \frac{2a^2 s^4}{4a^2 \mu^2 s^2} = \frac{s^2}{2\mu^2}.$$

Cette erreur relative est petite tant que $s \ll \mu$. □

Application aux lois de valeurs extrêmes

On peut maintenant appliquer la méthode par développement de Taylor à la loi de valeurs extrêmes (Coles, 2001, pp. 56–57) :

$$C = F(T\,;\,\boldsymbol{\theta}) = \mu - \frac{\sigma}{\xi}\left(1 - \left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)^{-\xi}\right)$$

On s'intéresse ici à calculer la variance $\mathrm{Var}C$ connaissance les valeurs de $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma, \xi)$ et la variance $\mathrm{Var}\boldsymbol{\theta} = (\mathrm{Var}\mu, \mathrm{Var}\sigma, \mathrm{Var}\xi)$. On suppose que l'on a une estimation des paramètres $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, de la variance empirique $\mathrm{Var}\boldsymbol{\theta}$, et éventuellement de la covariance des paramètres $\mathrm{Cov}(\theta_i,\theta_k)$. L'ensemble forme la matrice $\boldsymbol{V}$ de variance-covariance ou tout simplement covariance (puisque $\mathrm{Cov}(X_i, X_i) = \mathrm{Var}X_i$).

On introduit les variables intermédiaires pour le cas $\xi \neq 0$:

$$C_\mu = \left.\frac{\partial C}{\partial \mu}\right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = 1, \tag{4.39}$$

$$C_\sigma = \left.\frac{\partial C}{\partial \sigma}\right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \frac{1}{\hat{\xi}}\left(1 - \left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)^{-\hat{\xi}}\right), \tag{4.40}$$

$$C_\xi = \left.\frac{\partial C}{\partial \xi}\right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \frac{\hat{\sigma}\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)^{-\hat{\xi}}\left(\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right)^{\hat{\xi}} - \hat{\xi}\ln\left(-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right) - 1\right)}{\hat{\xi}^2}. \tag{4.41}$$

La variance du quantile C s'obtient en utilisant la relation (4.37)

$$\mathrm{Var}C = C_\mu^2\mathrm{Var}\mu + C_\sigma^2\mathrm{Var}\sigma + C_\xi^2\mathrm{Var}\xi \tag{4.42}$$

$$+ 2C_\mu C_\sigma\mathrm{Cov}(\mu, \sigma) + 2C_\xi C_\sigma\mathrm{Cov}(\xi, \sigma) + 2C_\mu C_\xi\mathrm{Cov}(\mu, \xi). \tag{4.43}$$

Il existe une formulation compacte sous forme tensorielle de l'équation (4.42) :

$$\mathrm{Var}C = \nabla C \cdot \boldsymbol{V} \cdot \nabla C, \tag{4.44}$$

où $\nabla C = (\partial_\mu C, \partial_\sigma C, \partial_\xi C)$ est le gradient de C par rapport à $\boldsymbol{\theta}$, évalué en $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, dont les composantes sont données par les équations (4.39)–(4.41).

♣ **Exemple n° 2** – Prenons l'exemple d'une série courte de données de pluie journalière d'où on extrait les maxima annuels sont : $\boldsymbol{d} = \{46,\ 59{,}2,\ 60{,}4,\ 74{,}8,\ 77{,}6,\ 83,\ 91{,}4,\ 94{,}2,\ 100{,}6,\ 100{,}8,\ 108,\ 108{,}2,\ 129{,}2\}$ mm. Admettons que l'on cale une loi de Gumbel par la méthode du maximum de vraisemblance $\ell(\theta)$

$$C = \mu - \sigma\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right).$$

On obtient :

$$\hat{\mu} = 75{,}86 \text{ mm et } \hat{\sigma} = 21{,}49 \text{ mm}.$$

On calcule la matrice d'information observée $\boldsymbol{I}_O$:

$$\boldsymbol{I}_O = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \ell}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \mu \partial \sigma} \\ \frac{\partial^2 \ell}{\partial \mu \partial \sigma} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \sigma^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0281 & -0{,}013 \\ -0{,}013 & 0{,}056 \end{bmatrix},$$

La matrice de covariance s'en déduit

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{I}_O^{-1} = \begin{bmatrix} 40{,}01 & 9{,}42 \\ 9{,}42 & 19{,}91 \end{bmatrix}.$$

Le gradient de la fonction C s'écrit

$$\nabla C = \begin{bmatrix} \partial_\mu C \\ \partial_\sigma C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\ln(1 - 1/T) \end{bmatrix}$$

On peut reformuler l'équation (4.37) sous la forme tensorielle plus compacte

$$\text{Var}C = \nabla C \cdot \boldsymbol{V} \cdot \nabla C.$$

On peut utiliser les résultats énoncés au § 4.2.7 pour calculer l'intervalle de confiance. Par exemple, si on considère l'intervalle de confiance à $\alpha = 95$ %, on introduit le quantile $z_{\alpha/2}$ associé à la probabilité $1-\alpha/2$ de la loi de normale centrée (moyenne 0, variance 1) : $z_{\alpha/2} = 1{,}96$. L'intervalle de confiance à 95 % du quantile C s'écrit donc

$$C(T) = \nabla C \cdot \boldsymbol{V} \cdot \nabla C \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\text{Var}C(T)}.$$

La figure 4.18 montre la variation de la pluie journalière maximale en fonction de la période de retour ainsi que l'intervalle de confiance à 95 %.

4.6.3 Approximation par inférence bayésienne

Au § 4.5.1, on a vu l'équation (4.30) qui permet de déduire la probabilité *a posteriori* d'observer le paramètre $\boldsymbol{\theta}$ à partir d'un jeu de données $\boldsymbol{d}$ et de la vraisemblance $\text{Prob}(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{\theta})$ de ce jeu de données

$$\text{Prob}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{d}) = \frac{\text{Prob}(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{\theta})\text{Prob}(\boldsymbol{\theta})}{\int \text{d}\boldsymbol{\theta}\text{Prob}(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{\theta})\text{Prob}(\boldsymbol{\theta})}. \tag{4.45}$$

En pratique, la probabilité *a posteriori* est estimée numériquement à l'aide d'algorithme comme celui de Metropolis–Hastings. Plusieurs options sont alors possibles pour déterminer un intervalle de confiance du quantile $C(T)$.

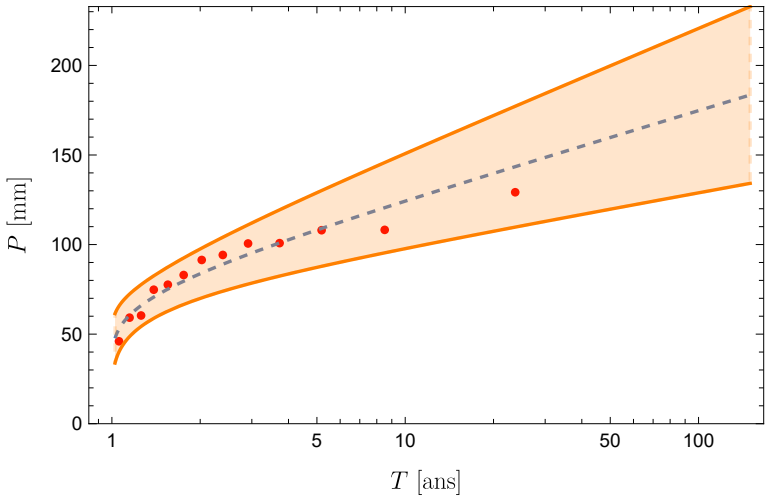


Figure 4.18 – Variation de la pluie journalière P (en mm) en fonction de la période de retour sur le poste de Chabanon (commune de Selonnet, France) sur la période 2011–2023. La bande colorée montre l'intervalle de confiance à 95 %. Données : ROMMA.

Une façon de faire est de calculer un échantillon de quantiles $F(T, \boldsymbol{\theta}_i)$ à partir de $\boldsymbol{\theta}_i$ dans l'algorithme de Metropolis–Hastings, puis lorsque cette étape est achevée, de calculer les quantiles associées aux probabilités $\alpha/2$ et $1 - \alpha/2$ afin d'avoir une estimation plus précise de l'intervalle de confiance à 100α %. En effet, contrairement à la méthode utilisée pour la méthode du maximum de vraisemblance, on ne fait pas de développement de Taylor, et donc l'estimation ne nécessite pas d'hypothèse particulière.

♣ **Exemple n° 2** (suite) – Reprenons les données des maxima annuels de pluie journalière du poste de Chabanon et calons maintenant les paramètres $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma, \xi)$ d'une loi de valeurs extrêmes à l'aide de l'inférence bayésienne et de l'algorithme de Metropolis–Hastings. Nous prenons comme estimateurs $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ la médiane[19] de l'échantillon $\boldsymbol{\theta}_i$:

$$\hat{\mu} = 77{,}70 \text{ mm}, \hat{\sigma} = 25{,}60 \text{ mm et } \hat{\xi} = -0{,}24. \tag{4.46}$$

La matrice de covariance est

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} 64.55 & -4.51 & -0.27 \\ -4.51 & 39.86 & -0.14 \\ -0.27 & -0.14 & 0.04 \end{bmatrix}. \tag{4.47}$$

La figure 4.19 montre les histogrammes de l'échantillon $\boldsymbol{\theta}_i$. Comme $\hat{\xi} < 0$, la loi est une loi de Weibull. On la compare sur la figure 4.19(d) cette loi avec la loi de Gumbel calée précédemment.

19. La médiane est le quantile associé à la probabilité 0,5.

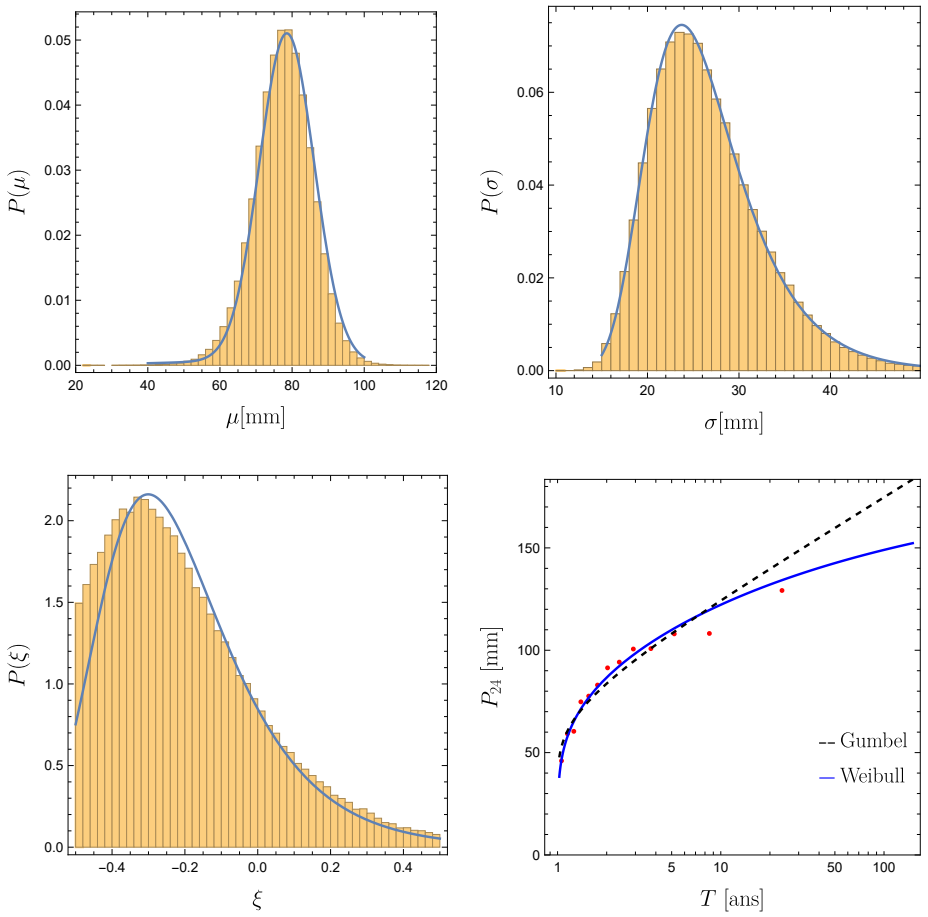


Figure 4.19 – Résultat de l'algorithme de Metropolis–Hastings. (a) Histogramme de μ ; la courbe bleue montre une loi empirique calée sur l'histogramme de l'échantillon $\boldsymbol{\theta}_i$. (b) Histogramme de σ. (c) Histogramme de ξ. (d) Variation du quantile de pluie journalière $P_{24}(T)$ en fonction de la période de retour T. On a reporté la courbe de Weibull calée par inférence bayésienne et la courbe de Gumbel calée par la méthode du maximum de vraisemblance. La simulation a été réalisée en prenant de lois instrumentales normales pour les paramètres μ et σ, et une loi normal tronquée pour xi (en sorte que $-0{,}5 \leq \xi \leq 0{,}5$). Un échantillon de 5×10^5 valeurs a été généré.

Pour savoir quelle est la loi qui offre la meilleure représentation des données, on peut se servir du critère d'information d'Akaike[20] A :

$$A = 2k - 2 \ln L, \tag{4.48}$$

avec k le nombre de paramètres de la loi et L la vraisemblance de la loi calée. Selon ce

20. souvent abrégé par son acronyme anglais AIC : *Akaike information criterion.*

critère, le meilleur modèle est celui qui obtient le score A le plus faible. Ici pour la loi de Gumbel ($k = 2$), on a :

$$A = 2k - 2\ln L = 2(2 + \ln 59{,}7) = 123{,}4$$

alors que pour la loi de Weibull ($k = 3$) on a :

$$A = 2k - 2\ln L = 2(3 + \ln 59{,}1) = 124{,}3.$$

Selon le critère d'Akaike, le modèle de Gumbel est le plus approprié, mais l'écart entre les deux modèles est trop ténu pour qu'on en tire des conclusions nettes.

La figure 4.20 montre la loi de Weibull calée sur les données $\boldsymbol{d}$ ainsi que l'intervalle de confiance à 70 % ($\alpha = 0{,}7$). Pour la méthode fondée sur le développement de Taylor, le résultat est facile à établir à l'aide de l'équation (4.42) où la matrice de covariance est donnée par l'équation (4.47). Pour la méthode fondée sur l'inférence bayésienne, on construit pour différentes valeurs de la période de retour T_k un échantillon $C(T_k, \boldsymbol{\theta}_i)$, puis on calcule les quantiles associés à $\alpha/2 = 0{,}15$ et $1 - \alpha/2 = 0{,}85$ de cet échantillon. La figure 4.20 montre que pour les petites périodes de retour, les deux méthodes donnent des résultats similaires, mais on note des écarts sensibles pour $T > 10$ ans.

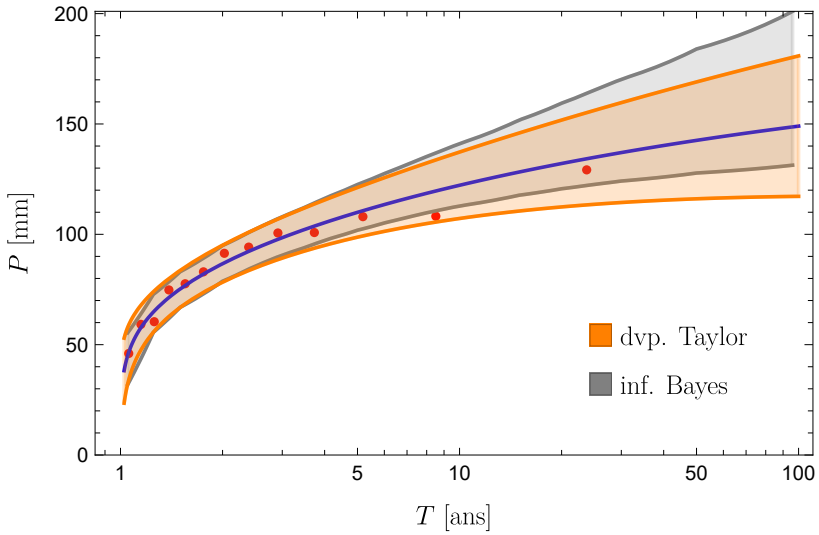


Figure 4.20 – Variation du quantile de pluie journalière P avec la période de retour T. On a reporté les intervalles de confiance à 70 % ($\alpha = 0{,}7$) tels qu'établis par développement de Taylor ou bien par estimation des quantiles empiriques.

CHAPITRE 5

Crues liquides et inondations

On commence par passer en revue les principales notions d'hydrologie nécessaires à comprendre et calculer les caractéristiques d'une crue. On s'intéresse ensuite au cas des petits bassins-versants de montagne et piémont, qui présentent une très grande variété de comportement hydrologique ; on passe en revue les différentes classes de comportement. Dans la dernière partie du chapitre, on présente les différentes stratégies de détermination du débit de pointe et de l'hydrogramme de crue. L'accent est surtout mis sur les méthodes de prédétermination en l'absence d'observations sur un bassin-versant

Fournir une vision générale du comportement hydrologique d'un bassin-versant est une entreprise délicate. Il existe en effet une multitude d'échelles de taille : du petit bassin-versant de montagne de quelques hectares au bassin-versant d'un fleuve couvrant plusieurs milliers de km^2. À chaque échelle sont en général associés des phénomènes qui peuvent différer grandement et donc des méthodes de calcul différentes. On s'intéressera ici plus particulièrement aux petits bassins-versants de montagne tels qu'on peut les trouver en Suisse et sur l'arc alpin.

5.1 Quelques rappels d'hydrologie

On fournit ici quelques définitions utiles pour comprendre la suite du cours. Pour approfondir ou réviser les notions importantes, on pourra se reporter utilement au livre Brutsaert (2005) plutôt orienté sur les aspects physiques et celui de Musy & Higy (2004) donnant un aperçu général et plutôt centré sur une approche d'ingénieurs.

5.1.1 Définitions

Hyétogramme : un *hyétogramme* est une représentation de l'intensité de la pluie tombée en fonction du temps. Comme en général, la pluie est recueillie par un pluvio-

graphe, l'intensité est intégrée sur un pas de temps de quelques minutes. Les courbes ont en général l'allure d'un histogramme (voir figure 5.1). Les précipitations ont généralement des intensités aléatoirement distribuées dans le temps et en conséquence, les hyétogrammes présentent des formes complexes qui sont difficiles à caractériser. Le plus souvent on se contente de définir le cumul de pluie P sur un pas de temps de fixe d et l'intensité moyenne associée $I_m = P/d$. Il existe des méthodes plus sophistiquées qui permettent de fournir des hyétogrammes synthétiques qui cherchent à reproduire les caractéristiques principales des hyétogrammes observés. On peut citer :

- les méthodes analytiques de Keifer, de Normand, LHM, etc. ;
- les méthodes numériques de générateur de pluie, fondées sur un tirage aléatoire des pluies sur un pas de temps donné.

On verra la méthode Shypre dans ce cours (voir la section « Simulateur des pluies » en fin de chapitre). Un *pluviogramme* est une courbe représentant la somme des précipitations depuis un temps initial de référence ; c'est donc une courbe croissante au cours du temps.

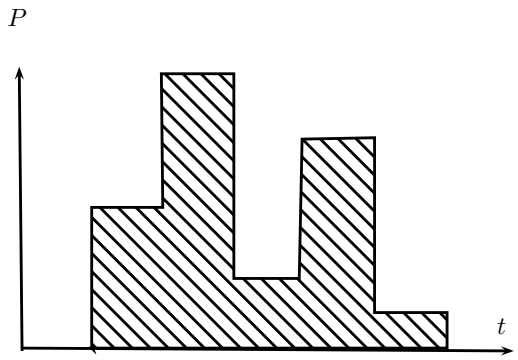


Figure 5.1 – Hyétogramme.

Pluviomètre et pluviographe : les eaux de pluie sont collectées dans des réceptacles. Un *pluviomètre* est un récipient normalisé qui recueille les eaux de pluie journalières ; la mesure se fait de 7 h TU[1] à 7 h le lendemain. Dans un pluviographe, la hauteur de précipitation est mesurée en continu au cours du temps (et non plus sur une durée journalière). En zone de montagne où l'accès est difficile, on place parfois des **totalisateurs** qui enregistre le cumul annuel de précipitations (de début octobre à fin septembre).

Pluie brute/nette/utile : la pluie brute est la quantité de pluie mesurée par un pluviographe sur une certaine durée t. Une partie de la lame d'eau tombée contribue directement à la crue (ruissellement), une autre partie sera infiltrée, interceptée par les

1. TU : temps universel.

végétaux. Selon l'état du sol (saturation du sol) et l'intensité de la pluie, un écoulement superficiel (ruissellement) est en effet provoqué par la pluie ; la quantité de pluie qui participe à l'écoulement direct est appelée pluie utile. Si la pluie dure suffisamment longtemps, une partie de l'eau infiltrée peut également participer à la crue (écoulement hypodermique). La quantité de pluie qui participe à la crue par ruissellement ou écoulement hypodermique est appelée pluie nette.

Intensité : l'intensité est la vitesse de précipitation, en général mesuré en mm/h, d'une pluie. On peut définir une *intensité moyenne* I_m d'une pluie P tombée pendant un temps δt : $I_m = P/\delta t$. On peut aussi définir une *intensité instantanée* : $I = \mathrm{d}P/\mathrm{d}t$. Il existe des lois intensité-durée pour les pluies comme la loi de Montana (voir § 5.2.1).

Hydrogramme : un hydrogramme est une représentation graphique montrant la variation du débit « instantané » dans un cours d'eau en fonction du temps. Ce débit instantané est généralement moyenné sur un pas de temps (10 min, horaire). Pour les besoins des calculs hydrauliques, on introduit souvent un hydrogramme synthétique, qui vérifie un certain nombre de propriétés (débit de pointe, volume de crue, tarissement, différents temps caractéristiques) similaires aux crues de la rivière étudiée, mais présente une forme beaucoup plus simple (en général, courbe avec un seul pic de crue). Un *hydrogramme unitaire* est l'hydrogramme d'une crue générée par une pluie unitaire, c'est-à-dire une pluie d'intensité constante sur une certaine durée et dont le cumul est de 1 mm ; cette notion sert dans les méthodes de transformation pluie-débit.

Crue : il existe plusieurs définitions du mot crue. Ici, crue désigne un événement caractérisé par une rapide augmentation du débit. Plusieurs paramètres sont utilisés pour décrire une crue

- le débit de pointe : c'est le débit maximal de la crue. Le débit de pointe est un débit instantané, qui est difficile à estimer si l'on dispose de chroniques de débits avec des pas de temps longs (de quelques heures à la journée). Il est parfois possible de déterminer le débit de pointe instantané Q_p à partir du débit moyen journalier Q_j à l'aide de formule :

$$Q_p = rQ_j \text{ avec } r = 1 + \left(\frac{2{,}66}{S}\right)^{0{,}3},$$

  avec S la surface du bassin-versant en km^2. Le coefficient r est appelé *coefficient de pointe*. En pratique, r n'est pas une constante, mais varie selon la période de retour. Dans le cadre de la synthèse nationale sur les crues de petit bassin-versant, les hydrologues du Cemagref ont proposé l'expression suivante pour des crues décennales ($T = 10$ ans) (CTGREF, 1979; Laborde, 1999)

$$r = 1 + \frac{9{,}1}{d_s^{0{,}84}}\left(\frac{Q_{10}}{Q_2} - 1\right),$$

  où Q_{10} est le débit moyen journalier décennal, Q_2 le débit moyen biennal, d_s la durée spécifique (en h). Si la durée spécifique n'est pas connue, on peut utiliser

la relation

$$r = 1 + \frac{2{,}5}{S^{0{,}36}} \left(\frac{Q_{10}}{Q_2} - 1 \right)^{2/3},$$

avec S la surface du bassin-versant en km^2;

– le volume de crue : c'est le volume d'eau mobilisé durant la crue. On introduit souvent le volume d'eau V correspondant au débit Q supérieur à un seuil s

$$V = \int_{Q \geq s} Q \mathrm{d}t.$$

Le *temps de montée* est en général assez rapide : c'est le temps entre le débit avant la crue (débit de base) et le débit de pointe. Le temps entre la fin de la pluie et le débit de pointe est appelé temps de réponse ; parfois, on préfère définir le *temps de réponse* du bassin par rapport à la pluie utile. Plus couramment, on introduit le *temps de concentration* qui est le temps que mettrait une goutte entre le moment où elle tombe et le moment où elle franchit les limites du bassin-versant après avoir rejoint le cours d'eau. C'est une quantité difficile à estimer car elle se mesure entre la fin de la pluie utile et la fin de l'écoulement direct (ruissellement). La durée caractéristique d_s est le temps durant lequel le débit instantané est supérieur à un seuil $s = \frac{1}{2} Q_p$ fixé à la moitié du débit de pointe. Ce temps peut se mesurer facilement dès lorsqu'on a un hydrogramme de crue.

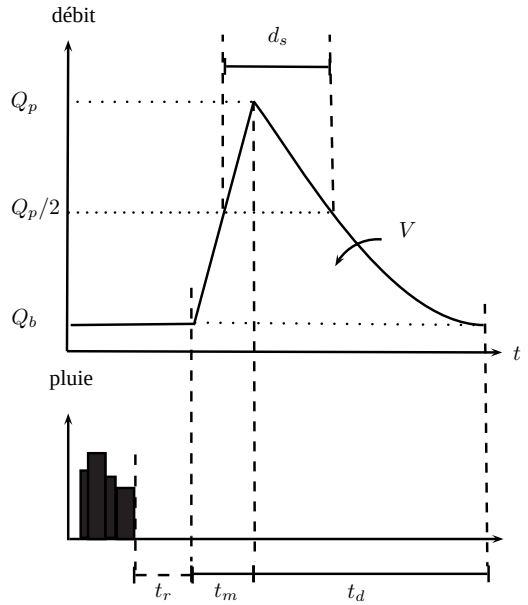


Figure 5.2 – Définition des temps et débits lors d'une crue.

Surface : la surface du bassin-versant est la superficie de toutes les parcelles drainées par le bassin-versant (c'est-à-dire une goutte d'eau qui tombe sur une parcelle se retrouve après un certain laps de temps dans le cours d'eau du bassin-versant). Quand on emploie des méthodes de prédétermination, la surface mesurée sur la carte est la surface projetée ; si on connaît un angle moyen de pente, on peut estimer la surface du bassin-versant.

Pluie centrée/non centrée : les mesures à l'aide d'un pluviographe sont réalisées à pas de temps fixe (en général de 7 h TU à 7 h TU le lendemain). Quand on s'intéresse aux pluies maximales de durée 24 h, il n'y a aucune raison pour que cette pluie soit observée durant un créneau de mesures J à $J+1$; il est plus vraisemblable que cette pluie maximale soit à cheval sur deux journées. Il s'ensuit que si l'on recherche les maxima journaliers avec un pas de temps glissant ou bien au contraire avec un pas de temps fixe, on aboutit à des valeurs différentes : les valeurs « glissantes » sont appelées pluie centrée (sur le maximum de pluie en 24 h) et sont systématiquement supérieures à celles obtenues sur une grille de temps fixe, appelées *pluies non centrées*. L'étude statistique montre qu'il existe une relation linéaire stable entre les pluies de n jours centrées et celles non centrées :

$$P_c = \alpha_n P_{nc},$$

avec $\alpha_n = (1 - 1/(8n))^{-1}$ le *coefficient de Weiss*. Pour les pluies journalières, on a $\alpha_1 = 1{,}14$.

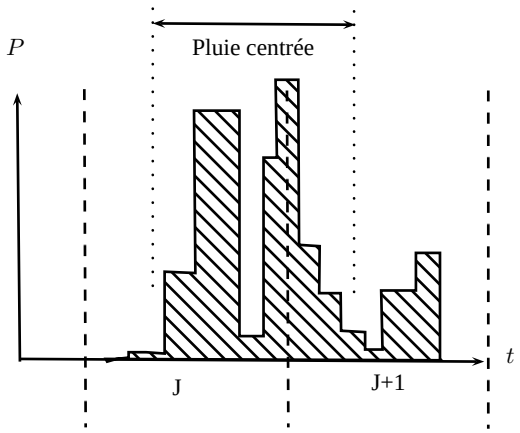


Figure 5.3 – Pluies centrée et non centrée.

Abattement et épicentrage : la pluie est un phénomène complexe qui varie dans l'espace à un instant donné. La distribution spatiale instantanée de l'intensité de pluie peut être mesurée à l'aide de la signature radar des précipitations ; à plus grande échelle, le réseau de pluviographes permet également de connaître la distribution spatiale de la pluie intégrée sur un certain pas de temps. Le plus souvent, pour un bassin-versant donné, on ne dispose pas d'informations sur la distribution des pluies ; dans le meilleur

des cas, on a une information ponctuelle et il faut tenter de savoir comment cette mesure ponctuelle renseigne sur ce qui se passe à l'échelle de tout le bassin-versant. On définit un *coefficient d'abattement* k_a comme le rapport entre la lame d'eau précipitée P_{BV} sur tout un bassin-versant et la mesure locale de la pluie P

$$k_a = \frac{P_{BV}}{P}.$$

En général, k_a est dans la fourchette 0,9 à 1 pour les petits bassins-versants ($S < 5\,\text{km}^2$), mais diminue jusqu'à atteindre des valeurs de 0,5 pour les grands bassins-versants ($S > 100\,\text{km}^2$). Pour de petits bassins-versants de montagne, il est possible que $k_a > 1$. Il existe plusieurs études visant à fournir des estimations de k_a selon la taille du bassin-versant et la période de retour de la pluie. Par exemple, le coefficient d'abattement employé dans la méthode Socose est

$$k_a = \frac{1}{1 + \dfrac{\sqrt{S}}{30\sqrt[3]{d}}},$$

avec S la surface du bassin-versant en km^2 et d la durée de la pluie en h. Laborde (1999) arrive à une expression assez similaire pour le coefficient d'abattement

$$k_a = 1 - \frac{\sqrt{S}}{3d^{0,42}}.$$

L'épicentre d'une pluie est le lieu du bassin-versant où la quantité de pluie précipitée sur une durée d est maximale. On observe en générale une diminution de P en loi puissance en fonction de la distance depuis l'épicentre. Le *coefficient d'épicentrage* k_e est le rapport entre la pluie à l'épicentre $P_{ep.}$ et la pluie locale P mesurée à une distance r de l'épicentre

$$k_e(r) = \frac{P_{ep.}}{P}.$$

Une formule, calée sur le bassin-versant de l'Orgeval dans la région parisienne, fournit l'estimation suivante

$$k_e = 1 + \left(0{,}03 + 0{,}026 \ln T + 0{,}32 e^{d/20}\right) \ln(1 + S),$$

avec d la durée de la pluie en h, S la surface du bassin-versant en km^2, et T la période de retour en années.

5.1.2 Effet de l'altitude

L'altitude est un facteur de complexité dans l'intensité et la distribution spatiale des pluies sur un bassin-versant. En altitude, les pluies dépendent d'une multitude de facteurs :

- la position du relief par rapport aux océans et leur orientation générale par rapport aux flux ;

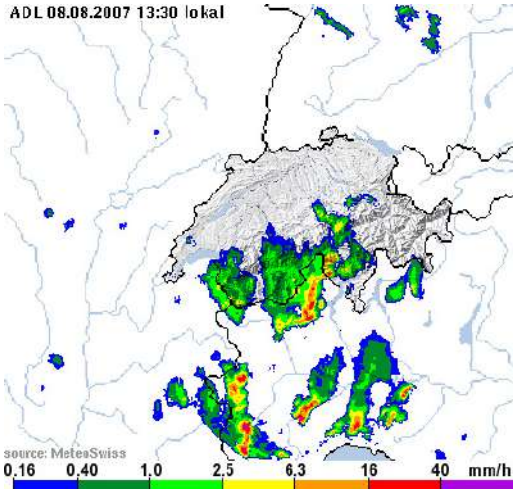


Figure 5.4 – Écho radar des précipitations sur l'Arc alpin lors des crues observées en août 2007 sur la Suisse centrale. Source : Météo Suisse.

- les conditions météorologiques à l'échelle synoptique (interaction des courants avec les massifs, phénomène de blocage) ;
- les conditions météorologiques à une échelle locale (phénomène de convection le long des reliefs lors de journées chaudes).

La figure 5.5 montre la répartition des cumuls annuels de précipitations pour les pays alpins. S'il y a clairement plus de précipitations sur les zones d'altitude, le relief et la proximité avec la mer Méditerranée jouent un rôle primordial.

Il existe en général un lien entre pluie et altitude, mais ce lien n'est ni systématique, ni univoque :

- pour les longs pas de temps (pluie sur un à plusieurs jours, cumul annuel ou mensuel de précipitations), on note en général que les précipitations augmentent avec l'altitude. Le gradient hypsométrique est généralement dans la fourchette 23–60 mm par tranche d'altitude de 100 m (moyenne autour des 30 mm/100 m) (Castellani, 1986) ;
- toutefois, dans des régions de collines ou des montagnes à faible pente (par exemple région cévenole dans la partie méridionale du Massif central), les pluies peuvent diminuer avec l'altitude surtout aux petits pas de temps. Il y a alors souvent une altitude limite (quelques centaines de mètres) en piémont, au-dessus de laquelle les précipitations diminuent ;
- pour les petits pas de temps (pluie de quelques heures), le gradient hypsométrique est faible quand il existe ($\pm 0{,}5 - 5$ mm par tranche d'altitude de 100 m pour la pluie horaire). Il est alors possible d'utiliser un poste en fond de vallée pour estimer les pluies de faible durée en altitude.

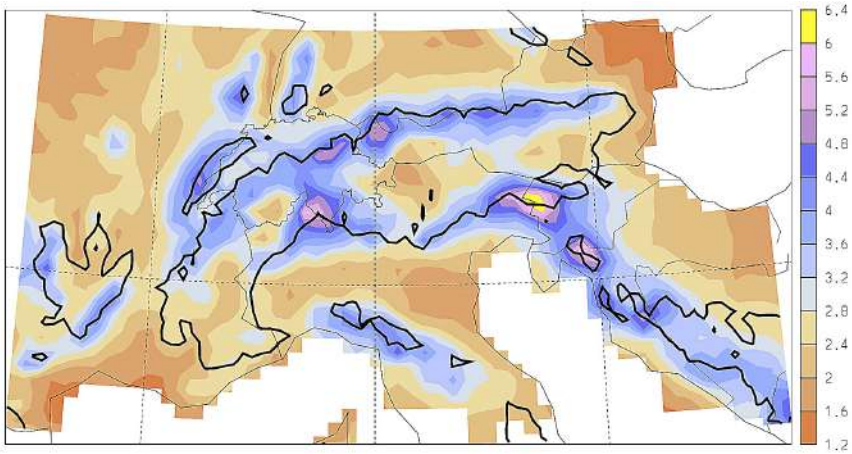


Figure 5.5 – Distribution des cumuls annuels de précipitations dans les Alpes (valeur moyenne en mm/j) ; la carte a été établie par krigeage de stations de mesures. Source : Frei *et al.* (2003). Voir aussi le site du projet EURO4M-APGD (Météo Suisse).

De 1987 à 1995 a été menée une expérience intéressante dite TPG (transect de pluviographes pour l'analyse et la modélisation des gradients d'intensité en altitude), qui consistait à étudier une série de 23 pluviographes placés le long d'une ligne quasiment droite entre le Lyonnais et le Grésivaudan sur une distance d'environ 60 km (Desurones *et al.*, 1993). Ce transect traversait une région de collines et le massif de la Chartreuse, puis venait buter contre le flanc occidental du massif de Belledonne. sa direction est nord-ouest, c'est-à-dire celle des grosses dépressions atlantiques. On reporte les pluies journalières décennales (extrapolées) ainsi que les valeurs des coefficients d'une loi intensité-fréquence (loi exponentielle + loi de Montana) dans le tableau 5.1. La figure 5.6 montre la variation de pluie journalière décennale avec l'altitude. On note clairement un effet de l'altitude entre les postes du Bas Dauphiné et deux de Chartreuse, toutefois il s'agit plus d'une tendance que d'une corrélation forte. Si on prend des postes en particulier, par exemple Perquelin ou La Diat (tous deux près de Saint-Pierre-en-Chartreuse), c'est plus le relief (blocage lié au relief abrupt) que l'altitude qui explique l'intensité des précipitations.

Sevruk (1997) a analysé 340 postes sur toute la Suisse. Il a également trouvé que les cumuls annuels de précipitations étaient fortement corrélés avec l'altitude :

- Suisse orientale : $P_a = 1{,}57z + 415$ mm ;
- Suisse occidentale et septentrionale : $P_a = 0{,}866z + 773$ mm ;
- Tessin : $P_a = 0{,}226z + 1711$ mm.

Schwarb *et al.* (2001) ont analysé les données issues de 5831 pluviomètres classiques et 259 totalisateurs à travers les Alpes. L'interpolation des données a permis d'établir

Tableau 5.1 – Pour les 23 stations du transect Chartreuse-Belledonne, on reporte l'altitude, les coefficients du couplage d'une loi exponentielle et d'une loi de Montana : $P(T, d) = (\mu + \sigma \ln T)d^{1-b}$, et la pluie journalière décennale.

station	altitude m	mode μ mm/h^{b-1}	gradex σ mm/h^{b-1}	coefficient de Montana b	P mm
Bas Dauphiné					
Ruy	395	16,84	4,74	0,567	85
Cessieu	320	24,45	7,34	0,662	93
Paladru	494	21,31	5,87	0,651	82
Panissage	395	18,75	5,06	0,619	80
Massieu	470	21,71	6,36	0,677	78
La Boutière	750	21,98	5,88	0,635	89
Les Vernays	600	20,46	5,54	0,613	89
Saint-Laurent-du-Pont	410	27,63	7,91	0,746	80
Chartreuse					
Orcière	500	23,81	5,77	0,580	112
La Diat	800	22,59	5,41	0,545	119
Les Essarts	1350	19,89	4,67	0,567	97
Perquelin	1000	20,56	5,25	0,581	98
La Scia	1700	20,71	5,57	0,627	86
Saint-Michel-du-Touvet	1300	23,63	6,06	0,621	99
Saint-Bernard-du-Touvet	910	19,54	5,00	0,582	93
Grésivaudan					
Lumbin	230	16,95	4,58	0,617	73
Froges	230	19,63	5,21	0,610	86
Belledonne					
Goncelin	780	21,3	5,88	0,685	74
Les Berts	940	20,59	5,53	0,622	87
Pipay	1350	21,98	5,64	0,618	93
Praoutel	1580	18,13	6,01	0,628	79
Haut de Pipay	1820	22,36	6,10	0,595	103
Chalet des Fanges	1270	28,5	7,13	0,635	114

des cartes de cumul de précipitations. Pour la Suisse (voir figure 5.7), l'étude montre :

- dans les massifs internes (Valais, Engadine), il y a des zones sèches qui reçoivent bien moins de précipitations que les zones externes. La variabilité interannuelle est peu prononcée, et il n'y a pas de corrélation entre cumul annuel de précipitations et altitude ;
- la zone externe est plus humide ; elle se caractérise par une forte corrélation entre précipitations et altitude. La variabilité interannuelle est significative (de l'ordre de ± 15 % pour les cumuls annuels d'une année à l'autre).

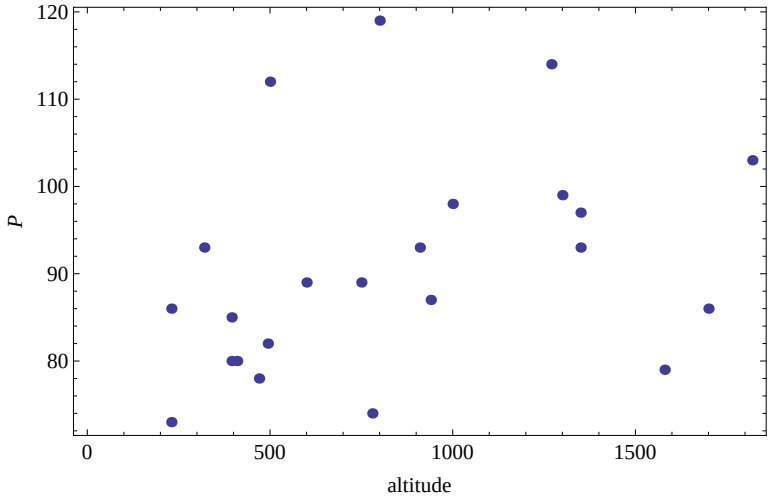


Figure 5.6 – Variation de la pluie journalière décennale (en mm) en fonction de l'altitude (en m) pour le TPG. Source : Vetter (2004).

Dans leur étude, Schädler & Weingartner (2002) montrent que seule la Suisse occidentale se caractérise par un gradient hypsométrique constant de l'ordre de 80 mm par tranche de 100 m d'altitude (voir figure 5.8). Pour les autres régions, il n'y a pas de corrélation entre cumul annuel et altitude (éventuellement on pourrait parler de corrélation négative pour le sud des Alpes et les altitudes supérieures à 2000 m).

Une étude menée par une équipe italienne sur la partie nord-ouest des Alpes italiennes a tenté de déduire l'influence de l'altitude (moyenne) d'un bassin-versant sur les débits liquides (Allamano *et al.*, 2009). À partir de l'analyse de 57 bassins-versants de 1 à 10^4 km^2 et d'altitude moyenne comprise entre 500 et 3000 m, ils ont trouvé que le débit spécifique (décennal) diminuait notablement avec l'altitude, avec d'après eux une diminution de 0,06 m^3/s/km^2 du débit spécifique par tranche de 100 m d'altitude. Il y a également une variabilité très contrastée des débits, qui est d'autant plus marquée qu'on est à basse altitude :

- entre 500 et 1000 m d'altitude, le débit spécifique varie dans une fourche large 0,1–3,8 m^3/s/km^2;
- entre 1000 et 2000 m, la fourchette est plus étroite : 0,2–2,5 m^3/s/km^2;
- au-dessus de 2000 m, le débit spécifique est situé dans une fourchette étroite 0,1–1 m^3/s/km^2.

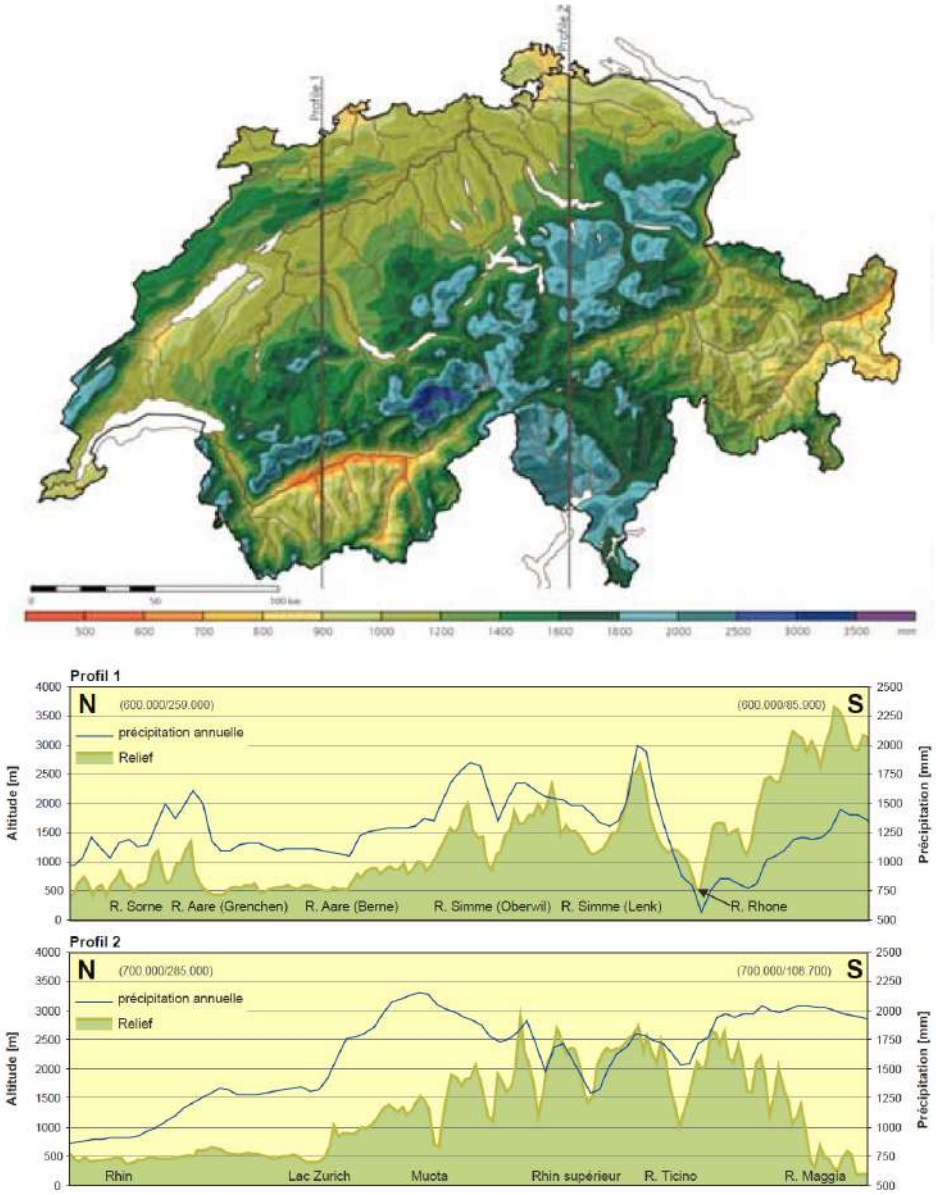


Figure 5.7 – Variation du cumul annuel de précipitations avec l'altitude selon le transect nord-sud. Source : Spreafico & Weingartner (2005).

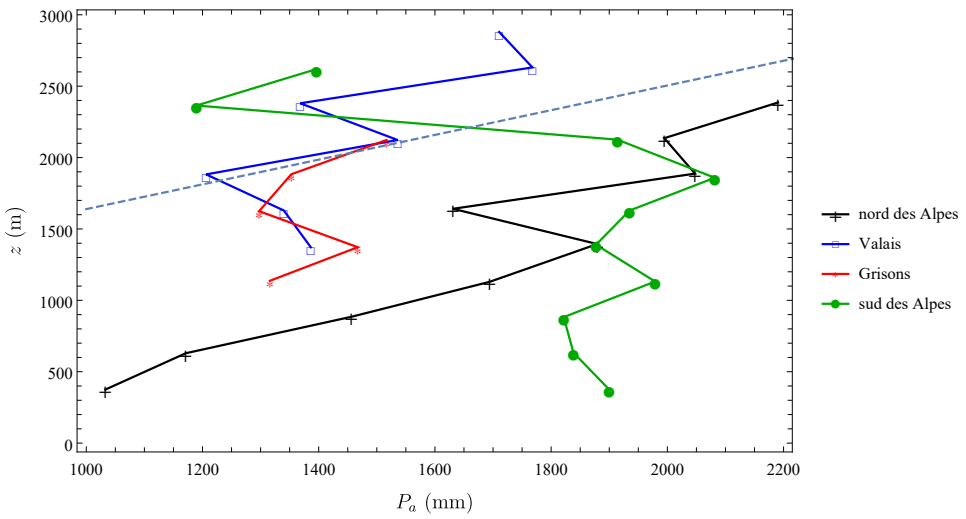


Figure 5.8 – Variation du cumul annuel de pluie avec l'altitude pour quatre zones climatiques en Suisse. La courbe tiretée est la tendance $P_a = 0{,}866z + 773$ mm pour la Suisse occidentale donnée par Sevruk (1997). Source : Schädler & Weingartner (2002).

5.2 Quelques formules utiles

5.2.1 Loi de Montana

La loi de Montana est une représentation de la pluie (cumul ou intensité moyenne) en fonction de leur durée d :

$$P(T, d) = ad^{1-b},$$
$$I(T, d) = \frac{P}{d} = ad^{-b} \tag{5.1}$$

- P : pluie de durée d (en s, mn, h, ou j) pour une période de retour T donnée (en années) ;
- I : intensité de la pluie de durée d ;
- a et b : premier et second coefficients de Montana (dépendant des unités choisies) qui sont fonctions de T.

Pour la Suisse (voir figure 5.9) et la plupart des pays occidentaux, on peut utiliser la loi de Montana sur des durées allant de quelques minutes à plusieurs journées. Dans un contexte méditerranéen (le cas de Locarno pour la figure 5.9), les pluies de longue durée sont moindres que ce que donne une loi de Montana calée sur les petites durées.

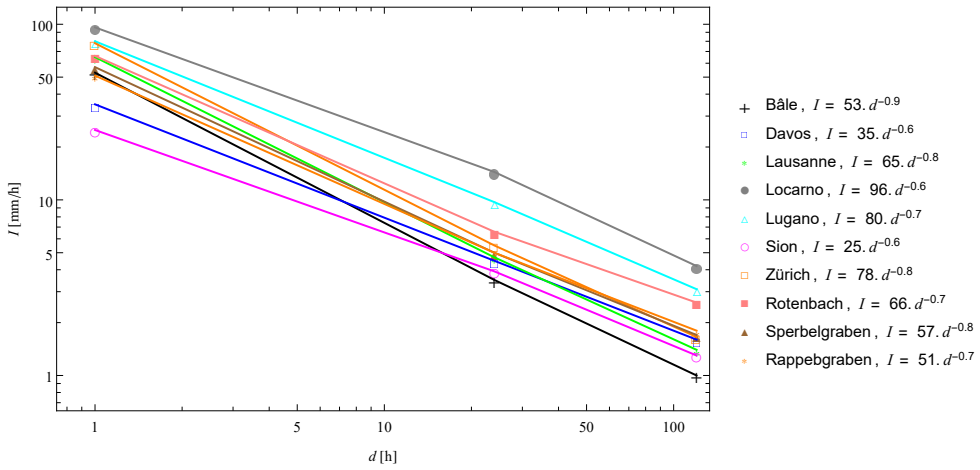


Figure 5.9 – Variation de l'intensité de la pluie de période de retour $T = 100$ en fonction de la durée d et calage d'une loi de Montana. Source : Forster & Baumgartner (1999).

Il existe d'autres formulations telles que

$$I(T, d) = \frac{a}{d^n + b},$$

avec n un autre paramètre fonction de T ; le cas $n = 1$ correspond à la formule de Talbot, qui donne généralement de bons résultats pour les durées courtes (moins de 3 h). On définit aussi une intensité instantanée i de la pluie de durée d en introduisant

$$i = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}d} = (1-b)ad^{-b}.$$

5.2.2 Temps de concentration

Le *temps de concentration* est le temps maximal pour qu'une goutte parcourt tout le bassin-versant entre l'endroit où elle tombe et l'exutoire de ce bassin. C'est une grandeur conceptuelle qui a émergé dès les premières tentatives de modélisation de la réponse hydrologique d'un bassin-versant au XIXe siècle (Beven, 2020). Dans les modèles, le temps de concentration est souvent compris comme le temps entre la fin de la pluie nette et la fin du ruissellement direct. En pratique, c'est une grandeur difficile à évaluer. Aujourd'hui, on lui préfère d'autres grandeurs telles que la durée spécifique.

Il existe plusieurs formules d'usage courant, certaines relativement vieilles comme la formule de Kirpich qui date de 1940 et a été élaborée à la suite des crues qui ont frappé le nord-est des États-Unis en 1936 (Folmar *et al.*, 2007) ; les données ayant servi à l'élaboration de ces formules sont souvent indisponibles et il convient d'être particulièrement méfiant dans l'utilisation des formules empiriques. La dispersion des prédictions fournies par les formules est considérable puisqu'on peut facilement trouver un ordre de grandeur quand on fait des applications sur de petits bassins-versants de quelques km^2. La comparaison entre prédictions et données sur de petits versants de montagne montre également que la plupart des formules surestiment les temps de concentrations, souvent d'un facteur entre 2 et 5, parfois jusqu'à 30 (Quefféléan, 2015) ; pour les bassins-versants de montagne de plus grande taille (dans la fourchette 100–1500 km^2), (Ravazzani *et al.*, 2019) trouvent une dispersion des formules de ± 50 % par rapport aux valeurs estimées. La dispersion des formules est également significative dans les bassins-versants urbanisés (McCuen *et al.*, 1984).

On prendra garde également aux unités des variables employées. Ces unités peuvent varier d'une méthode à l'autre. Les méthodes empiriques nécessitent de préciser certaines caractéristiques du bassin-versant telles que la superficie S et la longueur du cours d'eau L. La superficie est souvent comprise comme la surface projetée, non la surface réelle, car du point de vue des précipitations c'est la surface projetée qui importe. En théorie, la longueur du cours d'eau est la longueur du chemin hydraulique le long du terrain naturel (ce n'est donc pas nécessairement la longueur que l'on mesure sur une carte, surtout si le bassin-versant est à forte pente). En pratique, toutefois, il s'agit souvent d'une longueur projetée. Il existe des formules empiriques qui permettent de relier S et L. Marchi *et al.* (2010) ont examiné 60 bassins-versants en Europe et ont obtenu

$$L = 1{,}51 S^{0{,}557}$$

tandis que Quefféléan (2015) a obtenu

$$L = 1{,}87 S^{0{,}53}$$

sur 275 bassins-versants des Alpes et Pyrénées françaises.

Formule de Turraza (1867)

$$t_c = 0{,}108 \frac{\sqrt[3]{SL}}{\sqrt{i_m}}$$

- t_c : temps de concentration en h ;
- S : surface du bassin-versant en km^2 ;
- L : longueur du chemin hydraulique le plus long en km ;
- i_m : pente moyenne pondérée le long du thalweg en % définie comme

$$\frac{1}{\sqrt{i_m}} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{n} \frac{\ell_k}{\sqrt{i_k}},$$

  avec ℓ_k la longueur du k^{e} tronçon du thalweg, de pente i_k.

Formule de Kirpich (1940)

$$t_c = 19{,}47 \times 10^{-3} \frac{L^{0{,}77}}{i^{0{,}385}}$$

- t_c : temps de concentration en min ;
- L : longueur du chemin hydraulique en m ;
- i : pente moyenne du cours d'eau en %.

Formule de Ventura–Passini (1905–1910)

$$t_c = \alpha \frac{\sqrt[3]{SL}}{\sqrt{i_m}}$$

- t_c : temps de concentration en h ;
- α : coefficient de Ventura–Passini ($0 < \alpha < 2$)

$$\alpha = c^{-5/3} a^{-2/3},$$

  avec c coefficient de ruissellement et a coefficient de Montana (norme suisse d'assainissement) ;

- S : surface du bassin-versant en km^2;
- L longueur du thalweg le plus long en m ;
- i_m : pente moyenne pondérée le long du thalweg en % définie comme

$$\frac{1}{\sqrt{i_m}} = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{n}\frac{\ell_k}{\sqrt{i_k}},$$

avec ℓ_k la longueur du k^{e} tronçon du thalweg, de pente i_k.

Formule de Sogreah

$$t_c = 0{,}90\left(\frac{S}{c}\right)^{0{,}35}\frac{1}{\sqrt{i}}$$

- t_c : temps de concentration en min ;
- S : surface du bassin-versant en ha ;
- c : coefficient de ruissellement ;
- i_m : pente moyenne le long du thalweg en %.

Cette formule est appelée aussi « formule de Dujardin ».

Formule d'Izzard–Meunier (1946)

$$t_c = \beta\frac{S^{0{,}312}}{i^{0{,}625}}$$

- i : pente moyenne en % ;
- t_c : temps de concentration en min ;
- S : surface du bassin-versant en km^2 ;
- β : coefficient de Meunier valant $\beta = 331$ pour un bassin-versant végétalisé et $\beta = 145$ lorsque le bassin-versant est dégradé.

Formule SNV

La Schweizerische Normen-Vereinigung[2] (SNV)

$$t_c = 5 + \beta\frac{12L}{C^{5/3}K^{2/3}\sqrt{i}}$$

- t_c : temps de concentration en min ;

2. Association suisse de normalisation.

- C : coefficient de ruissellement ;
- K : coefficient de la SNV, qui est fonction de la période de retour et du lieu ;
- L : longueur de la ligne d'eau principale (en m) ;
- i : pente de la ligne d'eau (en %).

Formule de Li–Chibber (2008)

Li & Chibber (2008) ont étudié le ruissellement sur des parcelles faiblement inclinées et de petites dimensions (17 m^2), dont ils changeaient l'état de surface. Ils ont établit le temps de concentration en corrélant les valeurs mesurées aux variables du problème :

$$t_c = 0{,}3 L^{0{,}5} n^{0{,}32} \theta^{-2{,}277} i^{-0{,}172} I^{-0{,}646}.$$

avec

- t_c : temps de concentration en min ;
- L : longueur en m ;
- n : coefficient de Manning ;
- θ : saturation du sol en (de 0 à 1) ;
- I : intensité de la pluie (en mm/h) ;
- i : pente de la ligne d'eau (en %).

Estimation théorique du temps de concentration

Des modèles conceptuels ont été élaborés pour estimer le temps de concentration. L'idée est d'examiner le cheminement d'une goutte d'eau entre son point de chute et l'exutoire du bassin-versant. Des outils de simulation à partir de système d'information géographique ont été développés à cette fin (Michailidi *et al.*, 2018). Des modèles analytiques ont également été obtenus pour déterminer la dépendance du temps de concentration vis-à-vis des paramètres du bassin-versant (Henderson & Wooding, 1964; Singh, 1976; Zeller, 1981; Beven, 1982; Loukas & Quick, 1996; Baiamonte & Singh, 2016; Beven, 2020). La section 5.6.4 illustre le principe de ces calculs en traitant le cas d'un petit bassin versant.

5.2.3 Durée spécifique

La durée spécifique d'une crue est la durée pendant laquelle le débit est supérieur ou égal à la moitié du débit de pointe. La durée spécifique peut se mesurer des hydrogrammes de façon relativement simple. L'analyse des données existantes a permis d'obtenir des formules selon le type de bassin-versant. Là encore, il faut être prudent quant à la précision des formules et il faut porter une attention particulière aux unités dans les formules.

Méthode Socose (France)

Formule calée sur des données provenant de toute la France

$$\ln d_s = -0{,}69 + 0{,}32 \ln S + 2{,}2\sqrt{\frac{P_a}{P_{j,10} t_a}}$$

- d_s : durée caractéristique en h ;
- S : surface du bassin-versant en km^2;
- $P_{j,10}$: pluie journalière décennale en mm ;
- P_a : cumul moyen annuel de précipitations en mm ;
- t_a : température annuelle moyenne ramenée au niveau de la mer en ℃.

Cipriani *et al.* (2012) ont obtenu des formules prenant en compte les spécifiés régionales de différentes régions de France métropolitaine.

Petits bassins-versants rapides

$$\ln d_s = 0{,}375 \ln S + 3{,}729$$

- d_s : durée caractéristique en mn (valable pour $4 \leq d_s \leq 300$ mn) ;
- S : surface du bassin-versant en km^2 (valable pour $10^{-2} < S < 15$ km^2).

Bassins-versants à forte pente

$$d_s = 12{,}5 + 4{,}3\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{i}} - 22{,}2\sqrt{\frac{P_a}{P_{j,10}}}$$

- d_s : durée caractéristique en mn ;
- S : surface du bassin-versant en km^2;
- $P_{j,10}$: pluie journalière décennale en mm ;
- P_a : cumul moyen annuel de précipitations en mm ;
- i : pente moyenne du thalweg.

5.2.4 Temps de montée

Le temps de montée est souvent lié au temps de concentration. La méthode rationnelle suppose que $t_m = t_c$ (voir § 5.6.1) tandis que la méthode SCS prend $t_m = 0{,}375 t_c$.

Certains auteurs ont cherché à relier le temps de montée aux caractéristiques du bassin-versant. Par exemple, Quefféléan (2015) a obtenu

$$t_m = 0{,}077 S^{0{,}55}$$

(t_m en h, S en km^2) pour des bassins-versants de montagne en France de superficie $S \leq 370$ km^2.

5.3 Origine des crues

Il n'existe pas de classification générale de l'origine des crues (Tarasova *et al.*, 2019). Pour les Alpes, il est commode de considérer trois scénarios majeurs dans la formation des crues :

- les pluies brèves et intenses : typiquement des orages de fin d'après-midi l'été quand il faut chaud et humide. La saison à risque est l'été (juin à septembre). Les débits spécifiques de pointe se situent dans une fourchette large 1–10 m^3/s/km^2 pour une période de retour $T = 10$ ans. Le coefficient d'écoulement est souvent moyen (0,3 à 0,8). Les crues sont rapides et ne durent en général que quelques heures. Le plus souvent, seul un bassin-versant est touché de façon isolée. En conditions exceptionnelles, des valeurs dépassant 20 m^3/s/km^2 ont été observées (crue de l'Orba dans les Alpes italiennes en août 1935 ou bien du Tech en octobre 1940 dans les Pyrénées) lors d'épisodes de pluie diluviens et hors normes (pour l'Europe) sur des massifs montagnes proches de la Méditerranée. En août 1996, de violents orages (140–220 mm en 2 h, 160–250 mm en 24 h) causèrent une crue de grande ampleur de l'Arás dans les Pyrénées espagnoles, causant la mort de 87 personnes à Biescas. Avec un débit de 430 m^3/s pour un bassin-versant de 18 km^2, le débit spécifique a été voisin de 24 m^3/s/km^2 en moyenne sur le bassin-versant, avec des valeurs atteignant 45 m^3/s/km^2 sur certains affluents (Benito *et al.*, 1998) ;
- les pluies soutenues sur de longues périodes (plusieurs jours, parfois plusieurs semaines) liées au passage d'un ou plusieurs systèmes dépressionnaires bien organisés sur les Alpes. La saison à risque est en général l'automne et le début du printemps, très exceptionnellement en hiver. Les crues sont lentes, durent plusieurs jours, et concernent une vallée entière, voire tout un massif ou une région. Les débits spécifiques de pointe dépassent exceptionnellement 1–2 m^3/s/km^2 pour $T = 10$ ans. Le coefficient d'écoulement est élevé (de 0,6 à 1) ;
- la fonte des neiges au printemps ou bien un important redoux accompagné de pluie durant l'hiver ou le printemps. Les crues sont lentes et étalées sur plusieurs jours à semaines. La saison à risque est la fin du printemps (mai et juin). Les débits spécifiques de pointe dépassent exceptionnellement 1 m^3/s/km^2 pour $T = 10$ ans.

Un exemple est fourni par la crue de l'Arc (Haute Maurienne) et celle du Guil en juin 1957 et de nombreux autres rivières de la chaîne frontalière : le mois de mai 1957 avait été plus froid que la normale et un important stock de neige subsistait en altitude, au-dessus de 2000 m. Au début de juin, les températures se sont mises à s'élever très brutalement (plus de 20 °C) sous l'effet de l'arrivée d'air chaud et humide de Méditerranée. Les précipitations faibles du mois de juin se sont intensifiées avec l'arrivée d'air froid de Scandinavie. À ces chutes de pluie s'est ajoutée la fonte rapide du manteau neigeux, ce qui a conduit à des crues extrêmes. Ainsi à Saint-Michel-de-Maurienne, alors que le débit moyen interannuel pour le mois de juin est $\bar{Q} = 84$ m^3/s, un débit moyen journalier de 500 m^3/s a été enregistré le 14 juin 1957 (voir figure 5.10).

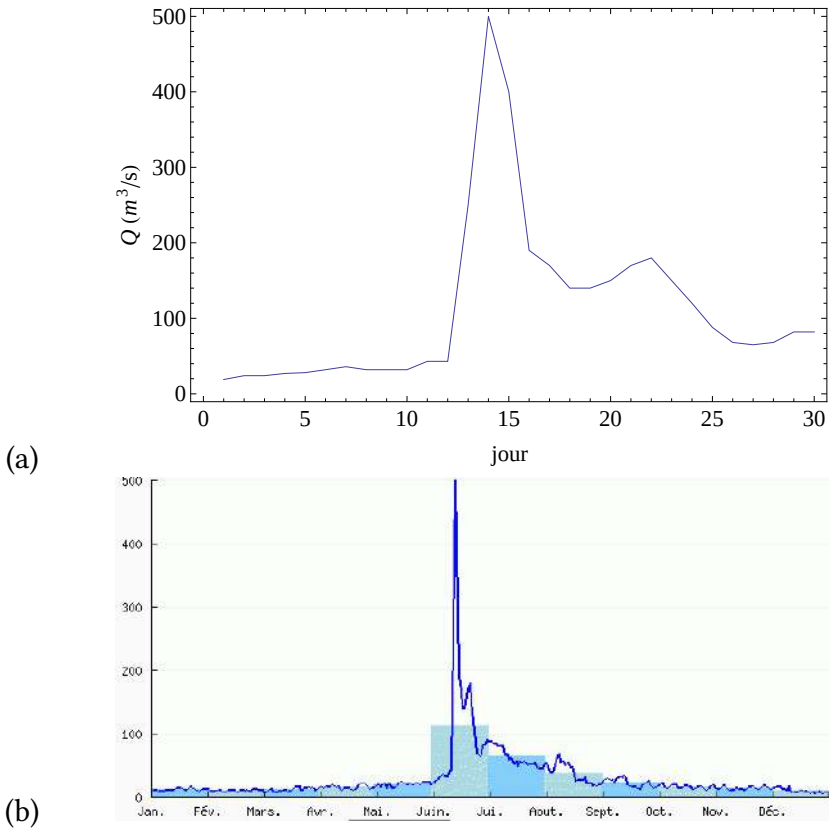


Figure 5.10 – Débit journalier de l'Arc à Saint-Michel-de-Maurienne (Savoie) en juin 1957. (a) variation du débit moyen journalier en juin 1957, (b) variation du débit de l'Arc en 1957 et comparaison avec les moyennes mensuelles.

La réponse d'un bassin-versant à une pluie est variée. Certains bassins-versants sont sensibles à tous les scénarios décrits ci-dessus tandis que d'autres ne réagissent

qu'à un scénario précis. La réponse d'un bassin-versant à une pluie dépend :

- de la forme générale du bassin-versant : selon que le bassin-versant est de forme oblongue ou ramassée, le temps mis par l'eau pour atteindre l'exutoire peut différer notablement ;
- la densité du réseau hydrographique drainant le bassin-versant ;
- le couvert végétal : densité, nature, réseau racinaire, etc.
- l'inclinaison moyenne des pentes ;
- la nature des sols, la géologie du sous-sol, la capacité d'infiltration et de résurgence, l'existence de surfaces imperméables (glacier, route, etc.) ;
- l'altitude et ses effets sur la limite des neiges, nature pédologique du sol, pergisol/permafrost, végétation, etc. ;
- la possibilité de blocage de cellules orageuses ou un effet de barrière sur le passage d'une perturbation.

On peut distinguer trois classes de réponses :

- réponse rapide (groupe 1) : le bassin-versant répond à peu près systématiquement et de la même façon aux pluies brèves et intenses. Aucune crue ne survient après des précipitations longues, mais peu soutenues. Le débit de crue dépend foncièrement de l'intensité des pluies : plus l'intensité est forte, plus le débit de pointe est élevé. Le temps de montée et la durée spécifique de la crue sont courts. Les petits bassins-versants de montagne, raides et peu végétalisés, entrent le plus souvent dans cette catégorie. Le torrent de l'Alptal (SZ) en est un exemple ;
- réponse moyenne (groupe 2) : le bassin-versant répond de façon atténuée aux pluies mêmes intenses ou soutenues sur plusieurs jours. En général, la capacité d'infiltration est bonne, le ruissellement est faible (forte résistance, végétation dense, pente modérée). Toutefois, des concours de circonstances font qu' exceptionnellement des crues peuvent se produire avec des débits importants ;
- réponse lente (groupe 3) : le bassin-versant ne répond pas ou faiblement aux pluies. Le débit de pointe est généralement faible et l'onde de crue est assez étalée.

Tableau 5.2 – Nom de la rivière, surface S du bassin-versant (km^2), région et localité où le débit est estimé, débit spécifique de pointe en conditions décennales $Q_{s,10}$ (m^3/s/km^2), surface occupée par la végétation selon son type, pente moyenne (%) du bassin-versant, pluie décennale horaire $P_{10}(1)$ et journalière $P_{10}(24)$, nature géologique du terrain. D'après (Graff, 2004).

Nom	S	Région	Localité	$Q_{s,10}$	% nu	% pâturage	% boisé	Pente	$P_{10}(1)$	$P_{10}(24)$	Géologie
Groupe 1											
Laval	0,86	Alpes-du-Sud	Draix	14,3	68	10	22	58	32	100	marnes
Erlenbach	0,64	Suisse Centrale	Alptal, Schwyz	7	0	60	40	20	35	120	flysh
Groupe 2											
Rimbaud	1,5	Alpes-du-Sud	Toulon	5,2	-			35		160	gneiss
Latte	0,19	Massif Central	Mont Lozère	3,5	-						granit
Sapine	0,54	Massif Central	Mont Lozère	2,7							granit
Groupe 3											
Rietholzbach	3,31	Suisse Centrale	Mosnang	2,1		76		20			molasse
Lumpenenbach	0,93	Suisse Centrale	Alptal, Schwyz	4,1		55	20	15	40	140	flysh
Vogelbach	1,55	Suisse Centrale	Alptal, Schwyz	3,1		10	65	15	40	110	flysh
Brusquet	1,08	Alpes-du-Sud	Draix	1,3	13		87	53	44	92	marnes

5.4 Méthodes par corrélation statistique

5.4.1 Méthode Crupédix

La méthode Crupédix est une formule qui permet d'évaluer le débit de pointe de période de retour $T = 10$ ans. La formule a été obtenue à partir d'une analyse statistique sur 630 bassins-versants documentés français dont la taille variait entre 1,4 et 52 000 km^2 :

$$Q_{crup.} = \hat{Q}_{p,10} = RS^{0,8}\left(\frac{P_{j,10}}{80}\right)^2 \quad [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}],$$

avec S la surface du bassin-versant en km^2, $P_{j,10}$ la pluie journalière décennale (en mm), et R un coefficient régional qui vaut $R = 1$ partout en France sauf sur le Massif Central, les Pyrénées, le Languedoc-Roussillon, le bassin de la Seine et de la Meuse, la Vendée et une partie de l'Aquitaine.

Selon Galéa & Ramez (1995), il y a seulement une probabilité de 70 % que le vrai débit se situe entre $\frac{1}{2}Q_{crup.}$ et $2Q_{crup.}$

Figure 5.11 – Valeur du paramètre R dans la méthode Crupédix.

5.4.2 Courbe enveloppe

Plusieurs formules empiriques ont été calées en corrélant (par régression linéaire) le débit de pointe mesuré/estimé et la superficie d'un bassin versant sous la forme d'une loi puissance

$$Q_p = aS^b \tag{5.2}$$

avec Q_p le débit de pointe (en m^3/s), S la superficie (en km^2), a et b sont deux paramètres qui dépendent du contexte hydrologique. On parle de courbe enveloppe car en général, ces courbes cherchent à fournir une borne maximale des débits de pointe. La figure 5.12 montre des courbes enveloppes de crues éclair pour différentes régions en Europe. Le tableau 5.3 fournit les valeurs de a et b de l'équation (5.2) pour des crues éclair en Europe, en France, dans le monde, et en Suisse. Le tableau 5.4 donnent ces valeurs pour des crues sur différents bassins-versant suisses. Une courbe enveloppe d'équation un peu plus complexe que la loi puissance (5.2) a été ajustée sur des données de crue issues de plusieurs bassins-versants dans le monde :

$$Q_p = \frac{3009{,}2}{(S + 41{,}31)^{0{,}78}} S,$$

avec Q_p le débit de pointe (en m/cube/s), S la superficie (en km^2) (Hingray *et al.*, 2009).

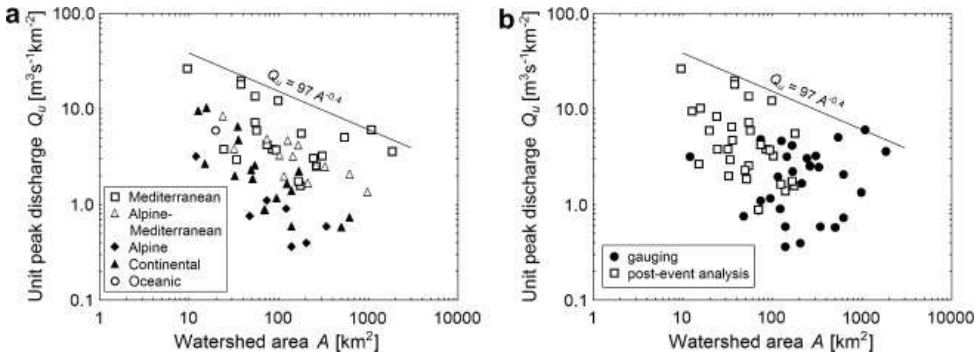


Figure 5.12 – Variation du débit spécifique (de pointe) en fonction de la superficie du bassin versant, avec (a) selon la localisation du bassin versant et (b) la nature de la mesure. D'après (Marchi *et al.*, 2010).

5.5 Méthodes statistiques de type gradex

5.5.1 Méthode du gradex

La méthode du gradex a été proposée à la fin des années 1960 par Pierre Guillot et Daniel Duband (EDF) (Guillot & Duband, 1967). Le principe de la méthode est très

Tableau 5.3 – Valeurs des coefficients a et b selon le contexte météorologique.

Zone géographique	a	b	S	T	Source
Gard	30	0,75	20 à 400 km^2	$T = 100$	(Lang & Lavabre, 2007)
Monde	350	0,6	$S \leq 10^4$ km^2	rare [a]	(Gaume *et al.*, 2009)
Méditerranée	97	0,6	1 à 10^4 km^2	rare	(Gaume *et al.*, 2009)
Europe	230	0,43	1 à 10^4 km^2	rare	(Marchi *et al.*, 2010)
Monde	850	0,357	$S \geq 100$ km^2	extrême [b]	(Marchi *et al.*, 2010)
Zone océanique [c]	4,05	0,72	1 à 10^4 km^2	$T \sim 1000$ ans	(Lang & Lavabre, 2007)
Zone de piedmont [d]	7,4	0,72	1 à 10^4 km^2	$T \sim 1000$ ans	(Lang & Lavabre, 2007)
Zone méditerranéenne [e]	16,4	0,72	1 à 10^4 km^2	$T \sim 1000$ ans	(Lang & Lavabre, 2007)
Suisse	c [f]	0,66	10 à 500 km^2	$T = 100$ ans	(Spreafico *et al.*, 2003)
Suisse	7,2	0,566	1 à 10^4 km^2	$T = 100$ ans	(Spreafico *et al.*, 2003)

[a] *Rare* ici veut dire que la période de retour est dans une fourchette $T = 100 - 1000$ ans.

[b] *Extrême* ici veut dire que la crue était exceptionnelle et correspondait à la plus grosse crue connue.

[c] Bassin de la Loire, Bretagne, Saône, Moselle.

[d] Pyrénées, Préalpes, Dordogne, Pyrénées centrales et occidentales, Aude, Ariège, Drôme.

[e] Alpes maritimes, Corse, Cévennes, Tarn, Ardèche, Haute-Loire, Pyrénées orientales.

[f] Pour des terrains relativement plats, bordés de collines peu élevées, on a $c = 2{,}5 - 4$. Pour des terrains vallonnés, on a $c = 4 - 6$. Pour des terrains vallonnés des Préalpes, on a $c = 6 - 9$. Pour des bassins-versants à forte pente, on a $c = 9 - 12$ sauf en zone glaciaire ($c = 3 - 5$)

Tableau 5.4 – Valeurs des coefficients a et b pour calculer le débit de pointe centennal selon les régions en Suisse. Adapté de (Spreafico *et al.*, 2003).

Région	a	b
Jura, Neuchâtel	1,44	0,73
Jura bernois	5,98	0,59
Saint Gall, Thurgovie	2,65	0,61
Zürich	7,86	0,58
Argovie, Bâle	0,68	0,79
Alpes vaudoises	7,18	0,60
Berne	17,66	0,54
Mont-Blanc, Valais oriental	4,36	0,64
Valais central	1,3	0,74
Oberland oriental	1,4	0,78
Tessin oriental	0,83	0,58
Tessin occidental	12,41	0,69
Grisons orientales	0,9	0,83
Grisons occidentales	4,41	0,74

simple, ce qui explique son large succès et sa popularité. Cette méthode se fonde sur

les observations suivantes :

- la plupart des pluies maximales annuelles sont distribuées selon une loi exponentielle ou une loi de Gumbel. Ainsi deux pluies extrêmes P_1 et P_2 de période de retour respective T_1 et T_2 vérifient la relation

$$P_2 - P_1 = G \ln \frac{T_2}{T_1}, \tag{5.3}$$

  avec $G > 0$ un coefficient exprimé en mm (si les pluies en mm) et appelé le *gradex* des pluies ;
- l'infiltration dans le sol diminue au cours du temps du fait de la saturation progressive du sol. Lorsque le sol est saturé, toute l'eau qui continue de précipiter ruisselle sur le sol. Cette eau ruisselée participe directement au volume de crue ;
- lorsque le sol est saturé, tout surcroît de pluie pendant une durée égale au temps de concentration t_c se transforme intégralement en un surcroît de débit sur une durée à peu près égale à t_c (à 10–20 % près).

De ces observations, on admet l'hypothèse du gradex : la courbe intensité-fréquence des pluies de durée t_c est parallèle à la courbe intensité-fréquence du débit. En conséquence, lorsque sur un bassin-versant on dispose de données de pluie sur une période suffisamment longue (quelques dizaines d'années), on peut estimer les débits extrêmes en considérant que le gradex des débits G_q (en m^3/s) équivaut à celui des pluies G_p (en mm) lorsqu'on les exprime dans la même unité, c'est-à-dire

$$G_q = \frac{S}{3{,}6 t_c} G_p, \tag{5.4}$$

avec S la superficie du bassin-versant en km^2, t_c le temps de concentration en h, 3,6 un facteur de conversion des unités. On se sert du temps de concentration t_c comme durée caractéristique car c'est la durée optimale de pluie : en effet, une pluie de durée $d < t_c$, l'intensité de pluie (rappelons la loi de Montana $I_m = ad^{-b}$) est supérieure à l'intensité I_c associée au temps t_c ($I_c = at_c^{-b}$), mais seule une partie du bassin-versant contribue à la crue (puisque toutes les gouttes d'eau n'ont pas pu atteindre l'exutoire) et donc le début résultant est plus que le débit Q_c généré par une pluie de durée t_c. Lorsque $d > t_c$, tout le bassin-versant contribue, mais l'intensité moyenne associée est plus faible, donc le débit résultant est aussi plus faible.

En se servant de la relation (5.3) et en considérant que la période de retour pour laquelle on observe la saturation du sol est $T = 10$ ans, on aboutit à une approximation dite du gradex de la loi intensité-fréquence pour les débits

$$Q = Q_{10} + G_q \ln \frac{T}{10}, \tag{5.5}$$

avec Q_{10} le débit de pointe décennal.

Dans cette méthode, le débit décennal Q_{10} et le temps de concentration doivent être estimés indépendamment. Des variations de cette méthode ont été proposées. En

particulier, la « formulation esthétique » lisse la transition entre les régimes des crues ordinaires et des crues extrêmes. Plus récemment, la prise en compte du type de conditions météorologiques a permis d'améliorer la performance de cette méthode (Paquet *et al.*, 2006).

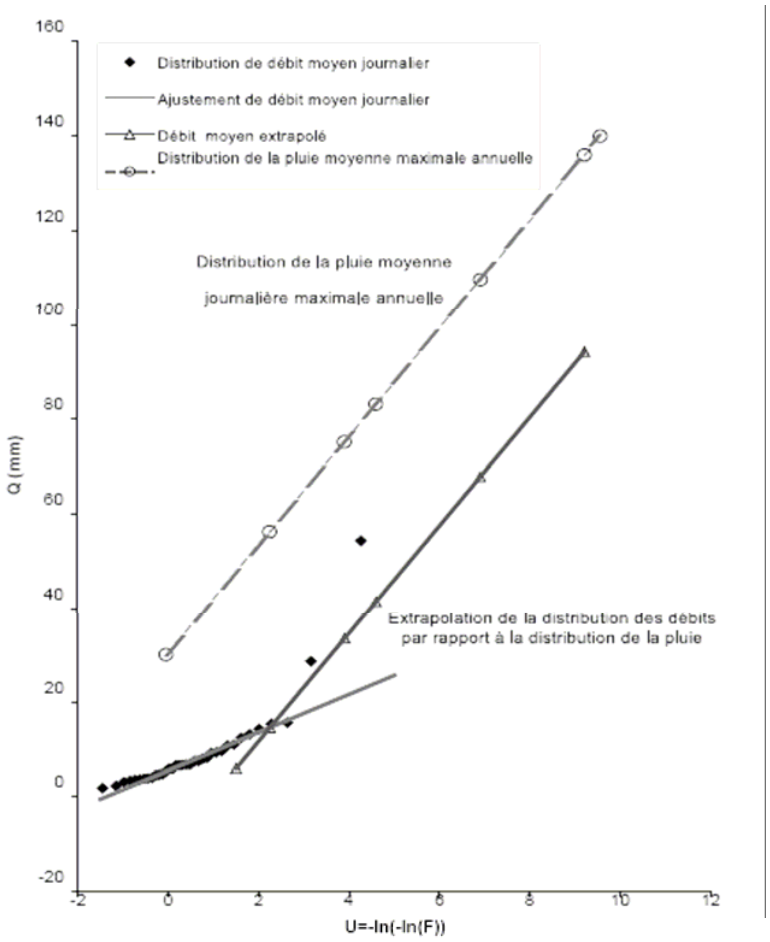


Figure 5.13 – Extrapolation de la distribution des débits moyens journaliers max. annuels par la distribution des pluies journalières maximales annuelles. D'après (Djerboua *et al.*, 2004).

5.5.2 Méthode QdF

La méthode QdF est une méthode développée par Prudhomme, Galéa, et Javelle au Cemagref (devenu INRAE) de Lyon (France), qui permet de donner une relation durée-intensité-fréquence pour le débit en fonction du débit décennal (qui doit être connu ou

bien évalué par ailleurs), de la superficie du bassin-versant, du gradex des pluies, et du type de réponse du bassin-versant.

Principe

Il y a trois idées de base :

1. L'idée fondamentale de la méthode QdF est qu'on peut étudier les hydrogrammes de crue en les caractérisant par des débits Q moyens ou bien systématiquement dépassés sur des durées d variables ; chaque hydrogramme est valable pour une période de retour ou fréquence F donnée. D'où le nom QdF.
2. L'extrapolation des quantiles de débit se fait selon une approche de type gradex : on suppose que la courbe $Q(T)$ varie parallèlement à la courbe des pluies $P(T)$ pour les périodes de retour T suffisamment grandes.
3. Pour une même région, le comportement des bassins-versants est à peu près identique. Il existe une « loi-maîtresse » valable régionalement qui permet de représenter la réponse hydrologique des bassins-versants à l'aide d'une seule courbe adimensionnelle. Il existe donc également des « marqueurs » qui permettent d'adimensionnaliser les variables hydrologiques. Ici, on va considérer deux marqueurs ou échelles (durée et débit) D_* et Q_*, qui sont propres à chaque bassin-versant ; le principe de régionalisation affirme que les débits et durées sur un bassin-versant (BV) sans observation peuvent être estimés à partir des débits et durées observées sur un bassin-versant de référence par une simple loi d'homothétie

$$\left(\frac{Q(T,d)}{Q_*}\right)_{\text{BV de réf.}} = \left(\frac{Q(T,d)}{Q_*}\right)_{\text{BV non obs.}},$$
$$\left(\frac{d}{D_*}\right)_{\text{BV de réf.}} = \left(\frac{d}{D_*}\right)_{\text{BV non obs.}}.$$

Variables hydrologiques employées

Pour faire les calculs d'hydrogramme, on ne sert pas du débit instantané $Q(t)$ car il y a trop d'informations. À la place, on suppose que tout hydrogramme peut se présenter sous la forme d'un hydrogramme synthétique de crue, avec une courbe montante et une courbe descendante (décrue), appelé encore hydrogramme mono-fréquence car il n'y a qu'un seul pic de crue. On introduit deux variables qui permettent de réduire l'information nécessaire (voir figure 5.14) :

- le débit seuil $Q_s(d)$ de durée d est la plus grande valeur de débit qui est systématiquement dépassée au cours d'une durée d de la crue. La forme supposée de l'hydrogramme fait que la relation $Q_s(d)$ est unique et continue ;

– le débit moyen $Q_m(d)$ de durée d est la valeur moyenne du débit sur une durée d.

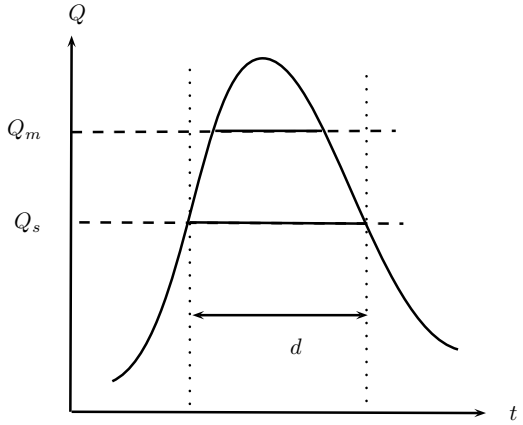


Figure 5.14 – Définition du débit seuil Q_s (débit systématiquement dépassé pendant une durée) et du débit moyen Q_m.

Pour un pays au climat tempéré comme la France, on considère deux échelles de débit et de temps, qui sont appelées marqueurs :

– $Q_* = Q_{10}$ le débit de pointe instantané de la crue décennale. Ce débit sert à séparer les débits ordinaires correspondant aux petites crues fréquentes et les débits plus importants ;
– l'échelle de temps (durée) D_* peut être définie comme le temps de concentration t_c ou bien la durée spécifique d_s. L'avantage de d_s est que c'est une donnée mesurable alors que t_c reste une quantité plus conceptuelle.

Les autres données du problème peuvent s'exprimer en unités de temps ou de débit. Par exemple, quand on utilise le gradex des pluies pour différentes durées d, on peut le transformer en gradex adimensionnel de la façon suivante : tout d'abord, on transforme les unités de mm en m^3/s à l'aide de la relation

$$\hat{G}_p \ \ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}] = \frac{S}{3{,}6d} G_p \ \ [\mathrm{mm}], \tag{5.6}$$

avec S la surface du bassin-versant exprimée en km^2 et d la durée de la pluie en h ($\hat{G}_p$ est donc aussi le gradex des débits de durée d).

Sélection d'un modèle

Pour la France métropolitaine, il existe trois réponses types de bassin-versant :

– type « Soyans » : le bassin-versant typique est celui du Roubion (Drôme proven-

çale). Il est caractéristique des bassins-versants avec des écoulements rapides et un faible stockage (climat à dominante continentale). Les crues ne durent généralement pas très longtemps ; l'hydrogramme est pointu. Les crues extrêmes ne sont pas en continuité avec les crues ordinaires ;

- type « Florac » : le bassin-versant typique est celui de la Mimente à Florac, dans la partie méridionale des Cévennes (Lozère), donc sous influence climatique méditerranéenne. Ce bassin sert de référence pour des crues rapides, mais avec un stockage ; une partie de l'eau stockée est restituée durant la crue, ce qui allonge la durée de la crue et augmente son volume, sans toutefois accroître le débit de pointe ;
- type « Vandenesse » : le bassin-versant typique est celui de la Dragne (Nièvre, Bourgogne). Les crues sont volumineuses et s'étalent sur des durées longues comme c'est souvent le cas pour régions à dominante océanique.

Pour les régions tempérées hors de France métropolitaine, il est possible d'appliquer la méthode QdF, mais il est vraisemblable qu'il faille choisir d'autres sites de référence.

Selon sa situation et sa taille, les caractéristiques d'un bassin-versant varient d'amont en aval, avec une modification du régime des crues : plus la taille augmente, plus le volume de crue tend à être important et moins l'hydrogramme est pointu. Une même rivière peut générer des crues de type « Soyans » dans la partie supérieure et des crues « Vandenesse » à sa confluence.

La question qui se pose est : parmi ces modèles de référence, quel est le modèle le plus approprié pour décrire un bassin-versant quelconque pour lequel on n'a pas ou peu de données hydrologiques ? La réponse apportée par la méthode QdF est la suivante : on trace la variation du gradex adimensionnel $\Gamma = \hat{G}_p/Q_{10}$ des pluies en fonction de la durée η (adimensionnelle) de la pluie et on compare cette courbe avec les courbes limites séparant les domaines Soyans, Florac, et Vandenesse. Ces courbes limites sont au nombre de deux

$$L_1(\eta) = \frac{1}{0{,}768\eta + 2{,}332}, \tag{5.7}$$

$$L_2(\eta) = \frac{1}{0{,}419\eta + 1{,}580}, \tag{5.8}$$

avec $\eta = d/D_*$ En pratique, on considère des durées de pluie allant de $\frac{1}{2}D_*$ à $5D_*$; on calcule le gradex G_p des pluies associées à ces durées et à l'aide de l'équation (5.6), on exprime ces gradex de pluie en gradex de débit et on les norme en les divisant par Q_{10} pour obtenir $\Gamma = \hat{G}_p/Q_{10}$. On reporte ensuite les couples (η, Γ).

♣ **Exemple.** – Sur un petit bassin-versant du Chablais, d'une superficie de 2 km^2, l'étude des pluies a donné les estimations suivantes du gradex des pluies : $G_p = 3{,}7$ mm pour $d = 1$ h, 4,8 mm pour $d = 2$ h, 5,5 mm pour $d = 3$ h, 7,0 mm pour $d = 6$ h, 8,9 mm pour $d = 12$ h, 11,4 mm pour $d = 24$ h. Une estimation empirique du débit décennal donne $Q_{10} = 3$ m^3/s et une durée spécifique $d_s = 1$ h. On pose $D_* = d_s$;

le gradex des pluies est transformé en gradex de débit à l'aide de la relation (5.6). Cela fournit $\hat{G}_p(d = 1) = 2{,}05$ m^3/s, $\hat{G}_p(d = 2) = 1{,}33$ m^3/s, $\hat{G}_p(d = 3) = 1{,}02$ m^3/s, $\hat{G}_p(d = 6) = 0{,}65$ m^3/s, $\hat{G}_p(d = 12) = 0{,}41$ m^3/s, et $\hat{G}_p(d = 24) = 0{,}26$ m^3/s. On forme ensuite la suite (η_i, Γ_i), avec $\eta_i = d_i/D_*$ et $\Gamma_i = \hat{G}_p/Q_{10}$, où $d_i = 1$, 2, 3, 6, 12, et 24 h. On reporte sur la figure 5.15 la courbe empirique $\Gamma = \Gamma(\eta)$ et les limites entre les comportements de type Soyans, Vandenesse, et Florac. On note qu'aux temps courts ($\eta < 2$), le comportement est de type Soyans, mais qu'aux temps longs ($\eta > 2$) le comportement se rapproche de celui de Florac, voire Vandenesse. Comme on se situe dans un contexte de petit bassin-versant de montagne, caractérisé par des crues rapides et brèves, le comportement retenu est de type Soyans.

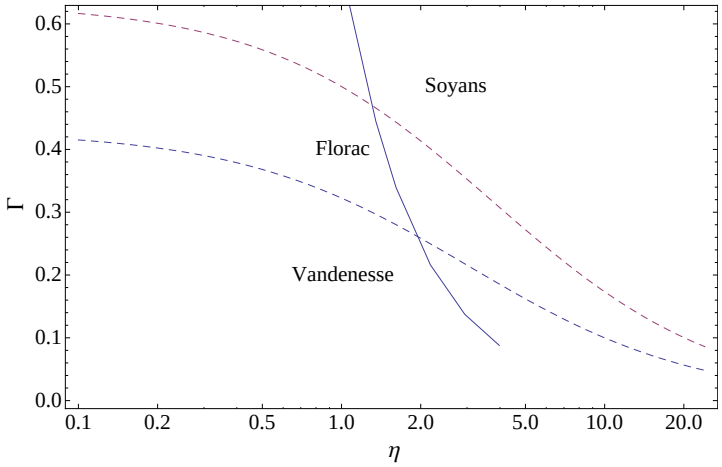


Figure 5.15 – Variation de Γ en fonction de η pour le Chablais. La courbe continue représente la courbe empirique $\Gamma = \Gamma(\eta)$ pour un poste du Chablais – simple interpolation linéaire des points (η_i, Γ_i) – et les courbes à tiret représentent les courbes L_1 et L_2.

Loi débit-fréquence

La loi débit-fréquence est fondée sur la méthode du gradex dans sa version dite « formulation esthétique ». Le quantile de débit suit une loi de Gumbel pour les petites périodes de retour ($T \leq 20$ ans), puis la « formation esthétique » (pour $20 \leq T \leq$

1000) :

$$\frac{Q(T,\,d)}{Q_*} = A(\eta)\ln T + B(\eta) \;\text{ pour } 0{,}5 \leq T \leq 20 \text{ ans}, \tag{5.9}$$

$$\frac{Q(T,\,d) - Q(10,\,d)}{Q_*} = C(\eta)\ln\left(1 + \frac{A(\eta)}{C(\eta)}\frac{T-10}{10}\right) \;\text{ pour } 20 \leq T \leq 1000 \text{ ans}, \tag{5.10}$$

où $Q(10,\,d)$ est le débit décennal obtenu à l'aide de l'équation (5.9). Les fonctions A, B, et C sont de la forme $f(\eta)$ avec

$$f(\eta) = \frac{1}{\alpha_1\eta + \alpha_2} + \alpha_3.$$

Les lois (5.9–5.10) sont valables aussi bien pour des débits moyens $Q_m(d)$ ou des débits seuils $Q_s(d)$. Les paramètres des lois changent selon le type de variable employée. Les tableaux 5.5.2 et 5.5.2 fournissent les valeurs des paramètres selon que, respectivement, l'on opte pour un débit moyen Q_m ou un débit seuil Q_s.

Tableau 5.5 – Valeurs des coefficients α_i pour les fonctions A, B, et C lorsqu'on cherche à calculer le débit moyenné sur une période d.

Modèle	A			B			C		
	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
Soyans	0,87	4,60	0	1,07	2,50	0,099	0,569	0,690	0,046
Florac	1,12	3,56	0	0,95	3,18	0,039	1,56	1,91	0,085
Vandenesse	2,635	6,19	0,016	1,045	2,385	0,172	1,083	1,75	0

Tableau 5.6 – Valeurs des coefficients α_i pour les fonctions A, B, et C lorsqu'on cherche à calculer le débit seuil sur une période d.

Modèle	A			B			C		
	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
Soyans	2,57	4,86	0	2,10	2,10	0,050	1,49	0,660	0,017
Florac	3,05	3,53	0	2,13	2,96	0,010	2,78	1,77	0,040
Vandenesse	3,970	6,48	0,010	1,910	1,910	0,097	3,674	1,774	0,013

Hydrogramme synthétique

La formulation QdF en termes de débit seuil permet d'obtenir un hydrogramme de crue synthétique. Cet hydrogramme est par ailleurs consistant avec les quantiles de débit moyen Q_m. L'hydrogramme pour une crue de période de retour T est défini par :

- $t < d_s$, une courbe (droite) de montée : $Q = Q_m t/d_s$. Il y a une augmentation linéaire du débit Q jusqu'au temps $t = d_s$ où le débit atteint le débit de pointe Q_p ;

- $t = d_s$, un débit de pointe : $Q_p = Q_m(T, d_p)$. C'est le débit moyen instantané, donc un débit observé sur une durée $d_p = 1$ s $= 0{,}0003$ h ;
- $t > d_s$, une courbe de décrue : $Q = Q_s(T, d)$. Le débit à l'instant t se calcule à partir du débit seuil dépassé sur une durée $d = t - d_s Q/Q_p$.

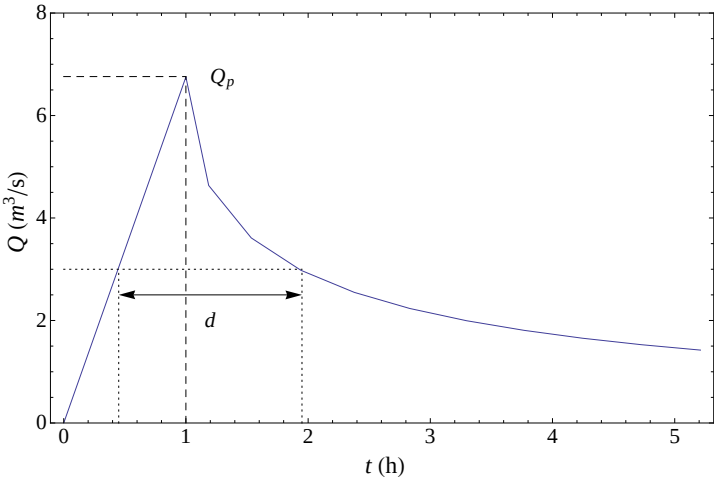


Figure 5.16 – Principe de formation de l'hydrogramme.

Modèle QdF convergent

Il existe une variante de cette méthode appelée « modèle QdF convergent », qui suppose que le débit moyen vérifie la loi d'échelle (Lang & Lavabre, 2007) :

$$Q_m(d, T) = \frac{Q_m(0,T)}{1 + d/\Delta}, \tag{5.11}$$

où $Qm_(0,T)$ correspond au débit de pointe (le débit moyen observé sur une durée infiniment courte) et Δ un paramètre à caler. On renvoie à Lang & Lavabre (2007) pour plus d'informations.

5.6 Méthodes de transformation pluie-débit

Les débits dans les rivières sont souvent des données peu disponibles : hormis pour certaines grandes villes ou bien pour des sites avec un intérêt hydroélectrique, il y a peu de postes de mesures installés. Comme par ailleurs les débits peuvent varier de façon substantielle le long des cours d'eau en fonction des apports par les affluents et que les séries de données sont souvent courtes, il reste difficile d'estimer les quantiles

de débit en un point donné d'un cours d'eau. Il est dès lors très tentant de contourner cette difficulté en cherchant à relier les débits aux pluies qui sont censées les générer. En effet, les pluies sont mieux connues, plus faciles à mesurer ; leur distribution spatiale est un peu mieux appréhendée que les débits et leur distribution temporelle se prête bien à une analyse statistique de type théorie des valeurs extrêmes. Très tôt les hydrologues ont donc cherché à développer des modèles de transformation pluie-débit qui visent à reproduire la génération d'une crue à partir de la pluie. Nous allons passer en revue quelques-uns des modèles les plus connus

Comme toute simplification de la réalité, ce type de modélisation est limité par

- la complexité des interactions entre le sol, l'atmosphère, et l'eau ;
- le nombre de paramètres conceptuels qui sont introduits et qui rendent difficile les procédures de calage.

Il y a en général deux sous-modèles dans un modèle de transformation pluie-débit :

- un module de passage de la pluie brute (pluie précipitée) à la pluie efficace (pluie participant à la crue). Cette transformation nécessite de connaître les pertes dues à l'interception par les végétaux, la rétention dans le sol, le ruissellement direct, etc. ;
- un module de transformation de la pluie efficace en volume de crue. Cette transformation nécessite de modéliser les différents processus de ruissellement, drainage, et écoulement dans le cours d'eau jusqu'à l'exutoire.

Les différentes transformations sont basées sur des représentations le plus souvent conceptuelles du fonctionnement du bassin-versant, avec parfois une approximation physique du comportement réel.

Nous commençons par décrire une méthode très simple dite « méthode rationnelle », qui a été utilisée dès la moitié du XIXe siècle. Ce modèle calcule le débit de pointe à partir du volume d'eau précipité et d'un temps caractéristique (temps de concentration). Nous voyons ensuite deux méthodes un peu plus élaborées : le modèle SCS et sa variante française SoCoSe. Ces méthodes calculent le débit à partir du volume d'eau ruisselé, c'est-à-dire le volume d'eau précipité auquel on a retranché l'eau interceptée par la végétation et l'eau infiltrée dans le sol. Nous décrivons ensuite un modèle conceptuel un peu plus complexe, où le sol est modélisé comme un réservoir. Avec ce type de modèles, on entre véritablement dans le domaine des outils utilisables aussi bien pour la prévision de crues que dans les calculs hydrauliques. Un modèle comme le modèle suédois HBV [3] a été par exemple utilisé en Suisse pour la prévision des crues sur le Rhin jusqu'à Bâle (Lindström *et al.*, 1997).

Notons que nous ne parlerons pas ici des modèles spatialement distribués, qui affinent la description des crues en scindant le bassin-versant en plusieurs unités hydro-

3. acronyme du suédois *hydrologisca byrans vattenbalansavdelning* (service bilan hydrique du bureau hydrologique).

logiquement homogènes. Le modèle TOPMODEL développé par Beven et Kirby est l'un des plus connus. La classe de modèles ORAGE, SOCONT, puis MINERVE a été développée à l'EPFL pour décrire des crues sur des bassins-versants alpins (Bérod, 1994; Jordan, 2007) (on en verra une version très simplifiée avec les modèles GR4 et GR4H). Ces modèles tiennent compte d'une multitude de processus hydrologiques pour évaluer l'apport des précipitations et leur effet sur la génération d'une crue : infiltration, évaporation, interception par les végétaux, fusion de la neige et des glaciers. Le débit drainé par une parcelle du bassin-versant est ensuite évacué par un cours d'eau ; on parle de routage de crue (*flood routing*). On peut alors utiliser des outils de calcul hydraulique tels que les équations de Saint-Venant. Ce type de procédures sort du cadre de ce cours, mais le lecteur peut se référer au cours d'hydraulique (master GC) ainsi qu'à des livres spécialisés (Brutsaert, 2005).

5.6.1 Méthode rationnelle

La méthode la plus ancienne d'estimation du débit de pointe à partir des pluies est appelée méthode rationnelle. La pluie est supposée d'intensité i_p constante sur une durée $t = t_c$ et le volume de crue est proportionnel au volume de pluie. La réponse en débit est un hydrogramme triangulaire, de durée $2t_c$ et de débit de pointe Q_p. Le volume de pluie est $V_p = t_c i_p S$. Le volume de crue est

$$V_c = 2 \times \frac{1}{2} Q_p t_c,$$

avec S la surface du bassin-versant. On suppose que le coefficient de proportionnalité est C ($0 < C \leq 1$), appelé encore coefficient de ruissellement de pointe. De l'égalité $V_c = CV_p$, on tire

$$Q_p = C i_p S.$$

Notons que i_p est généralement exprimé en mm/h alors que Q_p est en m^3/s. Pour que la formule précédente soit dans ces unités, on modifie la formule de la façon suivante

$$Q_p = \frac{C i_p S}{3{,}6} \ \ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]. \tag{5.12}$$

5.6.2 Méthode SCS

Cette méthode a été développée au cours des années 1960 au Soil Conservation Service (SCS) de l'United States Forest Administration (USFA), ce qui explique son nom. Elle s'applique pour les petits bassins-versants en milieu rural, sans observations.

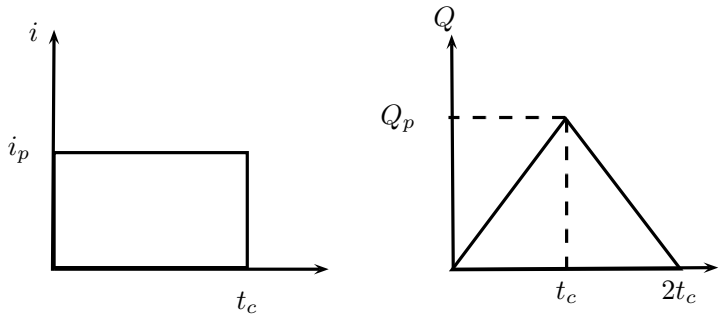


Figure 5.17 – Principe de transformation pluie-débit dans la méthode rationnelle.

Tableau 5.7 – Quelques valeurs guides de C selon l'occupation du sol.

Type de surface	C
zone urbanisée	0,7–0,95
zone résidentielle	
lâche	0,3–0,5
dense	0,5–0,75
parcs	0,1–0,2
pelouse	
terrain meuble, peu pentu ($i < 2$ %)	0,05–0,2
terrain peu perméable et pentu ($i > 5$ %)	0,15–0,25

Elle repose sur les quatre hypothèses suivantes :

- lorsque la pluie tombe, une partie est interceptée par la végétation. Il faut transformer la pluie brute P_b en pluie utile P_u

$$P_u = P_b - I, \tag{5.13}$$

  où I est l'interception par la végétation (en mm).
- la pluie qui atteint le sol participe au ruissellement $R(t)$ et à l'infiltration $J(t)$

$$P_u = R + J. \tag{5.14}$$

- Le rapport entre l'eau ruisselée (R) et l'eau précipitée (P_u) est égal au rapport entre la quantité d'eau $J(t)$ infiltrée au temps t et la quantité maximale d'eau J_∞ que le sol peut recevoir quand il y a saturation

$$\frac{R(t)}{P_u} = \frac{J(t)}{J_\infty}. \tag{5.15}$$

  Cette hypothèse très forte peut être démontrée dans le cas où la saturation dans le sol au cours du temps suit une loi de Horton (variation exponentielle de l'intensité d'infiltration) (Yu, 1998).

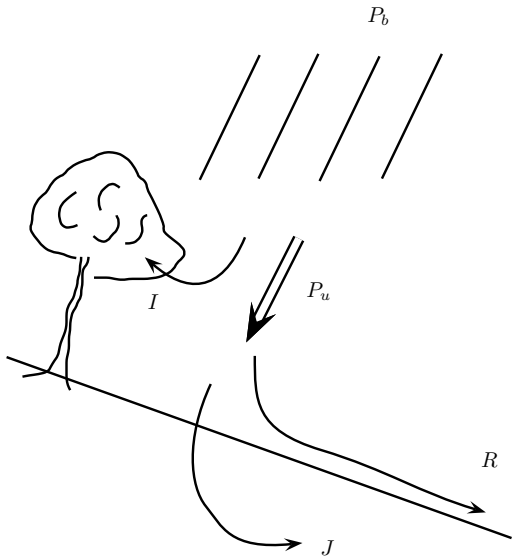


Figure 5.18 – Schéma de la méthode SCS.

– l'interception par la végétation est indépendante de la pluie utile et est reliée à la capacité maximale d'infiltration

$$I = 0{,}2J_\infty. \tag{5.16}$$

C'est une loi empirique tirée des observations.

En combinant les équations (5.13) à (5.15), puis en servant de la relation empirique (5.16), on tire la relation

$$\frac{R}{P_u} = \frac{P_u}{P_u + J_\infty}.$$

De là, on déduit que la quantité d'eau ruisselée vaut

$$R = \frac{P_u^2}{P_u + J_\infty} = \frac{(P_b - 0{,}2J_\infty)^2}{P_b + 0{,}8J_\infty}.$$

Dans ce modèle, la quantité d'eau ruisselée dépend de façon non linéaire de la quantité de pluie reçue P_b ; la relation est aussi fonction d'un seul paramètre (capacité maximale d'infiltration du sol) J_∞ qui doit être calé (voir ci-dessous).

Cette pluie brute génère une crue, dont le débit de pointe peut être estimé en considérant un hydrogramme triangulaire (voir figure 5.19). Le volume de crue étant R, on déduit que si t_c est le temps de concentration, t_m le temps de montée (estimé ici à $t_m = 0{,}375t_c$), on déduit

$$Q_p = 2\frac{SR}{3{,}6t_c} \approx 0{,}2\frac{SR}{t_m} \ \ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}],$$

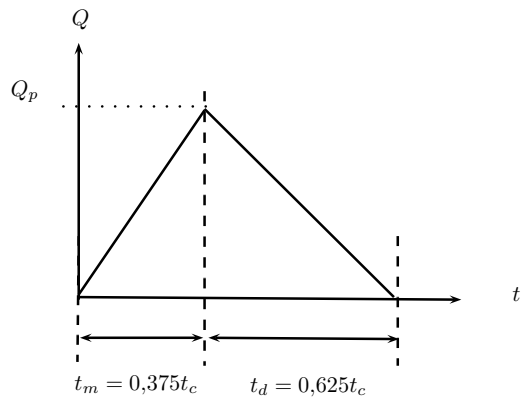


Figure 5.19 – Hydrogramme de crue dans la méthode SCS.

avec S la surface du bassin-versant en km^2, t_c le temps de montée en h. Rappelons que le facteur 3,6 provient de la conversion des unités en m^3/s. Le temps de concentration doit être estimé indépendamment, par exemple à l'aide d'une des relations proposées au § 5.2.2.

Reste à évaluer le seul paramètre du modèle, qui est la capacité maximale d'infiltration du sol) J_∞. Ce paramètre dépend de l'état d'humidité dans le sol et du type d'occupation des sols. Le bassin-versant doit être subdivisé en parcelles de surface S_i à interception J_i homogène. L'interception moyenne du bassin-versant est alors calculée par une moyenne pondérée

$$\frac{J_\infty}{S} = \sum_i \frac{J_i}{S_i}.$$

Chaque valeur de J_i est évaluée à partir du coefficient de ruissellement C_n

$$J_i = 25{,}4\left(\frac{1000}{C_n} - 10\right).$$

5.6.3 Méthode Socose

La méthode Socose est une variante française de la méthode SCS, développée par Claude Michel au Cemagref (Oberlin, 1980; CTGREF, 1980). Elle a été ajustée sur 5000 crues survenues dans 187 bassins-versants de 2 à 200 km^2. Par rapport à la méthode SCS, elle introduit les expressions suivantes pour le paramètre de rétention J et la durée

Tableau 5.8 – Quelques valeurs guides de C_n selon le type de sol et la densité de la végétation. Sol A : sol sablonneux (très perméable) ; sol B : sol sableux ou limoneux (perméable) ; sol C : sol argileux à limoneux (peu perméable) ; sol D : sol argileux (très peu perméable). D'après (Ponce, 1994).

culture	végétation	sol A	sol B	sol C	sol D
jachère		77	86	91	94
céréales	lâche	63	74	82	85
	dense	61	73	81	84
légumineuse	lâche	64	75	83	85
	dense	55	69	78	83
prairie		30	58	71	78
bois	lâche	45	66	77	83
	dense	25	55	70	77
pistes, routes		72	82	87	89

spécifique d_s (en remplacement du temps de montée)

$$\ln d_s = -0{,}69 + 0{,}32 \ln S + 2{,}2\sqrt{\frac{P_a}{P_{10} t_a}},$$
$$J = 260 + 21 \ln \frac{S}{L} - 54\sqrt{\frac{P_a}{P_{10}}},$$

avec J exprimée en mm, d_s en h, P_a le cumul annuel moyen de précipitations (en mm), P_{10} la pluie maximale journalière décennale (en mm), t_a la température moyenne annuelle réduite au niveau de la mer (en ℃), L le chemin hydraulique le plus long jusqu'à l'exutoire, S la surface en km^2– avec $S \geq 2$ km^2– (voir figure 5.20).

La méthode propose un hyétogramme de projet

$$P(t) = a \left(\frac{t}{\left[\left(\frac{t}{d_s} \right)^2 + 2\frac{d_s}{t} - 2 \right]^{3/7}} \right)^{1-b}$$

valable pour $0 < t \leq 2d_s$ qui représente la pluie d'intensité maximale. La pluie totale durant l'événement de durée d_s est donc $P(2d_s) = a(1{,}25 d_s)^{1-b}$. Le passage de la pluie locale à la pluie moyenne sur le bassin-versant se fait à l'aide du coefficient d'épicentrage k_a. La méthode Socose introduit donc un indice k appelé « indice pluviométrique »

$$k = \frac{24^b}{21} \frac{P_{10}}{1 + \frac{\sqrt{S}}{30\sqrt[3]{d_s}}},$$

avec b le coefficient de Montana ($P = at^{1-b}$). La méthode Socose définit également deux paramètres

$$\rho = 1 - 0{,}2\frac{J}{k(1{,}25d_s)^{1-b}}$$

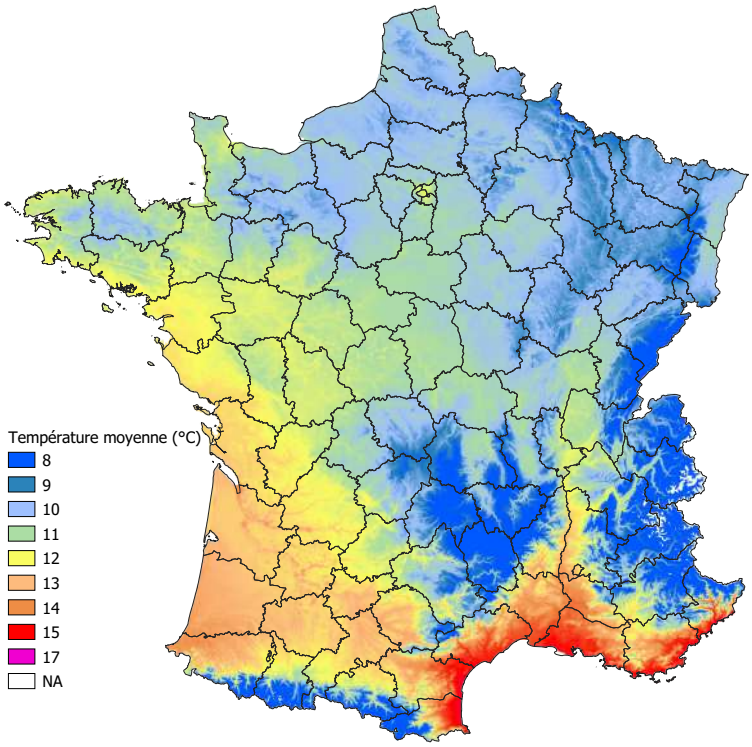
et ξ est un paramètre proche de 1, qui est déterminé à partir d'une abaque (voir figure 5.21). Le débit de pointe décennal est

$$Q_{10} = \xi\frac{kS}{(1{,}25d_s)^b}\frac{\rho^2}{15 - 12\rho} \quad [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}].$$

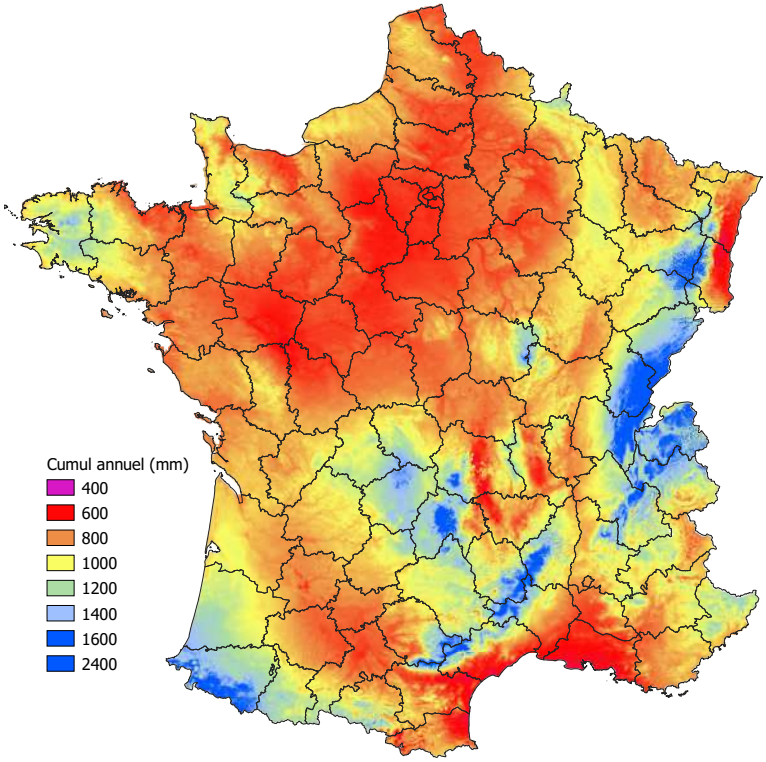
L'hydrogramme associé à cette méthode a pour équation

$$Q(\tau) = Q_{10}\frac{2\tau^4}{1 + \tau^8},$$

avec $\tau = 2t/(3d_s)$ un temps adimensionnel.



(a)



(b)

Figure 5.20 – Distribution du cumul annuel moyen de précipitations P_a sur la France (à droite) et distribution des températures moyennes annuelles t_a (à gauche). D'après (Joly *et al.*, 2010).

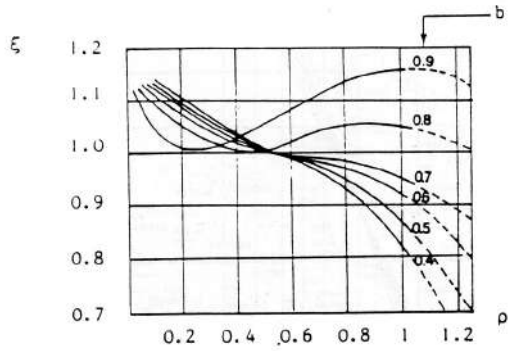


Figure 5.21 – Valeur du coefficient ξ en fonction du paramètre ρ et du coefficient de Montana b. D'après (Oberlin, 1980; CTGREF, 1980).

5.6.4 Méthode de Zeller

La plupart des modèles qui sont décrits dans ce chapitre sont dits *conceptuels* car ils schématisent la réponse hydrologique à l'aide d'opérateurs mathématiques censés décrire des fonctions du bassin-versant (ruissellement, infiltration, évapotranspiration, restitution, écoulement) de façon simplifiée. On pourrait attaquer le problème en considérant le sol comme un milieu poreux et en se servant des équations d'écoulement dans les milieux poreux (p. ex., équation de Dupuit-–Forchheimer), et on parle alors de *modèle physique*. De tels modèles donnent rarement de bons résultats, et la puissance de calcul nécessaire est colossale. Toutefois, sur de petits surfaces, l'utilisation de loi physique permet d'obtenir des ordres de grandeur corrects. On va illustrer ici cette possibilité avec la méthode de Zeller (Zeller, 1981), que l'on justifiera à l'aide d'un modèle de ruissellement ou d'écoulement souterrain (Beven, 2020).

Base phénoménologique

On examine le parcours de l'eau entre le moment où elle tombe sous forme de pluie avec une intensité constante I et le moment où elle quitte le bassin-versant (voir figure 5.22). Pour cela on va considérer deux phases (Henderson & Wooding, 1964; Beven, 1982; Sloan & Moore, 1984; Loukas & Quick, 1996; Beven, 2020) :

- une phase d'écoulement sur un versant de pente α et longueur L_v. L'écoulement est soit une nappe de surface (ruissellement) sur un sol saturé ou bien un écoulement hypodermique ;
- une phase d'écoulement dans le cours d'eau qui draine le bassin-versant. La pente de la rivière est i et sa longueur L_r.

Pour l'écoulement en nappe, qu'il soit de surface ou souterrain, on peut considérer que l'écoulement a une épaisseur $h(x,t)$ et une vitesse $u(x,t)$ qui est liée – en première approximation – à la hauteur h : $u = ah^b$, avec a et b deux coefficients qui dépendent de la nature de l'écoulement

- par exemple, $a = C\sqrt{\alpha}$ et $b = 1/2$ si on considère un écoulement de surface et une loi de Chézy avec un coefficient de frottement C (typiquement $C = 1{,}3 - 2$ m$^{1/2}$/s) ;
- par exemple, $a = K_0 \sin\alpha/h_0$ et $b = 1$ si on considère un écoulement de surface et une approximation de Darcy (tirée de l'équation de Dupuit-–Forchheimer) avec une conductivité hydraulique K_0 (typiquement $K_0 = 100 - 1000$ mm/h) et h_0 une profondeur de saturation ($h_0 \sim 1$ m).

On va s'intéresser ici à définir des temps caractéristiques de ruissellement et d'écoulement dans la rivière. La méthode permettrait de faire un calcul analytique complet ou de procéder à une résolution numérique des deux équations de conservation de la masse, et donc de calculer un hydrogramme en fonction d'une pluie, mais on se conten-

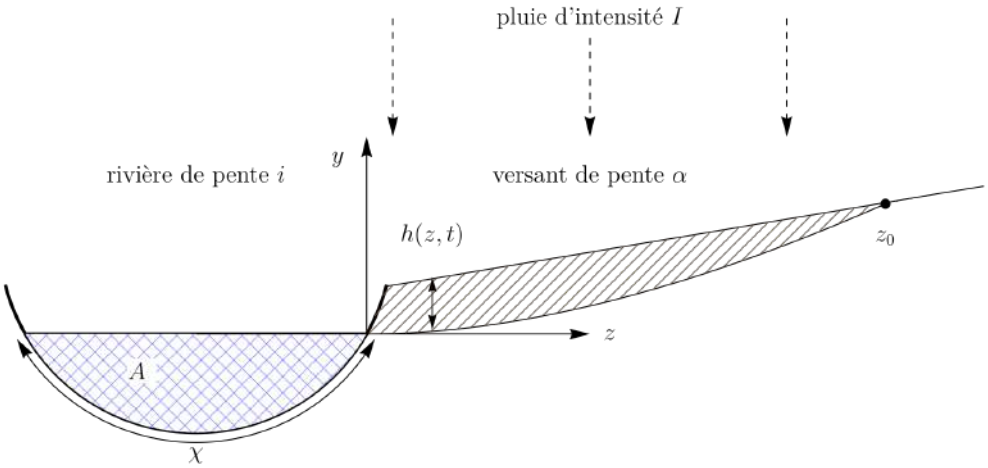


Figure 5.22 – Écoulement souterrain et alimentation d'un cours d'eau. Une rivière s'écoule dans la direction x (normale à la figure) et draine des pentes latérales. Sur ces pentes, la pluie ruisselle sous forme d'une nappe d'eau, ou bien s'infiltre et s'écoule sous la forme d'un écoulement souterrain. La section mouillée dans la rivière est notée A, le périmètre mouillé est χ.

tera ici d'expliquer les grandes lignes du calcul analytique et de déterminer les échelles de temps.

Écoulement de versant L'écoulement sur le versant vérifie l'équation de conservation de la masse :

$$\epsilon \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial z} = I, \tag{5.17}$$

avec ϵ un coefficient de stockage effectif ; on prendra ici $\epsilon = 1$. Comme on a $u = ah^b$, on déduit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c(h)\frac{\partial h}{\partial z} = I \text{ avec } c(h) = a(b+1)h^b.$$

Il s'agit d'une équation d'advection non linéaire avec une vitesse d'advection $c(h)$. On peut la résoudre en la mettant sous forme caractéristique[4] :

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = I \text{ le long de } \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = c(h) = a(b+1)h^b,$$

4. c.-à-d. on remplace une équation aux dérivées partielles par un système de deux équations différentielles ordinaires. Voir cours de master GC.

et on suppose que le versant est initial sec ($h(z,0) = 0$) et qu'il n'y a pas d'eau arrivant de l'amont de z_0 ($h(z_0, t) = 0$). On a donc $h = It$ le long de la courbe caractéristique :

$$z = \int a(b+1)h^b \mathrm{d}t + z_1 = aI^b t^{1+b} + z_1, \tag{5.18}$$

avec z_1 constante d'intégration (telle que quand $z = z_1$ on ait $h = 0$). Cela implique qu'en un point $0 \leq z \leq z_0$ (avec le repère choisi à la figure 5.22 on a $z_0 = L_v$) :

- on a une croissance linéaire de la hauteur h : $h(z,t) = It$ jusqu'au temps t_∞ tel que $aI^b t_\infty^{1+b} = z_0 - z$;
- pour $t \geq t_\infty$, la solution devient stationnaire :

$$h(z,t) = h_\infty(z) = \left(\frac{I(z_0 - z)}{a}\right)^{1/(1+b)}.$$

Si on identifie la longueur du versant comme $L_v = z_0$, la hauteur de la lame d'eau à son arrivée dans la rivière est $h_v = (IL_v/a)^{1/(1+b)}$. En ce point, le débit varie en loi puissance du temps

$$q_v(t) = u_v h_v = a h_v^{1+b} = a(It)^{1+b}$$

pour $t < t_\infty$, et devient constant pour $t \geq t_\infty$

$$q_v(t) = a h_\infty^{1+b} = I z_0.$$

Le temps que met une parcelle d'eau tombant en z_0 pour atteindre la rivière est le temps lié à la courbe caractéristique émanant de $z_0 = L_v$. C'est aussi le temps critique $t_\infty(0)$

$$t_v = t_\infty(0) = \left(\frac{z_0}{aI^b}\right)^{1/(1+b)}. \tag{5.19}$$

Écoulement dans la rivière L'écoulement dans le cours d'eau vérifie l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 2q_v, \tag{5.20}$$

où A est la section mouillée, Q le débit d'eau transitant par cette section, et $q_v = h_v u = a h_v^{1+b}$ est le débit latéral (le coefficient 2 vient du fait que l'on considère que chaque versant de part et d'autre de la rivière contribue de façon égale au débit Q). Le débit Q peut être relié à la section mouillée A à l'aide de la loi de Manning-Strickler :

$$Q = \frac{A\sqrt{i}R_h^{2/3}}{n}, \tag{5.21}$$

avec n le coefficient de Manning (typiquement $n = 0{,}025 - 0{,}1$ s/m$^{1/3}$) et $R_h = A/\chi$ le périmètre mouillé. Pour les rivières naturelles, une bonne approximation de R_h est $R_h = k\sqrt{A}$ avec k un coefficient de forme (sans dimension, typiquement dans la

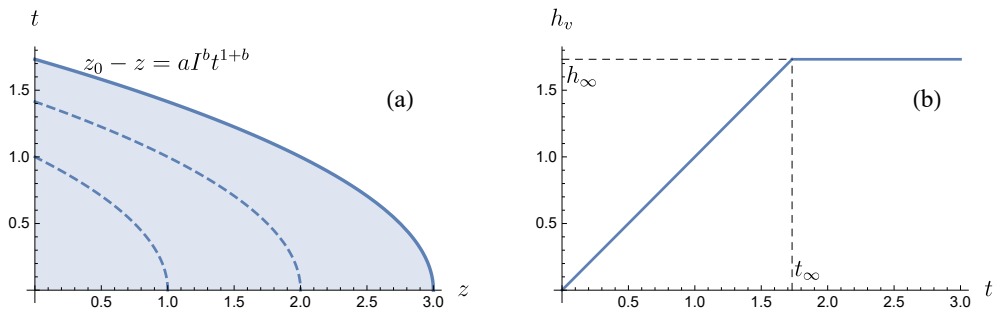


Figure 5.23 – (a) Courbes caractéristiques (5.18). La courbe en trait gras correspond à la trajectoire $z = aI^b t^{1+b}$ d'une particule émise de z_0 qui va en direction de la rivière ; le domaine en aplat de couleur représente le domaine contrôlé par la condition initiale $h = 0$; dans ce domaine, la hauteur varie linéairement $h(x,t) = It$. Dans le domaine au-dessous de la courbe $z = aI^b t^{1+b}$, la hauteur est constante et égale à $h_\infty(z)$. (b) Variation de la hauteur d'eau en $z = 0$ en fonction du temps. Calcul pour des valeurs arbitraires $a = 1$ 1/s, $b = 1$, $I = 1$ m/s, et $z_0 = 3$ m.

fourchette 0,25–0,40). Mise sous forme caractéristique, l'équation de conservation de la masse (5.20) nous dit :

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = 2q_v \text{ le long de } \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial Q}{\partial A} = \frac{4}{3}\frac{k^{2/3}A^{1/3}\sqrt{i}}{n}. \tag{5.22}$$

On a donc à intégrer :

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} 2a(It)^{1+b} \text{ si } t \leq t_\infty \\ 2Iz_0 \text{ si } t > t_\infty \end{cases} \Rightarrow A = \begin{cases} \dfrac{2a}{2+b} I^{1+b} t^{2+b} \text{ si } t \leq t_\infty, \\ A_c + 2Iz_0(t - t_\infty) \text{ si } t > t_\infty, \end{cases} \tag{5.23}$$

avec A_c la section mouillée au temps t_∞. Les caractéristiques sont donc des courbes

$$x - x_1 = \int \frac{4}{3}\frac{k^{2/3}A^{1/3}\sqrt{i}}{n}\mathrm{d}t = \frac{4}{3}\frac{k^{2/3}\sqrt{i}}{n} \begin{cases} \left(\dfrac{2aI^{1+b}}{2+b}\right)^{1/3} \dfrac{3t^{(5+b)/3}}{5+b} \text{ si } t \leq t_\infty, \\ L_0 + \dfrac{3(A_c + 2Iz_0(t - t_\infty))^{4/3}}{8Iz_0} \text{ si } t > t_\infty, \end{cases} \tag{5.24}$$

avec x_1 une constante d'intégration (que l'on prend arbitrairement égale à 0) et $L_0 = L_{cr} - 3A_c^{4/3}/(8Iz_0)$ une autre constante d'intégration. On a défini une longueur critique de parcours qui correspond à la distance parcourue au temps t_∞ :

$$L_{cr} = \frac{4\sqrt[3]{2}}{(b+5)n}\sqrt{i}k^{2/3}\sqrt[3]{\frac{aI^{b+1}}{b+2}}t_\infty^{(5+b)/3}. \tag{5.25}$$

En prenant la longueur de la rivière jusqu'à l'exutoire L_r et en inversant l'équation (5.24), on peut calculer le temps t_r que met une parcelle d'eau pour parcourir la longueur L_r :

$$t_r = \begin{cases} \text{si } L_r \leq L_{cr},\ 2^{-\frac{7}{b+5}} \left(\dfrac{(b+5)L_r n}{\sqrt{i} k^{2/3} \sqrt[3]{\frac{aI^{b+1}}{b+2}}} \right)^{\frac{3}{b+5}} \\ \text{si } L_r > L_{cr},\ t_\infty + \dfrac{1}{2} \left(\dfrac{2^{3/4}(L_r - L_{cr})^{3/4} n^{3/4}}{i^{3/8}(z_0 I)^{1/4}\sqrt{k}} - \dfrac{A_c}{z_0 I} \right) \end{cases} \tag{5.26}$$

Comme précédemment, on peut montrer qu'il existe un débit limite pour $t > t_r$

$$Q_\infty(x) = 2q_v x = 2Iz_0 x$$

et que pour $t \leq t_r$, le débit Q varie en loi puissance du temps (obtenue en combinant la loi de Manning-Strickler (5.21) et l'évolution (5.23) de la section mouillée A).

Le temps de concentration sera, par définition, égal à la somme des temps de parcours du versant et de la rivière :

$$t_c = t_r + t_v. \tag{5.27}$$

Application numérique Prenons par exemple une pente longue de $L_v = z_0 = 500$ m et inclinée à $\alpha = 30$ %, avec une rugosité de $C = 1{,}5$ m$^{1/2}$/s. Il tombe une pluie $I = 20$ mm/h (à convertir dans les bonnes unités) pendant deux heures. L'équation (5.19) nous dit que le temps caractéristique pour atteindre un régime stationnaire est $t_v = 4055$ s, soit un peu plus d'une heure. Pour $t \geq t_v$, l'eau ruisselle le long des pentes avec un débit (par unité de largeur) constant : $q_v = Iz_0$.

On suppose qu'après la phase de ruissellement, l'eau s'écoule dans un torrent de pente $i = 5$ %, de longueur $L = 1$ km, avec un facteur de forme $k = 0{,}3$ et une rugosité $n = 0{,}05$ s/m$^{1/3}$. D'après l'équation (5.26), le temps nécessaire $t_r = 1032$ s. Le temps de concentration est $t_c = 1032 + 4056 = 5088$ s, soit un temps inférieur à celui de la pluie. Comme la méthode de Zeller le suggère ci-dessous, il faut reprendre une intensité de pluie un peu plus forte sur un temps un peu plus court, et réitérer le calcul.

Principe de la méthode de Zeller

Nous exposons ici le principe de la méthode proposée par Zeller (1981) pour estimer le temps de concentration et le débit pour un petit bassin-versant. Par « petit », il faut entendre que l'on peut identifier un cours d'eau drainant des pentes et le découper en zones homogènes sans que le travail devienne trop fastidieux. La méthode de Zeller

doit être vue comme un canevas et non comme un cadre rigide. C'est une méthode itérative :

1. on suppose que l'on dispose des données de pluie, notamment de la loi de Montana (5.1) pour une période de retour ;
2. on se fixe une durée d de précipitation et on calcule l'intensité correspondante à l'aide de la loi de Montana (5.1) ;
3. Zeller (1981) s'est servi de la formule d'Izzard pour estimer le temps de parcours t_v sur les versants (par ruissellement), mais on peut se servir d'autres formulations, par exemple de l'équation (5.19) obtenue ci-dessus ;
4. on en déduit un débit arrivant dans le cours d'eau. Dans la méthode originale, Zeller (1981) applique une méthode rationnelle (5.12) en écrivant que le débit est généré par une surface S avec un coefficient de ruissellement C est $Q = CIS/3{,}6$;
5. connaissant le débit à travers une section A, on peut en déduire la vitesse moyenne $u = Q/A$, et de là le temps t_r que met l'eau à parcourir un tronçon t_r de rivière : $t_r = L_r/u$.
6. le temps de concentration est défini comme $t_c = t_r + t_v$;
7. on compare ce temps avec la durée d de la pluie ;
8. si d et t_c sont raisonnablement proches, on arrête le calcul sinon on itère avec une valeur différente de d jusqu'à observer la convergence souhaitée.

5.6.5 Modèle réservoir GR4

Principe

Les modèles à n réservoirs et p paramètres sont des représentations conceptuelles du fonctionnement d'un bassin-versant qui généralisent le modèle SCS. La principale nouveauté est qu'on considère maintenant que le sol agit comme un réservoir et qu'en conséquence, une partie de l'eau infiltrée est restituée avec un temps de latence au cours d'eau en crue. Nous considérons ici un des modèles qui offre le meilleur compromis entre simplicité et performance : il s'agit d'un modèle à un réservoir et 4 paramètres ; ce modèle est appelé GR4 (pour Génie Rural à 4 paramètres) et fait partie d'une classe de modèles conceptuels de transformation pluie-débit développés par Claude Michel au Cemagref (Rojas-Serna, 2005). Il offre une approximation satisfaisante des petits bassins-versants rapides (Graff, 2004). Il existe plusieurs formulations de ce modèle, qui généralement se distinguent notamment par le pas de temps employé : les modèles de type GR4H à pas de temps horaire pour les crues rapides et les modèles GR4J à pas de temps journalier pour les crues lentes (Perrin *et al.*, 2001, 2003; Oudin *et al.*, 2008). Ici, nous ferons une présentation générale indépendante du pas de temps (on emploie donc des équations différentielles au lieu des équations de bilan employées dans les

modèles d'ingénierie). La formulation est adaptée à de petits bassins-versants de montagne (Graff, 2004) où l'interception de la pluie par la végétation se fait de façon simple et ne nécessite pas de connaître l'évapotranspiration ; pour d'autres bassins-versants, il faut prendre un modèle GR4H ou GR4J avec prise en compte de l'évapotranspiration (Perrin, 2000; Perrin *et al.*, 2003).

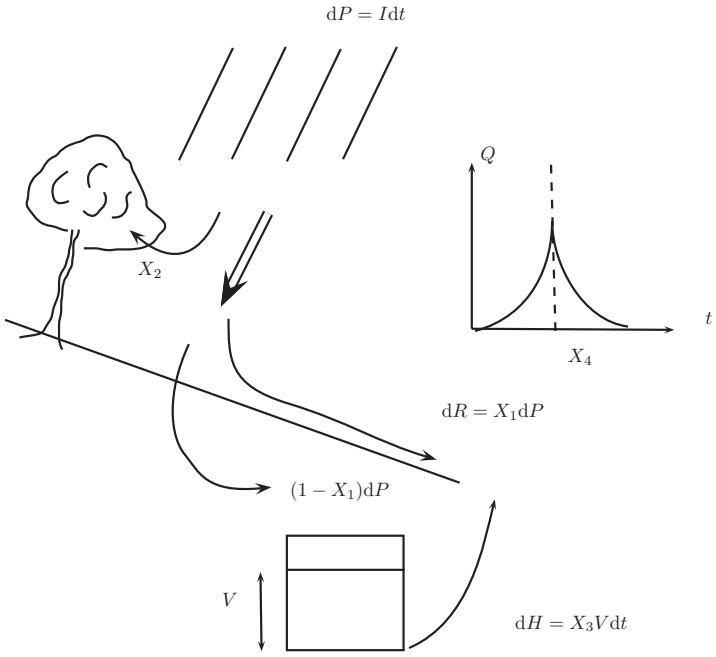


Figure 5.24 – Schéma de principe d'un modèle réservoir GR4.

Le modèle prend en compte quatre phénomènes (voir figure 5.24) :

- les pertes initiales (interception par la végétation) sont en général faibles. On les prend égales à une valeur X_2 (en mm) ;
- une fois que la capacité d'interception est saturée, il y a ruissellement. La quantité d'eau ruisselée par unité de temps est liée à la pluie précipitée $\mathrm{d}P = I(t)\mathrm{d}t$

$$\mathrm{d}R(t) = X_1\mathrm{d}P, \tag{5.28}$$

  avec X_1 un coefficient sans dimension (exprimé en %) ;
- dans le même temps dt, une partie de l'eau $(1 - X_1)I\mathrm{d}t$ est infiltrée et stockée dans un réservoir dont le volume initial est nul $V(0) = 0$; V est un volume par unité de surface, il s'exprime donc en mm. Une partie du volume stocké est restituée par des écoulements hypodermiques au cours d'eau

$$\mathrm{d}H(t) = X_3V(t)\mathrm{d}t, \tag{5.29}$$

  avec X_3 un taux de vidange linéaire (exprimé en %/h) ;

– le temps de montée t_m de l'hydrogramme est noté X_4 (en h). On suppose que l'hydrogramme est symétrique, donc $t_d = X_4$. La lame totale d'eau transmise au cours d'eau est $T = R + H$.

Les valeurs moyennes des coefficients X_1, X_2, X_3, et X_4 sont données dans le tableau 5.9.

Tableau 5.9 – Valeurs moyennes des coefficients pour les différents bassins-versants. Adapté de (Graff, 2004).

Nom	Surface km^2	Région	X_1 %	X_2 mm	X_3 %/h	X_4 h	R/T %
Groupe 1							
Laval	0,86	Alpes-du-Sud	57,6	7,28	2,4	0,38	91
Erlenbach	0,64	Suisse Centrale	46,5	13,6	16,2	0,63	53
Groupe 2							
Rimbaud	1,5	Alpes-du-Sud	35,4	40	2,28	1,07	57
Latte	0,19	Massif Central	14,4	75,4	3,96	0,78	41
Sapine	0,54	Massif Central	15,7	71,1	0,90	1,03	34
Groupe 3							
Rietholzbach	3,31	Suisse Centrale	26,5	17	2,82	1,11	41
Lumpenenbach	0,93	Suisse Centrale	22,6	12,2	9,6	0,5	41
Vogelbach	1,55	Suisse Centrale	31,4	11,5	5,88	0,64	56
Brusquet	1,08	Alpes-du-Sud	13,8	22,4	0,72	1,63	54

Il reste une dernière opération pour passer de la pluie au débit. Sur le plan physique, ce passage est complexe car il implique des processus très différents : ruissellement le long du sol, drainage des sols, propagation d'une intumescence de crue le long d'un cours d'eau à la géométrie plus ou moins complexe (cours d'eau principal et tributaires), etc. Mathématiquement, on remplace tous ces processus par une « boîte noire », qui permet de relier le débit à la pluie nette par l'intermédiaire d'une *fonction de transfert*. L'idée de base est calquée sur la théorie de la réponse linéaire (Dooge, 1973; Brutsaert, 2005). On peut l'exprimer de la façon suivante : on considère une pluie unitaire de durée infinitésimale (c'est-à-dire la quantité de pluie est de 1 mm et la durée est infiniment petite) ; dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire, cette impulsion initiale est une fonction de Dirac δ. Cette pluie se produisant à l'instant $t = 0$ génère une crue unitaire, dont l'hydrogramme est appelé l'*hydrogramme unitaire instantané*. La figure 5.25 montre l'allure de l'hydrogramme pour le modèle étudié ici ; son équation est

$$q(t) = \frac{3}{2X_4}\eta^2 \text{ pour } 0 \leq \eta \leq 1,$$
$$q(t) = \frac{3}{2X_4}(2-\eta)^2 \text{ pour } 1 \leq \eta \leq 2,$$
$$q(t) = 0 \text{ pour } \eta > 2,$$

avec ici $\eta = t/X_4$; l'unité de q est 1/s. La fonction q est aussi appelée *fonction de transfert* car elle permet de passer d'une pluie quelconque au débit induit par cette pluie. Le choix de cette fonction est arbitraire, mais il doit satisfaire la contrainte $\int_t q(t)\mathrm{d}t = 1$. Physiquement, on peut interpréter la fonction de transfert q comme une fonction qui étale le volume de pluie nette sans en changer son volume total.

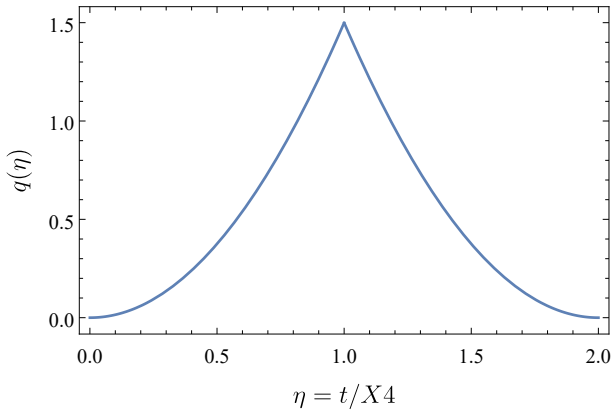


Figure 5.25 – Hydrogramme unitaire $q(\eta)$ d'un modèle réservoir GR4.

Comme le schématise la figure 5.26, une pluie complexe peut être décomposée en une succession d'impulsions. En effet, on peut par définition écrire

$$P(t) = \int I(\tau)\mathrm{d}\tau,$$

où τ est une variable d'intégration. On peut interpréter $I(\tau)\mathrm{d}\tau$ comme pluie de durée $\mathrm{d}\tau$, qui vaut I fois la pluie unitaire $\delta(t-\tau)$. Comme une pluie unitaire provoque une crue unitaire $q(t-\tau)$, la pluie $I(\tau)\mathrm{d}\tau$ provoque une crue élémentaire $I(\tau)q(t-\tau)\mathrm{d}\tau$. Comme le système est supposé linéaire, la réponse totale du système est la somme de toutes les contributions élémentaires. En intégrant sur le temps et en multipliant par la surface S du bassin-versant, on déduit le débit résultat de la pluie $P(t)$

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t I(\tau)q(t-\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{5.30}$$

où S est ici exprimé en km^2 et $\alpha = 1/3{,}6$ (comme pour la méthode rationnelle, la conversion des unités pour aboutir à des m^3/s nécessite d'introduire α). Cette opération est un produit de convolution entre l'intensité nette I et la fonction de transfert q. En pratique, la pluie n'est pas une fonction continue, mais une succession de valeurs discrètes (un histogramme) ; il est alors d'usage de remplacer l'équation (5.30) par un produit de convolution discret ; c'est un point que nous n'aborderons pas ici. Dans le modèle GR4, ce n'est pas la pluie I que l'on va utiliser, mais la lame d'eau T représentant la somme du volume d'eau ruisselée et du volume d'eau restituée après infiltration et stockage dans le sol-réservoir.

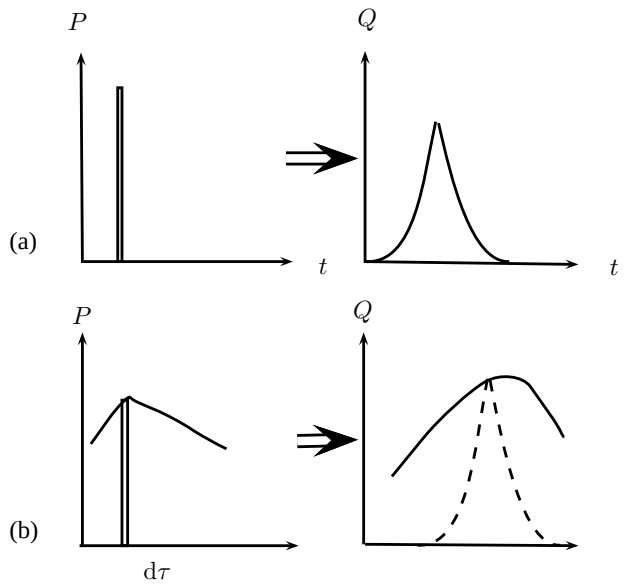


Figure 5.26 – (a) Réponse à une impulsion de pluie. (b) Décomposition d'une pluie complexe en une série d'impulsions élémentaires.

Application

On va examiner ici la solution dans le cas d'une pluie d'intensité constante pendant une durée t_0.

Le bilan hydrique dépend du niveau dans le réservoir. Le volume V obéit à l'équation

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -X_3 V(t) + (1 - X_1)\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}. \tag{5.31}$$

Considérons une pluie d'intensité constante $I = \mathrm{d}P/\mathrm{d}t = I_0$, qui commence à $t = 0$ et s'arrête à un instant t_0. Durant les premiers instants, la pluie est interceptée. Jusqu'au temps $t_1 = X_2/I_0$, il n'y a pas d'eau qui atteint le sol ; on suppose que $t_1 < t_0$. Pour $t \geq t_1$, l'eau touche le sol, commence à ruisseler et à s'infiltrer. La résolution de l'équation (5.31) fournit

$$V(t) = I_0 \frac{1 - X_1}{X_3} e^{-(t-t_1)X_3}(e^{(t-t_1)X_3} - 1).$$

Le flux d'eau restituée au torrent à l'instant $t_0 \geq t > t_1$ est donc

$$\dot{T} = X_3 V + X_1 I_0 = I_0 \left((1 - X_1) e^{-(t-t_1)X_3}(e^{(t-t_1)X_3} - 1) + X_1 \right).$$

À l'instant t_0, la pluie s'arrête. Le niveau dans le réservoir diminue selon l'équation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(t) = -X_3 V(t),$$

avec pour condition initiale $V(t_0) = V_0 = I_0 \frac{1-X_1}{X_3} e^{-(t_0-t_1)X_3}(e^{(t_0-t_1)X_3} - 1)$. La solution est

$$V(t) = V_0 e^{-(t-t_0)X_3}.$$

Le flux total d'eau restituée au torrent à l'instant $t > t_0$ est donc

$$\dot{T} = X_3 V = X_3 V_0 e^{-(t-t_0)X_3}.$$

Le débit résultant est obtenu par le produit de convolution (5.30) en remplaçant I par $\dot{T}$:

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(\tau) q(t-\tau) \mathrm{d}\tau.$$

En changeant la variable d'intégration, on obtient la relation suivante

$$Q(t) = \alpha S \int_0^t \dot{T}(t-\tau) q(\tau) \mathrm{d}\tau,$$

qui peut s'intégrer facilement numériquement (et peut s'intégrer à la main, mais plus laborieusement).

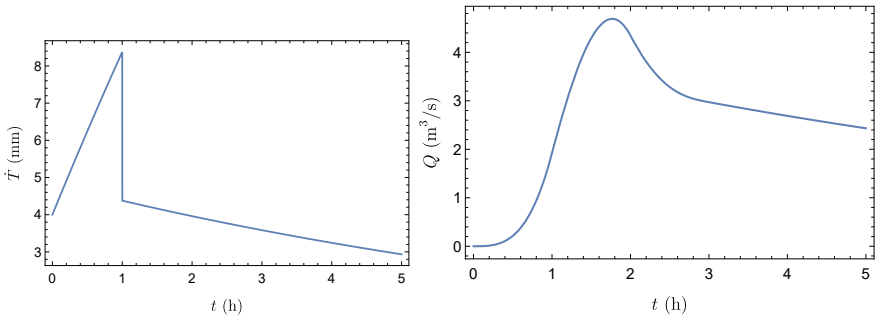


Figure 5.27 – (a) Variation de la lame d'eau $\dot{T}$. (b) Hydrogramme résultant. Calcul effectué avec : $I_0 = 50$ mm/h pendant $t_0 = 1$ h ; paramètres du bassin-versant : $S = 1$ km^2, $X_1 = 8$ %, $X_2 = 0$ mm, $X_3 = 0{,}1$ h^{-1}, et $X_4 = 1$ h.

5.6.6 Modèle réservoir GR4J

Principe

Le modèle GR4J développé par Charles Perrin est une évolution du modèle GR3J (Edijatno & Michel, 1989). Il s'agit d'un modèle à deux réservoirs et quatre paramètres. En entrée, il nécessite une série temporelle de précipitation P et une d'évapotranspiration E. Cette dernière donnée étant le plus souvent inconnue, il faut l'estimer à l'aide

de formules empiriques (Oudin *et al.*, 2005, voir p. ex.). Il fournit le débit journalier moyen Q. Quoiqu'initialement développé pour un pas de temps journalier, il peut se décliner avec une base de temps horaire (GR4H).

La figure 5.28 montre le principe du modèle. Il y a deux réservoirs :

- le *réservoir de production* : il correspond d'une part à un effet tampon représentant les échanges d'eau entre la végétation, le sol, et l'atmosphère, et d'autre part à l'infiltration d'eau dans le sol. La taille de ce réservoir est X_1 [mm]. Le niveau d'eau dans le réservoir est S [mm] ;
- le *réservoir de routage* : il sert à étaler le volume de crue. Sa taille est notée X_3 [mm], et le niveau d'eau est R [mm].

Les étapes du calcul sont les suivantes.

1. Initialement, au cours d'une journée, le bassin-versant subit une pluie P et de l'évapotranspiration E. Si $P > E$, alors il existe une *pluie nette* $P_n = P - E$, et l'évapotranspiration est étanchée : $E_n = 0$. Si au contraire $P < E$, alors $P_n = 0$ et l'évapotranspiration nette est $E_n = E - P$.
2. Une fraction de la pluie nette s'infiltre dans le sol. Cette fraction notée P_s [mm] est d'autant plus importante que le réservoir est vide. On suppose donc que pour une pluie élémentaire $\mathrm{d}P_n$, une fraction $\mathrm{d}P_s$ se dirige vers le réservoir dont S/X_1 sert de jauge de remplissage :

$$\mathrm{d}P_s = \left(1 - \left(\frac{S}{X_1}\right)^2\right) \mathrm{d}P_n,$$

et le réservoir voit son niveau augmenter :

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}P_s.$$

L'équation différentielle du remplissage est donc

$$\frac{\mathrm{d}S}{1 - (S/X_1)^2} = \mathrm{d}P_n.$$

Si S_k désigne le niveau d'eau dans le réservoir le jour précédent et S_{k+1} le nouveau niveau, on a

$$\left[\operatorname{arctanh}\frac{S}{X_1}\right]_{S_k}^{S_{k+1}} = \frac{P_n}{X_1}.$$

En simplifiant[5], on obtient :

$$S_{k+1} = \frac{S_k + X_1 \tanh(P_n/X_1)}{1 + S_k \tanh(P_n/X_1)/X_1}$$

5. On se sert de l'identité $\tanh(a+b) = \dfrac{\tanh a + \tanh b}{1 + \tanh a \tanh b}$.

3. On fait le même type de calcul avec l'évapotranspiration. Le niveau du réservoir diminue du fait de l'évapotranspiration, or celle-ci dépend du niveau du réservoir. On définit une *évapotranspiration au niveau sol/réservoir* E_s, et on relie empiriquement sa variation temporelle au degré de remplissage du réservoir et à l'évapotranspiration nette :

$$\mathrm{d}E_s = \frac{S}{X_1}\left(2 - \frac{S}{X_1}\right)\mathrm{d}E_n.$$

Au bout de 24 heures, le réservoir a vu son niveau évoluer :

$$S_{k+1} = \frac{1 - \tanh(E_n/X_1)}{1 + (1 - S_k/X_1)\tanh(E_n/X_1)}.$$

On déduit que la pluie nette qui s'est infiltrée en 24 h est

$$P_s = S_{k+1} - S_k = \frac{(X_1^2 - S_k^2)\tanh(P_n/X_1)}{X_1 + S_k \tanh(P_n/X_1)},$$

et que la quantité d'eau qui s'est évaporée est :

$$E_s = S_{k+1} - S_k = \frac{S_k(2X_1 - S_k)\tanh(P_n/X_1)}{X_1 + (X_1 - S_k)\tanh(P_n/X_1)}.$$

La variation totale du réservoir tient compte des deux processus :

$$S_{k+1} = S_k - E_s + P_s.$$

4. De l'eau percole du réservoir avec un taux $\dot{S} \propto S^5$. Perrin *et al.* (2003) proposent la formulation empirique suivante pour estimer la quantité d'eau percolée

$$\frac{P_e}{S} = 1 - \left(1 + \left(\frac{4}{9}\frac{S}{X_1}\right)^4\right)^{-1/4}.$$

Le volume d'eau dans le réservoir varie en conséquence (en tenant compte de tous les processus)

$$S_{k+1} = S_k - P_e - E_s + P_s.$$

La lame d'eau qui est redirigée vers le cours d'eau est donc

$$P_r = P_n - P_s + P_e.$$

5. Afin d'avoir un hydrogramme avec une montée et une décrue réalistes, les concepteurs du modèle supposent que le flux P_r se scinde en deux composantes :
   - une petite fraction (10 %) est associée à un hydrogramme unitaire HU1 [1/j] de la forme

$$q_1(t) = \frac{5}{4X_4}\eta^{3/2} \text{ pour } 0 \leq \eta \leq 1,$$
$$q_1(t) = \frac{5}{4X_4}(2-\eta)^{3/2} \text{ pour } 1 \leq \eta \leq 2,$$
$$q_1(t) = 0 \text{ pour } \eta > 2,$$

avec $\eta = t/X_4$ où X_4 est un temps caractéristique [jour]. On forme le produit de convolution pour obtenir le débit Q_1 ou plus exactement son équivalent en hauteur d'eau [mm]

$$Q_1(t) = \int q_1(t-\tau)P_r(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

– la plus grande fraction (90 %) est associée à un hydrogramme unitaire HU2 [1/j] de la forme

$$q_9(t) = \frac{5}{2X_4}\eta^{3/2} \text{ pour } 0 \leq \eta \leq 1,$$
$$q_9(t) = 0 \text{ pour } \eta > 1,$$

et on forme le produit de convolution pour former le débit Q_9 [mm]

$$Q_9(t) = \int q_9(t-\tau)P_r(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

6. Quoique les deux flux soient scindés dans le calcul, il existe en pratique un couplage. Ce couplage entre flux est décrit à l'aide de la fonction

$$F = \min\left(X_2,\ \left(\frac{R}{X_3}\right)^{7/2}\right),$$

où X_2 (avec possiblement $X_2 < 0$) un coefficient d'échange, X_3 [mm] est la taille du réservoir de routage et R [mm] le niveau d'eau dans ce réservoir. Le niveau dans ce réservoir varie donc comme :

$$R_{k+1} = \max(0,\ R_k + Q_9 + F) - Q_r$$

où le débit retournant vers la rivière Q_r est supposé être de la forme :

$$\frac{Q_r}{R} = 1 - \left(1 + \left(\frac{R}{X_3}\right)^4\right)^{-1/4}.$$

Le débit Q_1 transitant directement sans passer par le réservoir devient Q_d [mm] :

$$Q_d = \max(Q_1 + F,\ 0).$$

7. Le débit total est finalement :

$$\hat{Q} = Q_r + Q_d \text{ [mm]}.$$

Attention, il s'agit d'un débit en équivalent de hauteur d'eau [mm]. Pour obtenir le débit moyen journalier, il faut multiplier par la superficie A du bassin-versant [km^2] et diviser par l'unité de temps [1 j = 86 400 s] :

$$Q = \frac{A\hat{Q}}{86} \text{ [m}^3\text{/s]}. \tag{5.32}$$

Tableau 5.10 – Valeurs moyennes des coefficients et plages de variation. Les valeurs ont été calées à partir des données collectées sur 429 bassins-versants. Source : (Perrin *et al.*, 2003).

	unité	valeur médiane	intervalle de confiance (à 80 %)	signification
X_1	mm	350	100 à 1200	taille réservoir sol
X_2	mm	−0,6	−3 à 5	coefficient sol-routage
X_3	mm	90	20 à 300	taille réservoir routage
X_4	jour	1,7	1,1 à 2,9	temps caractéristique

Le tableau 5.10 fournit les valeurs typiques des paramètres X_1 à X_4 calés par Perrin *et al.* (2003).

Perrin (2002) ont proposé des formules empiriques pour les paramètres X_3 [mm] et X_4 [jour] :

$$X_3 = 0{,}4(P_{max} - P_{max})^{1.1},$$

avec P_{max} la pluie moyenne mensuelle du mois le plus arrosé [mm] et P_{max} le pluie moyenne mensuelle du mois le moins arrosé [mm], et

$$X_4 = 0{,}5 + 1{,}3\frac{A^{0{,}16}}{P_{jy}^{0{,}64}},$$

avec A la superficie [km^2] du bassin-versant et P_{jy} [mm] la pluie journalière moyenne sur le bassin-versant.

Pour aller plus loin

Il faut signaler la suite de modèles de type réservoir dans le langage R (Coron *et al.*, 2017; Delaigue *et al.*, 2018) : airGR et airGRteaching. On se peut utilement se référer à la page de présentation du code airGR.

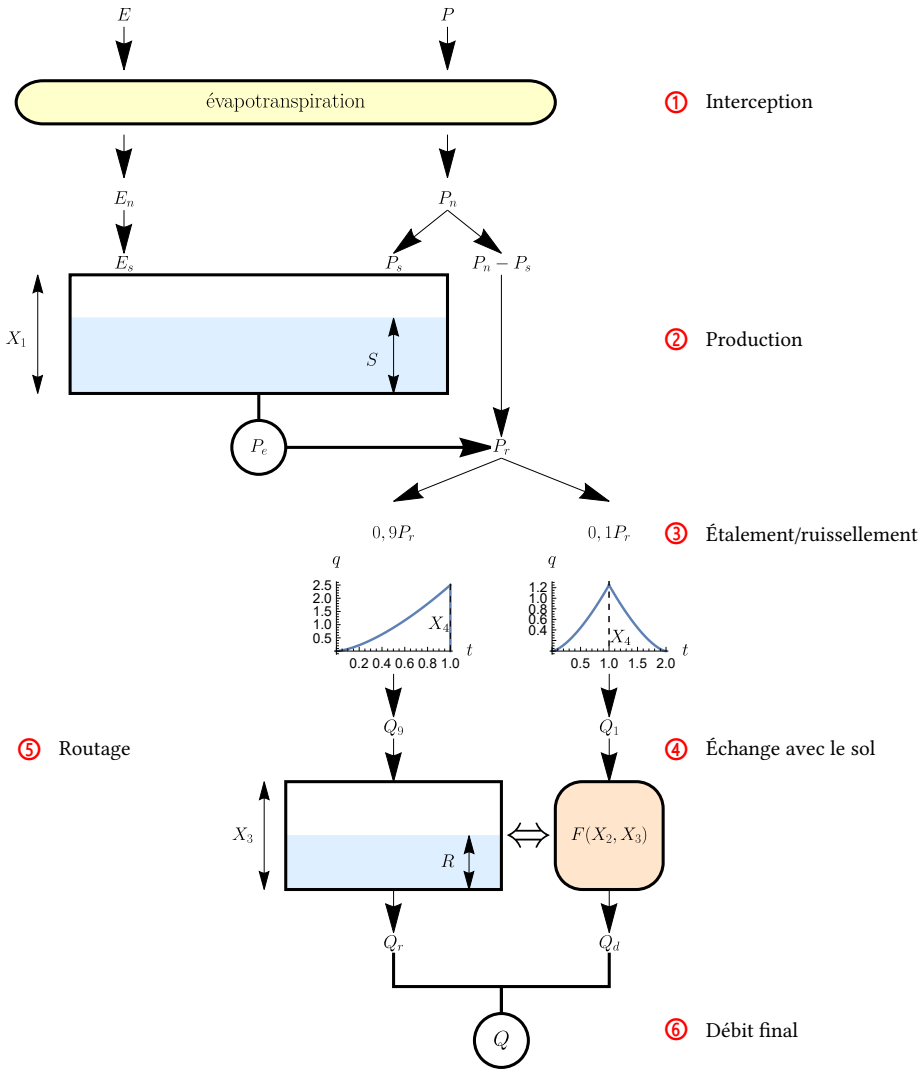


Figure 5.28 – Schéma fonctionnel du modèle pluie-débit GR4J : au cours d'une journée (24 h), le bassin-versant subit des précipitations (pluie P) et l'évapotranspiration. Si la précipitation est de faible intensité, elle sera entièrement transformée en vapeur d'eau ; si elle dépasse un certain seuil lié à l'évapotranspiration E, alors la pluie nette est $P_n = P - E$ et l'évapotranspiration nette est $E_n = 0$. Une partie de la pluie nette s'est infiltre dans le sol ; on la note P_s et le reste ($P_n - P_s$ ruisselle vers la rivière). L'eau infiltrée est stockée dans le sol, qui agit comme un réservoir dont le niveau est S et le volume maximal est X_1. L'eau percole et est restituée à la rivière ; on appelle P_e le volume d'eau émis par le réservoir. $P_r = P_e + P_n - P_s$ constitue donc la lame d'eau totale qui ruisselle. Le modèle étale ce volume ruisselé avec : 10 % de la lame qui est rapidement évacué vers la rivière (fonction de transfert HU1) pour former le débit Q_1 tandis que les 90 % restants sont dirigés vers avec un débit Q_9. Il y a des échanges entre le sol et l'écoulement de surface ainsi que le réservoir ; ces échanges sont contrôlés par la variable X_2. Le débit émis par le réservoir est noté Q_r et celui transitant directement vers la rivière est Q_d. La somme des deux forme le débit $Q = Q_r + Q_d$. D'après Perrin *et al.* (2003).

5.6.7 Méthode Shypre

Nous terminons ce chapitre avec une méthode de détermination des caractéristiques des débits à partir d'une connaissance fine des pluies. Cette méthode se nourrit des éléments vus à travers le chapitre, à savoir une détermination de la probabilité d'observer une pluie P et un modèle de transfert pluie-débit (voir figure 5.29) (Eagleson, 1972; Freeze, 1980). Il existe de nombreuses variantes de cette méthode. On va l'illustrer ici à travers la méthode *Shypre*, qui a été développée à partir des années 1990 en France pour déterminer la relation intensité-fréquence des débits dans des bassins-versants jaugés ou non (Arnaud & Lavabre, 2010). La méthode Shypre comporte deux étapes :

- à l'aide d'un simulateur stochastique de pluie, on génère une chronique de pluies au pas de temps horaire. C'est le simulateur développé par (Cernesson *et al.*, 1996), qui est utilisé dans la méthode Shypre, mais il existe d'autres algorithmes (Oriani *et al.*, 2014; Ailliot *et al.*, 2015; Akrour *et al.*, 2015; Breinl *et al.*, 2017; Évin *et al.*, 2018). Le simulateur doit être calé à partir de données d'un pluviographe.
- à l'aide d'une méthode de transfert pluie-débit (modèle Socose, GR3H, etc.), on transforme cette chronique de pluies en chronique de débits, puis on traite statistiquement la série temporelle qui en résulte pour déterminer les quantiles qui nous intéressent (p. ex. le débit centennal). L'avantage est qu'on peut générer des chroniques de pluies sur de longues durées (p. ex. 1000 ans ou plus), et donc de débits, ce qui permet d'aboutir à des estimations plus précises des quantiles (p. ex. la crue centennale). On peut aussi calculer des moyennes d'ensemble et des incertitudes de façon plus précise. Historiquement, c'est le modèle GR3H (modèle à deux réservoirs et trois paramètres au pas de temps horaire) qui a été utilisé (Aubert *et al.*, 2014), mais d'autres modèles de transformation de pluies en débits ont été implémentés.

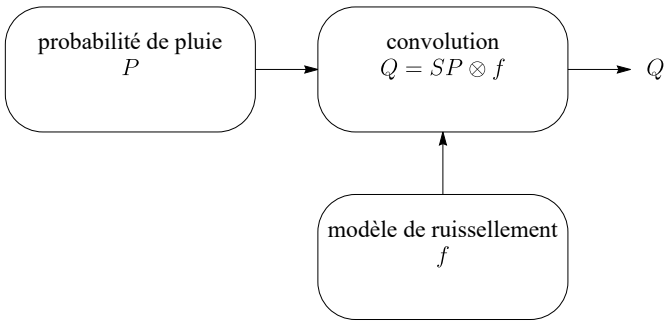


Figure 5.29 – Schéma de principe. D'après (Eagleson, 1972).

Un peu comme un jeu de Lego, la méthode *Shypre* peut être adaptée selon les objectifs poursuivis. Par exemple, la méthode Shyreg est calquée sur la méthode Shypre,

avec deux différences (Arnaud *et al.*, 2008; Fouchier, 2010; Arnaud *et al.*, 2014; Aubert, 2012; Aubert *et al.*, 2014) :

- les pluies sont régionalisées en tenant compte de l'information pluviométrique disponible et du relief. Une carte des précipitations pour la France métropolitaine a été obtenue à la résolution de 1 pixel = 1 km^2. Le simulateur de pluie est donc calé pour une région donnée (base données shyreg-pluie). La figure 5.6.7 montre la distribution de la pluie horaire et journalière décennale sur la France métropolitaine ;
- les débits sont déduits des pluies simulées à l'aide d'un modèle GR simplifié et en tenant compte d'un abattement. La méthode a été appliquée à 1605 bassins-versants pour former la banque de données Shyreg-débit.

La méthode *Schadex* développée par Emmanuel Paquet à EDF est construite sur une approche similaire : une simulation des pluies sur la longue durée, la chronique des événements sur un bassin-versant (circulation atmosphérique, formation et fonte du manteau neigeux, infiltration, évapotranspiration), et le transfert sous forme de débit à l'exutoire du bassin-versant (Paquet *et al.*, 2006, 2013; Lawrence *et al.*, 2014).

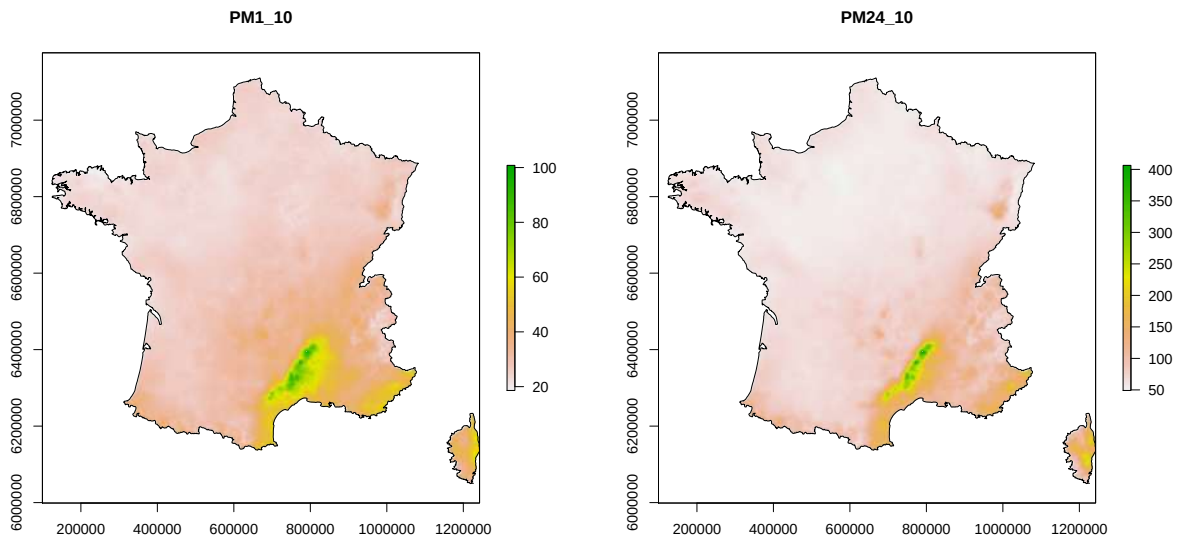


Figure 5.30 – Quantiles de pluie ponctuelle en mm de durée 1h et 24 h, de période de retour 10 ans. Méthode SHYREG, base 2016 pluie journalière. Source : INRAE et HYDRIS hydrologie.

Des modèles couplant prévision des précipitations et transformation pluie-débit ont également été construits sur le même principe et sont utilisés pour la prévision des crues. Par exemple, le modèle Minerve est utilisé pour l'alerte hydrométéorologique en Valais. Il est alimenté par les prévisions météorologiques à 72 h de Météo-Suisse

(modèle Cosmo-7) et de modèles à réservoir pour la transformation pluie-débit, qui prennent en compte la présence de neige et de glace en altitude (Schaefli *et al.*, 2005; Jordan *et al.*, 2010; García Hernández *et al.*, 2011). La France teste un système de prévision des crues éclair suivant le même principe que celui exposé dans cette section (Demargne *et al.*, 2019).

Simulateur des pluies

Nous commençons par le calage du simulateur stochastique des pluies (Cernesson *et al.*, 1996; Arnaud & Lavabre, 2010). On suppose que l'on dispose d'une série de données au pas minimal d'une heure. Les hyétogrammes de cette série sont décomposés en succession d'*événements pluvieux* et de *périodes sèches* au pas de temps journalier (voir figure 5.32) :

- une *période sèche* est une période sans pluie ou bien avec des pluies trop faibles pour être significatives (le seuil de délimitation est fixé à 4 mm) ;
- un *événements pluvieux* est une période de pluie soutenue délimitée par deux périodes sèches. Toutes les pluies journalières qui le composent sont supérieures à 4 mm, et il existe au moins une pluie, dont le cumul journalier excède 20 mm. On considère qu'il y a NE événements par an.

Une fois que chaque événement pluvieux a été déterminé, on regarde sa structure à l'échelle horaire. On distingue (voir figure 5.32) :

- une *averse* est une succession de pluies horaires présentant un seul maximum local. Chaque averse est caractérisée par sa durée (DA), son volume (VOL), le volume relatif du pic de l'averse (RX) et la position relative de ce pic (RPX) ;
- un *période pluvieuse* est composée d'une ou de plusieurs averses séparées par des périodes sèches. Il y a NG périodes plusieurs par événements pluvieux, et chaque période comprend NA averses.

Le tableau 5.11 énumère les lois de probabilité employées pour chaque variable et le(s) paramètre(s) de calage.

Une fois le simulateur calé, on peut créer une série temporelle de précipitations au pas de temps horaire :

1. on génère un nombre aléatoire NE d'événements pluvieux. Comme NE suit une loi de Poisson, la durée entre deux événements pluvieux suit une loi exponentielle, ce qui permet de caler dans le temps le début de chaque événement ;
2. pour chaque événement, on tire aléatoirement un nombre NG de périodes pluvieuses et la durée DIA des périodes sèches entre les périodes pluvieuses. On a alors entièrement positionné dans le temps les périodes au sein des événements pluvieux ;

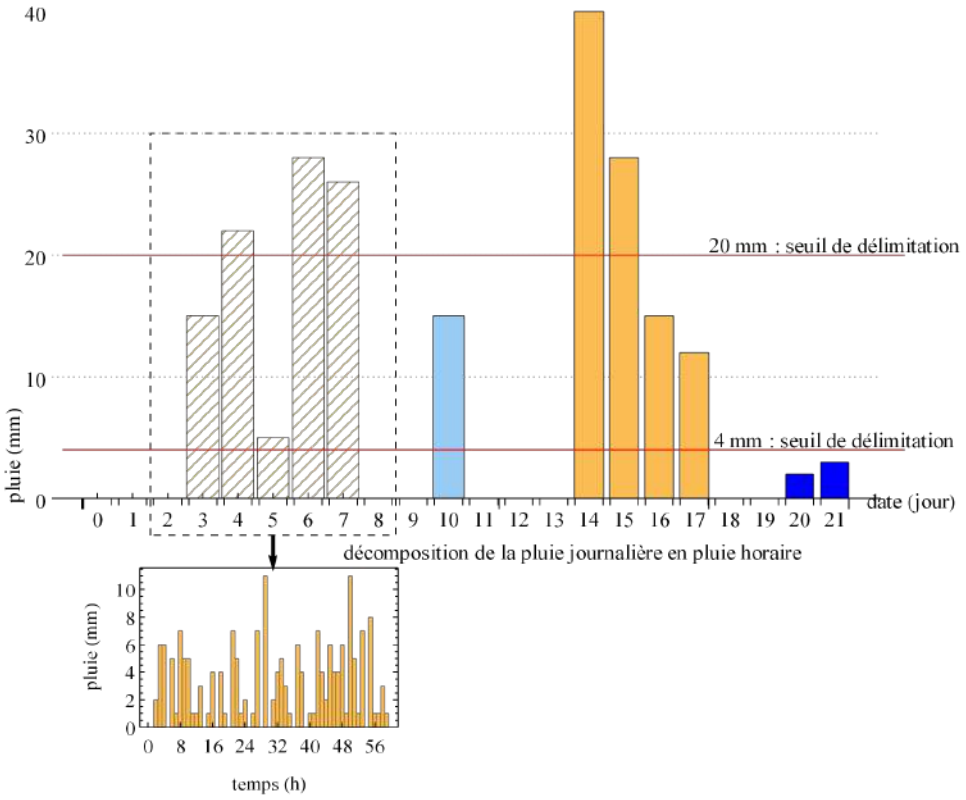


Figure 5.31 – Principe de détermination des événements pluvieux : un événement pluvieux est une succession de pluies journalières non nulles. Pour qu'il soit considéré dans la statistique, il faut que toutes les pluies journalières qui le composent soient supérieures au seuil de délimitation fixé à 4 mm et qu'il y ait au moins une pluie journalière supérieure au seuil de sélection de 20 mm.

3. pour chaque période pluvieuse, on tire aléatoirement le nombre NA d'averses, leur durée DA et leur volume VOL ;

4. pour chaque averse, on tire aléatoirement la position relative RPX du pic de l'averse et l'intensité relative RX associée ;

5. on distribue aléatoirement le reste du volume de l'averse de part et d'autre du pic (on tire le volume de pluie associé à chaque pas de temps à partir de la loi uniforme, et on classe par ordre croissant ou décroissant les valeurs afin de respecter la croissance et la décroissance de part et d'autre du pic).

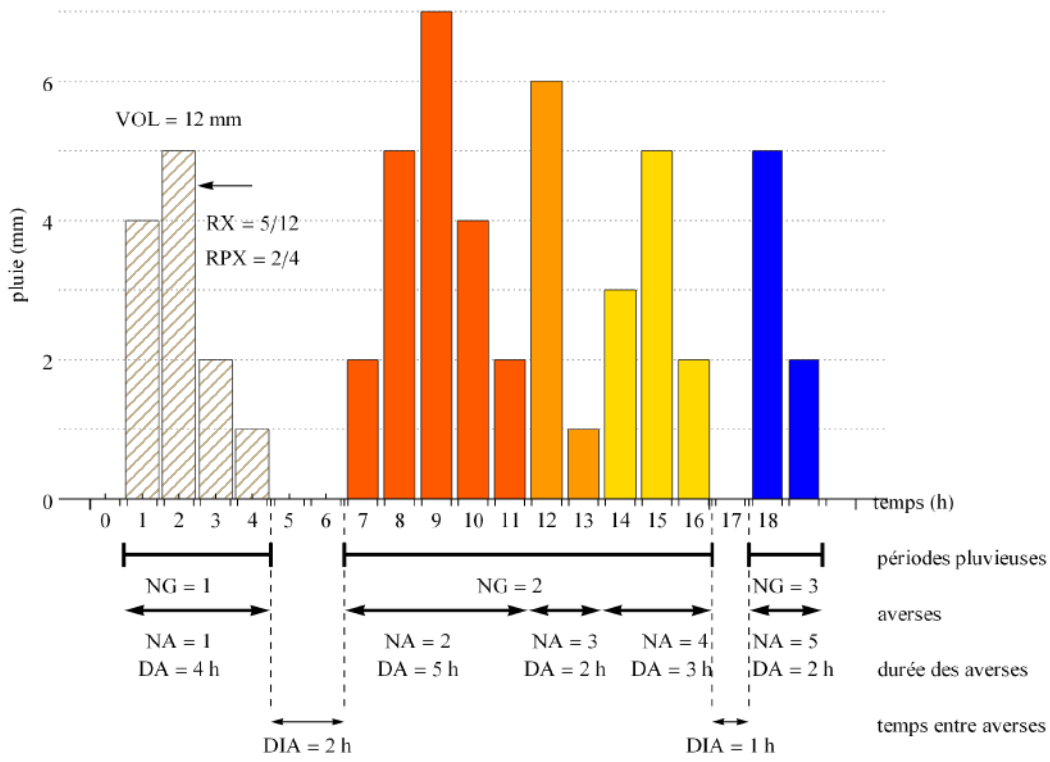


Figure 5.32 – Recherche des périodes pluvieuses (au nombre de NG) et des averses (dont le nombre est NA). À partir de la série temporelle, on peut déterminer les variables du problème : durée DA de chaque averse, durée DIA entre deux averses, volume VOL de chaque averse, volume relatif du pic de l'averse (RX), et position relative (RPX) de cette averse.

Simulateur des débits

Classiquement, la méthode Shypre se fonde sur le modèle GR3H. Ce modèle suppose qu'une partie du transfert des eaux de ruissellement se fait par un écoulement le long du cours d'eau principal. La méthode a été employée pour des bassins-versants de 5 km^2 à 10 000 km^2. Elle ne marche pas pour des bassins-versants karstiques (le Doubs par exemple), des bassins-versants régulés par des barrages, ou des petits bassins-versants de montagne pour lesquels la fonte nivale est un processus important dans la genèse des crues.

Nous présentons ici le modèle GR4H tiré du modèle GR4 vu précédemment au § 5.6.5, qui est adapté aux tout petits bassins-versants. Pour ce faire, le modèle GR4 doit être intégré afin de fournir le débit instantané Q_i au temps $t_i = i\delta t$ en fonction

Tableau 5.11 – Loi de probabilité associée à chaque variable et valeur typique du (des) paramètre(s) de chaque loi.

variable	loi de probabilité	valeur du paramètre
nombre d'événements pluvieux NE	loi de Poisson	$p_{NE} = 10$
nombre de périodes pluvieuses NG	loi géométrique	$p_{NG} = 0{,}25$
durée des périodes sèches entre périodes	loi géométrique	$p_{DIA} = 0{,}2$
nombre d'averse NA par période	loi géométrique	$p_{NA} = 0{,}5 - 0{,}7$
durée DA de chaque averse	loi de Poisson	$p_{DA} = 5 - 10$
volume VOL de chaque averse	loi exponentielle	$p_{VOL} = 0{,}1 - 0{,}2$
volume relatif RX du pic d'averse	loi uniforme	
position relative du pic	loi normale	$p_{RPX} = 0{,}5\ \sigma_{RPX} = 0{,}1 - 0{,}2$

du volume V_k et de la pluie horaire P_k aux temps t_k ($k \leq i$), avec $\delta t = 1$ h le pas de temps horaire du simulateur. Pour cela, il faut discrétiser l'équation (5.30)

$$Q_i = Q(t_i) = S \int_0^{2X_4} q(\tau) I(t_i - \tau) \mathrm{d}\tau = S \sum_{j=0}^{J} q(t_j) I(t_i - t_j),$$

avec J est la partie entière du rapport $2X4/\delta t$. Sans discrétisation, la résolution de l'équation (5.30) à chaque pas de temps a un coût exorbitant. Quand X_4 est un multiple de δt, la discrétisation peut donner un résultat exact, et dans le cas contraire, il existe une erreur de troncature. Si par exemple, on a une durée de transfert $X_4 = \delta t = 1$ h (une hypothèse réaliste pour de petits bassins-versants de taille inférieure à 10 km^2), alors le débit dépend de la pluie P_i et du niveau du réservoir V_i au temps t_i ainsi que de leur état précédent P_{i-1} et V_{i-1} :

$$Q_i = \alpha P_i + \beta V_i + \gamma P_{i-1} + \epsilon V_{i-1},$$

où β_i etγ_i des coefficients qui ont été déterminés en fonction des paramètres X_1, X_2, X_3 et X_4 :

$$\alpha = \frac{X_1}{2} - \frac{(X_1 - 1)\left(X_3X_4(X_3X_4(X_3X_4 - 3) + 6) + 6e^{-X_3X_4} - 6\right)}{2X_3^3X_4^3} \tag{5.33}$$

$$\beta = \frac{3\left(X_3X_4(X3X_4 - 2) - 2e^{-X_3X_4} + 2\right)}{2X_3^2X_4^3} \tag{5.34}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\left(X1 - \frac{(X1 - 1)e^{-X3X4}\left(e^{X3X4}\left(X3^3X4^3 - 6\right) + 3X3X4(X3X4 + 2) + 6\right)}{X3^3X4^3}\right) \tag{5.35}$$

$$\epsilon = \frac{3\left(e^{-X_3X_4}(-X_3X_4(X_3X_4 + 2) - 2) + 2\right)}{2X_3^2X_4^3} \tag{5.36}$$

Le principe de l'algorithme est exposé à la figure 5.33.

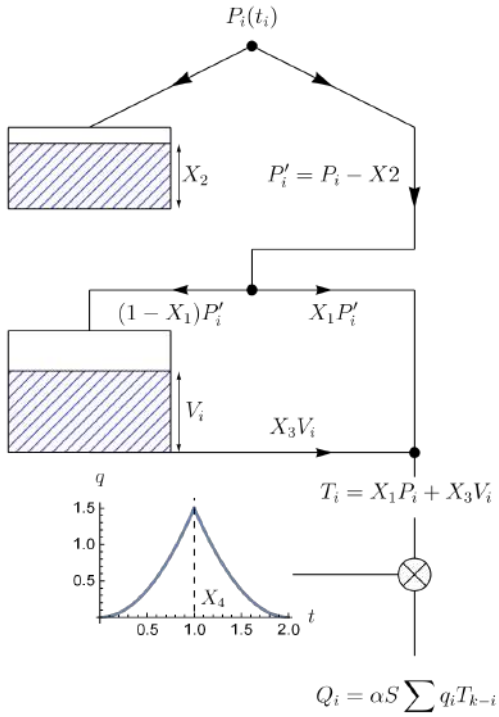


Figure 5.33 – Schéma fonctionnel du modèle pluie-débit GR4H : pendant un intervalle de temps $\delta t = 1$ h, une pluie P_i tombe. Si la capacité d'interception n'est pas nulle ($X_2 > 0$), alors la pluie est diminuée de X_2 : $P'_i = P_i - X2$ si $P > X2$ (et donc $X_2 = 0$ à l'itération suivante), et $P'_i = 0$ si $P < X2$ (et donc $X_2 = X_2 - P_i$ à l'itération suivante). Une fraction $X_1 P'_i$ de l'eau ruisselle tandis que la fraction $(1 - X_1)P'_i$ s'infiltre dans le sol. Le niveau V_i du « réservoir sol » s'accroît donc de l'eau infiltrée, mais perd aussi une quantité $X_3 V_i$. La somme des eaux ruisselée et infiltré forme la lame d'eau restituée au cours d'eau, qui une fois convoluée avec la fonction de transfert q fournit le débit Q_i à l'instant t_i. Schéma adapté de celui proposé par Benjamin Graff dans sa thèse (Graff, 2004, p. 139). Le modèle GR4H présenté ici diffère un peu du schéma originel du modèle GR4J proposé par Perrin *et al.* (2003), qui notamment prend en compte l'évapotranspiration comme entrée du modèle.

5.6.8 Prise en compte de la fonte nivale

Approches possibles

Beaucoup de bassins-versants dans les pays montagneux comme la Suisse ont un régime hydrographique nivo-pluvial, c'est-à-dire que les débits sont influencés par la fonte nivale. L'apport de cette fonte au débit d'une rivière est généralement estimé à

l'aide de l'une des deux approches suivantes (Ferguson, 1999; DeWalle & Rango, 2008) :

- Bilan énergétique. Les modèles physiques fondés sur un bilan énergétique considèrent le bilan de la « valeur en eau[6] » du manteau neigeux en fonction des apports, des pertes, et des variations internes du manteau neigeux. Ce bilan prend en compte l'influence des précipitations (sous forme solide ou liquide), la redistribution de neige par le vent, les échanges de masse avec l'atmosphère hors précipitation (sublimation, condensation, évaporation), le ruissellement à la base du manteau neigeux, et l'infiltration dans le sol. En Suisse, la prévision des crues se fait à l'aide du modèle Flexible Snow Model (FSM) développé au sein du service hydrologique du WSL/SLF (Mott *et al.*, 2023).
- Corrélation statistique avec les températures. Les modèles considèrent que le volume de neige fondue varie linéairement avec un « indice de température », qui se définit comme la différence entre la température moyenne (souvent journalière) et une température de base (représentant la température requise pour faire fondre la neige). Le coefficient de proportionnalité dépend de la couverture de végétation, de la pente et de l'orientation, et de l'altitude. Deux des modèles les plus populaires sont SRM (Snowmelt-Runoff Model) (Martinec *et al.*, 2008) et HBV (Lindström *et al.*, 1997).

Si les modèles physiques offrent une description plus réaliste des débits liés à la fonte nivale en fonction des conditions nivo-météorologiques, ils sont aussi bien plus gourmands en données et bien plus lourds à mettre en oeuvre que les modèles statistiques.

Modèle CemaNeige

Ici, pour être en continuité avec la présentation des modèles conceptuels de type réservoir vus précédemment au § 5.6.5 et offrir un cadre de calcul adapté aux études en ingénierie, nous décrivons le principe du modèle CemaNeige développé par Audrey Valéry au Cemagref (devenu INRAE) (Valéry, 2010; Valéry *et al.*, 2014), qui peut être vu comme une variante du modèle HBV. Ce modèle nécessite seulement deux paramètres de calcul propres à chaque versant, et les autres paramètres sont supposés avoir un caractère universel. Le modèle a été testé sur 380 bassins-versants en France, Suisse, Suède et Canada, et s'avère en moyenne plus performant que les modèles plus anciens.

La figure 5.34 montre le principe du modèle et les différentes opérations. Il faut fournir en entrée la température T (moyenne sur le pas de temps considéré Δt, en ℃) et la précipitation (lame d'eau équivalente en eau sur Δt, en mm). Le modèle fournit la lame d'eau résultant soit de la part de précipitation liquide, soit de la fonte de la neige.

6. Les Anglo-Saxons parlent de *snow water equivalent* (équivalent en eau de la neige), abrégée comme SWE, c'est-à-dire la conversion de la masse du manteau neigeux en masse d'eau liquide.

Le modèle nécessite de scinder le bassin-versant en plusieurs étages et de fournir les tranches d'altitude (courbe hypsométrique). Le calcul comprend plus étapes :

1. Extrapolation des températures et précipitations en fonction de l'altitude :

$$T(t, z) = T(t) + \theta(z - z_{ref}),$$

avec θ le gradient de température, z_{ref} une altitude référence (valeur médiane des températures sur le bassin-versant), et

$$P(t, z) = P(t) \exp(\beta(z - z_{ref})),$$

avec β un gradient hypsométrique.

2. Décomposition de la précipitation en précipitation solide N et liquide. Quand l'altitude référence z_{ref} est au-dessous de 1500 m, le coefficient α est une fonction de deux paramètres de température T_{min} et T_{max} correspondant à la plage de températures pour laquelle on observe de la neige. Quand $z_{ref} > 1500$ m, on pose $T_{min} = -1$ ℃ et $T_{max} = +3$ ℃. On définit

$$N = \alpha P$$

la quantité de précipitation sous forme solide.

3. Le manteau neigeux comme réservoir. Pendant le temps Δt, le réservoir « neige » peut varier du fait de l'apport de neige N ou de la fonte F :

$$G(t + \Delta, z) = G(t, z) + N(t, z) - F(t, z).$$

On introduit un paramètre décrivant l'état thermique du manteau neigeux (une sorte de température moyenne au sein du manteau neigeux) :

$$e(t + \Delta, z) = \min(Ce(t, z) + (1 - C)T(t, z), 0),$$

où C est un paramètre de pondération traduisant les transferts thermiques au sein du manteau neigeux et avec l'atmosphère.

4. Prise en compte de la couverture neigeuse. La fonte n'intervient que lorsque l'état thermique est $e = 0$ et $T > T_f$ où $T_f = 0$ ℃ est la température de fusion de la neige. La fonte potentielle F_{pot} est

$$F_{pot} = K(T - T_f),$$

avec K le *paramètre de fonte*. Quand la quantité G de neige du réservoir est en-deçà d'un seuil G_s, seule une fraction de l'étage considéré fournit de la neige fondue. Quand $G > G_s$, la lame de neige fondue F correspond à la fonte potentielle F_{pot}. On note p la fraction de la zone enneigée :

$$p = \frac{G}{G_s}.$$

5. Calcul de la fonte nivale. La fonte F s'écrit :

$$F = (V_m + (1 - V_m)p)F_{pot},$$

où V_m est la contribution minimale du bassin-versant à la lame F quand $p \to 0$.

6. Transfert au module de débit. La lame totale d'eau L transmise au module de calcul des débits est donc :

$$L = (1 - \alpha)P + F.$$

CemaNeige utilise des paramétrisations publiées dans la littérature pour les paramètres T_{min} et T_{max}, les paramètres θ et β, la température de fonte T_f, la fonte minimale V_m, et G_s le seuil de couverture. Les deux paramètres libres sont K le paramètre de fonte [mm/°C] ($K \sim 3$ mm/°C) et C le paramètre de pondération [-] ($C \sim 0{,}18$ en Suisse).

Pour aller plus loin

Le code CemaNeige est disponible avec d'autres modèles réservoirs tels que GR4 (à pas de temps journalier ou horaire) dans la bibliothèque airGR du langage R. Il faut prendre garde qu'il existe plusieurs formulations de modèle sans que le nom ne change. Par exemple, le modèle CemaNeige originel a deux paramètres (Valéry, 2010), mais il existe une variante à quatre paramètres (Riboust *et al.*, 2019) ; de même le modèle GR4 connaît plusieurs déclinaisons (Perrin *et al.*, 2003; Graff, 2004) qui ne se recouvrent pas. On peut coupler le code CemaNeige à un modèle GR dans airGR.

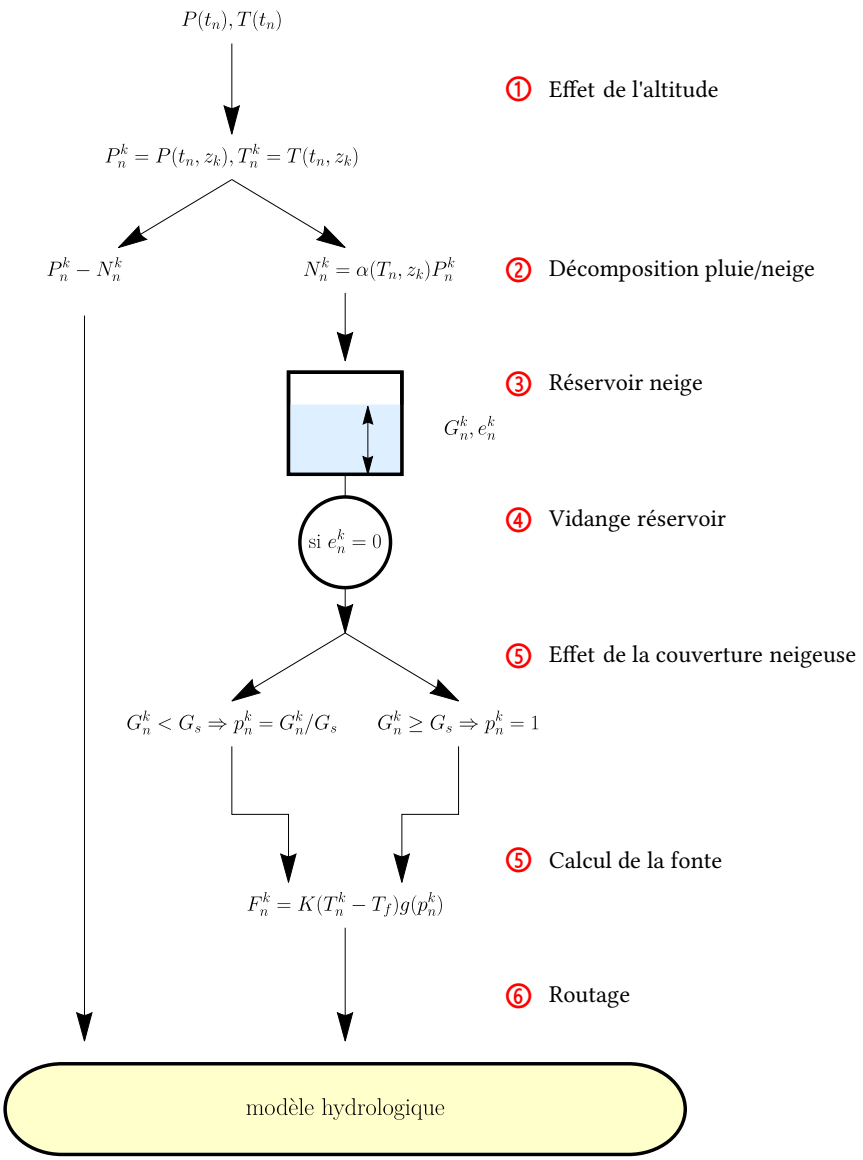


Figure 5.34 – Schéma fonctionnel du modèle CemaNeige : en entrée, le modèle considère des séries temporelles de température T et de précipitations P. La première étape du calcul consiste à subdiviser le bassin-versant en différents étages pour lesquels la température serait adaptée en fonction de l'altitude z. Ensuite on examine quelle est la proportion de précipitation sous formes solide et liquide. Le paramètre $\alpha = f(T,z)$ permet d'estimer la quantité de précipitation sous forme solide, que l'on désigne par $N = \alpha P$. La quantité $P - N = (1 - \alpha)P$ est donc la proportion de précipitation sous forme liquide qui est transmise directement au module de calcul des débits. La neige forme le manteau neigeux. Conceptuellement, un manteau neigeux est vu comme un réservoir, dont l'équivalent en volume d'eau est noté G. Le manteau neigeux est également caractérisé par son état thermique e. Lorsque $e = 0$, le manteau neigeux fond. Tout l'étage k n'est pas nécessairement couvert de neige, et on introduit un coefficient p de couverture neigeuse. Ce coefficient est défini comme $p = \max(G/G_s, 1)$ où G_s est une valeur seuil. La valeur en eau de la neige fondue dépend de la différence de température $\Delta T = T_k - T_f$ entre la température moyenne de l'étage k et la température de fusion et de la couverture neigeuse. La neige fondue est ensuite transmise au module de calcul des débits.

ANNEXE A

Annexe A : probabilités

A.1 Qu'est ce qu'une probabilité ?

A.1.1 Introduction du concept « probabilité »

Dans le langage courant, l'adjectif « probable » désigne quelque chose qui est vraisemblable, qui peut se produire, mais sans certitude. Dans le langage mathématique, la chose est moins aisée à définir ou, plus exactement, elle n'offre pas de consensus. On compte ainsi pas moins de trois manières de définir la probabilité d'un événement. Historiquement, la probabilité P a été vue sous un aspect de dénombrement dans les jeux de hasard :

$$P = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de possibilités}}.$$

Par exemple, avec un dé parfait, la probabilité de tirer un nombre pair est de 3/6=1/2 : on a donc une chance sur deux de tirer un chiffre pair en tirant un dé non pipé. On voit rapidement qu'avec ce type de définition, la base du calcul est une affaire de dénombrement et dès lors qu'on travaille avec des ensembles qui ne sont plus dénombrables, on ne peut plus appliquer ce type de définition.

Une vision classique, longtemps prédominante, est dite *fréquentiste* car elle postule que la probabilité P d'un événement peut être estimée en réalisant un très grand nombre d'expériences et en comptant le nombre d'occurrences de l'événement considéré :

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{\text{nombre d'événements observés}}{\text{nombre total d'événements } n}.$$

En pratique, il faut qu'on soit en mesure de réaliser (ou d'observer) un grand nombre d'expériences pour estimer la probabilité. Dans le cas contraire, ce concept ne permet pas de définir une probabilité. Par exemple, la question « quelle est la probabilité qu'il neige à Lausanne le 1er novembre 2100 ? » n'a pas de réponse dans le cadre conceptuel fréquentiste.

Beaucoup considèrent que la vision fréquentiste conduit à une rigidité intenable tant du point de vue de la logique que pour les aspects pratiques. De plus en plus, on assiste à l'émergence du point de vue *bayésien*, qui affirme que la probabilité objective d'un événement n'existe pas et qu'il faut lui substituer la notion de probabilité subjective qui mesure l'incertitude que l'on a dans la connaissance d'un événement, mesure qui varie d'un observateur à l'autre :

$$P = \text{mesure du degré de croyance qu'un événement se produise.}$$

Tout ce que l'on peut exiger de cette mesure d'incertitude est qu'elle remplisse les axiomes fondamentaux du calcul des probabilités (voir § A.1.2). Dans ce cadre bayésien, il est possible de répondre à la question formulée plus haut. Par exemple, en se fondant sur une étude statistique des chutes de neige à la date fixe du 1er novembre, on peut arriver à estimer la probabilité qu'il neige le 1er novembre 2100 à Lausanne. La réponse fournie n'est alors rien d'autre qu'un degré de vraisemblance.

Il convient de ne pas opposer brutalement ces points de vue car, en pratique, ils donnent des résultats qui sont assez voisins. Par exemple, pour aboutir à une estimation bayésienne de la probabilité d'une chute de neige le 1er novembre 2100 à Lausanne, une attitude pragmatique est d'évaluer la probabilité d'occurrence de chutes sur un échantillon d'événements passés en calculant une fréquence empirique d'occurrence. Si sur les 40 dernières années, il a neigé 2 fois un 1er novembre, on peut avancer que la probabilité qu'il neige le 1er novembre 2100 est de $2/40 = 1/20 \approx 5$ %. Dans 10 ans, avec de nouvelles observations, on sera en mesure d'affiner encore cette estimation. Cette manière de procéder n'est pas la seule. On peut par exemple trouver qu'il y a en moyenne 4 chutes de neige par an à Lausanne. En moyenne, il y aurait donc 4/365=1,1 % de chances qu'il neige un 1er novembre, mais comme il ne neige essentiellement que pour certains mois de l'année, mettons pour 6 mois de l'année, la valeur moyenne est de $4/365/(6/12) \approx 2{,}2$ %. On voit à travers cet exemple deux aspect cruciaux :

- le calcul bayésien des probabilités est subjectif ;
- il peut intégrer de nouvelles connaissances (ou observations) au fil du temps.

A.1.2 Les règles de base du calcul des probabilités

Il convient de rappeler avant toute chose quelques définitions élémentaires. On dit qu'un phénomène ou une expérience est *aléatoire* si on ne peut pas prévoir de manière certaine son résultat ou bien, si répété dans des conditions identiques, sa réalisation donne lieu à des résultats différents. Une avalanche est par exemple un phénomène aléatoire dans les deux sens du terme (sous réserve, pour le second point, de s'entendre sur ce que sont des conditions identiques).

Un *événement* est une assertion sur le résultat de l'expérience ou de l'observation. Par exemple, la proposition « la chute de pluie journalière est de 10 cm » est un événement. Une réunion d'événements est encore un événement ; par exemple, la proposition

« la rivière atteint la cote 100 m » est une collection d'événements élémentaires de la forme « la rivière atteint la cote 90 m, la cote 80 m, 70 m, etc. ». Une *population* est l'ensemble de tous les événements possibles.

Propriétés élémentaires

Quel que soit le point de vue adopté pour la définition de la probabilité, quelques propriétés élémentaires doivent être vérifiées. À tout événement, on associe un nombre positif P compris entre 0 et 1, appelé *probabilité*. Soient E_1 et E_2 deux événements, on a :

- *complémentarité* : la probabilité qu'un événement ne se réalise pas vaut $1 - P(E_1)$
$$P(\text{non } E_1) = 1 - P(E_1).$$
- *probabilité d'observer deux événements* : on introduit différentes notations, qui peuvent se comprendre en considérant que les événements sont des ensembles (voir fig. A.1) qui peuvent être joints ou intersectés. Ainsi, $E_1 \bigcup E_2$ désigne l'ensemble de deux événements et signifie en théorie des probabilités le fait d'observer E_1 ou E_2 (ou bien encore, si on parle de propositions, au moins une des deux propositions E_1 ou E_2 est vraie). On note la probabilité jointe $P(E_1 \bigcup E_2)$ ou $P(E_, E_2)$ – ou bien $P(E_+E_2)$ dans la notation de Jaynes (2003), qui désigne l'opération logique E_+E_2 comme étant une somme logique ou disjonction. Insistons ici sur le fait que quelle soit la notation choisie (un symbole $+$ ou $\bigcup$, il s'agit juste d'une convention d'écriture qui n'implique pas d'opération numérique (on ne somme pas les valeurs).
  $E_1 \bigcap E_2$ désigne l'intersection de deux événements et signifie qu'on observe à la fois E_1 et E_2 (ou bien encore, à la fois les deux propositions E_1 ou E_2 sont vraies). La probabilité d'observer à la fois E_1 et E_2 est notée $P(E_1 \bigcap E_2)$ – ou bien $P(E_1\, E_2)$ par Jaynes (2003) qui parle de produit logique (ou conjonction) pour désigner « à la fois E_1 et E_2 ».
  La probabilité d'observer E_1 ou E_2 est égale à la somme des probabilités d'observer individuellement E_1 et E_2 moins la probabilité d'observer E_1 et E_2 ensemble (afin de ne pas compter deux fois le même événement)
$$P(E_1 \bigcup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \bigcap E_2).$$
  Une simplification peut être opérée quand les deux événements sont *mutuellement exclusifs*, c'est-à-dire quand $P(E_1 \bigcap E_2) = 0$: $P(E_1 \text{ ou } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$. Le plus souvent la probabilité jointe est notée
$$P(E_1 \text{ et } E_2) = P(E_1 \bigcap E_2) = P(E_1, E_2).$$
  On emploie dans certains livres la notation $E_1 \wedge E_2$;

- *probabilité conditionnelle* : la probabilité d'observer E_1 sachant que E_2 est observé est égale au rapport de la probabilité d'observer à la fois E_1 et E_2 sur la probabilité d'observer E_2 séparément.

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \bigcap E_2)}{P(E_2)}.$$

  Si les deux événements sont dits (statistiquement) *indépendants* alors : $P(E_1|E_2) = P(E_1)$;
- comme la relation précédente est symétrique, on en tire la (première) *relation de Bayes* :

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_1|E_2)P(E_2)}{P(E_1)}.$$

  En combinant avec la première règle de composition (étendue à une série de n événements complémentaires, c'est-à-dire ils sont exclusifs les uns par rapport aux autres : $\sum_{i=1}^{n} P(E_i) = 1$), on obtient le second théorème de Bayes

$$P(E_j|F) = \frac{P(F|E_j)P(E_j)}{P(F)},$$

  où F désigne un événement quelconque et où

$$P(F) = \sum_{i=1}^{n} P(F|E_i)P(E_i).$$

  Ce théorème permet de renverser l'ordre dans le conditionnement en exprimant la probabilité d'observer un événement E_j sachant que F s'est produit en fonction des autres probabilités marginales. L'utilité de ce théorème est montrée à travers l'exemple suivant.

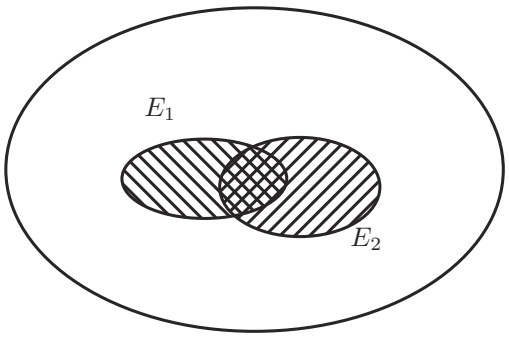


Figure A.1 – Deux événements E_1 et E_2.

Notons que ces règles formulées ici pour des événements discrets peuvent se transposer aux variables aléatoires continues. Ainsi, le théorème de Bayes dans sa formulation continue s'écrit

$$P(z|y) = \frac{P(y|z)P(z)}{\int P(y|z)P(z)\mathrm{d}z},$$

avec y et z deux variables aléatoires. Ce théorème sera abondamment utilisé dans les problèmes d'inférence (dite bayésienne).

♣ **Exemple.** – On a observé les feux de forêt pendant un grand nombre d'années. Sur 100 feux observés, il y a eu 80 feux déclenchés par des pyromanes, 15 feux déclenchés par inadvertance/imprudence, et 5 feux d'origine non identifiée, éventuellement consécutifs à des orages. On a également noté que 30 % des feux dus à une imprudence atteignaient les alentours d'un village contre 80 % des feux dus à des pyromanes ; lorsque le feu était du troisième type, on trouvait que dans 60 % des cas le village était concerné. On note E_1 l'événement « le feu est dû à un pyromane », E_2 « le feu a pris naissance à cause d'une imprudence », et E_3 « le feu est d'un autre type ». On note D l'événement « le feu de forêt atteint le village ou ses environs immédiats ». On a d'après l'énoncé : $P(E_1) = 0{,}8$; $P(E_2) = 0{,}15$; $P(E_3) = 0{,}05$. De même, on sait que : $P(D|E_1) = 0{,}8$; $P(D|E_2) = 0{,}3$; $P(D|E_3) = 0{,}6$.

La question est : « un feu vient de se déclencher dans la forêt voisine, quelle est la probabilité qu'elle atteigne le village ? ». La réponse est :

$$P(D) = \sum_i P(D|E_i)P(E_i) = 0{,}8 \times 0{,}8 + 0{,}15 \times 0{,}3 + 0{,}05 \times 0{,}6 = 0{,}715.$$

Dans 71,5 % des cas, le feu de forêt atteint le village. On se pose maintenant la question « quand un feu de forêt menace directement le village, quelle est la probabilité que ce feu ait été déclenché par un pyromane ? ». La réponse est d'après la formule de Bayes :

$$P(E_1|D) = \frac{P(D|E_1)P(E_1)}{P(D)} = \frac{0{,}8 \times 0{,}8}{0{,}715} \approx 0{,}895.$$

Il y a donc 89 % de chances que le feu soit sous d'origine criminelle s'il arrive au village. On tire de cet exemple très simple plusieurs enseignements.

- Les propriétés élémentaires du calcul des probabilités permettent de faire des opérations basiques et de manipuler de manière rigoureuse les assertions.
- La prise en compte d'une information (le feu atteint le village) modifie la probabilité puisqu'on passe de $P(E_1) = 0{,}8$ à $P(E_1|D) = 0{,}895$. □

♣ **Exemple.** – Voici un exemple emprunté à Gerd Gigerenzer (Gigerenzer, 2003). La probabilité qu'une femme entre 40 et 50 ans ait le cancer est de 0,8 %. Si une femme

atteinte du cancer passe une mammographie, il y a 90 % de chances que le résultat soit positif. Si une femme n'a pas le cancer, il y a 7 % de chances que sa mammographie fournisse un faux positif. Considérons maintenant une femme qui passe une mammographie, dont le résultat est positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement atteinte du cancer ?

Interrogés les médecins expérimentés pensent intuitivement que $P \sim 90$ %. Pourtant en appliquant le théorème de Bayes, on trouve un résultat de l'ordre de 9 %. En effet, on cherche à calculer la probabilité conditionnelle $P(\text{malade}|\text{positif})$, or d'après le théorème de Bayes, cette probabilité se définit comme

$$P(\text{malade}|\text{positif}) = \frac{P(\text{positif}|\text{malade})P(\text{malade})}{P(\text{positif})}$$

Or les données fournies nous donnent les estimations suivantes : $P(\text{malade}) = 0{,}008$, $P(\text{sain}) = 1 - P(\text{malade}) = 0{,}992$, $P(\text{positif}|\text{malade}) = 0{,}9$, et $P(\text{positif}|\text{sain}) = 0{,}07$. Pour le dénominateur, la règle de composition des probabilités nous donne

$$P(\text{positif}) = P(\text{positif}|\text{malade})P(\text{malade}) + P(\text{positif}|\text{sain})P(\text{sain}),$$

soit encore

$$P(\text{positif}) = 0{,}9 \times 0{,}008 + 0{,}07 \times 0{,}992 = 7{,}66\ \%.$$

On déduit donc la probabilité qu'une femme soit réellement atteinte d'un cancer si sa mammographie est positive :

$$P(\text{malade}|\text{positif}) = \frac{0{,}9 \times 0{,}008}{0{,}07664} = 9{,}4\ \%.$$

Gerd Gigerenzer a développé une technique dite des fréquences naturelles (voir figure A.2) qui permet d'arriver à l'estimation suivante de la probabilité conditionnelle

$$P(\text{malade}|\text{positif}) = 7/(7 + 70),$$

donc $P = 9{,}1$ %. La différence vient des arrondies dans le décompte des personnes.

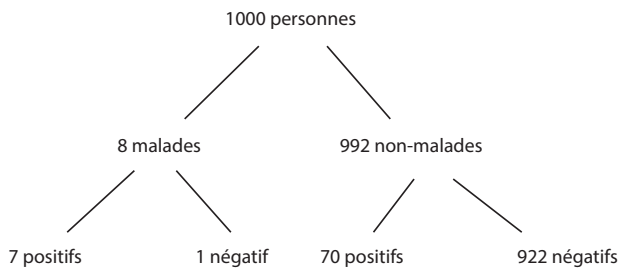


Figure A.2 – Calcul des « fréquences naturelles » selon la méthode de Gerd Gigerenzer (Gigerenzer, 2003).

À noter que les campagnes publiques de dépistage du cancer du sein sont en passe de devenir un scandale sanitaire ; la situation est dénoncée par de nombreux médecins et scientifiques depuis de nombreuses années (voir p. ex. ce le site d'informations www.cancer-rose.fr de la doctoresse Cécile Bour). Le problème est propre à cette forme de cancer, et ne concerne donc pas les autres campagnes de dépistage.

♣ **Exemple.** – Voici un article d'opinion tiré du Monde Le Monde du 30 mars 2010.

> « Ce n'est pas tous les jours qu'être un peu *matheux* peut aider à défendre la liberté d'expression. Tiens, on va aider Zemmour, même s'il n'est pas toujours sympathique, à se dépêtrer de la Licra qui décidément tire sur tout ce qui bouge, des pigistes du Figaro aux humoristes anarchistes (on se souvient du procès contre Siné).
>
> « M. Zemmour donc, se retrouve condamné par toutes les bonnes consciences pour avoir proféré ces paroles sacrilèges : « la plupart des trafiquants sont noirs et arabes ».
>
> « Mon conseil à Zemmour est de prendre comme avocat un prof de math (d'abord ils sont moins chers) qui seul pourra irréfutablement démontrer à la cour que ses propos ne constituent pas une attaque raciste. Car ce qui est condamnable, ce n'est pas de constater statistiquement que « la plupart des trafiquants sont noirs et arabes », mais de prétendre en déduire, comme le font ses accusateurs, que « la plupart des Noirs et des Arabes sont des trafiquants », un propos qui, lui, tombe clairement sous le coup de la loi.
>
> « Or, comme l'a démontré le peu médiatique Thomas Bayes, un pasteur et mathématicien qui vécut à Londres dans les années 1750, le premier énoncé n'implique absolument pas l'autre, loin s'en faut. Dans le cours que je donne chaque année à mes étudiants, je leur montre, n'utilisant le fameux théorème de Bayes, que la proportion (techniquement la « probabilité conditionnelle ») des émigrés parmi les délinquants peut largement dépasser 50 % (propos de Zemmour) sans que la proportion des délinquants parmi les émigrés (le propos raciste) soit beaucoup plus élevée qu'elle ne l'est parmi la population des Français « de souche », chère à Gérard Longuet. Et si l'on introduit, en plus, le fait avéré que le taux de délinquance est plus fort parmi les tranches de population à bas revenus, on peut même trouver des situations où les émigrés sont simplement plus vertueux que les franchouillards, dans toutes les tranches !
>
> « La formule (de Bayes) qui relaxe immédiatement Zemmour, la voici : $p(\text{trafiquants/émigrés}) = p(\text{émigrés/trafiquants}) \times p(\text{trafiquants})/p(\text{émigrés})$
>
> $$A = \frac{B \times C}{D}.$$
>
> Application numérique : avec $B = 1/2$, $C = 1/10\,000$, et $D = 1/10$, la proportion des trafiquants parmi les émigrés est de 1/2 000 ! Pas de quoi

> justifier de renvoyer chez eux les 1 999 autres qui ne font rien de répréhensible. Une autre chose que montre ce calcul, c'est l'influence terriblement négative que peut avoir une infime fraction de délinquants sur la perception de la minorité dont ils sont issus. Pour garder votre souplesse d'esprit, pratiquez le *retournement bayésien* une fois pas jour ! »

Son auteur Jean-Michel Claverie est professeur de génomique et bioinformatique médicale, faculté de médecine, Université de la Méditerranée, Marseille. Il est aussi directeur du laboratoire « information génomique & structurale ».

A.1.3 Loi de probabilité

On a dit précédemment qu'un événement est dit aléatoire si son résultat n'est pas certain ou bien qu'il varie au gré des réalisations et on a dit que la mesure de cette réalisation, la probabilité, est un nombre compris entre 0 et 1. On appelle *variable aléatoire* X la quantité qui dépend de la valeur prise par l'événement. Si l'événement ne peut prendre que des valeurs discrètes (finies ou dénombrables), on parle de *variable aléatoire discrète* ; si, au contraire, un événement peut prendre des valeurs continues sur un intervalle donné, alors on parle de *variable aléatoire continue*.

♣ **Exemple.** – Si l'on reprend l'exemple précédent, la nature du feu est une variable aléatoire, qui peut prendre ses valeurs dans un ensemble à trois valeurs : {feu d'origine criminelle, feu d'origine accidentelle, autre forme}. Il s'agit d'une variable discrète. Si on considère une chute de pluie, celle-ci peut prendre n'importe quelle valeur positive, il s'agit d'une variable aléatoire continue. □

Une *loi de probabilité* (ou distribution) est une fonction qui décrit comment sont distribuées les valeurs de la variable aléatoire considérée. Le support d'une loi de probabilité est le domaine sur lequel elle prend ses valeurs ; on le note supp.

♣ **Exemple.** – La loi exponentielle s'écrit sous la forme $P_a(X = x) = ae^{-ax}$ où a est un réel positif. Le support de P_a est l'ensemble des réels positifs : $\mathrm{supp} P_a = \mathbb{R}_+$, car P_a n'est définie que pour des valeurs x positives ou nulles. □

Si la variable est discrète, la loi de probabilité fournit la probabilité d'observer dans quel état est le système :

$$P_X(X = x) = \mathrm{prob}(X \text{ prend la valeur } x).$$

Si la variable est continue, on introduit la *densité de probabilité* (ou la *masse* pour une variable discrète) $f(x)$ qui est la probabilité d'observer l'état du système dans un certain voisinage $\mathrm{d}x$:

$$f(x)\mathrm{d}x = P_X(x \leqslant X \leqslant x + \mathrm{d}x).$$

La probabilité est un nombre sans dimension (physique) compris entre 0 et 1. En revanche, la densité de probabilité a pour dimension l'inverse de l'unité de X puisque $f = \mathrm{d}P_X/\mathrm{d}x$.

Pour une densité de probabilité f de support $[a, b]$, on appelle *fonction de répartition* F_X l'intégrale de f :

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_a^x f(u)\mathrm{d}u.$$

Elle donne la probabilité que la variable aléatoire ne dépasse par une valeur donnée x. On parle aussi de *probabilité de non-dépassement*. On introduit la quantité complémentaire, dite *probabilité de dépassement*, la probabilité que la variable dépasse systématiquement une valeur seuil :

$$1 - F_X(x) = P(X \geq x) = \int_x^b f(u)\mathrm{d}u.$$

À noter que l'on a nécessairement $F_X(b) = P(X \leqslant b) = \int_a^b f(u)\mathrm{d}u = 1$.

On déduit de cela que

$$\mathrm{Prob}[a \leq X \leq b] = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F_X(b) - F_X(a).$$

On appelle *moyenne* (ou espérance ou moment d'ordre 1) $\mathbb{E}(X)$ d'une variable discrète la moyenne arithmétique des différentes valeurs que X peut prendre, pondérées par leurs probabilités : $\mathbb{E}(X) = \sum_i x_i P(X = x_i)$. L'équivalent pour une variable continue est :

$$\mathbb{E}(X) = \int_a^b x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b x\mathrm{d}P_X.$$

Quand on écrit une relation de forme $P = \mathrm{Prob}[X \leq x]$, on appelle x le *quantile* associé à la probabilité de non-dépassement P.

À noter la notation générale suivie dans le calcul des probabilités : les variables capitales désignent le nom de la variable aléatoire tandis qu'une variable minuscule renvoie à la valeur particulière que peut prendre une variable aléatoire. Par exemple, si on note C la quantité de pluie qu'il peut tomber en 24 h (la chute de pluie journalière autrement dit), alors c désigne la valeur particulière que peut prendre la variable aléatoire C.

A.1.4 Changement de variable

Dans un changement de variable de la forme $x \to y = v(x)$, la probabilité doit rester invariante (il s'agit d'un nombre d'un nombre dimension qui garde la même valeur quel que soit l'espace considéré). On a donc

$$f(x)\mathrm{d}x = P_X(x \leq X \leq x + \mathrm{d}x) = P_Y(y \leq Y \leq y + \mathrm{d}x) = g(y)\mathrm{d}y,$$

où g est la densité de probabilité de Y. On en déduit donc

$$g(y) = f(x)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = f(x)|v'(x)|^{-1}.$$

Cette relation s'étend à des fonctions à plusieurs variables.

A.1.5 Moyenne, variance, moments

On appelle *variance* (ou moment centré d'ordre 2) la quantité définie par (pour une variable continue) :

$$\sigma^2 = \mathbb{E}[(X - m)^2] = \int_a^b (x - m)^2 f(x)\mathrm{d}x,$$

avec $m = \mathbb{E}(X)$ la moyenne de X. Pour une variable discrète, on a

$$\sigma^2 = \sum_i (x_i - m)^2 P_X(X = x_i).$$

La variance sert à traduire la répartition de densité (ou de masse) autour de la valeur moyenne. Une « petite » variance signifie que les valeurs sont centrées autour de la valeur moyenne alors qu'une « grande » variance indique qu'il existe un nuage diffus de points autour de la valeur moyenne. La quantité σ s'appelle l'*écart-type*. On introduit le *moment d'ordre 2* $M_2 = \int_a^b x^2 f(x)dx$; c'est une quantité qui est reliée à la variance (moment centré d'ordre 2) par : $M_2 = \sigma^2 + M_1^2$, avec $M_1 = \mathbb{E}[X] = m$. On introduit aussi la *covariance* de deux variables aléatoires X et Y

$$\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathrm{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}[(X - m_x)(Y - m_y)],$$

avec $m_x = \mathbb{E}(X)$ et $m_y = \mathbb{E}(Y)$.

On appelle *mode* d'une loi de probabilité la valeur la plus fréquente, c'est-à-dire associée à un maximum de la densité de probabilité ; en d'autres termes, le mode est la valeur x_{mp} telle que $f'(x_{mp}) = 0$. À noter qu'il peut y avoir plusieurs modes si la densité de probabilité possède plusieurs maxima (de même valeur). On appelle *valeur médiane* la valeur x_m telle que $P(x_m) = 1/2$. Son interprétation est simple : puisque

la valeur médiane correspond à la moitié de la fonction de répartition, il y a autant de valeurs inférieures à x_m que de valeurs supérieures à x_m.

Une loi de probabilité est une fonction qui dépend de paramètres de forme θ. On note souvent cette dépendance sous la forme : $f(x\,;\,\theta)$ et cela peut se lire « la densité de probabilité de la variable aléatoire X avec les paramètres θ ». On trouve des notations synonymes, que l'on emploie selon les contextes : $f[\theta](x)$, $f(\theta)(x)$ ou bien $f_\theta(x)$. Deux problèmes se posent en général :

- soit on connaît θ et on cherche à déterminer les différentes valeurs que peut prendre X (par exemple, la valeur moyenne et la variance) ;
- soit on connaît un échantillon (fini) de valeurs prises par X et on cherche à déterminer les paramètres θ de la loi de probabilité de X.

En pratique, la première classe de problèmes ouvre le champ à la *simulation*, où à partir de la connaissance d'une loi, on crée des échantillons de valeurs de X. La seconde catégorie renvoie au problème d'*inférence statistique*.

♣ **Exemple.** – On appelle *processus de Poisson* un processus au cours duquel des événements se produisent de manière intermittente et jamais deux à la fois. L'intervalle de temps T entre deux événements est une variable aléatoire mais, en moyenne, le nombre d'événements par unité de temps est constant. On pose donc $\mathbb{E}(T) = \lambda$, où λ est une constante positive. Ici, manifestement, T est une variable aléatoire continue. On tire également que le nombre moyen d'événements par unité de temps est : $N = 1/\lambda$. Si on considère le nombre n d'événements par unité de temps, il s'agit d'une variable discrète. On montre que T et n ont les lois de probabilité suivantes :

$$f(T|\lambda) = e^{-T/\lambda}/\lambda : \text{loi exponentielle de paramètre } \lambda,$$

$$P(n|N) = e^{-N}\frac{N^n}{n!} : \text{loi de Poisson.}$$

On vérifie que $\mathbb{E}(T) = \lambda$ et $\mathbb{E}(n) = N$.

Un observateur note qu'en moyenne, il y a deux crues par décennie. Quelle est la probabilité d'observer deux crues au cours d'une même année ? Quel est le temps moyen entre deux événements ? Quelle est la probabilité d'observer deux années consécutives avec une crue ? De ce qui précède, en prenant l'année pour unité de temps, on tire : $N = 0{,}2$. La probabilité d'observer deux crues au cours d'une même année est donc : $P(2|0{,}2) = e^{-0{,}2}\frac{0{,}2^2}{2!} \approx 0{,}0163$ (il y a donc presque 2 % de chances d'observer deux crues). On tire : $\lambda = 1/N = 5$. La durée moyenne entre deux crues est donc de 5 ans. S'il y a deux années consécutives avec une crue par année, alors on tire que $T \leqslant 2$ ans, donc $P(T \leqslant 2) = \int_0^2 \mathrm{d}t e^{-t/\lambda}/\lambda = 1 - e^{-2/\lambda} \approx 0{,}329$. Il y a à peu près une chance sur trois d'observer deux années consécutives avec une crue. □

Nous nous sommes intéressés jusqu'à présent à des lois à une seule variable aléatoire. On peut étendre les définitions à plusieurs variables. Par exemple, en dimension

2, on appelle *probabilité jointe* d'observer à la fois les deux variables aléatoires X et Y :

$$f(x, y) = P(X = x \text{ et } Y = y).$$

On peut naturellement considérer les lois de X et Y prises séparément. On parle alors de *loi marginale*. Par exemple la loi marginale de X s'écrit :

$$f_X(x) = \int f(x, y)\mathrm{d}y.$$

On appelle aussi la *loi conditionnelle* qui exprime, par exemple, la probabilité d'observer X sachant Y. On la note $f(x|y) = \text{Prob}(X = x|Y = y)$. D'après les propriétés élémentaires du calcul des probabilités, on a :

$$f(x, y) = f(x|y)f(y).$$

Le conditionnement de variables aléatoires est un aspect essentiel du calcul des probabilités, surtout dans un contexte d'approximation et de prévision.

♣ **Exemple.** – Un problème fondamental en zonage est de déterminer avec quelle probabilité une rivière débordant de son lit peut atteindre un endroit donné avec une certaine hauteur/vitesse d'eau. Un tel problème peut être abordé en le décomposant en deux étapes. Dans la première étape, un observateur se place à une certain distance de l'axe du lit de la rivière ; on appelle $X = x$ cette distance entre le point d'observation et cet axe. On suppose qu'une crue a atteint une certaine distance X après le débordement ; on mesure alors sa hauteur/vitesse Y. Pour une crue donnée, on a donc l'information $(Y|X)$ qui se lit : « valeur de la hauteur/vitesse Y sachant que la distance parcourue par l'eau est X ». Admettons que l'on soit en mesure de faire plusieurs observations ; on va donc pouvoir approcher la probabilité d'observer une pression donnée Y sachant que la distance parcourue vaut x : $P(Y|X = x)$. La seconde étape consiste à changer de position $X = x'$ et à renouveler la mesure ; ce faisant, en réitérant la procédure plusieurs fois, on tire à la fois la probabilité d'observer la rivière atteindre un endroit $P(X = x')$ et la probabilité $P(Y|X = x')$ que la rivière ayant atteint cet endroit exerce une hauteur/vitesse Y. La probabilité jointe d'observer une crue en tel endroit avec telle hauteur/vitesse s'en déduit alors : $P(X, Y) = P(Y|X)P(X)$. □

A.2 Quelques lois de probabilité usuelles

On va ici rappeler quelques lois essentielles et fréquemment rencontrées en hydrologie statistique. Tout d'abord, les lois discrètes comme la loi de Bernoulli, la loi binomiale, la loi de Poisson servent le plus souvent à décrire les fréquences d'occurrence des événements, c'est-à-dire le nombre de fois qu'un phénomène se produit par unité de temps. Ensuite, nous verrons quelques lois continues comme la loi de Laplace-Gauss, la loi exponentielle, et les lois de valeur extrême. Ces lois sont très utiles pour décrire la distribution de l'intensité des phénomènes hydrologiques.

A.2.1 Loi de Bernoulli et lois dérivées

Loi de Bernoulli

Il s'agit d'une loi discrète à un paramètre p d'une variable X qui peut prendre deux valeurs (0 ou 1 par exemple) avec les probabilités p et $1-p$ respectivement. On parle aussi de modèle d'urne : si l'on place des boules noires et blanches et qu'il y a une proportion p de boules blanches, alors la probabilité de tirer au hasard une blanche est p.

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = p$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = p(1-p)$.

Cette loi sert dans de nombreuses situations pratiques où l'on s'intéresse à l'occurrence d'événements (comme une crue, une chute de pluie dépassant un certain seuil, etc.). Cette loi peut être étendue pour considérer $n \geqslant 2$ états possibles.

Loi binomiale

Une autre loi tirée de la loi de Bernoulli est la *loi binomiale* : supposons que l'on répète m fois l'expérience de tirage de boule ; après chaque tirage, on replace la boule dans l'urne (pour que le nombre de boules soit identique). On note X le nombre de fois qu'une boule blanche est apparue dans cette séquence de m tirages. La probabilité que ce nombre vaille k est :

$$\mathcal{B}(m,p)(k) = \mathrm{Prob}(X=k) = C_m^k p^k (1-p)^{m-k}.$$

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = mp$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = mp(1-p)$.

Loi binomiale négative

Une autre extension est la loi dite *binomiale négative*. On appelle X le nombre de tirages qu'il faut réaliser pour obtenir un ensemble de k succès. On montre que :

$$\mathcal{N}eg(k,p)(i) = \mathrm{Prob}(X=i) = C_{i-1}^{k-1} p^k (1-p)^{i-k}.$$

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = k(1-p)/p$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = k(1-p)/p^2$. Notons que pour une loi binomiale négative, la variance est toujours supérieure à la moyenne. En pratique, cette loi peut se révéler utile en remplacement de la loi de Poisson pour décrire des processus hydrologiques instationnaires. En effet, la loi binomiale négative peut être vue comme une loi de Poisson dont le taux est lui-même aléatoire et distribué selon une loi gamma (voir § A.2.4) :

$$\mathcal{N}eg[k,p](i) = \int_0^\infty \mathcal{P}[\lambda](i)\mathcal{G}a[k,(1-p)/p](\lambda)\mathrm{d}\lambda.$$

A.2.2 Loi de Poisson

Il s'agit d'une loi discrète à un paramètre λ d'une variable aléatoire X qui peut prendre une infinité de valeurs entières :

$$\mathcal{P}(\lambda)(k) = \text{Prob}(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$

La loi de Poisson peut être vue comme une limite de la loi binomiale quand le nombre de succès p est petit. Cette loi a donc un grand nombre d'applications dès lors que l'on s'intéresse à l'occurrence de phénomènes rares et à des phénomènes de comptage.

Par exemple, si λ désigne le nombre de crues par an, $\text{Prob}(X = 2) = e^{-2}\lambda^2/2$ donne la probabilité d'observer deux crues au cours de la même année.

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = \lambda$; la variance est : $\text{Var}(X) = \lambda$.

A.2.3 Loi uniforme

C'est une loi continue définie sur un intervalle $[a, b]$ (en général $[0, 1]$). Elle ne possède aucun paramètre hormis les deux bornes a et b. La densité de probabilité est constante :

$$\mathcal{U}_{[a,\, b]}(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < a \\ \frac{1}{b-a} \text{ si } a \leq x \leq b \\ 0 \text{ si } x > b \end{cases}.$$

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = 1$; la variance est : $\text{Var}(X) = 0$. Cette loi sert souvent à traduire l'absence d'information ou de connaissance : toute valeur est *a priori* possible.

A.2.4 Loi exponentielle

C'est une loi continue à un paramètre, dont la densité de probabilité s'écrit :

$$\mathcal{E}xp(\lambda)(x) = \lambda e^{-\lambda x}.$$

La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = 1/\lambda$; la variance est : $\text{Var}(X) = 1/\lambda^2$.

La loi exponentielle présente également des propriétés très intéressantes, notamment vis-à-vis de la loi de Poisson. Considérons un processus qui arrive N fois par unité de temps en moyenne (par exemple, N chutes de pluie par an). On suppose que chaque événement est indépendant (la dernière chute de pluie ne dépend pas de la précédente, par exemple). La distribution du nombre d'événements suit alors une loi de Poisson (en théorie, elle converge vers une loi de Poisson) et le temps entre deux événements est une variable aléatoire distribuée selon un loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1/N$.

A noter que l'on a : $\mathbb{E}[X] = \sqrt{\mathrm{Var}[X]}$, une propriété qui peut être utile pour vérifier si une population est distribuée selon une loi exponentielle.

Une caractéristique des processus de Poisson est liée à l'hypothèse que les événements ont la même probabilité de se produire pour des intervalles de temps de même durée. On peut relaxer cette hypothèse à l'aide des processus dit *non-homogènes* ou instationnaires. Si les événements se produisent de manière aléatoire, $N(t)$ constitue un processus de Poisson non homogène d'intensité $\lambda(t)$ si :

- $N(0) = 0$
- le nombre d'événements se produisant en des temps disjoints sont indépendants
- la distribution du nombre d'événements ne dépend que de l'intervalle de temps et non du temps absolu où se situe cet intervalle
- $\lim_{h\to 0} \frac{\mathbb{P}(\text{exactement un événement entre} t \text{ et } t+h)}{h} = \lambda(t)$ (la probabilité d'observer un événement dans un petit intervalle de temps h est $\lambda(t)h$)
- $\lim_{h\to 0} \frac{\mathbb{P}(\text{deux événements ou plus entre} t \text{ et } t+h)}{h} = 0$ la probabilité d'observer deux événements dans un petit intervalle de temps h est nulle).

A.2.5 Loi de Laplace-Gauss (ou loi normale)

C'est l'une des lois les plus connues et employées. On parle de loi de Laplace-Gauss (les deux mathématiciens s'en sont disputé la paternité), de loi de Gauss, ou de *loi normale*. Une variable X est distribuée selon une loi de Laplace-Gauss de moyenne μ et de variance σ^2 si :

$$\mathcal{N}(\mu, \sigma)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \tag{A.1}$$

C'est une courbe symétrique en forme de cloche autour de la valeur moyenne (voir figure A.3). La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = \mu$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$.

C'est une distribution fondamentale et assez universelle, notamment car, d'après le *théorème de la limite centrale*, la distribution de probabilité d'une somme de n variables indépendantes et identiquement distribuées selon la même loi tend vers une loi gaussienne quand $n \to \infty$.

On peut étendre la définition de la loi de Laplace-Gauss à des variables vectorielles. Considérons une variable vectorielle aléatoire $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ de dimension n ; la densité de probabilité de la *loi multinormale* s'écrit

$$\mathcal{N}_d(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}\sqrt{\det \boldsymbol{\sigma}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{\sigma}^{-1} \boldsymbol{x}\right),$$

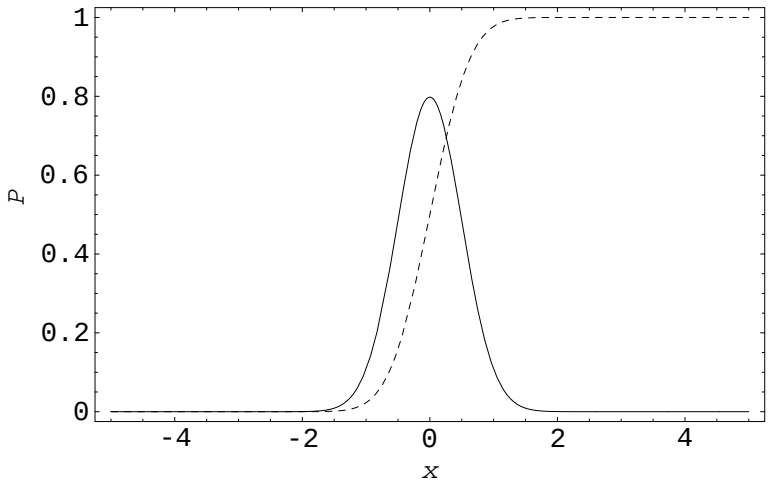


Figure A.3 – Représentation graphique de la loi $\mathcal{N}(0,\, 1/2)$. La courbe continue représente la densité de probabilité tandis que la courbe en tiret représente la fonction de répartition.

avec $\boldsymbol{\sigma}$ la *matrice de covariance* (matrice de taille $d \times d$)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \dots & \dots & \sigma_{1,d} \\ \dots & \sigma_{i,j} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \sigma_{j,i} & \dots \\ \sigma_{d,1} & \dots & \dots & \sigma_{d,d} \end{bmatrix},$$

où l'élément $(i,\, j)$ correspond à la covariance des variables X_i et X_j prises individuellement

$$\sigma_{i,j} = \frac{\mathrm{Cov}(X_i,\, X_j)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X_i)\mathrm{Var}(X_j)}}.$$

Notons que la matrice est symétrique et que les termes diagonaux $\sigma_{i,i}$ sont égaux à 1.

A.2.6 Loi du χ^2_k

Il s'agit d'une loi en relation avec la loi de Laplace-Gauss. Considérons la somme de k carrés de variables tirées d'une loi de Laplace-Gauss

$$X = Z_1^2 + \dots Z_k^2.$$

On montre que cette variable suit une loi de distribution appelée du χ^2 à k paramètres de liberté ; elle est notée χ^2_k. Sa densité de probabilité s'écrit

$$\chi^2_k(x) = \frac{x^{k/2-1}}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} \exp^{-x/2},$$

où $x > 0$ et Γ est la fonction dite *gamma* : $\Gamma(x) = \int_0^\infty u^{x-1} \exp^{-u} \mathrm{d}u$. La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = k$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = 2k$.

A.2.7 Loi de Student

Il s'agit d'une loi en relation avec la loi de Laplace-Gauss et celle du χ^2. Considérons Z tirée selon une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ et Y une variable tirée selon une loi du χ^2 à $\nu > 0$ degrés de liberté. La variable

$$T = \frac{Z}{\sqrt{Y/\nu}}$$

est une variable aléatoire dont la loi est la loi de Student à ν degrés de de liberté, de densité de probabilité :

$$P_T(t\ ;\ \nu) = \frac{1}{\sqrt{k\pi}} \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})} \frac{1}{(1+\frac{t^2}{k})^{\frac{k+1}{2}}}$$

pour $t \in \mathbb{R}$. La moyenne est $\mathbb{E}(T) = 0$ et la variance vérifie

$$\mathrm{Var}T = \frac{\nu}{\nu - 2}$$

pour $\nu > 2$.

Cette loi joue un grand rôle dans l'estimation de l'erreur standard d'une moyenne empirique. Rappelons que le théorème de la limite centrale montre que la moyenne empirique $\bar{X}$ d'un échantillon de n valeurs X_i est distribuée selon la loi normale centrée autour de l'espérance de la population $Z = (\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$. En pratique, cela veut que l'on peut estimer μ en prenant $\bar{X}$; l'erreur est de $\pm\sigma/\sqrt{n}$. Le problème est qu'en général, l'écart-type de la population n'est pas plus connue que l'espérance ; il est donc tentant de remplacer σ par l'écart-type empirique

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2.$$

La variable $Y = (n-1)S^2/\sigma^2$ est une variable χ^2 à $\nu' = n-1$ degré de liberté d'après la propriété que l'on a vue ci-dessus au § A.2.6. Il s'ensuite donc que la variable

$$T = \frac{\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2/\sigma^2}{n-1}}} = \frac{X-\mu}{S/\sqrt{n}}$$

est une variable de Student à $\nu' = n-1$ degrés de liberté.

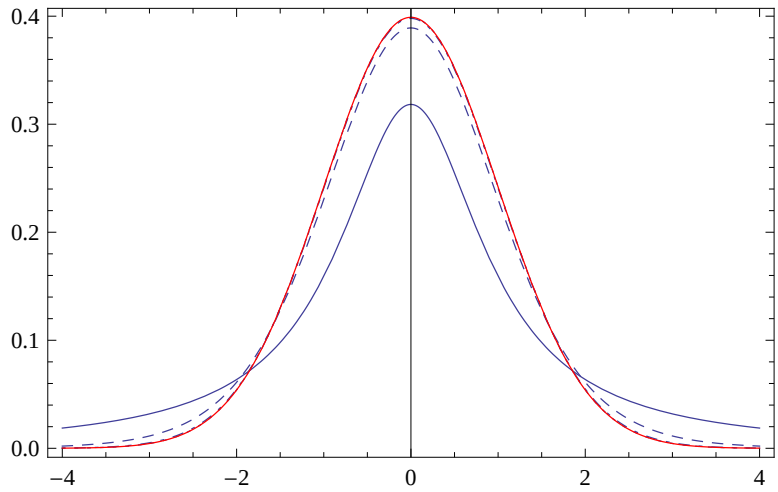


Figure A.4 – Densité de probabilité de la distribution de Student pour $nu = 1$, 10, 100, et 1000 ; on a également reporté en rouge la distribution de probabilité de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

A.2.8 Loi gamma

C'est une loi de probabilité à deux paramètres : un paramètre d'échelle λ et un autre de forme $\kappa > 0$. Sa densité de probabilité s'écrit[1]

$$\mathcal{G}a[\lambda, \kappa](x) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} \exp^{-\lambda x},$$

pour tout $x > 0$ et où Γ est la fonction gamma. La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = \kappa/\lambda$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = \kappa/\lambda^2$. Quand $\kappa = 1$, on retrouve la loi exponentielle.

Lois gamma et du χ^2_k sont intimement liées puisque si X est tiré selon une loi $\mathcal{G}a[\lambda, \kappa]$, alors on montre que la variable λX a pour densité de probabilité $\frac{1}{2}\chi^2_{2\kappa}$.

A.2.9 Loi bêta

C'est une loi de probabilité à deux paramètres de forme, qui possède un support fini sur [0, 1] :

$$\mathcal{B}e[\alpha, \beta](x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)},$$

1. Attention, il existe dans la littérature d'autres paramétrisations de cette loi.

pour tout $1 \geq x \geq 0$ et où $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\mathrm{d}x$ est la fonction bêta. La moyenne est : $\mathbb{E}(X) = \alpha/(\alpha+\beta)$; la variance est : $\mathrm{Var}(X) = \alpha\beta/(\alpha+\beta)^2/(1+\alpha+\beta)$. Quand $\alpha = \beta = 1$, on retrouve la loi uniforme.

Cette loi est utile quand on cherche à travailler avec des variables aléatoires variant sur un intervalle borné. Cette loi est également particulièrement utile en inférence bayésienne puisqu'on montre que c'est un prior conjugué à la loi binomiale (Robert, 2001).

A.3 Quelques théorèmes importants

Nous regroupons ici un certain nombre de théorèmes importants, notamment pour la modélisation par simulation de Monte Carlo.

A.3.1 Inégalité de Markov

♦ **Théorème.** – Si X est une variable aléatoire positive alors pour tout $a > 0$:

$$\mathbb{P}(X \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{a}.$$

⇝ **Démonstration.** – Supposons que la loi de probabilité de X soit f avec un support sur $\mathbb{R}_+$. Par définition on a

$$\mathbb{E}(X) = \int_{\mathbb{R}_+} x f(x)\mathrm{d}x,$$

que l'on peut transformer de la façon suivante

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= \int_0^a x f(x)\mathrm{d}x + \int_a^\infty x f(x)\mathrm{d}x,\\ &\geq \int_a^\infty x f(x)\mathrm{d}x,\\ &\geq \int_a^\infty a f(x)\mathrm{d}x,\end{aligned}$$

car $xf(x) \geq af(x)$ quand $x \geq a$. Le dernier membre de droite n'est rien d'autre que $a\mathbb{P}(X \geq a)$. □

A.3.2 Inégalité de Chebyshev

C'est un corollaire de l'énoncé précédent. Cette inégalité est appelée encore inégalité de Bienaymé–Chebyshev.

♦ **Théorème.** – Si X est une variable aléatoire de moyenne μ et de variance σ^2, alors la probabilité que X soit loin de sa valeur moyenne est bornée. Pour tout $k > 0$

$$\mathbb{P}(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}.$$

⇝ **Démonstration.** – Comme la variable réduite $(X - \mu)^2/\sigma^2$ est une variable aléatoire de moyenne 1, on déduit du théorème de Markov que

$$\mathbb{P}\left(\frac{(X-\mu)^2}{\sigma^2} \geq k^2\right) \leq \frac{1}{k^2}.$$

Le résultat s'en suit car l'inégalité $(X - \mu)^2/\sigma^2 > k^2$ équivaut à $(X - \mu)/\sigma > k$. □

A.3.3 Loi faible des grands nombres

La dernière inégalité est utile à montrer la loi faible des grands nombres, base de la méthode de Monte Carlo.

♦ **Théorème.** – Soit $X_1, X_2, \ldots X_n$ une séquence de variables indépendantes distribuées selon une loi de moyenne μ et de variance finie σ^2, alors pour tout $\varepsilon > 0$, on a :

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} - \mu\right| > \varepsilon\right) \to 0 \text{ quand } n \to \infty.$$

⇝ **Démonstration.** – Rappelons tout d'abord que la moyenne de la somme de variables aléatoires indépendantes est égale à la somme de leur moyenne

$$\mathbb{E}(nY) = \mathbb{E}(X_1 + \cdots + X_n) = \mathbb{E}(X_1) + \cdots + \mathbb{E}(X_n) = n\mu,$$

où $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$, tandis que pour la variance d'une somme, on montre facilement que

$$\mathrm{Var}(nY) = \mathrm{Var}(X_1 + \cdots X_n) = \frac{1}{n}\left(\mathrm{Var}(X_1) + \cdots + \mathrm{Var}(X_n)\right) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

L'inégalité de Chebyschev nous indique que pour tout $k > 0$

$$\mathbb{P}(|Y - \mu| \geq \frac{k\sigma}{\sqrt{n}}) \leq \frac{1}{k^2}.$$

On trouve le résultat souhaité en posant simplement $\varepsilon = k\sigma/\sqrt{n}$. $\square$

La formulation « forte » de la loi des grands nombres affirme qu'il est certain que la somme d'une séquence de n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribués tende vers μ quand n est grand

$$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} = \mu.$$

A.3.4 Théorème de la limite centrale

Le théorème central limite[2] va un peu plus loin que la loi des grands nombres en précisant que si l'on utilise la variable réduite $Z_n = (\bar{X}_n - \mu)/(\sqrt{n}\sigma)$, alors la suite $(Z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge (en loi) vers la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

♦ **Théorème.** – Soit X_1, X_2, $\ldots X_n$ une suite de variables indépendantes distribuées selon une loi de moyenne μ et de variance finie σ^2, alors

$$\frac{X_1 + \cdots + X_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \to \mathcal{N}(0,1). \tag{A.2}$$

Le théorème central limite permet de formaliser l'intervalle de confiance en définissant la précision avec laquelle la moyenne empirique $\bar{X}$ tend vers la moyenne μ. On peut en effet reformuler le théorème central limite commet suit :

$$\forall a, b\,(-\infty \leq a < b \leq +\infty)\ \lim_{n\to\infty} \mathrm{Prob}[a < Z_n < b] = \int_a^b \mathrm{d}x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.$$

Cette équation permet d'affiner la définition de l'intervalle de confiance. À cet effet, on généralise le théorème limite centrale de la façon suivante.

♦ **Théorème.** – En plus des hypothèses précédentes (X_i indépendantes et identiquement distribués), on définit $Z_n^2 = (X_1^2 + \cdots + X_n^2)/(n-1) - \bar{X}_n^2$ (écart-type empirique). Soit α un réel (petit) et z_α le réel tel que :

$$\int_{-z_\alpha}^{z_\alpha} \mathrm{d}x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} = 1 - 2\alpha.$$

On pose :

$$T_1 = \bar{X} - \frac{z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} \qquad T_1' = \bar{X} - \frac{z_\alpha \sqrt{S_n^2}}{\sqrt{n}},$$

$$T_2 = \bar{X} + \frac{z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} \qquad T_2' = \bar{X} + \frac{z_\alpha \sqrt{S_n^2}}{\sqrt{n}},$$

2. Il faudrait plutôt dire « théorème de la limite centrée », qui est plus juste que la traduction anglaise mot à mot « central limit theorem ».

alors

$$\lim_{n\to\infty} \text{Prob}[T_1 \leq \mu \leq T_2] = \lim_{n\to\infty} \text{Prob}[T_1' \leq \mu \leq T_2'] = 1 - \alpha.$$

Par exemple, quand on parle de l'intervalle de confiance à 95%, cela revient à prendre $z_\alpha = 1{,}96$. L'interprétation classique est que si l'on tire N échantillons et qu'on construit des intervalles $\bar{X}_i \pm 1{,}96 S_n/\sqrt{n}$, alors la valeur théorique μ tombera dans 95 % de ces intervalles en moyenne.

Quand on fait des essais avec une variable aléatoire, on peut approcher sa moyenne en prenant :

$$\mu \approx \bar{X} \pm \frac{z_\alpha \sqrt{S_n^2}}{\sqrt{n}}$$

La convergence est plutôt lente (en $n^{-1/2}$) mais il est possible d'accélérer les choses en tentant de réduire la variance σ^2.

A.4 Quelques définitions autour de la notion de série temporelle

◊ **Définition.** – On parle de *série temporelle* ou chronologique pour désigner toute série chronologique d'une quantité (généralement scalaire) en fonction du temps : (t_i, x_i) où $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$.

♣ **Exemple.** – La variation du cours de la bourse au fil des jours, le débit minimal d'une rivière chaque année (étiage), etc. constituent des séries temporelles.

A.4.1 Série déterministe ou aléatoire

◊ **Définition.** – On parle de *série temporelle déterministe* quand la valeur prise à l'instant t_i par x est connue précisément ; il existe une relation déterminant x_i en fonction des valeurs prises précédemment et/ou du temps. Par exemple une suite récurrente de la forme $x_{i+1} = f(x_n)$, avec f une fonction, est une série déterministe.

◊ **Définition.** – Inversement, on parle de *série temporelle aléatoire* quand on ne peut pas établir avec précision la valeur prise à l'instant t_i par x. On peut tout au plus dire qu'il existe une certaine probabilité P que cette valeur soit x_i.

◊ **Définition.** – On parle de *série stationnaire* quand les caractéristiques de cette série ne dépendent pas du temps. Ainsi, pour une série aléatoire, la probabilité jointe

d'observer $(x_i, \dots x_j)$ est égale à la probabilité d'observer un échantillon décalé d'un temps k :

$$P(x_i, \dots x_j) = P(x_{i+k}, \dots x_{j+k}),$$

pour tout triplet (i, j, k). La plupart du temps, on fait l'hypothèse que l'échantillon de données est stationnaire pour simplifier les calculs.

Pour caractériser une série temporelle aléatoire stationnaire, il faut :

- établir la probabilité P que la valeur prise à l'instant t_i par x soit x_i, x_{i-1} à l'instant t_{i-1} ;
- évaluer l'auto-corrélation du signal. La *fonction d'autocorrélation* permet d'estimer un temps caractéristique qui donne en quelque sorte la mémoire du système.

Pour caractériser un processus stationnaire, il suffit de fournir sa densité de probabilité (la probabilité de trouver le processus dans un certain état) et sa fonction d'autocorrélation.

A.4.2 Corrélation †

Lorsqu'une fonction aléatoire est stationnaire, alors l'autovariance $R(s)$, ou sous une forme normalisée la fonction d'autocorrélation $\rho(s)$, est la fonction :

$$R(s) = \langle f'(t) f'(t+s) \rangle,$$

$$\rho(s) = \frac{\langle f'(t) f'(t+s) \rangle}{\langle f'^2(t) \rangle},$$

où $f'(t) = f(t) - \langle f(t) \rangle$ désigne la fluctuation par rapport à la valeur moyenne et $\langle \cdot \rangle$ désigne l'opérateur « moyenne ». L'autocorrélation permet d'évaluer la corrélation existant entre deux instants séparés du temps s. Plus R est grand, plus les signaux se ressemblent. L'échelle intégrale de temps permet de donner un ordre de grandeur du temps de corrélation entre deux instants :

$$\tau = \int_0^\infty \rho(s) \mathrm{d}s.$$

Dans le cas d'une série $(x_i)_{1 \leq i \leq N}$, on peut définir également l'autocorrélation comme étant

$$R(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} x_i x_{i+n} - \left(\frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} x_i \right)^2.$$

En statistique, la covariance de deux variables aléatoires, dont la densité de probabilité jointe est notée $f_{X,Y}$, est définie par

$$\mathrm{Cov}(X, Y) = \int (x - \mathbb{E}(X))\,(y - \mathbb{E}(Y))\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

que l'on peut transformer en coefficient de corrélation

$$\mathrm{Corr}(X, Y) = \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\mathrm{Var}X\mathrm{Var}Y}.$$

La covariance traduit le degré de linéarité entre deux variables. Si deux variables aléatoires sont indépendantes, alors la covariance est nulle (l'inverse n'est pas vrai).

Attention une forte autocorrélation d'une fonction à deux variables ou de variables statistiques ne signifie pas qu'il existe un lien fort entre variables. Corrélation est ici à prendre au sens général et non au sens de la corrélation entre deux points $C = \langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle$. En effet, considérons une variable aléatoire $x \sim f(\theta)$ avec f une densité symétrique $f(x|\theta) = f(-x|\theta)$ et construisons $y = x^2$; comme y dépend de x, les deux variables sont dépendantes. Pourtant leur corrélation est nulle : $\mathrm{Cov}(x, y) = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle = 0$ car $\langle x^3 \rangle = \langle x \rangle$.

A.4.3 Densité de probabilité ; chaîne de Markov †

On introduit $P(x_1, t_1 \ldots x_n, t_n)$ la probabilité d'observer la valeur $x = x_1$ à l'instant t_1, $x = x_2$ à l'instant t_2, etc. On introduit également la probabilité conditionnelle d'observer la valeur $x = x_i$ à l'instant t sachant qu'à l'instant t_{i-1} on avait $x = x_{i-1}$, à l'instant t_{i-2} on avait $x = x_{i-2}$, etc.

$$P(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}; x_{i-2}, t_{i-2}; x_{i-3}, t_{i-3}; \cdots).$$

Cette probabilité conditionnelle est en générale très complexe à manipuler, mais dans bien des cas pratiques, le temps d'échantillonnage (c'est-à-dire le temps entre deux temps $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$) est bien plus grand que le temps d'autocorrélation de la série. Dans ce cas, le passé lointain n'a pas d'influence sur le présent ou, autrement dit, le passé influe sur le présent (à $t = t_i$) uniquement à travers le dernier état visité (c'est-à-dire la valeur $x = x_{i-1}$ à l'instant t_{i-1}).

◊ **Définition.** – On dit alors que la série est une *chaîne de Markov* et on peut écrire

$$P(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}; x_{i-2}, t_{i-2}; x_{i-3}, t_{i-3}; \cdots) = P(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}).$$

A.5 Histogramme : échantillon de petite taille †

Une alternative à la méthode des histogrammes est d'employer la « méthode des champs de probabilité », notamment développée par Bialek et Holy (Bialek *et al.*, 1996; Holy, 1997), qui est fondée sur le théorème de Bayes ; cette méthode est une variante plus générale de la méthode dite des fonctions-noyaux (Reiss & Thomas, 2001). Supposons que l'on ait un échantillon de n valeurs de μ notées $(\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_n)$; nous recherchons

la distribution de probabilité Q qui approche le mieux la distribution empirique de μ. Les fonctions « candidates » Q sont tirées d'un espace de fonctions continues, normalisées[3], et positives. On peut donc poser : $Q = \psi^2$ avec $\int \psi^2 \mathrm{d}\mu = 1$. En outre, on suppose que Q est continue ou, d'un point de vue probabiliste, la probabilité d'observer des gradients importants de ψ est très faible. Holy résuma toutes ces conditions en avançant que la distribution de Q, notée $P[Q]$ ou indifféremment $P[\psi]$, est :

$$P[\psi] = \frac{1}{Z} \exp\left[-\int \frac{\ell^2}{2}(\partial_\mu \psi)^2 \mathrm{d}\mu\right] \delta\left(1 - \int \psi^2 \mathrm{d}\mu\right) \tag{A.3}$$

où Z est un facteur de normalisation, ℓ est un paramètre libre imposant la régularité de Q, et δ est la fonction Dirac[4] (Holy, 1997). Dans l'équation (A.3), le terme exponentiel exprime la pénalité attribuée à la fonction ψ si son gradient prend de fortes valeurs : en effet, si cela est le cas, la dérivée de ψ par rapport à μ, notée $\partial_\mu \psi$ est grande et le terme exponentiel est très petit ; la pénalité est ici sous une forme exponentielle pour des raisons pratiques et par analogie avec la mécanique statistique, mais d'autres choix sont possibles. Le second terme (fonction Dirac) impose la normalité de Q. Appliquer le théorème de Bayes permet de prendre en compte la connaissance *a priori* sur Q:

$$P[Q|\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N] = \frac{P[\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N|Q]P[Q]}{P[\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N]},$$

où :

- $P[Q|\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N]$ est la probabilité *a posteriori* de Q connaissant les données ;
- $P[\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N \,|\, Q] = \psi^2(\mu_1)\psi^2(\mu_2)\cdots\psi^2(\mu_N)$ est la vraisemblance de ces données $(\mu_1, \mu_2, \cdots \mu_N)$ connaissant la distribution Q ;
- le dénominateur est une constante de normalisation :

$$P[\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N] = \int \mathrm{d}Q P[Q] Q(\mu_1) \cdots Q(\mu_N).$$

On obtient alors :

$$P[Q|\mu_1, \mu_2 \cdots, \mu_N] \propto e^{-S[\psi]} \delta\left(1 - \int \mathrm{d}\mu \psi^2\right),$$

où S est une fonctionnelle :

$$S = \int \mathrm{d}\mu \left(\frac{\ell^2}{2}(\partial_x \psi)^2 - 2 \ln \psi \sum_i \delta(\mu - \mu_i)\right).$$

3. Leur intégrale vaut 1. La *normalité* d'une fonction est la propriété des fonctions vérifiant $\int f(\mu)\mathrm{d}\mu = 1$.

4. La fonction Dirac δ est telle que $\delta(x) = 0$ pour $x \neq 0$ et $\delta(0) = 1$.

La distribution la plus probable $\hat{Q}$ connaissant les données est la fonction qui minimise la fonctionnelle S. Il s'agit d'un calcul de variations d'Euler-Lagrange ; en se servant des règles de calcul des variations, on montre que $\hat{Q}$ est de la forme :

$$\hat{\psi} = \sqrt{\hat{Q}} = \sqrt{\kappa} \sum_i a_i e^{-\kappa|\mu-\mu_i|},$$

où $\kappa^2 = 2\lambda/\ell^2$, avec λ est un facteur de Lagrange qui doit être ajusté pour garantir la normalité de Q, et a_i $(1 \leq i \leq N)$ sont des coefficients. Le facteur de Lagrange λ et les coefficients a_i sont solutions du système de $N+1$ équations :

$$\begin{aligned} 2\lambda a_i \sum_k a_k e^{-\kappa|\mu_k-\mu_i|} &= 1, \text{ pour } i = 1, \cdots, N \\ \frac{N}{2\lambda} + \sum_{i,j} a_i a_j \kappa |\mu_j - \mu_i| e^{-\kappa|\mu_j-\mu_i|} &= 1 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Le paramètre libre ℓ commande la pénalité imposée à Q quand son gradient (sa dérivée) prend des valeurs importantes. Le meilleur accord est obtenu avec une valeur petite de ℓ, mais dans ce cas, la solution peut être fortement oscillante. À l'opposé, la meilleure régularité est obtenue en choisissant une valeur relativement grande de ℓ, mais la courbe résultante peut représenter de façon peu fidèle les données. En pratique, il faut trouver un compromis entre accord et régularité, ce qui peut se faire en traçant une « courbe de compromis », c'est-à-dire $S(\hat{\psi})$ en fonction de $\ln \kappa = \ln \sqrt{2\lambda} - \ln \ell$ dans un diagramme semi-logarithmique. Généralement, la courbe de compromis possède un maximum/minimum (courbe en cloche) ou un point d'inflexion (courbe en S). Une valeur convenable de ℓ est alors choisie en sélectionnant le point où $\mathrm{d}S[\hat{\psi}]/\mathrm{d}\ln \ell$ s'annule ou tend vers 0 puisque ce point correspond à sensibilité minimale de S (Holy, 1997).

A.6 Tests statistiques d'ajustement

À partir d'un échantillon de données $\boldsymbol{x}$, il a été possible d'ajuster les paramètres θ (de dimension p) d'une distribution $f(x\,;\,\theta)$. En faisant cet ajustement, on a implicitement supposé que l'échantillon avait été généré par cette loi f. Il est possible de vérifier la pertinence de cette hypothèse à l'aide de tests. Nous en décrirons rapidement deux : le test du χ^2 pour les valeurs discrètes et le test de Kolmogorov–Smirnov pour les valeurs continues. Dans tous les cas, on ne pourra jamais prouver que cette hypothèse est exacte (il faudrait connaître toute la population dont est extrait l'échantillon), mais seulement se faire une idée sur la pertinence de cette hypothèse. De plus, un test d'ajustement ne garantit pas l'unicité de la solution ; autrement dit, ce n'est pas parce qu'on a trouvé une loi répondant avec succès à un test statistique pour un échantillon qu'il n'existe pas d'autres lois pouvant représenter l'échantillon de manière plus précise.

A.6.1 Test du χ^2

L'idée du test du χ^2 est de construire un histogramme des valeurs échantillonnées et des valeurs théoriques, puis de mesurer l'écart relatif séparant les deux histogrammes. Donnons un découpage du support de f en N intervalles. Ce découpage peut être régulier mais il est bien plus intéressant de travailler avec des intervalles de taille irrégulière mais constituant des classes équiprobables ; dans ce cas, les bornes sont données par : $y_i = F^{-1}((i-1)/N)$ $(1 \leq i \leq N+1)$, avec F^{-1} l'inverse de la fonction de répartition. Dans tous les cas, il est préférable d'avoir au moins 3 à 5 éléments par intervalle (dans le cas contraire on peut procéder à des regroupements).

On compte le nombre n_k d'éléments de l'échantillon $\boldsymbol{x}$ qui sont dans le $k^{\text{ième}}$ intervalle $[y_k, y_{k+1}[$ et on calcule le nombre théorique d'éléments que l'on devrait avoir $t_k = N(F(y_{k+1}) - F(y_k))$ (avec des classes équiprobables, on a : $t_k = 1/N$). On définit une distance relative entre les deux histogrammes de la façon suivante :

$$D^2 = \sum_{k=1}^{N} \frac{(n_k - t_k)^2}{t_k}.$$

Intuitivement on sent que cette distance ne doit pas être trop grande pour que l'échantillon soit effectivement tiré d'une population de loi de distribution f. Cette distance est une somme de k termes aléatoires (ils ne sont toutefois pas indépendants puisqu'ils vérifient la condition $\sum n_k = n$; au mieux seuls $N-1$ termes sont indépendants). Un théorème important montre que, pour n grand, D^2 est distribué selon la loi de probabilité dite du $\chi^2(\nu)$, qui est une loi à un paramètre[5] ν pris égal ici à $\nu = N-1-p$ (Saporta, 1990).

En pratique, on procède ainsi.

- On se fixe N classes équiprobables (le nombre de classes est généralement fixé de telle sorte qu'il y ait au moins 5 éléments par classe).
- On dénombre les éléments de l'échantillon par classe et on détermine le nombre théorique d'après la loi ajustée $f(\theta)$.
- On calcule la distance D^2 et on recherche la probabilité P_{D^2} (de non-dépassement) d'observer le quantile D^2 avec une loi $\chi^2(\nu)$.
- On se fixe un seuil[6] de rejet α (typiquement de l'ordre de 5 ou 10 %) pour le test du χ^2.
- Si $P_{D^2} \leqslant \alpha$ alors il est peu vraisemblable que l'échantillon soit tiré selon la loi ajustée. On peut donc rejeter la distribution $f(\theta)$.

5. On appelle ν le degré de liberté.

6. Ce seuil signifie que si on était en mesure d'effectuer un nombre infiniment grand de tests n_* sur des échantillons de taille donnée et si tous les échantillons étaient tirés de la même population de loi $f(\theta)$, alors en moyenne αn_* échantillons seraient rejetés par le test.

A.6.2 Test de Kolmogorov–Smirnov †

Le principe est à peu près similaire si ce n'est qu'on ne compare plus des densités de probabilité (histogrammes) mais des fonctions de répartition. On définit une distance entre fonctions de répartition de la façon suivante :

$$D = \max |F(x_i|\theta) - F_n^*(x_i)|,$$

où $F_n^*(x_i)$ désigne la fonction de répartition empirique construite à partir des n valeurs x_i. Le théorème de Glivenko–Kolmogorov montre que cette distance suit une loi de probabilité dite de Kolmogorov–Smirnov dont la fonction de répartition s'écrit :

$$\mathcal{K}(y\,;\,k) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \exp(-2k^2y^2).$$

C'est une loi à un paramètre $k = n$. En pratique, on procédera de la même façon que pour le test du χ^2.

A.7 Génération de nombres aléatoires

On ne traite ici que le cas de variables continues mais l'extension à des variables discrètes ne pose guère de problème. On recense ici deux méthodes classiques et faciles à programmer. L'algorithme de Metropolis offre un cadre plus général et universel d'obtention de variable aléatoire.

A.7.1 Inversion directe

C'est la méthode la plus simple. Soit f une densité de probabilité, F sa fonction de répartition. Si on veut simuler des nombres aléatoires tirés selon f, alors on peut tirer u selon une loi uniforme sur [0, 1], puis poser $X = F^{-1}(u)$.

Par exemple, pour simuler une loi exponentielle de taux λ, il suffit de poser $X = -\ln(1-u)$ (ou plus simple $X = -\ln u$ car u et $1-u$ suivent la même loi).

A.7.2 Méthode d'acceptation/rejet

Dans certains cas, on ne sait pas calculer directement (analytiquement) F^{-1} ou cela demande du temps. On peut alors approcher la densité f par une fonction g plus simple telle que : $f(x) \leq cg(x)$ où c est une constante supérieure à 1 (on a en général intérêt à choisir c de telle sorte que $c = \max(f(x)/g(x))$ soit le plus petit possible). Si u est une variable aléatoire et x une variable aléatoire tirée selon g alors la loi conditionnelle de x sachant l'événement « $cug(x) < f(x)$ » a pour densité f.

A.8 Méthodes stochastiques

Beaucoup de problèmes pratiques se ramènent à l'un des problèmes suivants :

- trouver le minimum d'une fonction (problème d'optimisation) ;
- calculer une intégrale ;
- générer un échantillon de n valeurs tirées selon une loi de probabilité donnée (problème d'échantillonnage).

Pour résoudre ces problèmes, il existe

- un certain nombre de méthodes déterministes qui permettent d'aboutir généralement au résultat avec une précision donnée ε ;
- des méthodes stochastiques, qui en théorie permettent d'aboutir à des résultats avec une précision donnée.

Comment en pratique choisir plutôt un algorithme déterministe ou stochastique ? La réponse n'est pas facile et dépend, entre autres choses, :

- du coût de calcul (nombre d'opérations à effectuer, temps total de calcul, éventuellement temps nécessaire à écrire/adapter l'algorithme) ;
- de la robustesse du calcul ;
- de la possibilité de faire du calcul analytique pour les méthodes déterministes ;
- de la possibilité de stocker de grandes quantités de données pour les méthodes déterministes ou stochastiques.

Généralement, le nombre d'opérations élémentaires impliquées dans un algorithme déterministe est fonction de la taille du problème n (par exemple, le nombre de pas de discrétisation pour le calcul d'une intégrale) et de la précision ε requise. Typiquement, un algorithme déterministe demandera $K \ln \varepsilon^{-1} n$ opérations contre $\varepsilon^{-2} n^2$ pour des algorithmes stochastiques. De ce point de vue, un algorithme déterministe est bien plus rapide à précision égale qu'un algorithme stochastique.

La situation est moins claire en ce qui concerne la robustesse, notamment si les mesures sont bruitées. Prenons l'exemple suivant : on mesure une variable $f(x)$ pour différentes valeurs de x et on souhaite déterminer pour quelle valeur de x on observe $f = 1$. Si les données ne sont pas bruitées, il existe plusieurs méthodes (Newton, etc.) qui permettent de trouver cela rapidement et précisément (Press *et al.*, 1992). Considérons maintenant que les données sont bruitées (imprécision de la mesure, fluctuations du paramètres, etc.), alors les méthodes déterministes ont de fortes chances de ne pas marcher ou bien de donner un résultat faux comme le laisse deviner la figure A.5.

C'est ainsi qu'en présence de bruit, trouver le zéro d'une fonction ou bien son minimum s'il existe peut être plus efficacement obtenu avec un algorithme stochastique (Venkatesh *et al.*, 1997). Ainsi, si la taille du système est grande et que la précision

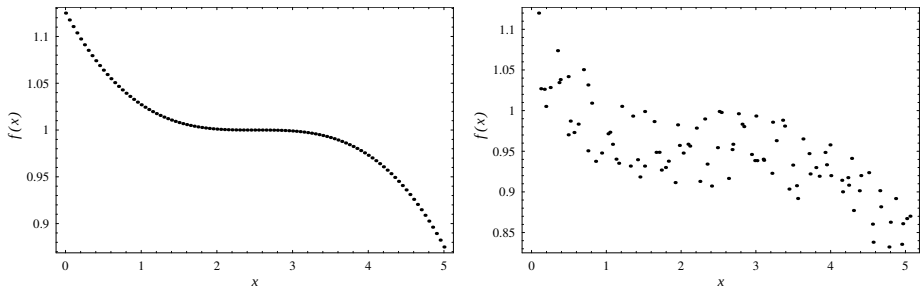


Figure A.5 – Mesure de f ; signal pur (gauche) et signal bruité (droite) avec un niveau de 10 %.

souhaitée n'est pas très grande, un algorithme stochastique satisfera largement aux besoins.

Il existe des cas où la suprématie des algorithmes stochastiques est évidente : ce sont les problèmes d'optimisation, d'évaluation de possibilité ou de combinaison. Un problème classique, dit du « représentant de commerce » (salesman problem), est le suivant. Un représentant doit au cours d'une tournée aller dans N villes différentes. Connaissant les distances entre ces villes, comment optimiser la distance totale à parcourir en recherchant dans quel ordre les villes doivent être visitées ? C'est typiquement un problème dont le temps de calcul est en $N!$ pour une résolution déterministe alors qu'on va rester dans des temps en N^2 opérations pour un algorithme stochastique.

A.8.1 Exemple : intégration d'une fonction

On cherche à calculer l'intégrale d'une fonction f sur un domaine χ

$$I = \int_{\chi} f(x)\mathrm{d}x.$$

On peut aborder ce problème de deux façons :

- approche déterministe impliquant une discrétisation de l'équation. Le signe d'intégration est alors interprété comme une somme ;
- approche stochastique : on tire de nombres aléatoires et on interprète l'intégration comme une moyenne.

On va examiner ces deux méthodes en considérant – pour simplifier le problème – que χ est un intervalle $\chi = [a,b]$ et f une fonction scalaire.

Approche déterministe : approximation de Riemann

Une approximation de I peut être obtenue en divisant un intervalle $\chi = [a,b]$ en une succession d'espaces réguliers $x_i = a + i(b-a)/n$. On a alors :

$$I = \int_\chi \mathrm{d}x f(x) \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Cette méthode s'appelle *méthode des rectangles* ; c'est la plus basique des méthodes d'intégration. Il existe de nombreuses variations (méthode des trapèzes ou méthode de Simpson, etc.) qui sont bien plus performantes.

♣ **Exemple.** – Admettons que l'on veuille résoudre $\int e^x \mathrm{d}x$ sur $\chi = [0,1]$. Analytiquement on trouve $I = e - 1 \approx 1{,}718$.

La figure A.6 montre comment varie $\hat{I}$ en fonction du nombre d'intervalles n. On note la lente convergence en $1/n$ de la série vers la valeur exacte. Au bout de 1000 itérations, on trouve $\hat{I} = 1{,}71371$, soit une erreur de $0{,}266$ %.

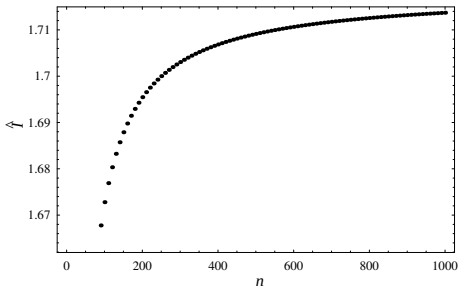


Figure A.6 – Calcul de I par une adaptation stochastique de l'algorithme de Riemann.

Approche stochastique

Méthode 1 (Monte Carlo). – On peut transformer l'intégrale à résoudre

$$I = \int_\chi f(x)\mathrm{d}x = \int_\chi h(x)g(x)\mathrm{d}x,$$

avec $g(x)$ une densité de probabilité *a priori* quelconque, mais :

- qui est strictement positive sur χ ;
- qui est nulle en dehors de χ ;
- dont on doit pouvoir tirer facilement des réalisations ;

– qui peut être choisie de façon à accélérer la vitesse de convergence.

Par défaut, on peut prendre g comme étant la loi uniforme sur χ. La fonction h est obtenue en posant simplement $h = f/g$. On peut interpréter I comme : $I = \mathbb{E}_g[h(x)]$. La loi forte des grands nombres nous indique que si l'on est capable de générer $x_1 \cdots x_n$ selon g, alors

$$\bar{h}_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} h(x_k)$$

converge vers I. Cette méthode est un exemple typique de *simulations de Monte Carlo*.

La précision peut être estimée en calculant la variance de l'estimateur. La variance théorique est donnée par :

$$\mathrm{Var}(h) = \frac{1}{n}\int_{\chi} (h(x) - I)^2\, g(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\left(\int_{\chi} \mathrm{d}x g(x) h^2(x) - \mathbb{E}_g^2[h(x)]\right),$$

qui peut être évaluée par :

$$v_n = \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} h^2(x_k) - \frac{\bar{h}_n^2}{n^2}.$$

Pour n grand, le rapport $(\bar{h}_n - \mathbb{E}_g[h])/\sqrt{v_m}$ se comporte comme une variable aléatoire normale $\mathcal{N}(0{,}1)$.

♣ **Exemple.** – On identifie : $g(x) = e^x$ et h est la loi uniforme sur χ. On applique une méthode de simulation par Monte Carlo. Comme le montre la figure A.7, la convergence est très lente. Au bout de $n = 1000$ simulations, l'écart type relatif est de $S_n/\sqrt{n} \approx 0{,}016$, l'intervalle de confiance à 95% est donc $\pm 1{,}96 \times 0{,}016 = 0{,}03$ autour de la valeur moyenne estimée (1,680). La valeur obtenue pour 1000 itérations est de 1,73713, soit une erreur de 1,09 %.

Méthode 2 (adaptation stochastique). – Une autre façon de faire est d'adapter des algorithmes stochastiques pour en accélérer la vitesse de convergence. Une adaptation stochastique de la méthode des rectangles consiste à supposer que les x_i ne sont plus régulièrement espacés mais distribués selon f. On obtient alors une convergence plus rapide (en $1/n^2$) que précédemment. La figure A.8 montre un exemple de convergence dans le cas où la méthode des trapèzes est appliquée avec une distribution aléatoire des points.

♣ **Exemple.** – La figure A.8 montre comment varie $\hat{I}$ en fonction du nombre de tirages n. Au bout de 1000 tirages, on obtient $\hat{I} = 1{,}71781$, soit une erreur de 0,02769 %.

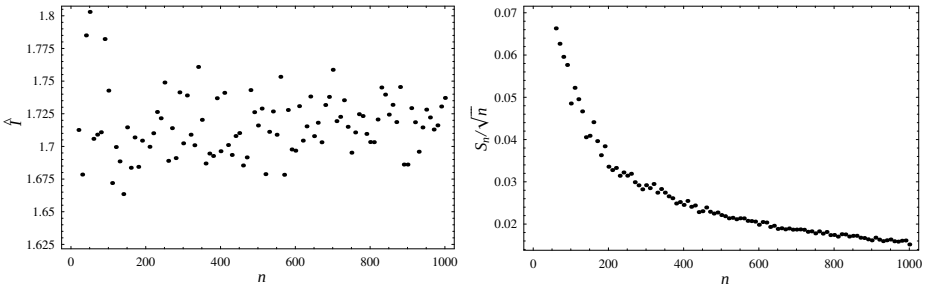


Figure A.7 – Calcul de I. Les points représentent les résultats d'une simulation. Pour le dessin de gauche, on a reporté le rapport $S_n/\sqrt{n}$ en fonction du nombre de simulations n.

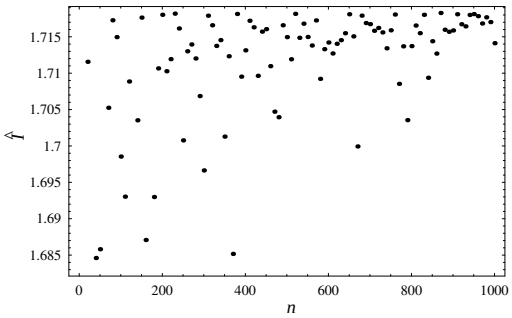


Figure A.8 – Calcul de I par une adaptation stochastique de la méthode des trapèzes.

ANNEXE B

Annexe B : quelques demonstrations du cours

B.1 Normalité de l'estimateur $\hat{\theta}$

♦ **Théorème.** – Soient $\boldsymbol{x} = x_1, \dots x_n$ des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\,\theta)$ où θ désigne le paramètre f, ℓ la log-vraisemblance, $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance, et θ^0 la « bonne » valeur (du paramètre θ) que l'on cherche à estimer. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$\frac{\hat{\theta} - \theta^0}{1/\sqrt{I_A(\theta)}} \sim \mathcal{N}(0, 1),$$

avec

$$I_A(\theta^0) = \mathbb{E}\left(-\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ell(\theta^0|\boldsymbol{x})\right) = -\int \frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ell(\theta^0|\boldsymbol{x})f(\boldsymbol{x};\theta^0)\mathrm{d}\boldsymbol{x} = -n\int \frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ell(\theta^0|x)f(x;\theta^0)\mathrm{d}x,$$

l'information attendue (ou encore information de Fisher). On peut écrire cette relation sous la forme équivalente

$$\hat{\theta} \sim \mathcal{N}(\theta^0, I_A(\theta^0)^{-1}).$$

⇝ **Démonstration.** – Pour montrer ce résultat et comprendre ce qu'est l'information de Fisher, il faut se souvenir que l'estimateur de vraisemblance est la valeur qui maximalise la log-vraisemblance $\ell(\theta)$ d'un échantillon de données tirées de f, donc on a

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ell(\hat{\theta}) = 0.$$

Cette équation s'appelle *équation de la log-vraisemblance*. Gardons en mémoire que chaque fonction ℓ est implicitement définie à partir de l'observations des n valeurs $\boldsymbol{x}$.

Rappelons que la log-vraisemblance $\ell(\theta)$ est un nombre aléatoire : différentes valeurs de $\boldsymbol{x}$ conduisent à des valeurs différentes de $\ell(\theta)$.

On peut tout d'abord montrer que $\mathbb{E}[\partial_\theta \ell(\theta^0)] = 0$, c'est-à-dire en moyenne la bonne valeur vérifie les équations de la vraisemblance pour n'importe quel échantillon de n valeurs tirées selon la loi f. En pratique, si l'on prend une réalisation particulière et qu'on calcule $\ell'(\theta^0)$, on a en faisant un développement limité à l'ordre 1 :

$$\begin{aligned} \ell'(\theta^0) &= \ell'(\hat{\theta}) + (\theta^0 - \hat{\theta})\ell''(\hat{\theta}) + \cdots, \\ &= (\theta^0 - \hat{\theta})\ell''(\hat{\theta}), \end{aligned} \tag{B.1}$$

donc $\ell'(\theta^0)$ n'est pas nul en général pour une réalisation particulière, mais le devient en moyenne.

En effet, on a

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\partial_\theta \ell(\theta^0)] &= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}\left[\frac{\partial \ln f(x_i\,;\,\theta)}{\partial \theta^0}\right], \text{ avec } x_i \sim f(\cdot, \theta^0) \\ &= n \int \frac{\partial \ln f(x\,;\,\theta)}{\partial \theta^0} f(x\,;\,\theta^0)\mathrm{d}x, \\ &= n \int \frac{\partial f(x\,;\,\theta^0)}{\partial \theta^0}\mathrm{d}x. \end{aligned}$$

En intervertissant les opérateurs d'intégration et différentiel et puisque $f(x\,;\,\theta)$ est une densité de probabilité, on aboutit à

$$\mathbb{E}[\partial_\theta \ell(\theta^0)] = n\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\int f(x\,;\,\theta)\mathrm{d}x = 0,$$

puisque par définition, l'intégrale de f vaut 1.

On montre ensuite que la variance est égale à I_A. Repartons de l'expression trouvée précédemment

$$\int \frac{\partial \ln f(x\,;\,\theta)}{\partial \theta} f(x\,;\,\theta)\mathrm{d}x = 0,$$

et on différentie par rapport à θ

$$\int \frac{\partial^2 \ln f(x\,;\,\theta^0)}{\partial \theta^2} f(x\,;\,\theta^0)\mathrm{d}x + \int \left(\frac{\partial \ln f(x\,;\,\theta^0)}{\partial \theta}\right)^2 f(x\,;\,\theta^0)\mathrm{d}x = \mathbb{E}\left[\left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta}\right)^2\right] + \mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta^2}\right] = 0.$$

Comme la variance est définie par

$$\mathrm{Var}\left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta}\right) = \mathbb{E}\left[\{\ell'(\theta^0) - \mathbb{E}(\ell'(\theta^0)\}^2\right] = \mathbb{E}\left[(\ell'(\theta^0))^2\right],$$

on déduit la relation recherchée

$$\mathrm{Var}\left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta}\right) = \mathbb{E}\left[-\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta^2}\right] = n i_A,$$

ce qui permet d'introduire l'information de Fisher et de l'interpréter comme étant la variance de la courbure autour de la bonne valeur du paramètre θ^0. On a également introduit $i_A = -\int f \partial_\theta^2 \ln f \mathrm{d}x$ l'information attendue à partir d'une seule observation.

Reprenons maintenant le développement limité de ℓ' comme celui de l'équation (B.1) si ce n'est qu'on intervertit le rôle de $\hat{\theta}$ et θ^0

$$\ell'(\hat{\theta}) = \ell'(\theta^0) + (\hat{\theta} - \theta^0)\ell''(\theta^0) + \cdots = 0,$$

soit encore

$$\hat{\theta} - \theta^0 = -\frac{\ell'(\theta^0)}{\ell''(\theta^0)}.$$

De cela on peut définir que $\hat{\theta} - \theta^0$ est le rapport de deux variables aléatoires

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta^0) = \frac{Y_n}{Z_n},$$

avec

$$Y_n = -\frac{1}{\sqrt{n}}\ell'(\theta^0) = -\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial}{\partial \theta} f(x_i, \theta^0) \text{ et } Z_n = \frac{1}{n}\ell''(\theta^0).$$

Y_n est une somme de variables aléatoires de moyenne nulle et de variance i_A et on a pris soin de mettre Y_n sous la forme utilisée dans l'équation (A.2) du théorème central limite. On en déduit donc d'après ce théorème que Y_n se comporte comme une variable tirée d'une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ quand $n \to \infty$:

$$Y_n \to \mathcal{N}(0,1).$$

La variable Z_n est la moyenne de variables aléatoires de moyenne $-i_A$, qui d'après la loi forte des grandes nombres tend vers i_A quand $n \to \infty$.

$$Z_n \to i_A.$$

Il s'ensuit que le rapport Y_n/Z_n tend vers

$$\frac{Y_n}{Z_n} \to \mathcal{N}(0, -1/i_A).$$

Puisque $\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta^0) \to \mathcal{N}(0, -1/i_A)$, on déduit

$$\hat{\theta} - \theta^0 \to \mathcal{N}(0, -(n i_A)^{-1}) = \mathcal{N}(0, -(I_A)^{-1}),$$

qui est la relation souhaitée. □

B.2 Approximation de l'information attendue par une une loi du χ^2

♦ **Théorème.** – Soient $x_1 \dots x_n$ des réalisations indépendantes d'une distribution $f(\cdot\,;\,\theta)$ où θ désigne le paramètre de f, ℓ la log-vraisemblance, et $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance. Alors pour n suffisamment grand, on a :

$$D(\theta^0) \sim \chi^2_1.$$

⇝ **Démonstration.** – Faisons un développement à l'ordre 2 de la log-vraisemblance autour de θ^0, qui est la bonne valeur du paramètre θ, mais cette est inconnue (la distance entre θ^0 et l'estimateur $\hat{\theta}$ n'est donc pas connue de façon certaine)

$$\ell(\hat{\theta}) = \ell(\theta^0) + (\hat{\theta} - \theta^0)\ell'(\theta^0) + \frac{1}{2}(\hat{\theta} - \theta^0)^2\ell''(\theta^0) + \cdots,$$

Comme $\ell'(\theta^0) = 0$, on tire que

$$D(\theta^0) = 2(\ell(\hat{\theta}) - \ell(\theta^0)) = (\hat{\theta} - \theta^0)^2\ell''(\theta^0).$$

Nous avons au § 4.2.7 que quand n suffisamment grand, on a

$$\hat{\theta} - \theta^0 \sim \mathcal{N}(0, I_A(\theta^0)^{-1}),$$

soit encore

$$\sqrt{I_A(\theta^0)}(\hat{\theta} - \theta^0) \sim \mathcal{N}(0, 1),$$

donc si l'on considère $D(\theta^0) = I_A(\theta^0)(\hat{\theta} - \theta^0)^2$, alors on doit avoir

$$D \sim \chi^2_1,$$

puisque le carré d'une variable gaussienne varie selon la loi du χ^2.

□

Index

ajustement, 168
algorithme
    Gibbs, 184
    Metropolis, 184, 208, 213
altocumulus, 69, 70
altostratus, 69
aléa, 138
aléatoire, 289
aménagement
    du territoire, 1
analyse
    risque-bénéfice, 26
anticyclone, 62
Arfang, 158
assurance, 126
asymétrie, 169
atmosphère, 58
autocorrélation, 309, 310
autovariance, 309
avalanche, 124
    de projet, 139
    de référence, 129, 139
    maximale vraisemblable, 139, 141

banquette, 144
barrage, 104, 108, 116, 136, 146
base de données, 140
bassin
    d'écrêtement, 152
    de rétention, 152
Bayes
    inférence, 183
    théorème, 183, 185, 206, 290
biais, 169
blackout, 10

cadastre
    des avalanches, 139
    des événements, 4
carbone, 73
carnet d'avalanche, 140
carte
    aléa, 143
    cadastrale, 139
    d'aléa, 139
    de danger, 139
    de risque, 139
    des dangers, 4
    des phénomènes, 139
    inventaire des phénomènes, 139, 143
catastrophe, 18
    naturelle, 126
cellule convective, 104
cellule de Hadley, 58
CemaNeige, 281, 282
chablis, 144
champ d'inondation, 152
changement
    de variable, 296

charriage, 116
chaîne de Markov, 207, 310
cirrostratus, 69
cirrus, 69
claie, 144
classification, 235
climat, 73
    changement, 73
    histoire, 73
CLPA, 140
coefficient
    d'abattement, 221
    d'asymétrie, 169, 178
    d'épicentrage, 221
    de pointe, 219
    de Weiss, 221
conférence
    de Rio, 28
    de Sendai, 29
consignation, 158
convection, 58
copule, 101
corrélation, 171
courant-jet, 62, 67
courbe
    enveloppe, 240
    hypsométrique, 282
covariance, 296, 309
    matrice, 301
critère
    d'information d'Akaike, 214
crue, 103, 235
    de projet, 129
    maximale probable, 139
    origine, 235
    torrentielle, 116
    éclair, 89, 103, 104, 240
cumulonimbus, 70

danger, 136
    hydrologique, 89
    naturel, 89
degré
    d'exposition, 136
    de dommage, 138
densité de probabilité, 295, 310
diagramme
    de probabilité, 176
    de quantile, 176
    période de retour, 193
digue, 90, 108, 111, 135, 146, 155
    de contention, 155
    de déviation, 150
distribution
    d'échantillonnage, 169
divagation, 155
DRA, 155, 158
durée
    spécifique, 233, 254
débit
    de pointe, 131, 133, 219
déboisement, 41, 73
débâcle
    glaciaire, 119
    non glaciaire, 120
défense
    active, 135, 144
    passive, 135
    permanente, 135
    temporaire, 135
démographie, 8
dépotoir, 146
dépression, 62, 67, 235
dérivation, 150
détecteur routier, 158
déviance, 189

effet
    de foehn, 72
    de serre, 73, 80
    Dunning–Kruger, 33
El Niño, 60, 63
endiguement, 43, 49, 155
EPA, 140
épi, 152
épicentrage, 255
équation
    de la log-vraisemblance, 322

Dupuit-–Forchheimer, 259
équations
Saint-Venant, 133
erreur, 24
quadratique moyenne, 169
erreur-type, 169
estimateur, 169
étrave, 148
évacuateur de crue, 146
exposition, 136
extrapolation, 161

filet, 144
foehn, 69
fonction
de transfert, 266
fonction de répartition, 295
empirique, 174, 175
formule
Dujardin, 232
Izzard–Meunier, 232
Kirpich, 231
Li–Chibber, 233
SNV, 232
Sogreah, 232
Turraza, 231
Ventura–Passini, 231
forçage, 80
forêt, 49, 135
de protection, 144
à ban, 49
front, 67
chaud, 67, 69, 70
froid, 67, 69, 70
polaire, 58

galerie, 148
gaz
effet de serre, 73
gestion
des risques, 1
intégrée, 29
GIEC, 80, 87
glacier, 73
gradex, 240
grippe, 35
gulf stream, 60, 63
géophone, 158

hauteur
submersion, 137
histogramme, 173, 310
hydrogramme, 233, 248
synthétique, 133
unitaire instantané, 266
hyétogramme, 217, 255

iid, 171
immigration, 8
incertitude
définition, 23
indice
ENSO, 62
NAO, 62
SPO, 63
indépendance, 171
infiltration, 240
information
observée, 181
inférence, 101, 168, 185, 297
bayésienne, 213, 304
inondation, 103, 104
intensité, 137
interpolation, 161
intervalle
de confiance, 171, 181, 185, 186, 189, 192, 209, 213, 307, 318
de crédibilité, 185
inégalité
de Bienaymé–Chebyshev, 306
de Chebyshev, 306
de Markov, 305

jet, 58
jet stream, 62, 63, 67
jökulhlaup, 119

lac, 107, 116

lahar, 116
laminage, 152
lave torrentielle, 98, 116
log-vraisemblance, 181, 186
loi
  de Chézy, 260
  de Manning-Strickler, 260
  de Montana, 229
  de Talbot, 229
  des grands nombres, 306
  montagne, 5
  sur l'aménagement des cours d'eau, 3
  sur l'aménagement du territoire, 2, 3
  sur les forêts, 3
  valeurs extrêmes, 178
  Voynet, 5
loi de probabilité
  Bernoulli, 173, 299
  bi-exponentielle, 161
  binomiale, 173, 299, 304
  binomiale négative, 173, 201, 299
  bêta, 304
  conditionnelle, 297
  de Student, 303
  du χ^2, 3, 302, 313
  définition, 294
  exponentielle, 3, 198, 300
  Fréchet, 163, 193
  gamma, 304
  Gauss, 301
  Gumbel, 163, 193, 196, 204, 212, 247
  instrumentale, 208
  jointe, 297
  Laplace-Gauss, 3, 206, 301–303
  marginale, 297
  multinormale, 3, 301
  normale, 186, 301
  Pareto, 3, 202
  Pearson, 161
  Poisson, 3, 173, 198, 297, 300
  uniforme, 206, 300, 304
  valeurs extrêmes, 3, 163, 193, 202, 205
  Weibull, 163

magnitude, 139
marécage, 105
matrice
  de covariance, 212
  information attendue, 186
  information de Fisher, 186
  information observée, 186
mise à ban, 144
mode, 296
modèle
  conceptuel, 259
  distribué, 250
  GR3H, 275
  GR4, 264
  Minerve, 275
  Palmén–Newton, 58
  physique, 259
  QdF convergent, 249
  réservoir GR, 5, 264
  réservoir GRJ, 269
  shyreg, 5
  Socose, 275
moment, 177, 296
mouvement de terrain, 116
moyenne, 178, 210, 296
mur aveugle, 157
méthode
  bayésienne, 183, 185
  champs de probabilité, 310
  Crupédix, 239
  de seuil, 193
  delta, 211
  des maxima, 193
  des maxima annuels, 196
  des maxima mensuels, 196
  du gradex, 240
  inondabilité, 131
  maximum de vraisemblance, 180, 185, 212

moments, 177
Monte Carlo, 206
POT, 198
QdF, 243
rationnelle, 251
renouvellement, 198
Schadex, 275
SCS, 251
Shypre, 275
Shyreg, 275
Socose, 221, 234, 250, 254
transformation pluie-débit, 249
Zeller, 263

nappe, 105
natalité, 8
neige, 279, 281
nimbostratus, 69

objectif
de protection, 4, 131
occlusion, 67, 68
océan, 60
onde de Rossby, 62
orage, 235

pandémie, 10
paravalanche, 135, 146
permis
de construire, 3
perturbation, 67
PIB, 8
pivot, 171
plage de dépôt, 146
plan
de fonctionnement, 143
de zonage, 143
plan d'affectation, 3
plan directeur, 3
pluie
brute, 218
centrée, 221
nette, 218
non centrée, 221
simulateur, 277
utile, 218
pluviogramme, 217
pluviographe, 218
pluviomètre, 218
poche glaciaire, 119
polder, 111
population, 289
principe
de précaution, 26
prior, 184, 206
probabilité, 287
conditionnelle, 289
de dépassement, 295
de non-dépassement, 295
définition, 289
jointe, 289
marginale, 289
Processus de Poisson, voir loi de probabilité de Poisson
profil de vraisemblance, 192
python, 5
période de retour, 137, 139, 166, 193, 204

quantile, 168, 295

R (langage), 5, 273, 284
reboisement, 41
relation intensité/fréquence, 137
relief, 61
remontée de nappe, 105
restauration, 155
risque, 18, 136
acceptable, 21
accepté, 21, 136
définition, 13
gestion, 129
géologique, 89
hydrologique, 57
mesure, 22, 23
météorologique, 89
naturel, 89
perception, 12

politique, 26
prévention, 26
résiduel, 137
routage, 250, 270
ruissellement, 106
rupture de barrage, 108, 116
râtelier, 144
régime
nivo-pluvial, 281
résilience, 29

scénario
CH2018, 84
RCP, 80, 87
TRACC, 84
seiche, 113
seuil, 144, 203, 244
simulation
de Monte Carlo, 5, 206, 207
de pluie, 277
SMR, 281
soleil, 60, 63
tache, 63
stationnarité, 171
StorMe, 140
stratocumulus, 70
sécheresse, 87
série
aléatoire, 308
chronologique, 308
déterministe, 308
stationnaire, 309
temporelle, 308

tas, 152
Taylor, 210
technique, 129
temperature, 281
temps
de concentration, 230, 233, 234, 240, 259
tempête
Lothar, 144
Xynthia, 36
terrasse, 144
test
du χ^2, 313
Kolmogorov–Smirnov, 314
statistique, 312
théorie
culture du risque, 20
valeurs extrêmes, 101, 162
théorème
de la limite centrale, 171, 301, 307
Pickands, 198, 202
totalisateur, 218
tourne, 148, 150
transect TPG, 224
traîne, 70
tsunami, 113

variance, 177, 178, 210, 296
vraisemblance, 180, 184, 206
vulnérabilité, 138

zonage, 135
zone
blanche, 141
bleue, 141, 143
jaune, 141
noire, 35
rouge, 142, 143

évapotranspiration, 264, 269

Index des noms propres

Agassiz, Louis, 73
Arrhenius, Svante, 73

BAFU, 136, 140, 141
Bergier, Jean-François, 8
Buridant, Jérôme, 51

Callon, Michel, 33
Cassayre,Jean-Yves, 54
Cemagref, 101, 140, 282
Champion, Maurice, 43
Chessex, Alexis, 49
Claudius-Petit, Eugène, 5
Coaz, Johann, 45
Colbert, Jean-Baptiste, 44
Culmann, Carl, 41

DATAR, 5
Demontzey, Prosper, 26, 46
Duband,Daniel, 240

Ekholm, Nils, 73

Fisher, Ronald, 162

Galéa,Gilles, 243
Gardelle, Charles, 48
Gilbert, Claude, 38
Gnedenko, Boris, 162
Gumbel, Emil, 162

HBV, 250, 281

INRAE, 140
IRMA, 140

Javel,Pierre, 243

Kahneman, Daniel, 37
Kolmogorov, Andrei, 162

Landolt, Elias, 41
Launay, Louis de, 73
Lenoble, Félix, 52
Lomet, Antoine-François, 46
Lorenz, Edward, 57

Michel, Claude, 254, 264
Mougin, Paul, 45, 48

Napoléon III, 44
Nichols, Thomas, 33

Palmén, Erik, 58
Perrin, Charles, 269
Pickands, James, 162, 198
Puyo, Jean-Yves, 48

Rausch, Zach, 24
Rossby, Carl-Gustav, 62
RTM, 51

SLF, 101
Surell, Alexandre, 26, 44, 46

Tversky, Amos, 37

Vallès, François, 43
Valéry, Audrey, 282
Venetz, Ignace, 73
Voynet, Dominique, 5

Walker, Gilbert, 60
Walter, François, 18

Zeller, Jürg, 259

Index des lieux

Aa, 105
Abbeville, 105
Ahr, 104
Allemagne, 103
Alpes, 223, 235
Altenburg, 104
Andermatt, 49
Anzère, 40
Aptal, 237
Arc, 235
Argentière, 145
Arques, 105
Arve, 150
Aude, 90, 103
Açores, 62

Bagnes, 92, 119
barrage
    Edersee, 109
    Grande Dixence, 146
    Kakhovka, 110
    Malpasset, 108
    Mauvoisin, 119
    Molare, 108
    Möhne, 109
    Vajont, 98, 108
Barèges, 48, 144
Belle-Plagne, 145, 150
Belledonne, 224
Berne, 75
Bessans, 148
Biescas, 61, 235
Bonneval-sur-Arc, 144
Brienz, 89
Brigue, 90, 157
Brésil, 110

canton
    Grisons, 90, 92
    Lucerne, 90
    Nidwald, 90
    Schwytz, 49
    Tessin, 224
    Uri, 49, 90
    Valais, 90, 92, 224
    Vaud, 49, 116
Chablais, 89, 92, 96, 106, 120
Chamonix, 89, 124, 152, 178
Chamoson, 111, 116
Chartreuse, 224
Chippis, 92
Châtel, 106
Clavans, 156, 158
col
    Saint-Bernard, 75
cyclone
    Denise, 90
    Hyacinthe, 90

Dniepr, 110
Dragne, 245
Draix, 237

Elbe, 103
Erlenbach, 266
Espagne, 110
Europe, 16

filtre
    Lancsoz, 63
Florac, 245
France, 5, 41, 84
Fréjus, 109
Fully, 98

Garonne, 96
Genevois, 106
Genève, 75, 120
Geschinen, 146
Giétro, 119
glacier
    Aletsch, 119

Giétro, 119
Plaine Morte, 119
Tête Rousse, 119
Grammont, 120
Grenoble, 41, 120, 156
Guil, 235
Gurtnellen, 90

Hongrie, 110

Illgraben, 116
Islande, 63
Isère, 41, 46, 156
Italie, 41, 110

Japon, 41

La Bérarde, 97
lac
de Fully, 98
de Sau, 87
Klontal, 87
Léman, 120
Majeur, 107
Neuchâtel, 107
Quatre Cantons, 108
Lanslevillard, 148, 157
Latte, 266
Laval, 266
Lisbonne, 62
Locarno, 108
Longarone, 108
Lumpenenbach, 266
Lyon, 41
Léman, 120

Martigny, 120
Marécottes, 145
Massif Central, 237
Mieussy, 148
Mimente, 245
Montroc, 89
Münster, 90

Navisence, 92, 116
Nîmes, 103

océan
Atlantique, 62
Pacifique, 63
Orba, 108, 235
Ouvèze, 90, 103

Pays-Bas, 104, 111
Poschiavino, 90
Poschiavo, 90
Péclerey, 89

Ravoire de Pontamafrey, 116, 146
Reuss, 90
Reykjavik, 63
Rhin, 250
Rhône, 41, 54, 73, 89, 90, 92, 111, 120
Rietholzbach, 266
Rimbaud, 266
Roche, 89, 96
Roquebillière, 104
Roubion, 245
Roussillon, 90

Saas Grund, 92
Sacheln, 147
Saillon, 90
Saint-Gervais-les-Bains, 119, 141
Saltina, 157
Salvan, 124
Sapine, 266
Sarno, 116
Savoie, 49
Savoureuse, 111
Saône, 41
Schlans, 156
Sclans, 145
Seine, 96, 97, 101
Selonnet, 213
Sendai, 29
Sibérie, 62
Sion, 75
Somme, 105

Soyans, 245
Suisse, 2, 8, 16, 29, 41, 74, 84, 224, 237

Taconnaz, 146, 147, 152
Tarn, 96, 103
Tech, 90, 235
tempête
    Alex, 89, 104
    Xynthia, 89, 97
Tinée, 89
torrent
    Bionnassay, 27
    Boscodon, 46
    des Étançons, 97
    du Pissot, 116
    Eau Froide, 89
    L'Arás, 235
    Nant Trouble, 49
    Saint-André, 116
    Saint-Antoine, 150
    Saint-Claude, 49
Tyrol, 73
Täsch, 119

Vaison-la-Romaine, 90, 103
Valcenis, 124
Vallorcine, 48, 50, 148
Vandenesse, 245
Var, 36, 109
Vendée, 36, 89, 97
Villeneuve, 116, 146
Vogelbach, 266
volcan
    Eyjafjallajöll, 28
    Nevado del Ruiz, 116
    Pinatubo, 116
    Saint Helens, 116
    Tambora, 60
    Vésuve, 116
Vénéon, 97
Vésubie, 89

Yonne, 96

Zavragia, 90

États-Unis, 24, 116
Évolène, 124

Références bibliographiques

Bibliographie

Addor, N., Rössler, O., Köplin, N., Huss, M., Weingartner, R. & Seibert, J. 2014 Robust changes and sources of uncertainty in the projected hydrological regimes of Swiss catchments. *Water Resour. Res.* **50** (10), 7541–7562.

Ailliot, P., Allard, D., Monbet, V. & Naveau, P. 2015 Stochastic weather generators: an overview of weather type models. *Journal de la Société Française de Statistique* **156**, 101–113.

Akrour, N., Chazottes, A., Verrier, S., Mallet, C. & Barthes, L. 2015 Simulation of yearly rainfall time series at microscale resolution with actual properties: Intermittency, scale invariance, and rainfall distribution. *Water Resour. Res.* **51**.

Alfieri, L., Burek, P., Feyen, L. & Forzieri, G. 2015 Global warming increases the frequency of river floods in Europe. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **19** (5), 2247–2260.

Alila, Y., Kuraś, P. K., Schnorbus, M. & Hudson, R. 2009 Forests and floods: a new paradigm sheds light on age-old controversies. *Water Resour. Res.* **45**, W08416.

Allamano, P., Claps, P. & Laio, F. 2009 An analytical model of the effects of catchment elevation on the flood frequency distribution. *Water Resour. Res.* **45**, W01402.

Ammann, W. J., ed. 2000 *Der Lawinenwinter 1999*. Davos: Eidgenössisches Institut für Schnee- und Lawinenforschung.

Ancey, C. 2006 *Dynamique des avalanches*. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Ancey, C., Bardou, E., Funk, M., Huss, M., Trewhela, T. & Werder, M. 2019 Hydraulic reconstruction of the 1818 Giétro glacial lake outburst flood. *Water Resour. Res.* **55**, 8840–8863.

Ancey, C., Rapin, F., Martin, E., Coleou, C., Naaim, M. & Brunot, G. 2000 L'avalanche de Péclerey du 9 février 1999. *Neige et Avalanches* **92**, 12–17.

Andersen, T. K. & Marshall Shepherd, J. 2013 Floods in a changing climate. *Geogr. Compass* **7** (2), 95–115.

André, J. C., d'Andrea, F., Drobinski, P. J. & Muller, C. 2024 Regimes of precipitation change over Europe and the Mediterranean. *J. Geophys. Res. Atmos.* **129**, e2023JD040413.

Arnaud, P., Aubert, Y., Organde, D., Cantet, P., Fouchier, C. & Folton, N. 2014 Estimation de l'aléa hydrométéorologique par une méthode par simulation: la méthode SHYREG: présentation–performance–bases de données. *Houille Blanche* (2), 20–26.

Arnaud, P. & Lavabre, J. 2010 *Estimation de l'aléa pluvial en France métropolitaine*. Antony: Quae éditions.

Arnaud, P., Lavabre, J., Sol, B. & Desouches, C. 2008 Régionalisation d'un générateur de pluies horaires sur la France métropolitaine pour la connaissance de l'aléa pluviographique. *Hydrological sciences journal* **53** (1), 34–47, regionalization of an hourly rainfall generating model over metropolitan France for flood hazard estimation.

Arrhenius, S. 1896 On the influence of carbonic acid in the air upon the temperature of the ground. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **41** (251), 237–276.

Aubert, Y. 2012 Estimation des valeurs extrêmes de débit par la méthode shyreg – réflexions sur l'équifinalité dans la modélisation de la transformation pluie en débit. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie.

Aubert, Y., Arnaud, P., Ribstein, P. & Fine, J.-A. 2014 La méthode SHYREG débit—application sur 1605 bassins versants en France métropolitaine. *Hydrol. Sci. J.* **59**, 993–1005.

Bâ, K. M., Díaz-Delgado, C. & Cârsteanu, A. 2001 Confidence intervals of quantiles in hydrology computed by an analytical method. *Nat. Hazards* **24**, 1–12.

Baiamonte, G. & Singh, V. P. 2016 Overland flow times of concentration for hillslopes of complex topography. *J. Irr. Drain. Eng.* **142** (3), 04015059.

Bainville, V. & P., L. 1995 Préoccupations environnementales au début du XIXe siècle – La circulation n ° 18 du 25 avril 1821. *La Météorologie* **hors série (doi: 10.4267/2042/52032)**, 88–94.

Bairoch, P. 1997 *Victoires et déboires, histoire économique et sociale du monde du XVIe siècle à nos jours*. Paris: Gallimard.

Bauer, V. M. & Scherrer, S. C. 2024 The observed evolution of sub-daily to multi-day heavy precipitation in Switzerland. *Atmospheric Science Letters* p. e1240.

Beaurepaire, M. 1995 L'invention du thermomètre. *La Météorologie* **hors série (doi: 10.4267/2042/52032)**, 95–100.

Beck, U. 2003 *Pouvoir et contre-pouvoir à l'ére de la mondialisation*. Paris: Aubier.

Beck, U. 2008 *La société du risque : sur la voie d'une autre modernité*. Paris: Flammarion.

Beniston, M. 2009 Trends in joint quantiles of temperature and precipitation in europe since 1901 and projected for 2100. *Geophys. Res. Lett.* **36**, L07707.

Beniston, M., Farinotti, D., Stoffel, M., Andreassen, L. M., Coppola, E., Eckert, N., Fantini, A., Giacona, F., Hauck, C. & Huss, M. 2018 The European mountain cryosphere: a review of its current state, trends, and future challenges. *Cryosphere* **12** (2), 759–794.

Benito, G., Grodek, T. & Enzel, Y. 1998 The geomorphic and hydrologic impacts of the catastrophic failure of flood-control-dams during the 1996-Biescas flood (Central Pyrenees, Spain). *Zeitschrift für Geomorphologie* **42**, 417–437.

Berghuijs, W. R., Aalbers, E. E., Larsen, J. R., Trancoso, R. & Woods, R. A. 2017 Recent changes in extreme floods across multiple continents. *Env. Res. Lett.* **12** (11), 114035.

Berghuijs, W. R., Allen, S. T., Harrigan, S. & Kirchner, J. W. 2019*a* Growing spatial scales of synchronous river flooding in Europe. *Geophys. Res. Lett.* **46**.

Berghuijs, W. R., Harrigan, S., Molnar, P., Slater, L. J. & Kirchner, J. W. 2019*b* The relative importance of different flood-generating mechanisms across Europe. *Water Resour. Res.* .

Berlioz, J. 1998 *Catastrophes naturelles et calamités au Moyen Âge*. Florence: Sismel Edizioni del Galluzzo.

Bernier, J., Parent, E. & Boreux, J. J. 2000 *Statistique pour l'environnement : traitement bayésien de l'incertitude*. Paris: Tec & Doc.

Bérod, D. 1994 Contribution à l'estimation des crues rares à l'aide de méthodes déterministes : apport de la description géomorphologique pour la simulation des processus d'écoulement. PhD thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Besson, L. 1996 *Les risques naturels en montagne*. Grenoble: Artès.

Beven, K. 1982 On subsurface stormflow: an analysis of response times. *Hydrol. Sci. J.* **27**, 505–521.

Beven, K. J. 2020 A history of the concept of time of concentration. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* pp. 1–28.

Bezzola, G. R. & Hegg, C. 2007 Ereignisanalyse Hochwasser 2005, Teil 1 – Prozesse, Schäden und erste Einordnung. *Tech. Rep.* Umwelt-Wissen Nr. 0707. 215 S. Bundesamt für Umwelt BAFU, Eidgenössische Forschungsanstalt WSL.

Bezzola, G. R. & InderWili, A. 2023 Crues des lacs du pied du Jura. *Tech. Rep.*. Office fédéral de l'environnement.

Bialek, W., Callan, C. G. & Strong, S. P. 1996 Field Theories for learning probability distributions. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4693–4697.

Bilmes, L. & Stiglitz, J. 2006 The economic costs of the Iraq war: An appraisal three years after the beginning of the conflict. *Tech. Rep.* NBER Working Papers with number 12054. National Bureau of Economic Research.

Blanchet, J., Blanc, A., Boulard, J. & Creutin, J.-D. 2023 Will Future Southwestern Europe Large-Scale Circulations Resemble Past Circulations? A Focus on the Circulations Driving Extreme Precipitation in the Northern French Alps. *J. Geophys. Res. Atmos.* **128** (14), e2022JD038253.

Blanchet, J., Blanc, A. & Creutin, J.-D. 2021 Explaining recent trends in extreme precipitation in the Southwestern Alps by changes in atmospheric influences. *Weather and Climate Extremes* **33**, 100356.

Blöschl, G., Gaál, L., Hall, J., Kiss, A., Komma, J., Nester, T., Parajka, J., Perdigão, R. A. P., Plavcová, L. & Rogger, M. 2015 Increasing river floods: fiction or reality? *Wiley Interdisc. Rev.: Water* **2** (4), 329–344.

Bois, P., Obled, C. & Zin, I. 2007 *Introduction au traitement des données en hydrologie*. Grenoble: ENSHMG.

Bonardi, L. 2002 Le développement des politiques des forêts en Italie au XIXe siècle. *Annales des Ponts et Chaussées* **103**, 58–64.

Borraz, O. 2007 Risk and public problems. *Journal of Risk Research* **10**, 941–957.

Borraz, O. 2008 *Les politiques du risque*. Paris: Presse de la Fondation Nationale des Presses de Sciences Politiques.

Borter, P. 1999 Risikoanalyse bei gravitativen Naturgefahren, Methode. In *Umwelt-Materialien*, , vol. 107/I. Berne: EDMZ.

Boucher, O., Dufresne, J.-L., Vial, J., Brun, E., Cattiaux, J., Chauvin, F., Salas y Mélia, D., Voldoire, A., Bopp, L., Braconnot, P., Ciais, P., Yiou, P., Guilyardi, E., Mignot, J. & Guivarch, C. 2015 Projection des changements climatiques futurs. *La Météorologie* **88**, 56–68.

Boudou, M., Lang, M., Vinet, F. & Cœur, D. 2016 Comparative hazard analysis of processes leading to remarkable flash floods (France, 1930–1999). *J. Hydrol.* **541**, 533–552.

Bravard, Y. 2002 Le « traitement » des versants dans le département de la Drôme. Des inondations de 1840 à la loi du 27 juillet 1860. *Annales des Ponts et Chaussées* **103**, 37–43.

Breinl, K., Di Baldassarre, G., Lopez, M. G., Hagenlocher, M., Vico, G. & Rutgersson, A. 2017 Can weather generation capture precipitation patterns across different climates, spatial scales and under data scarcity? *Scientific reports* **7** (1), 1–12.

Brönnimann, S., Rohr, C., Stucki, P., Summermatter, S., Bandhauer, M., Barton, Y., Fischer, A., Froidevaux, P. A., Germann, U. & Grosjean, M. 2018 *1868 – Les inondations qui changèrent la Suisse: Causes, conséquences et leçons pour le futur*. Berne: Geographica Bernensia.

Brugnot, G. 2002 Développement des politiques forestières et naissance de la restauration des terrains de montagne. *Annales des Ponts et Chaussées* **103**, 23–30.

Brunner, M. I., Farinotti, D., Zekollari, H., Huss, M. & Zappa, M. 2019*a* Future shifts in extreme flow regimes in Alpine regions. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **23** (11), 4471–4489.

Brunner, M. I., Hingray, B., Zappa, M. & Favre, A. C. 2019*b* Future Trends in the Interdependence Between Flood Peaks and Volumes: Hydro-Climatological Drivers and Uncertainty. *Water Resour. Res.* **55** (6), 4745–4759.

Brutsaert, W. 2005 *Hydrology: An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press.

Buridant, J. 2002 De la découverte à l'action de terrain. Les forestiers français face à la montagne. XVIIe–XIXe siècles. *Annales des Ponts et Chaussées* **103**, 14–22.

Calder, I. R. & Aylward, B. 2006 Forest and floods: moving to an evidence-based approach to watershed and integrated flood management. *International Water Resources Association* **31**, 87–89.

Callon, M., Lascoumes, P. & Barthe, Y. 2001 *Agir dans un monde incertain – Essai sur la démocratie technique*. Paris: Seuil.

Carrère, A. 2010 Les leçons de Malpasset. *Revue française de Géotechnique* (131-132), 37–51.

Carrivick, J. L. & Tweed, F. S. 2016 A global assessment of the societal impacts of glacier outburst floods. *Glob. Planet. Change* **144**, 1–16.

Castellani, C. 1986 Régionalisation des précipitations annuelles par la méthode de la régression linéaire simple : l'exemple des Alpes du Nord. *Rev. Geog. Alpine* **74**, 393–403.

Casty, C., Wanner, H., Luterbacher, J., Esper, J. & Böhm, R. 2005 Temperature and precipitation variability in the European Alps since 1500. *International Journal of Climatology: A Journal of the Royal Meteorological Society* **25** (14), 1855–1880.

CEPRI 2011 L'ACB (analyse coût/bénéfice) : une aide à la décision au service de la gestion des inondations – Guide à l'usage des maîtres d'ouvrage et de leurs partenaires. *Tech. Rep.*. Centre Européen de Prévention et de gestion des Risques d'Inondation.

Cernesson, F., Lavabre, J. & Masson, J. M. 1996 Stochastic model for generating hourly hyetographs. *Atmospheric research* **42**, 149–161.

Chambaz, G. 2018 Blackout : Déclencheurs et mécanismes. *Revue Militaire Suisse* (5), 38–41.

Chowdhury, J. U. & Stedinger, J. R. 1991 Confidence interval for design floods with estimated skew coefficient. *J. Hydraul. Eng.* **117** (7), 811–831.

Cipriani, T., Toilliez, T. & Sauquet, E. 2012 Estimation régionale des débits décennaux et durées caractéristiques de crue en france. *Houille Blanche* (4-5), 5–13.

Cœur, D. 2004 Les inondations de mai-juin 1856 en France : de l'événement hydrométéorologique au nouvel engagement de l'Etat. *Houille Blanche* **5**, 71–79.

Cœur, D., Lang, M., Naulet, R., Burnet, R. & Strazzeri, D. 1998 Histoire et connaissance des phénomènes naturels extrêmes. *Ingénieries-EAT* pp. 15–26.

Coles, S. G. 2001 *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London: Springer.

Coles, S. G. & Dixon, M. J. 1999 Likelihood-based inference for extreme value models. *Extremes* **2**, 5–23.

Collectif 2006 L'évolution de la perception du terrorisme par l'opinion publique et les médias. *Tech. Rep.* C/1949. Assemblée de l'Union de l'Europe occidentale – Assemblée interparlementaire européenne de sécurité et de défense.

Collins, H. 2014 *Are We All Scientific Experts Now?*. John Wiley & Sons.

Combes, F., Hurand, A. & Meunier, M. 1995 La forêt de montagne : un remède aux crues. In *Compte-rendu de recherche n° 3 BVRE de Draix* (ed. M. Meunier), pp. 113–124. Antony: Cemagref éditions.

Coron, L., Thirel, G., Delaigue, O., Perrin, C. & Andréassian, V. 2017 The suite of lumped GR hydrological models in an R package. *Environmental modelling & software* **94**, 166–171.

Cosandey, C., Andréassian, V., Martin, C., Didon-Lescot, J. F., Lavabre, J., Folton, N., Mathys, N. & Richard, D. 2005 The hydrological impact of the mediterranean forest: a review of French research. *J. Hydrol.* **301**, 235–249.

Costa, J. E. 1988 Floods from dam failure. In *Flood Geomorphology* (ed. V. R. Baker, R. C. Kochel & P. C. Patton), pp. 439–461. New York: Wiley.

Cox, D. R. & Miller, H. D. 1965 *The Theory of Stochastic Processes*. Boca Raton: Chapman & Hall CRC.

Croci-Maspoli, M., Knutti, R., Liniger, M. A. & Schär, C. 20018 CH2018 - scénarios climatiques pour la Suisse. *Tech. Rep.*. National Centre for Climate Services.

Crosta, G. B., Imposimato, S. & Roddeman, D. 2016 Landslide spreading, impulse water waves and modelling of the Vajont rockslide. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **49**, 2413–2436.

CTGREF 1979 Le problème de l'estimation pour une fréquence donnée du rapport entre les débits instantanés et les débits journaliers maximaux. *Tech. Rep.* Cahier n° 36. CTGREF.

CTGREF 1980 Synthèse nationale sur les crues des petits bassins versant. Méthode SoCoSe : méthode sommaire d'estimation de la crue décennale sur un petit bassin versant non-jaugé. Fascicule 2. *Tech. Rep.*.

Cunnane, C. 1979 A note on the Poisson assumption in partial duration series models. *Water Resour. Res.* **15** (2), 489–494.

Davison, A. C. 2003 *Statistical Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

De, M. 2000 A new unbiased plotting position formula for Gumbel distribution. *Stoch. Env. Res. Risk Ass.* **14**, 1–7.

Delaigue, O., Thirel, G., Coron, L. & Brigode, P. 2018 airGR and airGRteaching: Two Open-Source Tools for Rainfall-Runoff Modeling and Teaching Hydrology. *EPiC Series in Engineering* **3**, 541–548.

Delgado, J. 2006 Estimation des crues de référence par approche géomorphologique. *Houille Blanche* **5**, 97–101.

Demargne, J., Javelle, P., Organde, D., Garandeau, L. & Janet, B. 2019 Intégration des prévisions immédiates de pluie à haute-résolution pour une meilleure anticipation des crues soudaines. *Houille Blanche* (3-4), 13–21.

Demontzey, P. 1894 *L'extinction des torrents en France par le reboisement*. Paris: Imprimerie Nationale.

Desurones, I., Oberlin, G. & Blanchet, G. 1993 Towards a better knowledge of high basin rainfall fields at small time and space steps: analysis of rainfall data from a unidirection northern pre-Alps network. In *FRIEND: Flow regimes from international experimental and network data*, , vol. 221, pp. 323–342. Braunschweig: IAHS.

DeWalle, D. R. & Rango, A. 2008 *Principles of Snow Hydrology*. Cambridge: Cambridge University Press.

Diamond, J. 2005 *Collapse: How Societies Chose to Fail or Succeed*. New York: Viking Penguin.

Djerboua, A., Duband, D. & Bois, P. 2004 Estimation des lois des précipitations extrêmes à partir des données journalières complètes. *Houille Blanche* **3**, 65–74.

Dooge, J. 1973 Linear theory of hydrologic systems. *Tech. Rep.*. Agricultural Research Service, US Department of Agriculture.

Douglas, M. 1986 *Risk Acceptability According to the Social Sciences*. Russell Sage Foundation.

Duffaut, P. 2010 Malpasset, la seule rupture totale d'un barrage-voûte. *Revue française de Géotechnique* (131-132), 5–18.

Dumas, A. 2006 Méthode de maximisation : estimation des crues maximales probables (CMP). *Houille Blanche* **6**, 74–79.

Dumoulin, H., Zryd, A. & Crispini, N. 2010 *Glaciers : passé-présent du Rhône au Mont-Blanc*. Genève: Slatkine.

Eagleson, P. S. 1972 Dynamics of flood frequency. *Water Resour. Res.* **8** (4), 878–898.

Edijatno & Michel, C. 1989 Un modèle pluie-débit journalier à trois paramètres. *Houille Blanche* **75** (2), 113–122.

Ekholm, N. 1901 On the variations of the climate of the geological and historical past and their causes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **27** (117), 1–62.

Estrada, F., Perron, P. & Yamamoto, Y. 2023 Anthropogenic influence on extremes and risk hotspots. *Sci. Rep.* **13** (1), 35.

Évin, G., Favre, A.-C. & Hingray, B. 2018 Stochastic generation of multi-site daily precipitation focusing on extreme events. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **22**, 55–672.

Favier, R., ed. 2007 *L'histoire sociale des risques naturels en questions. Sources et problématiques nouvelles*. Aoste: Musumeci.

Favrod, J. 2009 Tauredunum, une ville antique enfouie sous la route H144. *24 Heures* **édition du 11 avril 2009**.

Favrod, J. 2011 Voici comment un tsunami a retourné le Léman en l'an 563. *Tribune de Genève* **édition du 4 août 2011**.

Ferguson, R. I. 1999 Snowmelt runoff models. *Prog. Phys. Geog.* **23** (2), 205–227.

Folmar, N. D., Miller, A. C. & Woodward, D. E. 2007 History and development of the NRCS lag time equation. *J. Am. Water Resour. Assoc.* **43**, 829–838.

Ford, C. 2018 *Naissance de l'écologie*. Paris: Alma Editeur.

Forster, F. & Baumgartner, W. 1999 Bestimmung seltener Starkniederschläge kurzer Dauer – Fallbeispiele im Vergleich mit den schweizerischen Starkniederschlagskarten. *Schweizerische Zeitschrift fur Forstwesen* **150** (6), 209–218.

Fouchier, C. 2010 Développement d'une méthodologie pour la connaissance régionale des crues. PhD thesis, Université de Montpellier 2.

Freeze, R. A. 1980 A stochastic-conceptual analysis of rainfall-runoff processes on a hillslope. *Water Resour. Res.* **16**, 391–408.

Frei, C., Christensen, J. H., Déqué, M., Jacob, D., Jones, R. G. & Vidale, P. L. 2003 Daily precipitation statistics in regional climate models: Evaluation and intercomparison for the European Alps. *J. Geophys. Res.* **108**, 2002JD002287.

Frei, P., Kotlarski, S., Liniger, M. A. & Schär, C. 2018 Future snowfall in the Alps: projections based on the EURO-CORDEX regional climate models. *Cryosphere* **12** (1), 1–24.

Frei, P.-Y. & Marongiu, S. 2019 *Un tsunami sur le Léman. Tauredunum 563*. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Fressoz, J.-B. 2012 *L'apocalypse joyeuse : Une histoire du risque technologique*. Paris: Seuil.

Fressoz, J.-B. & Locher, F. 2020 *Les révoltes du ciel. Une histoire du changement climatique XVe–XXe siècle*. Paris: Le Seuil.

Gache, F. 2013 Crues paroxystiques du bassin de la Seine depuis 1780. A propos de la prééminence de la crue de janvier 1910 et des crues du 20e siècle comme aléas de référence et des périodes d'hiver pour la survenue des grandes crues. *Houille Blanche* (3), 12–20.

Gado, T. A., Salama, A. M. & Zeidan, B. 2021 Selection of the best probability models for daily annual maximum rainfalls in Egypt. *Theor. Appl. Climat.* **144**, 1267–1284.

Galéa, G. & Ramez, P. 1995 *Maîtrise du ruissellement et de l'érosion en vignoble de coteau – Guide à l'usage des aménageurs*. Antony: Cemagref Éditions.

García Hernández, J., Brauchli, T., Boillat, J. L. & Schleiss, A. J. 2011 La gestion des crues du Rhône en amont du Léman : de la prévision à la décision. *Houille blanche* (2), 69–75.

Gard, J. M. 1988 *16 juin 1818 – Débâcle du Giétro*. Le Châble, Valais, Switzerland: Musée de Bagnes.

Gardelle, C. 1988 *Vallorcine, histoire d'une vallée entre Aoste, Mont-Blanc, et Valais*. Lyon: Textel.

Gaume, E., Bain, V., Bernardara, P., Newinger, O., Barbuc, M., Bateman, A., Blaškovicová, L., Blöschl, G., Borga, M., Dumitrescu, A., Daliakopoulos, I., Garcia, J., Irimescu, A., Kohnova, S., Koutroulis, A., Marchi, L., Matreata, S., Medina, V., Preciso, E., Sempere-Torres, D., Stancalie, G., Szolgay, J., Tsanis, I., Velascom, D. & Viglione, A. 2009 A compilation of data on European flash floods. *J. Hydrol.* **367**, 70–78.

Gerard, F. & Lang, M. 2019 Xynthia: analyse des causes et des conséquences de la catastrophe. *Houille Blanche* (3-4), 149–156.

GIEC 2013 Changements climatiques 2013 : Les éléments scientifiques. Contribution du Groupe de travail I au cinquième Rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat. *Tech. Rep.*. Cambridge University Press.

Gigerenzer, G. 2003 *Reckoning with Risk: Learning to Live with Uncertainty*. London: Penguin.

Gilard, O. 1998 *Les bases techniques de la méthode inondabilité*. Antony: Cemagref éditions.

Gilbert, C. 2008 Les risques collectifs : objet d'une rencontre problématique entre chercheurs et acteurs. *Sociologies Pratiques* **16**, 81–93.

Gilbert, C., Amalberti, R., Laroche, H. & Pariès, J. 2007 Errors and failures: towards a new safety paradigm. *Journal of Risk Research* **10**, 959–975.

Giorgi, F., Torma, C., Coppola, E., Ban, N., Schär, C. & Somot, S. 2016 Enhanced summer convective rainfall at Alpine high elevations in response to climate warming. *Nat. Geosci.* **9** (8), 584–589.

Glaser, R., Riemann, D., Schönbein, J., Barriendos, M., Brázdil, R., Bertolin, C., Camuffo, D., Deutsch, M., Dobrovolný, P. & van Engelen, A. 2010 The variability of European floods since AD 1500. *Climatic change* **101**, 235–256.

Gobiet, A., Kotlarski, S., Beniston, M., Heinrich, G., Rajczk, J. & Stoffel, L. 2014 21st century climate change in the European Alps – A review. *Sci. Total Env.* **493**, 1138–1151.

Graff, B. 2004 Prédétermination des débits de crue des petits bassins versants torrentiels. PhD thesis, Université de Montpellier II.

Granet-Abisset, A. M. 2012 L'historien, les risques et l'environnement : un regard sur la nature et les hommes. In *23èmes Journées Scientifiques de l'Environnement – Risques environnementaux : détecter, comprendre, s' adapter*. Créteil.

Gray, L. J., Beer, J., Geller, M., Haigh, J. D., Lockwood, M., Matthes, K., Cubasch, U., Fleitmann, D., Harrison, G., Hood, L., Luterbacher, J., Meehl, G. A., Shindell, D., van Geel, B. & White, W. 2010 Solar influences on climate. *Rev. Geophys.* **48**, RG4001.

Gros, F. 2012 *Le principe Sécurité*. Paris: Gallimard.

Guillot, P. & Duband, D. 1967 La méthode du GRADEX pour le calcul de la probabilité des crues rares à partir des pluies. In *Colloque International sur les crues et leur évaluation*, , vol. 84, pp. 560–569. Leningrad: International Association for Hydrological Sciences.

Haeberli, W. 1983 Frequency and characteristics of glacier floods in the Swiss Alps. *Ann. Glaciol.* **4**, 85–90.

Hanel, M., Rakovec, O., Markonis, Y., Máca, P., Samaniego, L., Kyselý, J. & Kumar, R. 2018 Revisiting the recent European droughts from a long-term perspective. *Scientific reports* **8** (1), 9499.

Harrison, S., Kargel, J. S., Huggel, C., Reynolds, J. M., Shugar, D. H., Betts, R. A., Emmer, A., Glasser, N. F., Haritashya, U. K., Klimes, J., Reinhardt, L., Yvonne Schaub, Y., Wiltshire, A., Dhananjay Regmi, D. & Vilímek, V. 2018 Climate change and the global pattern of moraine-dammed glacial lake outburst-floods. *Cryosphere* **12**, 1195–1209.

Hegg, C. & Petrascheck, A. 2002 Hochwasser 2000. *Tech. Rep.*. Bundesamt für Wasser und Geologie.

Henderson, F. M. & Wooding, R. A. 1964 Overland flow and groundwater flow from a steady rainfall of finite duration. *J. Geophys. Res.* **69** (8), 1531–1540.

Hingray, B., Picouet, B. & Musy, A. 2009 *Hydrologie 2: une science pour l'ingénieur*. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romands.

Hohl, M. & Brem, S. 2015 Catastrophes et situations d'urgence en Suisse – Rapport technique sur la gestion des risques 2015. *Tech. Rep.*. Office fédéral de protection de la population (OFPP).

Holy, T. E. 1997 Analysis of data from continuous probability distributions. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3545–3548.

Horton, P., Schaefli, B., Mezghani, A., Hingray, B. & Musy, A. 2006 Assessment of climate-change impacts on alpine discharge regimes with climate model uncertainty. *Hydrolog. Process.* **20**, 2091–2109.

Hourdin, F., Mauritsen, T., Gettelman, A., Golaz, J.-C., Balaji, V., Duan, Q., Folini, D., Ji, D., Klocke, D. & Qian, Y. 2017 The art and science of climate model tuning. *Bull. Amer. Meteor. Soc* **98** (3), 589–602.

Huet, P., Martin, X., Meunier, M. & Pierron, P. 2002 Inspection suite aux désordres et à la rupture des bassins de rétention de la Savoureuse et enseignements à en tirer notamment pour le fonctionnement des services de l'Etat impliqués dans la police des eaux sur des installations similaires. *Tech. Rep.* Rapport IGE/02/004. Inspection Générale de l'Environnement.

Hurrell, J. W. & Van Loon, H. 1997 Decadal variations in climate associated with the North Atlantic Oscillation. *Climatic change* **36** (3), 301–326.

ICOLD 1998 Étude d'onde de submersion de barrage, synthèse et recommandations. *Tech. Rep.* 111. International Commission on Large Dams.

Jacob, A. 1997 La crue d'octobre 1940 dans la basse vallée du Tech (Roussillon), d'aprè les dossiers des sinistrés. *Annales de Géographie* **106** (596), 414–424.

Jasanoff, S. 1998 The political science of risk perception. *Reliability Engineering & System Safety* **59** (1), 91–99.

Jaynes, E. T. 2003 *Probability Theory: the Logic of Science*. Cambridge: Cambridge University Press.

Jeudy, J. M. 2006 *Montagne maudite, montagne apprivoisée*. Montmélian: Fontaine de Siloé.

Joly, D., Brossard, T., Cardot, H., Cavailhes, J., Hilal, M. & Wavresky, P. 2010 Les types de climats en France, une construction spatiale. *Cybergeo: European Journal of Geography* p. doi. org/10. 4000/cybergeo. 23155.

Jordan, F. 2007 Modèle de prévision et de gestion des crues: optimisation des opérations des aménagements hydroélectriques à accumulation pour la réduction des débits de crue. PhD thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Jordan, F., Boillat, J.-L. & Schleiss, A. 2010 Prévision et gestion des crues du Rhône supérieur par l'exploitation optimale des retenues alpines. *Houille Blanche* (5), 91–102.

Jouzel, J., Petit, M. & Masson-Delmotte, V. 2018 Trente ans d'histoire du Giec. *La Météorologie* **100**, 117–124.

Kahneman, D. 2011 *Thinking, Fast and Slow*. London: Penguin Books.

Kahraman, A., Kendon, E. J., Chan, S. C. & Fowler, H. J. 2021 Quasi-Stationary Intense Rainstorms Spread Across Europe Under Climate Change. *Geophys. Res. Lett.* **48** (13), e2020GL092361.

Keylock, C. J. 2005 An alternative form for the statistical distribution of extreme avalanche runout distances. *Cold Reg. Sci. Technol.* **42**, 185–193.

Kirchner, J. W., Berghuijs, W. R., Allen, S. T., Hrachowitz, M., Hut, R. & Rizzo, D. M. 2020 Streamflow response to forest management. *Nature* **578** (7794), E12–E15.

Kite, G. W. 1975 Confidence limits for design events. *Water Resour. Res.* **11** (1), 48–53.

Koonin, S. E. 2021 *Unsettled: What Climate Science Tells Us, What It Doesn't, and Why It Matters,*. Dallas: BenBella Books.

Körner, C. & Hiltbrunner, E. 2024 Rapid advance of climatic tree limits in the Eastern Alps explained by on-site temperatures. *Regional Environmental Change* **24** (3), 98.

Kremer, K., Simpson, G. & Girardclos, S. 2012 Giant Lake Geneva tsunami in AD 563. *Nat. Geosci.* **5** (11), 756–757.

Krüger, T. 2013 *Discovering the Ice Ages: international reception and consequences for a historical understanding of climate*, , vol. 37. Leiden: Brill.

Kunkel, K. E., Karl, T. R., Easterling, D. R., Redmond, K., Young, J., Yin, X. & Hennon, P. 2013 Probable maximum precipitation and climate change. *Geophys. Res. Lett.* **40**, 1402–1408.

Kuroda, Y., Kodera, K., Yoshida, K., Yukimoto, S. & Gray, L. J. 2022 Influence of the solar cycle on the North Atlantic Oscillation. *J. Geophys. Res. Atmos.* **127** (1), e2021JD035519.

Laborde, J. P. 1999 Éléments d'hydrologie de surface. *Tech. Rep.*. Université de Nice-Sophia-Antipolis.

Lagadec, P. 2012 *Du risque majeur aux mégachocs*, , vol. Les cahiers de préventique 12. Bordeaux: Editions Préventique.

Lane, S. N. 2017 Natural flood management. *Wiley Interdisc. Rev.: Water* **4** (3), e1211.

Lang, M. & Coeur, D. 2014 *Les inondations remarquables en France*. Antony: Versailles.

Lang, M. & Lavabre, J., ed. 2007 *Estimation de la crue centennale pour les plans de prévention des risques d'inondation*. Versailles: Editions Quae.

Lang, M., Ouarda, T. B. M. J. & Bobée, B. 1999 Towards operational guidelines for over-threshold modeling. *J. Hydrol.* **225**, 103–117.

Laurance, W. F. 2007 Forests and floods. *Nature* **449**, 409–410.

Lawrence, D., Paquet, E., Gailhard, J. & Fleig, A. K. 2014 Stochastic semi-continuous simulation for extreme flood estimation in catchments with combined rainfall-snow melt flood regimes. *Natural Hazards & Earth System Sciences* **14** (5).

Le Roux, E., Evin, G., Eckert, N., Blanchet, J. & Morin, S. 2023 Projection of snowfall extremes in the French Alps as a function of elevation and global warming level. *Cryosphere* **17**, 4691–4704.

Le Roy Ladurie, E. 1967 *Histoire du climat depuis l'an mil*. Paris: Flammarion.

Lefebvre, B. & Demmerle, D. 2004 Protection du village du Tour contre le glissement des Posettes à l'amont de la vallée de Chamonix. *Houille Blanche* **5**, 31–36.

Lehmann, J., Mempel, F. & Coumou, D. 2018 Increased Occurrence of Record-wet and Record-dry Months Reflect Changes in Mean Rainfall. *Geophys. Res. Lett.* **45** (24), 13,468–13,476.

Lenoble, F. 1926 Remarques complémentaires sur la question du déboisement et du reboisement des Alpes. *Rev. Geog. Alpine* **14**, 187–213.

Levitan, D. 2017 *Not A Scientist—How Politicians Mistake, Misrepresent, and Utterly Mangle Science*. New York: W. W. Norton & Compagny.

Li, M. H. & Chibber, P. 2008 Overland flow time of concentration on very flat terrains. *Transportation Research Record* **2060** (1), 133–140.

Liébault, F., Melun, G., Piton, G., Chapuis, M., Passy, P. & Tacon, S. 2024 Channel change during catastrophic flood: Example of Storm Alex in the Vésubie and Roya valleys. *Geomorphology* **446**, 109008.

Liévois, J. 2006 *Guide méthodologique des plans de prévention des risques d'avalanches*. Paris: La Documentation Française.

Lindström, G., Johansson, B., Persson, M., Gardelin, M. & Bergström, S. 1997 Development and test of the distributed HBV-96 hydrological model. *J. Hydrol.* **201** (1-4), 272–288.

Ljungqvist, F. C., Krusic, P. J., Sundqvist, H. S., Zorita, E., Brattstöm, G. & Frank, D. 2016 Northern Hemisphere hydroclimate variability over the past twelve centuries. *Nature* **532** (7597), 94–98.

Llasat, d. C. 2004 Les crues méditerranéennes récentes et historiques (Espagne, France, Italie), conséquences-enseignements-projets. *Houille Blanche* **5**, 37–41.

Loat, R. & Petrascheck, A. 1997 Prise en compte des dangers dus aux crues dans le cadre des activités de l'aménagement du territoire. Recommandations. *Tech. Rep.*. Office fédéral de l'économie des eaux, Office fédéral de l'aménagement du territoire, Office fédéral de l'environnement, des forêts et du paysage.

Lomet, A.-F. 1795 *Mémoire sur les eaux minérales et les établissements thermaux des Pyrénées, comprenant la recherche des moyens les plus propres à recueillir et conserver les sources minérales, et la description des monuments à élever, pour utiliser ces eaux salutaires à la guérison des blessures des défenseurs de la République*. Paris: Vatar.

Loukas, A. & Quick, M. C. 1996 Physically-based estimation of lag time for forested mountainous watersheds. *Hydrol. Sci. J.* **41**, 1–19.

Lüthi, R. 2004 Cadre juridique des cartes de dangers. *Tech. Rep.* 5. PLANAT.

Marchi, L., Borga, M., Preciso, E. & Gaume, E. 2010 Characterisation of selected extreme flash floods in Europe and implications for flood risk management. *J. Hydrol.* **394**, 118–133.

Mariétan, I. 1925 Les éboulements de la Cime de l'Est des Dents du Midi en 1926 et le Bois-Noir. *Bulletin de la Murithienne* **44**, 67–93.

Martinec, J., Rango, A. & Roberts, R. 2008 Snowmelt Runoff Model (SRM) User's Manual. *Tech. Rep.*. New Mexico State University.

Masson-Delmotte, V., Zhai, P., Pirani, A., Connors, S. L., Péan, C., Berger, S., Caud, N., Chen, Y., Goldfarb, L., Gomis, M. I., Huang, M., Leitzell, K., Lonnoy, E., Matthews, J., Maycock, T., Waterfield, T., Yelekçi, O., Yu, R. & Zhou, B. 2021 IPCC, 2021: Summary for Policymakers. In *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (ed. GIEC). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

MATE, ed. 1997 *Plans de prévention des risques naturels prévisibles (PPR), Guide général*. Paris: La Documentation Française.

McClung, D. M. & Schaerer, P. A. 1993 *The Avalanche Handbook*. Seattle: The Mountaineers.

McCuen, R. H., Wong, S. L. & Rawls, W. J. 1984 Estimating urban time of concentration. *Journal of hydraulic Engineering* **110** (7), 887–904.

McNeill, J. 2010 *Du nouveau sous le soleil – Une histoire de l'environnement mondial au XXe siècle*. Seyssel: Champ Vallon.

Mediero, L., Kjeldsen, T., Macdonald, N., Kohnova, S., Merz, B., Vorogushyn, S., Wilson, D. I., Alburquerque, T., Blöschl, G. & Bogdanowicz, E. 2015 Identification of coherent flood regions across Europe by using the longest streamflow records. *J. Hydrol.* **528**, 341–360.

Meier, R., Schwaab, J., Seneviratne, S. I., Sprenger, M., Lewis, E. & Davin, E. L. 2021 Empirical estimate of forestation-induced precipitation changes in Europe. *Nat. Geosci.* **14**, 473–478.

Ménégoz, M., Valla, E., Jourdain, N. C., Blanchet, J., Beaumet, J., Wilhelm, B., Gallée, H., Fettweis, X., Morin, S. & Anquetin, S. 2020 Contrasting seasonal changes in total and intense precipitation in the European Alps from 1903 to 2010. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **24** (11), 5355–5377.

Meunier, M. 1990 La catastrophe du Grand Bornand : crue torrentielle du Borne le 14 juillet 1987. *Rev. Geog. Alpine* **LXXVIII**, 103–113.

Meunier, M. & Ancey, C. 2004 Towards a conceptual approach to predetermining long-return-period avalanche run-out distances. *J. Glaciol.* **50**, 268–278.

Meylan, P., Favre, A. C. & Musy, A. 2008 *Hydrologie fréquentielle*. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Michailidi, E. M., Antoniadi, S., Koukouvinos, A., Bacchi, B. & Efstratiadis, A. 2018 Timing the time of concentration: shedding light on a paradox. *Hydrol. Sci. J.* **63**, 721–740.

Miquel, J. 1984 *Guide pratique d'estimation des probabilités de crues*. Paris: Eyrolles.

Montain-Domenach, J. 2005 La réglementation et la responsabilité en cas d'événement extrême naturel, le principe de précaution. *Houille Blanche* **2005/2**, 33–36.

Montandon, F. 1925 Les éboulements de la Dent du Midi et du Grammont. *Le Globe* **64**, 35–91.

Montandon, F. 1931 L'étranglement du Rhône au Bois-Noir (Valais). *Les Études rhodaniennes.* **7**, 241–266.

Montes-Pajuelo, R., Rodríguez-Pérez, A., López, R. & Rodríguez, C. A. 2024 Analysis of Probability Distributions for Modelling Extreme Rainfall Events and Detecting Climate Change: Insights from Mathematical and Statistical Methods. *Mathematics* **12** (7), 1093.

Mott, R., Winstral, A., Cluzet, B., Helbig, N., Magnusson, J., Mazzotti, G., Quéno, L., Schirmer, M., Webster, C. & Jonas, T. 2023 Operational snow-hydrological modeling for Switzerland. *Front. Earth Sci.* **11** (1228), 158.

Mougin, P. 1914 *Les torrents de Savoie*. Grenoble: Imprimerie Générale.

Mougin, P. 1931 *Restauration des montagnes*. Paris: Imprimerie Nationale.

Musselman, K. N., Clark, M. P., Liu, C., Ikeda, K. & Rasmussen, R. 2017 Slower snowmelt in a warmer world. *Nature Climate Change* **7** (3), 214–219.

Musy, A. & Higy, C. 2004 *Hydrologie 1. Une science de la nature*. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

Nelkin, D. 1989 Communicating technological risk: the social construction of risk perception. *Annual Review of Public Health* **10** (1), 95–113.

Nichols, T. M. 2017 *The Death of Expertise*. New York: Oxford University Press.

Oberlin, G. 1980 Présentation en avant-première d'une méthode sommaire d'estimation des crues sur de petits bassins de métropole : la méthode SØCØSE. *Houille Blanche* (3-4), 267–273.

Oriani, F., Straubhaar, J., Renard, P. & Mariethoz, G. 2014 Simulation of rainfall time series from different climatic regions using the direct sampling technique. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **18**, 3015–3031.

Oudin, L., Andréassian, V., Perrin, C., Michel, C. & Le Moine, N. 2008 Spatial proximity, physical similarity, regression and ungaged catchments: a comparison of regionalization approaches based on 913 French catchments. *Water Resour. Res.* **44**, W03413.

Oudin, L., Hervieu, F., Michel, C., Perrin, C., Andréassian, V., Anctil, F. & Loumagne, C. 2005 Which potential evapotranspiration input for a lumped rainfall-runoff model? Part 2—Towards a simple and efficient potential evapotranspiration model for rainfall-runoff modelling. *J. Hydrol.* **303** (1-4), 290–306.

Panizzo, A., De Girolamo, P. & Petaccia, A. 2005 Forecasting impulse wave generated by subaerial landslides. *J. Geophys. Res.* **110**, C12025.

Papalexiou, S. M. & Montanari, A. 2019 Global and Regional Increase of Precipitation Extremes under Global Warming. *Water Resour. Res.* **55**, 4901–4914.

Paquet, E., Gailhard, J. & Garçon, R. 2006 Évolution de la méthode du gradex : approche par type de temps et modélisation hydrologique. *Houille Blanche* **5**, 80–90.

Paquet, E., Garavaglia, F., Garçon, R. & Gailhard, J. 2013 The SCHADEX method: A semi-continuous rainfall-runoff simulation for extreme flood estimation. *J. Hydrol.* **495**, 23–37.

Pardé, M. 1930 Les inondations désastreuses de mars 1930. *Annales de Géographie* **39** (219), 244–248.

Pardé, M. 1941 La crue fantastique d'octobre 1940 dans le Roussillon. *Revue de géographie alpine* pp. 353–357.

Patterson, M. 2023 North-West Europe Hottest Days Are Warming Twice as Fast as Mean Summer Days. *Geophys. Res. Lett.* **50** (10), e2023GL102757.

Payot, C. & Meilland, A., ed. 2018 *Giétro 1818. La véritable histoire*. Fribourg: Faim de Siècle.

Payrastre, O., Nicolle, P., Bonnifait, L., Brigode, P., Astagneau, P., Baise, A., Belleville, A., Bouamara, N., Bourgin, F. & Breil, P. 2022 Tempête Alex du 2 octobre 2020 dans les Alpes-Maritimes: une contribution de la communauté scientifique à l'estimation des débits de pointe des crues. *Houille Blanche* p. 2082891.

Perrin, C. 2000 Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.

Perrin, C. 2002 Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative. *Houille Blanche* **88** (6-7), 84–91.

Perrin, C., Michel, C. & Andréassian, V. 2001 Does a large number of parameters enhance model performance? comparative assessment of common catchment model structures on 429 catchments. *J. Hydrol.* **242**, 275–301.

Perrin, C., Michel, C. & Andréassian, V. 2003 Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation. *J. Hydrol.* **279**, 275–289.

Pfister, C. & Wanner, H. 2021 *Climate and Society in Europe – The Last Thousand Years*. Berne: Haupt.

Piégay, H. & Bravard, J.-P. 1997 Response of a Mediterranean riparian forest to a 1 in 400 year flood, Ouvèze River, Drome–Vaucluse, France. *Earth Surf. Process. Landf.* **22** (1), 31–43.

Pigeon, P. 2002 Réflexions sur les notions et les méthodes en géographie des risques dits naturels. *Annales de Géographie* **627-628**, 452–470.

Piron, S. 2004 L'apparition du resicum en Méditerranée occidentale, XIIe-XIIIe siècles. In *Pour une histoire culturelle du risque. Genèse, évolution, actualité du concept dans les sociétés occidentales, sous la direction de* (ed. E. Collas-Heddeland, M. Coudry, O. Kammerer, A.-J. Lemaître & B. Martin), pp. 59–76. Strasbourg: Editions Histoire et Anthropologie.

Ponce, V. M. 1994 *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Upper Saddle River: Prentice Hall.

Pons, F., Bonnifait, L., Criado, D., Payrastre, O., Billaud, F., Brigode, P., Fouchier, C., Gourbesville, P., Kuss, D. & Le Nouveau, N. 2024 Consensus hydrologique de la tempête ALEX du 2 et 3 octobre 2020 dans les Alpes-Maritimes. *Houille Blanche* p. 2363619.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. & Flannery, B. P. 1992 *Numerical Recipes in Fortran, the Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Przyluski, V. & Hallegatte, S., ed. 2012 *Gestion des risques naturels – Leçons de la tempête Xynthia*. Versailles: Quae.

Puyo, J. Y. 1999 La science forestière vue par les géographes français, ou la confrontation de deux sciences « diagonales » (1870-1914). *Annales de Géographie* **108**, 614–634.

Queffélean, Y. 2015 Evaluation du temps de montée des crues torrentielles rapides. *Tech. Rep.*. Direction Forêts et Risques Naturels, Pôle RTM.

Rabusseau, R. 2007 *Les neiges labiles: une histoire culturelle de l'avalanche au XVIIIe siècle*. Genève: Presses d'Histoire Suisse.

Ravazzani, G., Boscarello, L., Cislaghi, A. & Mancini, M. 2019 Review of time-of-concentration equations and a new proposal in Italy. *J. Hydrol. Eng.* **24**, 04019039.

Raymond, M., Wegmann, M. & Funk, M. 2003 Inventar gefährlicher Gletscher in der Schweiz. *Tech. Rep.* Mitteilung 182. ETH Zürich, Versuchsanstalt für Wasserbau.

Rebetez, M. 2011 *La Suisse se réchauffe*. PPUR.

Rebetez, M. & Reinhard, M. 2008 Monthly air temperature trends in Switzerland 1901-2000 and 1975-2004. *Theor. Appl. Climat.* **91** (1-4), 27–34.

Reiss, R. D. & Thomas, M. 2001 *Statistical Analysis of Extreme Values*. Basel: Birkehaüser.

Renard, B., McInerney, D., Westra, S., Leonard, M., Kavetski, D., Thyer, M. & Vidal, J.-P. 2023 Floods and Heavy Precipitation at the Global Scale: 100-year Analysis and 180-year Reconstruction. *J. Geophys. Res. Atmos.* **128**, e2022JD037908.

Renn, O. 1998 Three decades of risk research: accomplishments and new challenges. *Journal of risk research* **1** (1), 49–71.

Rey, F., Ballais, J. L., Marre, A. & Rovéra, G. 2004 Rôle de la végétation dans la protection contre l'érosion hydrique de surface. *Comptes Rendus Géosciences* **336**, 991–998.

Riboust, P., Thirel, G., Le Moine, N. & Ribstein, P. 2019 Revisiting a simple degree-day model for integrating satellite data: implementation of SWE-SCA hystereses. *Journal of hydrology and hydromechanics* **67** (1), 70–81.

Richard, D. 2002 Forêts et crues. *Houille Blanche* **3**, 54–58.

Rickenmann, D. & Zimmermann, M. 1993 The 1987 debris flows in Switzerland: documentation and analysis. *Geomorphology* **8**, 175–189.

Robert, C. 1996 *Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov*. Paris: Economica.

Robert, C. 2001 *The Bayesian Choice*. New York: Springer.

Robine, J. M. & Paccaud, F. 2004 La démographie des nonagénaires et des centenaires en Suisse. *Cahier Québecois de Démographie* **33**, 51–81.

Rogers, R., Marks, F. D. & Marchok, T. 2009 Tropical Cyclone Rainfall. In *Encyclopedia of Hydrological Sciences* (ed. M. G. Andersen & J. J. McDonnell). Chichester,: Chichester.

Rojas-Serna, C. 2005 Quelle connaissance hydrométrique minimale pour définir les paramètres d'un modèle pluie-débit. PhD thesis, ENGREF.

Röthlisberger, G. 1994 Unwetterschäden in der Schweiz im Jahre 1993. *Wasser, Energie, Luft* **86**, 1–8.

Russo, E. & Domeisen, D. I. V. 2023 Increasing intensity of extreme heatwaves: The crucial role of metrics. *Geophys. Res. Lett.* **50** (14), e2023GL103540.

Salm, B. 1993 Flow, flow transition and runout distances of flowing avalanches. *Ann. Glaciol.* **18**, 221–226.

Salm, B. 2004 A short and personal history of snow avalanche dynamics. *Cold Reg. Sci. Technol.* **39**, 83–92.

Salm, B., Burkard, A. & Gubler, H. 1990 Berechnung von Fliesslawinen, eine Anleitung für Praktiker mit Beispielen. *Tech. Rep.* No 47. Eidgenössisches Institut für Schnee- und Lawinenforschung (Davos).

Saporta, G. 1990 *Probabilités, analyse de données, et statistique*. Paris: Technip.

Schädler, B. & Weingartner, R. 2002 Ein detaillierter hydrologischer Blick auf die Wasserressourcen der Schweiz Niederschlagskartierung im Gebirge als Herausforderung. *Wasser, Energie, Luft* **94**, 189–197.

Schaefli, B., Hingray, B., Niggli, M. & Musy, A. 2005 A conceptual glacio-hydrological model for high mountainous catchments. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **9**, 95–109.

Scherrer, S. C., Fischer, E. M., Posselt, R., Liniger, M. A., Croci-Maspoli, M. & Knutti, R. 2016 Emerging trends in heavy precipitation and hot temperature extremes in Switzerland. *J. Geophys. Res. Atmos.* **121**, 2626–2637.

Schmocker-Fackel, P., Hüsler, F., Oosenbrug, E., Lanz, K., Zahner, S. & Wieser, E. 2021 Effets des changements climatiques sur les eaux suisses. *Tech. Rep.*. Office fédéral de l'environnement.

Schuler, A. 2004 La forêt suisse et les inondations du XIXe siècle. In *Les forêts d'Occident du Moyen Âge à nos jours* (ed. A. Corvol-Dessert). Toulouse: Presses Universitaires du Mirail.

Schwarb, J., Frei, C., Schär, C. & Daly, C. 2001 Mean Seasonal Precipitation throughout the European Alps 1971⊠1990. *Tech. Rep.*. Universität Bern.

Schwitter, R. & Bucher, H. 2009 La forêt protège-t-elle contre les crues ou les arbres causent-ils eux-mêmes des inondations ? *La Forêt* **10**, 21–25.

Sevruk, B. 1997 Regional dependency of precipitation-altitude relationship in the Swiss Alps. *Clim. Change* **36**, 355–369.

Sharma, A., Wasko, C. & Lettenmaier, D. P. 2018 If precipitation extremes are increasing, why aren't floods? *Water Resour. Res.* **54**, 8545–8551.

Singh, V. P. 1976 Derivation of time of concentration. *J. Hydrol.* **30** (1-2), 147–165.

Slater, L. J., Singer, M. B. & Kirchner, J. W. 2015 Hydrologic versus geomorphic drivers of trends in flood hazard. *Geophys. Res. Lett.* **42**, 370–376.

Slater, L. J. & Villarini, G. 2016 Recent trends in US flood risk. *Geophys. Res. Lett.* **43** (24), 12,428–12,436.

Sloan, P. G. & Moore, I. D. 1984 Modeling subsurface stormflow on steeply sloping forested watersheds. *Water Resour. Res.* **20**, 1815–1822.

Smith, R. C. 2013 *Uncertainty Quantification: Theory, Implementation, and Applications*. Philadelphia: SIAM.

Sornette, D. 2000 *Critical Phenomena in Natural Sciences*. New York: Springer.

Spracklen, D. V., Arnold, S. R. & Taylor, C. M. 2012 Observations of increased tropical rainfall preceded by air passage over forests. *Nature* **489** (7415), 282–285.

Spreafico, M. & Petrascheck, A., ed. 1991 *Ursachenanalyse der Hochwasser 1987. Ergebnisse der Untersuchungen*. Bern: Bundesamt für Umwelt, Wald und Landschaft.

Spreafico, M. & Weingartner, R. 2005 The hydrology in Switzerland. *Tech. Rep.*. Bundesamt für Wasser und Geologie.

Spreafico, M., Weingartner, R., Barben, M. & Ryser, A. 2003 Evaluation des crues dans les bassins versants de Suisse. *Tech. Rep.*. OFEG.

Stedinger, J. R. 1983 Confidence intervals for design events. *J. Hydraul. Eng.* **109** (1), 13–27.

Surell, A. 1870 *Étude sur les torrents des Hautes-Alpes*, seconde édition edn. Paris: Dunod.

Tanner, M. A. 1996 *Tools for Statistical Inference, Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions*, 3rd edn. New York: Springer.

Tarasova, L., Merz, R., Kiss, A., Basso, S., Blöschl, G., Merz, B., Viglione, A., Plötner, S., Guse, B. & Schumann, A. 2019 Causative classification of river flood events. *Wiley Interdisc. Rev.: Water* **6** (4), e1353.

Trenberth, K. E. 1984 Signal versus noise in the Southern Oscillation. *Monthly Weather Review* **112** (2), 326–332.

Tversky, A. & Kahneman, D. 1991 Loss aversion in riskless choice: A reference-dependent model. *The Quarterly Journal of Economics* **106** (4), 1039–1061.

Ulrych, T. J., Sacchi, M. D. & Woodbury, A. 2001 A Bayes tour of inversion: a tutorial. *Geophysics* **66**, 55–69.

Valéry, A. 2010 Modélisation précipitations ⊠ débit sous influence nivale. Elaboration d'un module neige et évaluation sur 380 bassins versants. PhD thesis, ParisTech.

Valéry, A., Andréassian, V. & Perrin, C. 2014 "As simple as possible but not simplerâ': What is useful in a temperature-based snow-accounting routine? Part 1—Comparison of six snow accounting routines on 380 catchments. *Journal of hydrology* **517**, 1166–1175.

Van Koningsveld, M., Mulder, J. P. M., Stive, M. J. F., Van Der Valk, L. & Van Der Weck, A. 2008 Living with sea-level rise and climate change: a case study of the Netherlands. *Journal of Coastal Research* **24** (2), 367–379.

Vaudaux, L. 1951 Les avalanches des 20 et 21 janvier 1951 dans les Alpes suisses, autrichiennes et italiennes. *Rev. Geog. Alpine* **39**, 381–392.

Venkatesh, P. K., Cohen, M. H., Carr, R. W. & Dean, A. M. 1997 Bayesian method for global optimization. *Phys. Rev. E* **55**, 6219–6232.

Vetter, J. 2004 Contribution d'un code de calcul météorologique méso-échelle à la climatologie des pluies en zone de relief. PhD thesis, INPG.

Veyret, P. 1943 Un centenaire : L'Etude sur les torrents des Hautes-Alpes, de Surell. *Rev. Geog. Alpine* **31**, 513–524.

Vinet, F. 2003 *Crues et inondations dans la France méditerranéenne. Les crues torrentielles des 12 et 13 novembre 1999 (Aude, Tarn, Pyrénées-Orientales et Hérault).* Nantes: Editions du Temps.

Visentini, M. 1936 Ecroulement d'un barrage sur l'Orba, en Italie, le 13 août 1935. *Rev. Geog. Alpine* **24**, 381–393.

de Vries, H., Lenderink, G. & van Meijgaard, E. 2014 Future snowfall in western and central Europe projected with a high-resolution regional climate model ensemble. *Geophys. Res. Lett.* .

Walder, J. S. & Costa, J. E. 1996 Outburst floods from glacier-dammed lakes: The effect of mode of lake drainage on flood magnitude. *Earth Surf. Process. Landf.* **21**, 701–723.

Walter, F. 2008 *Catastrophes : une histoire culturelle XVIe–XXIe siècle.* Paris: Seuil.

Walter, F. 2016 *Une histoire de la Suisse.* Neuchâtel: Editions Alphil – Presses Universitaires Suisses.

Wang, H., Liu, J., Klaar, M., Chen, A., Gudmundsson, L. & Holden, J. 2024 Anthropogenic climate change has influenced global river flow seasonality. *Science* **383** (6686), 1009–1014.

Wang, S., Zhang, L., Wang, G., She, D., Zhang, Q., Xia, J. & Zhang, Y. 2023 More intense and longer torrential rain and flood events during the recent past decade in Eurasia. *Water Resour. Res.* **59**, e2022WR033314.

Weart, S. R. 2008 *The discovery of Global Warming: Revised and Expanded Edition.* Cambridge, MA, USA: Harvard University Press.

van Westen, R., Kliphuis, M. & Dijkstra, H. A. 2024 Physics-based early warning signal shows that AMOC is on tipping course. *Science advances* **10** (6), eadk1189.

Westra, S., Fowler, H. J., Evans, J. P., Alexander, L. V., Berg, P., Johnson, F., Kendon, E. J., Lenderink, G. & Roberts, N. M. 2014 Future changes to the intensity and frequency of short-duration extreme rainfall. *Rev. Geophys.* **52**, 522–555.

Wilhelm, C. 1998 Quantitative risk analysis for evaluation of avalanche protection projects. In *25 years of snow avalanche research* (ed. E. Hestnes), , vol. 203, pp. 288–293. Voss: Norwegian Geotechnical Institute.

Willi, H. P., Jordan, J. P., Roth, U. & Frei, B. 2001 Protection contre les crues des cours d'eau. *Tech. Rep.*. Office fédéral des eaux et de la géologie.

Wilson, R. & Crouch, E. A. C. 2001 *Risk-Benefit Analysis.* Cambridge (MA): Harvard University Press.

Wohl, E., Angermeier, P. L., Bledsoe, B., Kondolf, G. M., MacDonnel, L., Merritt, D., Palmer, M. A., LeRoy Poff, N. & Tarboton, D. G. 2005 River restoration. *Water Resour. Res.* **41**, W10301.

Worni, R., Huggel, C., Clague, J. J., Schaub, Y. & Stoffel, M. 2014 Coupling glacial lake impact, dam breach, and flood processes: A modeling perspective. *Geomorphology* **224**, 161–176.

Wu, P. C., Wei, M. X. & D'Hondt, S. 2022 Subsidence in coastal cities throughout the world observed by InSAR. *Geophys. Res. Lett.* **49** (7), e2022GL098477.

Wüthrich, D., Korswagen, P. A., Selvam, H., Oetjen, J., Bricker, J. & Schüttrumpf, H. 2024 Field survey assessment of flood loads and related building damage from the July 2021 event in the Ahr Valley (Germany). *J. Flood Risk Manag.* p. e13024.

Yu, B. 1998 Theoretical justification of SCS method for runoff estimation. *J. Irrig. Drain. Eng* **124** (306-310).

Zeller, J. 1981 Starkniederschläge und ihr Einfluss auf Hochwasserereignisse. Elemente zur Abschätzung der Hochwasserabflüsse. *Tech. Rep.* 126. Eidgenössische Anstalt für das forstliche Versuchswesen.

Zeller, J. & Röthlisberger, G. 1988 Unwetterschäden in der Schweiz im Jahre 1987. *Wasser, Energie, Luft* **80**, 29–42.